



آزمون «۶ تیر ۹۹» دهم ریاضی

زنگنه چاپخانه

پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	
ولی برجی، محمد داورپناهی، مرتضی کاظم شیرودی، محمد کاظمی نصرآبادی، الهه مسیح خواه، خالد مشیرپناهی، فاطمه منصورخاکی، ولی اله نوروزی	عربی، زبان قرآن (۱)	عمومی
تیمور رحمتی، ساسان عزیزی نژاد، حمید مهدیان راد	زبان انگلیسی (۱)	
یاسین سپهر، طاهر دادستانی، جهانبخش نیکنام، علی شهبابی، فرنود فارسی جانی، کیان کریمی خراسانی، حمید علیزاده، نیما سلطانی	ریاضی (۱)	اختصاصی
رضا عباسی اصل، علی ساوجی، فرشاد فرامرزی، نوید مجیدی، رحمت عین علیان، محمد ابراهیم گیتی زاده، داریوش ناظمی، سعید جعفری کافی آباد	هندسه (۱)	

گروه علمی

نام درس	عربی، زبان قرآن (۱)	زبان انگلیسی (۱)	ریاضی (۱)	هندسه (۱)
گزینشگر	فاطمه منصورخاکی	سپیده عرب	عادل حسینی	امیر حسین ابومحسوب
مسئول درس	مهدی نیکزاد	سپیده عرب	عادل حسینی	امیر حسین ابومحسوب
گروه ویراستاری	حسام حاج مؤمن محمد علی مرتضوی	رحمت اله استیری محدثه مرآتی	مرضیه گودرزی علی ارجمند	عادل حسینی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	اختصاصی (محمد اکبری)، عمومی (الهام محمدی)
مسئول دفترچه	اختصاصی (عادل حسینی)، عمومی (معصومه شاعری)
گروه مستندسازی	مدیر گروه (فاطمه رسولی نسب)، مسئول دفترچه اختصاصی (آنته اسفندیاری)، مسئول دفترچه عمومی (فریبا رونوفی)
حروف نگار و صفحه آرا	حسن خرم جو - ندا اشرفی - زهرا تاجیک
ناظر چاپ	سوران نعیمی، علیرضا سعدآبادی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

عربی، زبان قرآن ۱

۱- گزینه «۱»

(مرتضی کاظم شیروی)

«هدانا»: ما را هدایت کرد (رد گزینه ۳) / «هَاتِنَا لِنَهْتَدِي»: راه نمی‌یافتیم، هدایت نمی‌شدیم (رد گزینه ۲) / «لَوْلَا أَنْ هَدَانَا اللَّهُ»: اگر خدا ما را هدایت نکرده بود (رد گزینه ۴) (ترجمه)

۲- گزینه «۲»

(ولی برقی - ابهر)

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: وارد کرد
گزینه «۳»: این سازمان
گزینه «۴»: آمد

(ترجمه)

۳- گزینه «۴»

(ولی برقی - ابهر)

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: دلفین‌ها (معرفه نباید باشد)
گزینه «۲»: می‌دیدم
گزینه «۳»: فیلمی دیدم

(ترجمه)

۴- گزینه «۲»

(ولی اله نوروزی)

کلمه «إعصار» مفرد و به معنای «گردباد» و کلمه «الأسماك» جمع مکسر و به معنای «ماهی‌ها» می‌باشد.

(ترجمه)

۵- گزینه «۱»

(فاطمه منصورفالی)

«در بهار»: فی الربیع / «درختان دارای میوه هستند»: للأشجار ثمرَةٌ / «شاخه‌هایشان»: غصونها، اغصانها / «تروتازه است»: نضرة / «چه زیباست»: ما أجمل / «باغها»: الحدائق / «طبیعت»: الطبیعة

(ترجمه)

ترجمه درک مطلب:

سیاره زمین سومین سیاره منظومه شمسی است از سمت خورشید بعد از عطارد و زهره، و تا به الان تنها سیاره‌ای است که از حیات انسان‌ها پشتیبانی می‌کند. پس بر روی آن انواع مختلف موجودات زنده زندگی می‌کنند برای ایجاد شرایط مناسب برای زندگی او. به این دلیل که درجه حرارتی که از خورشید به آن می‌رسد به دلیل فاصله مناسب متعادل است، همان‌طور که آب یافت می‌شود که به رشد گیاهان کمک می‌کند و اکسیژن ضروری برای تنفس موجودات زنده و حمایت می‌کند؛ محافظ جوی از سطح زمین در مقابل اشعه مضر خورشید که از خورشید می‌آید و کمک می‌کند به توزیع درجه حرارت بر روی سطح زمین و به آسمان رنگ آبی زیبا در طول روز می‌دهد. مسافت بین طبقه اول محافظ جوی و سطح زمین ۱۵ کیلومتر است تقریباً. بین آخرین طبقه جوی و سطح زمین ۴۰۰ کیلومتر فاصله است تقریباً.

۶- گزینه «۳»

(الله مسیح فواه)

فقط اکسیژن در متن گفته شده است نه گازهای مختلف!

(درک مطلب)

۷- گزینه «۲»

(الله مسیح فواه)

«ستکون» غلط است چون شاید در آینده سیاره‌های دیگر قابلیت زندگی پیدا کنند (در متن گفته شده است: حتی الان)

(درک مطلب)

۸- گزینه «۴»

(الله مسیح فواه)

دلیلی درباره عدم حیات در سیارات دیگر در متن موجود نیست.

(درک مطلب)

۹- گزینه «۳»

(الله مسیح فواه)

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: در این گزینه «بزیاده حرف واحد» نادرست است.
گزینه «۲»: در این گزینه ثلاثی مزید نادرست است.
گزینه «۴»: در این گزینه «للمخاطب، مفعوله (المیاه)» نادرست است.

(تعلیل صرفی و محل اعرابی)

۱۰- گزینه «۲»

(الله مسیح فواه)

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: اسم فاعل من فعل مجرد نادرست است.
گزینه «۳»: معرفه نادرست است.
گزینه «۴»: اسم مفعول نادرست است.

(تعلیل صرفی و محل اعرابی)

۱۱- گزینه «۴»

(فاطمه منصورفالی)

در این گزینه، «مرسل» اسم فاعل است و باید به صورت «مُرْسِلٌ» باشد (فرستنده نام در جایی دور زندگی می‌کند).

(فبیط حرکات)

۱۲- گزینه «۴»

(فاطمه مشیرپناهی - دهلان)

در گزینه «۴» آمده است: «جایی برای پرواز هواپیماها = تایر (چهارچوب)» که نادرست است، چرا که توضیح داده شده مربوط به «مطار: فرودگاه» است.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: «بیماری‌ای که به سر مرتبط است = سردرد»
گزینه «۲»: «جسمی برای برخی بازی‌های ورزشی = توپ»
گزینه «۳»: «بیماری‌ای که به بینی مرتبط است = سرماخوردگی»

(مفهوم)

۱۳- گزینه «۲»

(مرتضی کاظم شیروی)

توضیح: «أنت» برای تاکید فعل است. ترجمه عبارت چنین است: «ای آدم فقط تو و همسرت وارد بهشت شوید!»

(انواع جملات)

۱۴- گزینه «۴»

(مهمم داویناهی - بیژور)

سوال خواسته فعل مجهول مشخص کنید. فعل مجهول معنی «شد، می‌شود» دارد و مفعول ندارد. در گزینه «۴»، «تقدم» فعل مجهول و به معنای «تقدیم می‌شود» است.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: سلب: سلب کردند
گزینه «۲»: یشاهد: مشاهده می‌کنند/ غرسوا: کاشتند
گزینه «۳»: کان قد اکتسبوا: بدست آورده بودند.

(انواع جملات)

۱۵- گزینه «۱»

(مهمم علی کاظمی نصرآباری - کاشان)

در این گزینه (علی، فی، إلی) حرف جر هستند.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۲»: (علی) حرف جر است.
گزینه «۳»: حرف جری وجود ندارد.
گزینه «۴»: (فی، فی) حرف جر هستند.

(انواع جملات)



زبان انگلیسی ۱

۱۶- گزینه «۴»

(ساسان عزیزنی نژاد)

ترجمه جمله: «آن رستوران همیشه پر از آدم است، پس (در نتیجه) آن باید رستوران خیلی خوبی باشد.»

نکته مهم درسی

یکی از کاربردهای فعل وجهی "must" برای استنباط و نتیجه‌گیری می‌باشد.

(گرامر)

۱۷- گزینه «۲»

(ساسان عزیزنی نژاد)

ترجمه جمله: «لورست بلندترین کوه در جهان است. آن، بلندتر از هر کوه دیگری است.»

نکته مهم درسی

بعد از صفات برترین، برای مکان‌های مفرد از حرف اضافه "in" یا "of" استفاده می‌کنیم. با توجه به بافت جمله داده شده، در جای خالی دوم از صفت برتر استفاده می‌کنیم. گزینه «۴» ترکیب غلطی است.

(گرامر)

۱۸- گزینه «۳»

(ساسان عزیزنی نژاد)

ترجمه جمله: «من و مادرم داشتیم در خیابان قدم می‌زدیم که ناگهان صدای گام‌ها را پشت سرمان شنیدیم.»

نکته مهم درسی

گذشته ساده (were walking)+when+(heard) گذشته استمراری چون فاعل جمله (My mother and I) جمع است، از فعل کمکی "were" در گذشته استمراری استفاده می‌کنیم (رد گزینه «۱»).

(گرامر)

۱۹- گزینه «۴»

(ممید مهریان‌راد)

ترجمه جمله: «آن تخت‌خواب برای آن پیرزن آن قدر سنگین بود که نمی‌توانست تکانش دهد. بنابراین، لیزا به او کمک کرد آن را به داخل خانه حمل کند.»

۱) اهمیت دادن

۲) جمع‌آوری کردن

۳) مقایسه کردن

۴) حمل کردن (واژگان)

۲۰- گزینه «۳»

(ممید مهریان‌راد)

ترجمه جمله: «در هفت دسامبر، بازیگر مشهور آمریکایی، هری مورگان، در سن ۹۶ سالگی در شهر لس‌آنجلس به‌آرامی در خواب فوت کرد.»

۱) در آوردن [لباس]، برخاستن [هواپیما] باور داشتن به

۲) فوت کردن

۳) فوت کردن

۴) دست کشیدن (واژگان)

۲۱- گزینه «۲»

(ممید مهریان‌راد)

ترجمه جمله: «مراسم قرار است در روستایی کوهستانی در شمال ایتالیا برگزار شود، بنابراین خیلی برای کودکان و افرادی که از صندلی چرخدار استفاده می‌کنند مناسب نخواهد بود.»

۱) قابل‌حل

۲) مناسب

۳) میهمان‌نواز

۴) قابل‌تعویض (واژگان)

۲۲- گزینه «۲»

(ممید مهریان‌راد)

۱) علامت

۲) کلید

۳) موفقیت

۴) لامپ

(کلوزتست)

۲۳- گزینه «۳»

(ممید مهریان‌راد)

نکته مهم درسی

برای اشاره به تداوم عملی در زمان گذشته از ساختار گذشته استمراری استفاده می‌کنیم. این زمان از ترکیب «was/were + verb + ing» ساخته می‌شود.

(کلوزتست)

۲۴- گزینه «۱»

(ممید مهریان‌راد)

۱) اختراع

۲) مقصد

۳) جاذبه

۴) تعطیلی

(کلوزتست)

۲۵- گزینه «۲»

(ممید مهریان‌راد)

نکته مهم درسی

حرف اضافه واژه "research" به معنای «تحقیق»، «on» می‌باشد.

(کلوزتست)

۲۶- گزینه «۴»

(ممید مهریان‌راد)

۱) اداره

۲) بیابان

۳) بهشت

۴) آزمایشگاه

(کلوزتست)

۲۷- گزینه «۱»

(تیمور رممتی)

ترجمه جمله: «در متن، تاریخ همه موارد زیر را می‌توانیم ببابیم، به‌غیر از زمانی که

میچل نوشتن رمانش را آغاز کرد.»

(درک مطلب)

۲۸- گزینه «۲»

(تیمور رممتی)

ترجمه جمله: «تزدیک‌ترین کلمه از نظر معنایی به کلمه "vivid" در خط «۱۰»،

"clear" (روشن، واضح) است.»

(درک مطلب)

۲۹- گزینه «۳»

(تیمور رممتی)

ترجمه جمله: «کدام‌یک از موارد زیر یک عامل مهم در موفقیت بزرگ رمان میچل بود؟»

«خلاقیت میچل»

(درک مطلب)

۳۰- گزینه «۴»

(تیمور رممتی)

ترجمه جمله: «طبق متن، کدام‌یک از جملات زیر درست است؟»

«بر باد رفته داستان بسیار جالبی است، اگرچه درباره وقایعی است که در گذشته

اتفاق افتاده‌اند.»

(درک مطلب)



ریاضی ۱

گزینه «۲» - ۳۱

(یاسین سپهر)

$$t_1 = t_p + ۳۲ \Rightarrow t_1 - t_p = t_1 - t_1 r^2 = t_1 (1 - r^2) = ۳۲$$

$$t_1 + t_p + t_r = ۸ \Rightarrow t_1 + t_1 r + t_1 r^2 = ۸$$

$$\Rightarrow t_1 (1 + r + r^2) = ۸$$

$$\Rightarrow \frac{t_1 (1 - r^2)}{t_1 (1 + r + r^2)} = \frac{۳۲}{۸} \Rightarrow \frac{(1 - r)(1 + r + r^2)}{(1 + r + r^2)} = ۴$$

$$\Rightarrow 1 - r = ۴ \Rightarrow r = -۳$$

گزینه «۳» - ۳۲

(طاهر راستانی)

$$\tan x + \cot x = \tan x + \frac{1}{\tan x} = ۲ \Rightarrow \tan x = \cot x = ۱$$

$$x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} \sin x + ۳ \cot x = ۱ + ۳ = ۴$$

گزینه «۳» - ۳۳

(جوانبش نیکنام)

$$A = \frac{(\sqrt{2})^2 + ۳^2}{\sqrt{2} + ۳} + ۳\sqrt{2} = \frac{(\sqrt{2} + ۳)(\sqrt{2} - ۳\sqrt{2} + ۹)}{(\sqrt{2} + ۳)} + ۳\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow A = ۱۱ \Rightarrow (A + ۱)^{\frac{1}{2}} = ۱۲^{\frac{1}{2}} = \sqrt{۱۲} = ۲\sqrt{۳}$$

گزینه «۲» - ۳۴

(علی شهرابی)

$$۴^x + ۴^{-x} = ۱۰ \Rightarrow ۴^x + ۴^{-x} + ۲ = ۱۲ \Rightarrow (۲^x + ۲^{-x})^2 = ۱۲$$

$$\Rightarrow ۲^x + ۲^{-x} = ۲\sqrt{۳}$$

با استفاده از اتحاد چاق و لاغر داریم:

$$۸^x + ۸^{-x} = (۲^x + ۲^{-x})(۴^x - ۱ + ۴^{-x}) = ۲\sqrt{۳}(۱۰ - ۱) = ۱۸\sqrt{۳}$$

گزینه «۳» - ۳۵

(جوانبش نیکنام)

فرض کنیم نمودار f را به اندازه a واحد در راستای محور x ها انتقال

بدهیم تا نمودار تابع جدید بر نمودار g مماس شود، در این صورت معادله

$$f(x + a) = g(x)$$

دارای جواب مضاعف است.

$$-۲(x + a) = ۴x^2 + ۱۰x + ۳ \Rightarrow ۴x^2 + ۱۲x + ۳ + ۲a = ۰$$

$$\xrightarrow{\Delta=۰} \Delta = ۱۲^2 - ۴(۴)(۳ + ۲a) = ۴(۲۴ - ۸a) = ۰ \Rightarrow a = ۳$$

گزینه «۳» - ۳۶

(فرنور فارسی جانی)

نمودار تابع f(x)، یک سهمی است که مختصات رأس آن $\begin{pmatrix} b \\ ۲a \\ \Delta \\ ۴a \end{pmatrix}$ است، S

بیشترین مقدار تابع در رأس سهمی اتفاق می افتد. پس عرض رأس سهمی

یعنی $-\frac{\Delta}{۴a}$ باید برابر ۳ باشد.

$$\Delta = ۴ - ۴(a)(-a + ۱) = ۴ + ۴a^2 - ۴a$$

$$\Rightarrow \frac{-\Delta}{۴a} = -\frac{۴ + ۴a^2 - ۴a}{۴a} = -a + ۱ - \frac{1}{a}$$

$$\frac{-\Delta}{۴a} = ۳ \Rightarrow -a + ۱ - \frac{1}{a} = ۳ \Rightarrow -a^2 - ۱ = ۲a \Rightarrow a^2 + ۲a + ۱ = ۰$$

$$\Rightarrow a = -۱$$

گزینه «۲» - ۳۷

(کیان کریمی شراسانی)

$$x^2 - ۵x^2 \leq x - ۵ \Rightarrow x^2(x - ۵) \leq x - ۵ \Rightarrow x^2(x - ۵) - (x - ۵) \leq ۰$$

$$\Rightarrow (x^2 - ۱)(x - ۵) \leq ۰ \Rightarrow (x - ۱)(x + ۱)(x - ۵) \leq ۰$$

x	-۱	۱	۵
$\frac{x}{(x-1)(x+1)(x-5)}$	-	+	-

$$\Rightarrow x \in (-\infty, -۱] \cup [۱, ۵] \xrightarrow{x \in \mathbb{N}} x = ۱, ۲, ۳, ۴, ۵$$

گزینه «۱» - ۳۸

(عمید علیزاده)

شرط تابع بودن $(۰, ۲), (۰, a + b) \in f \rightarrow a + b = ۲$

شرط تابع بودن $(-۱, ab), (-۱, -۲) \in f \rightarrow ab = -۳$

$$\xrightarrow{b=۲-a} a(۲-a) = -۳ \Rightarrow a^2 - ۲a - ۳ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} a = -۱ \\ a = ۳ \end{cases}$$



از طرفی بنا به قضیه نامساوی مثلثی داریم:

$$a < b + b \Rightarrow a < 2b \xrightarrow{+a} a + a < \underbrace{a + 2b}_{16}$$

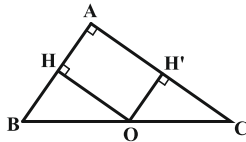
$$\Rightarrow a < 8 \xrightarrow{a > 0} 0 < a < 8$$

پس مقادیر صحیح ممکن برای a عبارتند از: ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28 \quad \text{و در نتیجه:}$$

۴۲- گزینه «۱» (علی ساویبی)

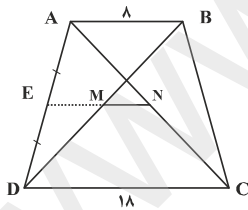
توجه کنید که در مثلث قائم‌الزاویه، نقطهٔ هم‌رسی عمودمنصف‌ها (نقطه‌ای که از سه رأس مثلث به یک فاصله است) وسط وتر است. چهارضلعی $OHAH'$ مستطیل است، زیرا سه زاویهٔ قائمه دارد. حال داریم:



$$S_{OHAH'} = AH \cdot AH' = \frac{1}{2} AB \times \frac{1}{2} AC$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} AB \times AC \right) = \frac{1}{2} S_{ABC}$$

۴۳- گزینه «۲» (رضا عباسی اصل)



فرض کنیم M و N ، وسط قطرهای دوزنقه باشند. امتداد MN ، ساق‌های دوزنقه را در وسط آنها قطع می‌کند و داریم:

$$\triangle ADC: EN \parallel DC \Rightarrow \frac{AE}{AD} = \frac{EN}{DC} \Rightarrow EN = 9$$

$$\triangle ADB: EM \parallel AB \Rightarrow \frac{DE}{AD} = \frac{EM}{AB} \Rightarrow EM = 4$$

$$MN = 9 - 4 = 5 \quad \text{و در نتیجه،}$$

۴۴- گزینه «۲» (رضا عباسی اصل)

$$\triangle BHC: HC^2 = (2\sqrt{13})^2 - 6^2 = 16 \Rightarrow HC = 4 \quad \text{داریم:}$$

$$\Rightarrow b = 2 - a \begin{cases} a = -1 \rightarrow b = 3 \\ a = 3 \rightarrow b = -1 \end{cases}$$

$$\bullet a = -1, b = 3$$

$$\Rightarrow f = \{(-1, -3), (0, 2), (-1, 4), (-1, -3), (0, 2)\} \quad \text{تابع نیست:}$$

$$\bullet a = 3, b = -1$$

$$\Rightarrow f = \{(-1, -3), (0, 2), (3, 4), (-1, -3), (0, 2)\} \quad \text{تابع است:}$$

$$\Rightarrow a - b = 3 - (-1) = 4$$

۳۹- گزینه «۴» (نیما سلطانی)

در حالت کلی $5 + 6$ شیء داریم که جایگشت آن‌ها برابر است با:

$$n(S) = (6+5)! = 11!$$

برای محاسبهٔ تعداد حالات مطلوب ابتدا کتاب‌های ریاضی را جایگشت می‌دهیم که می‌شود $6!$. در طرفین کتاب‌های ریاضی و نیز ما بین آن‌ها در مجموع 7 جای خالی ایجاد می‌شود که از بین آن‌ها 5 جای خالی انتخاب کرده و کتاب‌های شیمی را به $5!$ جایگشت در آن‌ها قرار می‌دهیم. در این صورت قطعاً هیچ دو کتاب شیمی‌ای در کنار هم قرار نخواهند گرفت. داریم:

$$\text{تعداد حالات مطلوب} = 6! \times \binom{7}{5} \times 5! = 6! \times 5! \times 21$$

$$\Rightarrow P = \frac{6! \times 5! \times 21}{11!} = \frac{5! \times 21}{11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 21}{11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7} = \frac{1}{22}$$

۴۰- گزینه «۱» (کتاب پرنکرار)

- A: پیشامد قبولی در درس ریاضی:
- B: پیشامد قبولی در درس فیزیک:

$A \cup B$: پیشامد آن که حداقل در یکی از دروس قبول شود.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{P(B) = 0/7 \text{ و } P(A) = 0/65}{P(A \cap B) = 0/45} \rightarrow P(A \cup B) = 0/65 + 0/7 - 0/45 = 0/9$$

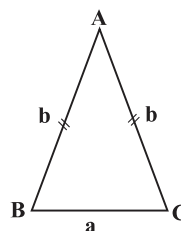
هندسه ۱

۴۱- گزینه «۱» (رضا عباسی اصل)

مطابق شکل اگر طول‌های قاعده و ساق را به ترتیب با a و b نمایش دهیم،

آنگاه داریم:

$$a + b + b = 16 \Rightarrow a + 2b = 16$$





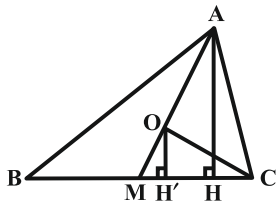
$$\frac{\sqrt{3}}{2}a = 6 \Rightarrow a = 4\sqrt{3}$$

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (4\sqrt{3})^2 = 12\sqrt{3}$$

۴۸- گزینه «۴» (ممدابراهیم کیتی زاده)

O نقطه هم‌مرسی میانه‌های مثلث ABC، هر میانه را به نسبت ۱ به ۲

تقسیم می‌کند، یعنی $\frac{OM}{AM} = \frac{1}{3}$. اگر ارتفاع مثلث ABC و OH' ارتفاع مثلث OMC باشد:



$$\triangle AMH : OH' \parallel AH \Rightarrow \frac{OH'}{AH} = \frac{OM}{AM} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow OH' = \frac{1}{3}AH, MC = \frac{1}{2}BC$$

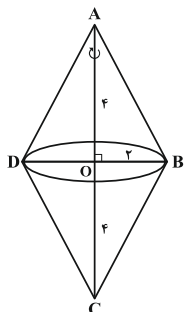
$$S_{OMC} = \frac{1}{2}MC \cdot OH'$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}BC \times \frac{1}{3}AH \right) = \frac{1}{6} \left(\frac{1}{2}BC \cdot AH \right) = \frac{1}{6}S_{ABC}$$

۴۹- گزینه «۳» (داریوش ناظمی)

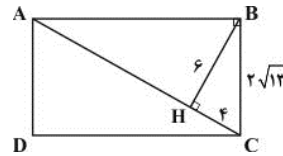
اگر دو صفحه متقاطع باشند، در صورتی هر دو بر صفحه‌ای عمودند که فصل مشترکشان بر آن صفحه عمود باشد.

۵۰- گزینه «۳» (سعید پعفری کاشی آبار)



مطابق شکل، از آن‌جا که در لوزی قطرهای یکدیگر را نصف می‌کنند، از دوران قطر بزرگ لوزی دو مخروط که شعاع قاعده هر کدام برابر $r = 2$ و ارتفاع هر کدام برابر $h = 4$ است، تشکیل می‌شود. در نتیجه حجم شکل حاصل برابر است با:

$$V = 2 \left(\frac{1}{3} \pi r^2 h \right) = 2 \left(\frac{1}{3} \pi (2)^2 \times (4) \right) = \frac{32}{3} \pi$$



بنابه روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:

$$BH^2 = CH \cdot AH \Rightarrow 36 = 4AH \Rightarrow AH = 9$$

$$\Rightarrow AC = 13$$

$$AB^2 = AH \cdot AC \Rightarrow AB^2 = 9 \times 13$$

$$\Rightarrow AB = 3\sqrt{13}$$

محیط مستطیل ABCD از رابطه زیر به دست می‌آید:

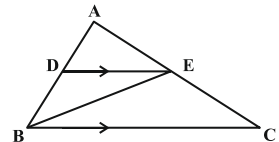
$$2(AB + BC) = 2(3\sqrt{13} + 2\sqrt{13}) = 10\sqrt{13}$$

۴۵- گزینه «۲» (فرشاد فرامرزی)

$$DE \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه}} \triangle ADE \sim \triangle ABC, k = \frac{AD}{AB} = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = k^2 = \frac{4}{25}$$

$$\Rightarrow S_{ADE} = \frac{4}{25} S_{ABC} \quad (1)$$



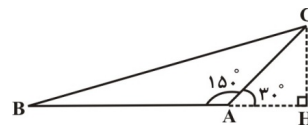
$$\left. \begin{aligned} \frac{S_{BEC}}{S_{ABE}} &= \frac{EC}{AE} \\ DE \parallel BC &\Rightarrow \frac{EC}{AE} = \frac{BD}{AD} = \frac{2}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{S_{BEC}}{S_{ABE}} = \frac{2}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{BEC}}{S_{ABC}} = \frac{2}{5} \Rightarrow S_{BEC} = \frac{2}{5} S_{ABC} \quad (2)$$

از (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{S_{ADE}}{S_{BEC}} = \frac{\frac{4}{25} S_{ABC}}{\frac{2}{5} S_{ABC}} = \frac{4}{15}$$

۴۶- گزینه «۱» (نوبیر مصیری)



فرض کنیم $AB = 12$ و $AC = 6$ باشد. CH ضلع روبه‌رو به زاویه 30° در مثلث قائم‌الزاویه است، پس داریم:

$$CH = \frac{1}{2} AC = 3$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CH = \frac{1}{2} \times 12 \times 3 = 18$$

۴۷- گزینه «۲» (رعمت عین‌علیان)

مجموع فواصل هر نقطه دلخواه درون مثلث متساوی‌الاضلاع (به ضلع a) از سه ضلع آن، با ارتفاع مثلث یعنی $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ برابر است. پس طبق فرض داریم: