

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

مجموعه کامل نکات طبقه‌بندی شده

ژئوماتیک

دروس ژئودزی، فتوگرامتری، سرشکنی

مهندسی نقشه‌برداری

براساس دروس طرح شده در دانشگاه‌های تهران و خواجه نصیر

محمد فرقانی

کارشناس ارشد GIS



سرشناسه	: فرقانی، محمد، ۱۳۶۶ -
عنوان و نام پدیدآور	: مجموعه کامل نکات طبقه‌بندی شده ژئوماتیک دروس ژئودزی، فتوگرامتری، سرشکنی مهندسی نقشه‌برداری ... / محمد فرقانی.
مشخصات نشر	: تهران: نوآور.
مشخصات ظاهری	: ۲۸۰ ص.: مصور، جدول، نمودار.
شابک	: 978-600-168-009-0
وضعیت فهرست نویسی	: فیبا
یادداشت	: کتابنامه.
موضوع	: ژئوماتیک -- راهنمای آموزشی(عالی).
موضوع	: ژئودزی -- راهنمای آموزشی(عالی)
موضوع	: نقشه‌برداری
رده بندی کنگره	: ۵۴۵/م۳۷م۳ ۱۳۸۹ TA
رده بندی دیویی	: ۵۲۶/۹
شماره کتابشناسی ملی	: ۲۲۰۵۶۸۵

مجموعه کامل نکات طبقه‌بندی شده ژئوماتیک دروس ژئودزی، فتوگرامتری، سرشکنی مهندسی نقشه‌برداری

محمد فرقانی

نوآور

نسخه ۱۰۰۰

محمدرضا نصیرنیا

۹۷۸-۶۰۰-۱۶۸-۰۰۹-۰

مؤلف:

ناشر:

شمارگان:

مدیر تولید:

شابک:



نمایشگاه دائمی و مرکز فروش:

نوآور: تهران - خ انقلاب، خ فخررازی، خ شهدای ژاندارمری نرسیده به خ دانشگاه ساختمان

ایرانیان، پلاک ۵۸، طبقه اول، واحد ۳

۹۲-۹۱۹۱۴۸۴۶۴

www.noavarpub.com

کلیه حقوق چاپ و نشر این کتاب مطابق با قانون حقوق مؤلفان و مصنفان مصوب سال ۱۳۴۸ برای ناشر محفوظ و منحصراً متعلق به نشر نوآور می‌باشد. لذا هر گونه استفاده از کل یا قسمتی از این کتاب (از قبیل هر نوع چاپ، فتوکپی، اسکن، عکس‌برداری، نشر الکترونیکی، هر نوع انتشار به صورت اینترنتی، سی دی، دی وی دی، فیلم فایل صوتی یا تصویری و غیره) بدون اجازه کتبی از نشر نوآور ممنوع بوده و شرعاً حرام است و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

مقدمه اول

به نام آنکه پروانه حیران اوست.

یکی از بزرگترین مشکلات دانشجویان مهندسی نقشه‌برداری در کشور کمبود کتب مناسب مرجع و آموزشی در مورد مباحث و دروس پایه‌ی این رشته است.

این مشکل زمانی خود را بیشتر نمایان می‌کند که دانشجویان این رشته تصمیم به آماده شدن برای حضور در آزمون ورودی دوره‌ی کارشناسی ارشد می‌گیرند چرا که ناگزیر با حجم زیادی از مباحث نسبتاً پیچیده و البته پراکنده در منابع و جزوات گوناگون دانشگاهی روبه‌رو می‌شوند که مطالعه‌ی آن‌ها در فرصت کوتاهی که برای داوطلبین وجود دارد کار بسیار مشکلی خواهد بود. انگیزه‌ی اصلی تهیه‌ی این کتاب حل این مشکل دانشجویان و داوطلبین حضور در دوره تحصیلات تکمیلی می‌باشد.

در کتاب حاضر سعی شده است مباحث ژئودزی (شامل دروس ژئودزی ۱ و ۲، فیزیکال ژئودزی، نجوم ژئودزی و ژئودزی ماهواره‌ای)، فتوگرامتری (شامل دروس فتوگرامتری ۱ و ۲ و ۳ و ۴) و سرشکنی خطاها (شامل دروس تئوری خطاها و سرشکنی) در ۱۰ فصل به صورت جامع و کامل پوشش داده شده و به صورت نکته به نکته گردآوری و طبقه‌بندی شود. همچنین در انتهای هر بخش کلیه نکاتی که در شرح درس به صورت صریح بیان نشده است ولی در طراحی سوالات آزمون ورودی دوره‌های کارشناسی ارشد سال‌های گذشته مورد استفاده قرار گرفته است تحت عنوان «نکات تکمیلی» تدوین شده است.

در طبقه‌بندی این مجموعه کوشش شده است با استفاده از علایم و فونت‌های متفاوت مطالعه‌ی کتاب تسهیل شود. به این منظور شرح دروس با ساختار زیر تدوین شده است:

➤ این علامت و این فونت بیانگر آغاز یک موضوع جدید است. (موضوع اصلی)

➤ این علامت و این فونت بیانگر توضیحات در مورد موضوع اصلی است. (زیر موضوع اصلی)

➤ این علامت و این فونت بیانگر توضیحات جزئی‌تر در مورد موضوع اصلی است. (زیر زیر موضوع اصلی)

همچنین در بیان نکات تکمیلی تلاش شده است ساختار زیر رعایت شود:

◀ این علامت و این فونت بیانگر یک نکته‌ی جدید است. (نکته اصلی)

◀ این علامت و این فونت بیانگر توضیحات بیشتر در مورد نکته اصلی است. (زیر نکته اصلی)

♦ این علامت و این فونت بیانگر توضیحات جزئی‌تر در مورد نکته اصلی است. (زیر زیر نکته اصلی)

مبنای مطالب گردآوری شده در این کتاب طرح درس‌های ارائه شده توسط اساتید محترم رشته‌ی مهندسی نقشه‌برداری در دانشگاه‌های تهران و خواجه نصیرالدین طوسی و جزوات کلاسی نوشته شده توسط دانشجویان این بزرگواران بوده است که شرح تفصیلی آن در قسمت «منابع و مآخذ» آمده است.

تدوین کتاب به گونه‌ای است که می‌تواند علاوه بر داوطلبین آزمون کارشناسی ارشد برای دانشجویان رشته‌ی نقشه‌برداری و همچنین شرکت‌کنندگان در آزمون‌های کاردانی به کارشناسی و نظام مهندسی نیز مفید واقع شود ولیکن نگاه ویژه به داوطلبین کارشناسی ارشد باعث شده است از بیان اثبات روابط و شرح مفصل و عمیق مفاهیم اجتناب شود. با این وجود با دقت و زحمت فراوان سعی شده است که مطالب مورد نیاز دانشجو به طور کامل، نکته‌ای، کلیدی و طبقه‌بندی شده تألیف و تدوین گردد به صورتی که دانشجویان عزیز از مطالعه‌ی جزوات و کتب دیگر بی‌نیاز شده و بتوانند در زمانی کوتاه به یک آمادگی بسیار بالایی دست یابند.

در آخر خدای منان را سپاسگزارم که توانسته‌ام کتاب پیش رو را تحت عنوان «مجموعه نکات طبقه‌بندی شده ژئوماتیک» تهیه نموده و در اختیار علاقه‌مندان و دانشجویان گرانقدر قرار دهم.

همچنین بر خود فرض می‌دانم صمیمانه از زحمات ارزنده‌ی پدر و مادرم سپاسگذاری کنم.

همین‌طور از خواهر عزیزم مهندس محبوبه فرقانی و دوست خویم مهندس سهیل فلاح بابت راهنمایی‌های ارزنده‌ی ایشان قدردانی می‌کنم.

در ضمن از برادران محترم نصیرنیا در انتشارات نوآور و کلیه‌ی عوامل فنی که در نشر کتاب همکاری نموده‌اند کمال تشکر را دارم.

مطمئناً از آنجا که این اولین تلاش گردآورنده برای تدوین و تألیف این کتاب می‌باشد مجموعه‌ی پیش‌رو خالی از اشکالات و نواقص نخواهد بود که امید است با تذکر و راهنمایی اساتید و دانشجویان گرامی این اشکالات در ویرایش‌های بعدی برطرف گردد. پیشاپیش مراتب امتنان خود را از بذل توجهی که می‌فرمایید تقدیم می‌دارم.

محمد فرقانی اله آبادی

مقدمه دوم

از آنجا که کتاب حاضر یکی از معدود کتب کمک آموزشی در رشته‌ی مهندسی نقشه‌برداری و منبعی مناسب برای داوطلبان کنکور کارشناسی ارشد این رشته می‌باشد و همچنین به دلیل استقبال خوبی که توسط جامعه‌ی نقشه‌برداری از این کتاب شده است، تصمیم بر آن شد تا کتاب مورد بازبینی و ویراستاری کلی قرار گرفته و مطالب کتاب به روز رسانی شود. ویرایش‌های انجام گرفته در چاپ حاضر عبارتند از:

- برطرف شدن ابهامات در روابط ریاضی و فرمول‌ها
 - اصلاح اشتباهات نگارشی و چاپی
 - افزوده شدن مطالب درسی و نکات علمی مناسب — بر مبنای جزوات و منابع آموزشی جدید— که در آزمون‌های سال‌های اخیر بیشتر مورد توجه طراحان سوال قرار گرفته است.
- یقیناً کتاب حاضر با وجود ویرایش‌های انجام گرفته خالی از اشکال نمی باشد که امید است با کمک خوانندگان گرامی این مشکلات رفع شده و سطح علمی کتاب افزایش یابد. آرزو مندیم کتاب حاضر با افزایش بار علمی بیش از پیش مورد استقبال دانشجویان نقشه برداری در سراسر کشور قرار گیرد.

موفق و پیروز باشید

مریم ملکی

محمدعلی برومند

امید کاظمی‌زاده

فهرست مطالب

فصل اول / ژئودزی (۱).....	۷
فصل دوم / ژئودزی (۲).....	۳۱
فصل سوم / فیزیکال ژئودزی.....	۶۹
فصل چهارم / نجوم ژئودزی.....	۱۰۱
فصل پنجم / ژئودزی ماهواره‌ای.....	۱۱۷
فصل ششم / فتوگرامتری (۱).....	۱۵۵
فصل هفتم / فتوگرامتری (۲).....	۱۷۷
فصل هشتم / فتوگرامتری (۳).....	۱۹۹
فصل نهم / فتوگرامتری (۴).....	۲۲۷
فصل دهم / سرشکنی خطاها.....	۲۵۵
منابع و مآخذ.....	۲۷۹

کلیه حقوق چاپ و نشر این کتاب مطابق با قانون حقوق مؤلفان و مصنفان و هنرمندان مصوب سال ۱۳۴۸ و آیین‌نامه اجرایی آن مصوب ۱۳۵۰، برای ناشر محفوظ و منحصرأ متعلق به نشر نوآور است. لذا هر گونه استفاده از کل یا قسمتی از مطالب، اشکال، نمودارها، جداول، تصاویر این کتاب، در دیگر کتب، مجلات، نشریات، سایت‌ها و موارد دیگر، و نیز هر گونه استفاده از کل یا قسمتی از مطالب کتاب به هر شکل از قبیل هر نوع چاپ، فتوکپی، اسکن، تایپ از کتاب، تهیه پی دی اف از کتاب، عکس‌برداری از کتاب، نشر الکترونیکی، هر نوع انتشار به صورت اینترنتی، سی دی، دی وی دی، فیلم، فایل صوتی یا تصویری و غیره بدون اجازه کتبی از نشر نوآور ممنوع و غیرقانونی بوده و **شرعاً نیز حرام** است، و متخلفین تحت پیگرد قانونی و قضایی قرار می‌گیرند.

با توجه به اینکه هیچ کتابی از کتب نشر نوآور به صورت فایل ورد یا پی دی اف و موارد این چنین، توسط این انتشارات در هیچ سایت اینترنتی ارائه نشده است، لذا در صورتی که هر سایتی اقدام به تایپ، اسکن و یا موارد مشابه نماید و کل یا قسمتی از متن کتب نشر نوآور را در سایت خود قرار داده و یا اقدام به فروش آن نماید، توسط کارشناسان امور اینترنتی این انتشارات، که مسئولیت اداره سایت را به عهده دارند و به طور روزانه به بررسی محتوای سایت‌ها می‌پردازند، بررسی و در صورت مشخص شدن هر گونه تخلف، ضمن اینکه این کار از نظر قانونی غیرمجاز و از نظر شرعی نیز حرام می‌باشد، وکیل قانونی انتشارات از طریق وزارت فرهنگ و ارشاد اسلامی، پلیس فتا (پلیس رسیدگی به جرایم رایانه‌ای و اینترنتی) و نیز سایر مراجع قانونی، اقدام به مسدود نمودن سایت متخلف کرده و طی انجام مراحل قانونی و اقدامات قضایی، خاطیان را مورد پیگرد قانونی و قضایی قرار داده و کلیه خسارات وارده به این انتشارات و مؤلف از متخلف اخذ می‌گردد.

همچنین در صورتی که هر کتابفروشی، اقدام به تهیه کپی، جزوه، چاپ دیجیتال، چاپ ریسو، افست از کتب انتشارات نوآور نموده و اقدام به فروش آن نماید، ضمن اطلاع‌رسانی تخلفات کتابفروشی مزبور به سایر همکاران و مؤذنین محترم، از طریق وزارت فرهنگ و ارشاد اسلامی، اتحادیه ناشران، و انجمن ناشران دانشگاهی و نیز مراجع قانونی و قضایی اقدام به استیفای حقوق خود از کتابفروشی متخلف می‌نماید.

خرید، فروش، تهیه، استفاده و مطالعه از روی نسخه غیراصل کتاب، از نظر قانونی غیرمجاز، و شرعاً نیز حرام است.

انتشارات نوآور از خوانندگان گرامی خود درخواست دارد که در صورت مشاهده هر گونه تخلف از قبیل موارد فوق، مراتب را با از طریق تلفن‌های انتشارات نوآور به شماره‌های ۰۲۱ ۶۶۴۸۴۱۹۱-۲ و ۰۹۱۲۳۰۷۶۷۴۸ و یا از طریق ایمیل انتشارات به آدرس info@noavarpub.com و یا از طریق منوی تماس با ما در سایت www.noavarpub.com به این انتشارات ابلاغ نمایند، تا از تضييع حقوق ناشر، پدیدآورنده و نیز خود خوانندگان محترم جلوگیری به عمل آید، و نیز به عنوان تشکر و قدردانی، از کتب انتشارات نوآور نیز هدیه دریافت نمایند.



فصل اول

ژئودزی (۱)

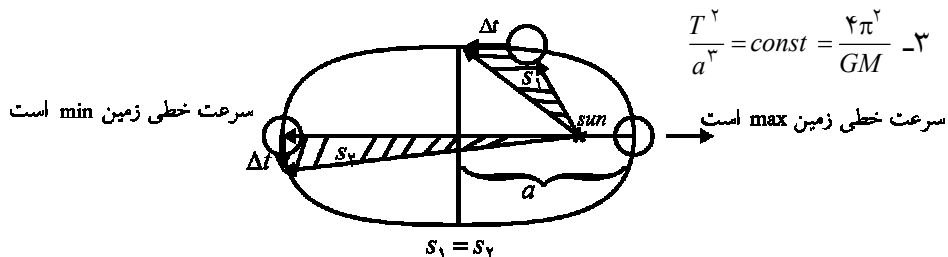
- ◀ برای تشریح حرکت سالیانه‌ی زمین لازم است اجرام سماوی به شکل نقاط کوچک مادی فرض شوند.
- ◀ برای تشریح حرکت روزانه‌ی زمین و حرکت‌های ناشی از آن لازم است زمین به شکل یک جسم وزین بزرگ ژيروسکوپ در نظر گرفته شود.
- ◀ میدان جاذبه‌ی زمین یک میدان برداری است که با عواملی مانند جزر و مد می‌تواند جهت و مقدار آن تغییر کند.
- ◀ پوسته‌ی زمین در اثر جزر و مد حدود ۴۸cm بالا و پایین می‌رود.

◀ حرکات مربوط به زمین

- ◀ حرکت کهکشان راه شیری
- ◀ حرکت منظومه‌ی شمسی
- ◀ حرکت زمین به دور خورشید
- ◀ حرکت زمین به دور خودش

◀ قوانین کپلر

- حرکت زمین به دور خورشید عامل ایجاد فصل‌های مختلف است و در آن قوانین کپلر که به شرح زیر است مورد بحث قرار می‌گیرد:
- ۱- مسیر حرکت یک بیضی است که جسم جذب کننده در یکی از کانون‌های آن قرار دارد.
 - ۲- سرعت سطحی بردار وضعیّت جسم دوران کننده ثابت است که در این صورت سرعت خطی جسم باید متغیر باشد.



فصل اول: ژئودزی (۱) / ۹

◀ قوانین کیپلر به شرطی صادق است که به سیستم هیچ نیروی خارجی وارد نشود.

◀ از قانون اول کیلر در پیرتاب ماهواره‌ها استفاده می‌شود.

◀ بنابه قانون دوم کپلر سرعت خطی زمین در مسیرش وقتی نزدیک به خورشید باشد، بیشتر از جاهای دیگر است.

◀ از قانون سوم کیپلر برای جبران عقب یا جلو افتادگی ماهواره استفاده می‌شود.

◀ نزدیک‌ترین نقطه‌ی مسیر حرکت زمین به خورشید، نقطه‌ی حضیض (*perihelion*) است که در یک انتهای قطر ا طول مسیر قرار دارد.

◀ دورترین نقطه‌ی مسیر نقطه‌ی اوج (*aphelion*) نام دارد.

◀ زمین در روز سوّم ژانویه به حضيض و در روز سوّم جولای به نقطه‌ی اوج در مسیرش می‌رسد.

➡ در عمل به علت وجود نیروهای خارجی دیگر، قانون اول کپلر برقرار نیست و در نتیجه حرکت زمین یا ماهواره یک بیضی نمی‌باشد.

این نیروها مانند نیروی ماه و سایر ستارگان بر زمین وارد می‌شوند و مسیر حرکت آن را دچار اعوجاج می‌کنند.

◀ صفحه‌ی اکلیتیگ: صفحه‌ای که زمین روی آن به دور خورشید می‌گردد.

← با صفحه‌ی استوا زاویه‌ی $23\frac{1}{2}^\circ$ می‌سازد.

← خطّ Vernal: خطّ حاصل از برخورد صفحه‌ی استوا با صفحه‌ی اقلیتی

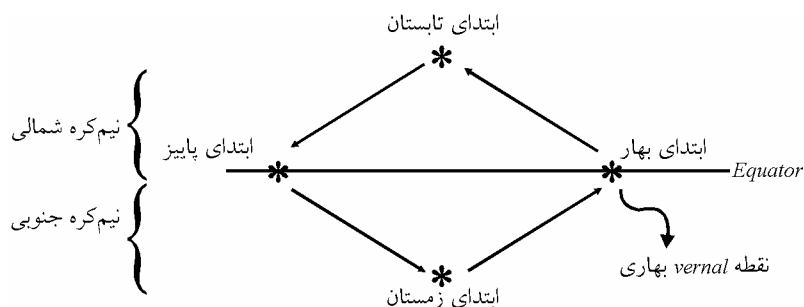
← علت پیدایش فصل‌های مختلف

◀ دوری و نزدیکی زمین به خورشید بی تأثیر است.

◀ زاویه‌ای که محور دوران با صفحه‌ی اکلیپتیک می‌سازد در طول حرکت زمین همواره

ثابت است. پس شدت نور خورشید که به زمین می‌خورد متغیر خواهد بود.

◀ خنک‌تر بودن بهار از تابستان به دلیل از دست رفتن انرژی زمین در زمستان است.



◀ نقطه‌ی *Vernal* بهاری را نقطه‌ی گاما گویند. این نقطه ثابت‌ترین نقطه در جهان

۱۰ / مجموعه کامل نکات طبقه‌بندی شده ژئوماتیک

است که حرکت آن بسیار جزئی است.

◀ نقطه‌ی ورنال هر سال حدود $۰/۰۱۴$ درجه یا $۵۰/۳$ ثانیه حرکت دارد.

◀ میل محور دوران زمین نسبت به اکلپتیک تقریباً ثابت بوده و برابر با $۶۶/۵$ درجه است.

◀ اگر محور زمین زاویه‌ی $\varepsilon = ۲۳/۵$ را نداشت یعنی عمود بر اکلپتیک بود، طول شب و روز در همه جا برابر بود.

◀ در دو نقطه این اتفاق می‌افتد که یکی از آن‌ها *vernal* بهاری است. تاریخ رسیدن زمین به این نقاط را *equinoxes* می‌نامند.

◀ **روز خورشیدی:** دو عبور متوالی یک نصف‌النهار از خورشید

◀ **روز نجومی:** دو عبور متوالی یک نصف‌النهار از یک ستاره

◀ زمین در یک دور گردش خود به دور خورشید $۳۶۶/۲۵۶۴$ دوران نسبت به ستاره‌ها (روز نجومی) و $۳۶۵/۲۵۶۴$ دوران نسبت به خورشید (روز خورشیدی) انجام می‌دهد.

◀ تفاوت این دو روز در مبدأ است، روز نجومی حدود ۴ دقیقه از روز خورشیدی کوتاه‌تر است.

◀ حرکت *Precession*

◀ **علت:** وجود جفت نیروی غیر هم‌راستا از طرف خورشید بر دو نیمکره‌ی زمین باعث ایجاد گشتاور می‌شود و حرکت محوری ایجاد می‌کند.

◀ یک مخروط تشکیل می‌دهد که رأس آن مرکز جرم زمین، محور تقارن آن خط عمود بر *Eciliptic* و زاویه‌ی رأس آن ۴۷° است.

◀ پریود این حرکت ۲۶۰۰۰ سال

است که به آن سال *Platonic*

گویند.

◀ **اثر حرکت:** جابه‌جایی محور دوران

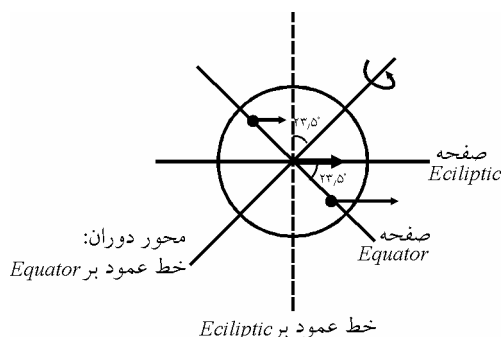
جابه‌جایی صفحه‌ی استوا جابه

جایی خط‌ اعتدالین تغییر مختصات

نقطه‌ی *Vernal*

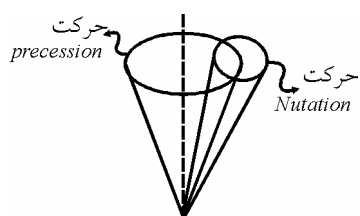
◀ **حذف اثر:** مختصات یک جسم

سماوی بر حسب زمان بیان می‌شود.



◀ اگر زمین کروی باشد یا محور دوران عمود بر اکلیپتیک باشد یا محور دوران روی اکلیپتیک قرار داشته باشد، گشتاور به وجود نمی آید و پرسشش نداریم.

◀ حرکت Nutation



◀ همان حرکت *precession* است البته از طرف ماه!

◀ زاویه‌ی صفحه‌ی اکلیپتیک با مدار ماه $5^{\circ}17'$ است.

◀ زاویه‌ی رأس مخروط ناشی از این حرکت $18/42''$ است.

◀ پریود حرکت $18/6$ سال است.

◀ علت آن چرخش مدار ماه حول محور دوران زمینی با سرعت $19/35$ درجه‌ی مکانی در سال می‌باشد.

◀ فصل مشترک صفحه‌ی مسیر ماه به دور زمین با صفحه‌ی اکلیپتیک به نام خط *Nodal* معروف است.

◀ این حرکت علاوه بر مخدوش ساختن مسیر حرکت زمین، باعث تغییرات کوچکی در پرسشش می‌شود.

◀ نوتیشن پاد ساعتگرد است و تأثیر آن روی ورنال خیلی کم است.

◀ با هیچ تکنیکی نمی‌توان نوتیشن و پرسشش را مستقیم اندازه گرفت و هر موقع نوتیشن هست، پرسشش هم هست.

◀ سیستم مختصات طبیعی زمین (NCS)

◀ مبدأ آن مرکز جرم است.

◀ محورهای آن منطبق بر محورهای ماکزیمم اینرسی است.

◀ ماتریس تانسور اینرسیال:

$$J = \begin{bmatrix} \int (y^2 + z^2) \sigma dv & \int xy \sigma dv & \int xz \sigma dv \\ \int (x^2 + z^2) \sigma dv & \int yz \sigma dv & \int (x^2 + y^2) \sigma dv \\ \int (x^2 + y^2) \sigma dv & \int (x^2 + z^2) \sigma dv & \int (y^2 + z^2) \sigma dv \end{bmatrix}$$

◀ اگر سیستم مختصات اختیار شده بر سیستم طبیعی منطبق باشد آنگاه:

$$J = \begin{bmatrix} I_{x \max} & 0 & 0 \\ 0 & I_{y \max} & 0 \\ 0 & 0 & I_{z \max} \end{bmatrix}$$

◀ مشکل سیستم *NCS* برای زمین:

◀ بی‌اطلاع بودن از وضعیت جرم زمین (σ)

◀ حرکت هسته‌ی زمین و وجود مواد مذاب داخل زمین

- ◀ تغییرات سیستم NCS طبق معادله دیفرانسیل اولر $J\ddot{\omega} + \vec{\omega} \times J\vec{\omega} = 0$ انجام می‌شود.
- ◀ $\vec{\omega}$ برداری است که زمین حول آن دوران می‌کند.
- ◀ اگر توزیع جرم زمین تغییر نمی‌کرد محور ω روی Z_{NCS} منطبق می‌شد.
- ◀ چون زمین به دور خودش می‌چرخد توزیع جرمش بطور جانبی متقارن است.
- ◀ مؤلفه‌ی سوم بردار $\vec{\omega}$ روی محور Z_{NCS} همواره ثابت است.
- ◀ ω_1 و ω_2 (مؤلفه‌های اول و دوم بردار $\vec{\omega}$) حرکت هارمونیک ساده دارند و یک دایره را طی می‌کنند.
- ◀ مؤلفه‌ی ω_3 را عملاً مساوی قدر مطلق بردار $\vec{\omega}$ در نظر می‌گیرند.

◀ حرکت $Free\ Nutation$

- ◀ حرکت هارمونیک ساده‌ی W_1 و W_2 و طی کردن یک دایره دور محور Z_{NCS}
- ◀ عامل حرکت: تغییر توزیع جرم زمین
- ◀ حذف اثر: تعریف سیستم مختصات قراردادی با فرض کردن نقطه‌ی CIO
- ◀ از مشاهدات پرسش و نوشتن معلوم شده است، فشردگی دینامیکی زمین $((I_2 - I_1)/I_1)$ مساوی $1/305$ می‌باشد.

$$\text{◀ پریود اولر: (روز نجومی)} \quad T = 305 \rightarrow \mu = \frac{1}{305} \mu = \frac{I_{xx} - I_{zz}}{I_{xx}} \mu$$

- ◀ در عمل حرکت $Free\ Nutation$ مخروطی نیست بلکه یک حرکت مارپیچی است.
- ◀ بردار گریز از مرکز عمود بر محور دوران زمین است بنابراین با تغییر محور دوران، بردار گریز از مرکز تغییر و در نتیجه ثقل تغییر می‌کند که باعث تغییر عرض جغرافیایی نقاط (φ) میشود.
- ◀ پریود چندلر: با به دست آوردن عرض جغرافیایی نقاط با گذشت زمان پریود حرکت ۴۳۵ روز خورشیدی تخمین زده شده است.
- ◀ عدم انطباق محور Z_{NCS} و محور دوران زمین در قطب در حدود ۱۰-۵ متر است.
- ◀ هر جسم که داخل خودش دارای اصطکاک باشد، سرعتش میرا می‌گردد اما به دلیل زلزله و حرکات ناگهانی، این سرعت دوباره افزایش می‌یابد.

$$\frac{\text{پریود اولر (۱)}}{\text{پریود اولر (۲)}} = \frac{H_2 \times \omega_2}{H_1 \times \omega_1} = \frac{H_2 \times f_2}{H_1 \times f_1}$$

◀ تغییرات سرعت دوران زمین بر سه گونه می‌باشد:

۱- تغییرات فصلی

۲- تغییرات دائمی