



آزمون‌های سراسری گاج

گزینه دوسمرا انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۹۹-۱۳۹۸

دفترچه شماره ۳

آزمون شماره ۱۲

جمعه ۹۸/۰۹/۱۵

پاسخ‌های تشریحی

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۲۱۵	مدت پاسخگویی: ۲۳۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
			از	تا	
۱	فارسی	۲۵	۱	۲۵	۱۸ دقیقه
۲	زبان عربی	۲۵	۲۶	۵۰	۲۰ دقیقه
۳	دین و زندگی	۲۵	۵۱	۷۵	۱۷ دقیقه
۴	زبان انگلیسی	۲۵	۷۶	۱۰۰	۲۰ دقیقه
۵	حسابان ۲	۱۰	۱۰۱	۱۱۰	۸۵ دقیقه
	ریاضیات گسسته	۱۰	۱۱۱	۱۲۰	
	هندسه ۳	۱۰	۱۲۱	۱۳۰	
	ریاضی ۱	۵	۱۳۱	۱۳۵	
	حسابان ۱	۵	۱۳۶	۱۴۰	
	هندسه ۱	۵	۱۴۱	۱۴۵	
	آمار و احتمال	۱۰	۱۴۶	۱۵۵	
۶	فیزیک ۳	۲۵	۱۵۶	۱۸۰	۴۵ دقیقه
	فیزیک ۱	۱۰	۱۸۱	۱۹۰	
	فیزیک ۲	۱۰	۱۹۱	۲۰۰	
۷	شیمی ۳	۱۵	۲۰۱	۲۱۵	۲۵ دقیقه
	شیمی ۱	۱۰	۲۱۶	۲۲۵	
	شیمی ۲	۱۰	۲۲۶	۲۳۵	



آزمون‌های سراسر گاج

دروس	طراحان	ویراستاران علمی
فارسی	امیرنجات شجاعی مهدی نظری	اسماعیل محمدزاده مسیح گرجی - مریم نوری‌نیا
زبان عربی	بهروز حیدریکی	حسام حاج مؤمن - اردلان منصوری شاهو مرادیان - سید مهدی میرفتحی پریسا فیلو
دین و زندگی	مرتضی محسنی‌کبیر محمد رضایی‌بقا	بهاره سلیمی
زبان انگلیسی	امید یعقوبی‌فرد	مریم پارسائیان
ریاضیات	سیروس نصیری	حسابان (۱) و (۲) / ریاضی ۱
	سیروس نصیری	هندسه (۳)
	مفید ابراهیم‌پور	گسسته / هندسه (۱)
	بهرام غلامی	آمار و احتمال
فیزیک	ارسلان رحمانی امیررضا خونی‌ها	امیر بهشتی‌خو محمدامین داودآبادی مروارید شاه‌حسینی
شیمی	پویا الفتی	ایمان زارعی - امین بابازاده رضیه قربانی - امیرشهریار قربانیان



دفتر مرکزی تهران، خیابان انقلاب، بین چهارراه ولیعصر (عج) و خیابان فلسطین، شماره ۹۱۹

اطلاع‌رسانی و ثبت نام ۰۲۱-۶۴۲۰

نشانی اینترنتی www.gaj.ir



آماده‌سازی آزمون

مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعی

بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری

برنامه‌ریزی و هماهنگی: مریم جمشیدی عینی - مینا نظری

ویراستاران فنی: بهاره سلیمی - ساناز فلاحی - آمنه قلی‌زاده - مروارید شاه‌حسینی - مریم پارسائیان

سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی

صفحه‌آرا: فرهاد عبدی

طراح شکل: فاطمه میناسرشت

حروف‌نگاران: پگاه روزبهانی - زهرا نظری‌زاد - سارا محمودنسب - نرگس اسودی - الناز دارانی - مهناز کاظمی
فرزانه رجبی

امور چاپ: عباس جعفری



فارسی

۱ ۴ معنی درست واژه‌ها: مُتسراکم: روی هم جمع‌شده، بر هم نشیننده، انبوه / اِکرام: بزرگ داشتن، بخشش داشتن، احترام کردن / اشباح: جمع شَبَح، کالبدها، سایه‌ها، سیاهی‌هایی که از دور دیده می‌شود. / سامان: درخور، میسر، امکان / دمساز: مونس، هم‌راز، درآشنا

۲ ۳ معنی درست واژه‌ها: موجش: وحشت‌آور، ترسناک / خَلنگ: نام گیاهی است، علف جارو / لگام: افسار، دهنهٔ اسب / مُلازم: همراه (مُلازمان: همراهان) / جَلّاجِل: جمعِ جَلجل، زنگ‌ها، زنگوله‌ها

۳ ۲ معنی درست واژه در سایر گزینه‌ها:
(۱) تریاق: پادزهر، ضد زهر
(۳) گرزه: ویژگی نوعی مار سمّی و خطرناک
(۴) خلعت: جامه‌ای که بزرگی به کسی بخشد.

۴ ۲ املاي درست واژه‌ها:

محنت: رنج

منسوب: نامیده‌شده (منسوب: نصب‌شده)

سور: جشن (صور: اشکال)

۵ ۳ املاي درست واژه: فراغ: آسایش (فراق: دوری، جدایی)

۶ ۳ املاي درست واژه: گذاردن: رها کردن

۷ ۳ بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) ساقی: رب

(۴) صائب

۸ ۴ رخسار تو داغ بلبلان را تازه می‌سازد

نهار مفعول / مسنر فعل

۹ ۲ بررسی نقش دستورک واژه‌ها:

[تو] تلاش نام داری

نهار مفعول / فعل

[تو] چون نگین تین در سیاهی ده.

نهار متمم مفعول / متمم فعل

چون زمین ناقابل افتاد سعی دهقان چه سازد؟

نهار مسنر فعل

۱۰ ۱ ترکیب وصفی: من افکار / شربت تلخ / هیچ کس / هر که /

گرهی چند / این کار / هرچه / چه راه / هر قدر / دل افکار (۱۰ مورد)

ترکیب اضافی: بند ناصح / جنون من / بدخویی بیمار / کار جهان / صحبت من / درد طلب (۶ مورد)

۱۱ ۱ صائب: منادا

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) بی‌قراری من آن روز یکی هزار شد

نهار / مسنر فعل

۳ ای [کسی که] رخت شسته‌تر از دامن مهتاب بهار [است].

نهار مسنر / فعل

۴ معنی نازک ز لفظ برهنه‌تر گردد

نهار / مسنر فعل

۱۲ ۲ فیه‌ما‌فیه: مولوی / فی حقیقة العشق: شهاب‌الدین سهروردی /

سسمفونی پنجم جنوب: نزار قَبّانی / تمهیدات: عین‌القضات همدانی /

قصهٔ شیرین فرهاد: احمد عربلو / هفت پیکر: نظامی (۶ مورد)

۱۳ ۱ اسلوب معادله بیت (ب): زلف و خط / چهره او / ناتوانی از

پوشاندن = ته دامن شب‌ها / آتش / نمایان بودن

حسن تعلیل بیت (الف): دلیل قرار داشتن شراره آتش در سنگ، تأثیرپذیری از خوی بد معشوق است.

واج‌آرایی بیت (د): تکرار صامت «ن»، «س» و «ش»

استعاره بیت (ج): جان‌بخشی به آتش

تلمیح بیت (ه): اشاره به گلستان شدن آتش بر حضرت ابراهیم (ع)

۱۴ ۳ بررسی آرایه‌ها:

تشبیه: لب به می / می به گل

حس آمیزی: حرف تلخ (آمیختن دو حس شنوایی و چشایی)

تناقض: این که تلخی موجب گواراتر شدن شود.

ایهام تناسب: شور: ۱- هیجان (معنی موجود در بیت) ۲- نوعی مزه (معنی

نادرست، تناسب با تلخ و گوارا)

۱۵ ۲ بررسی آرایه‌ها در گزینه (۲): اغراق: فراوانی اشک /

تضاد: کوه ≠ کاه / جناس: کوه، کاه / تشبیه: کوه به کاه

۱۶ ۱ تشبیه: پردهٔ شب (اضافهٔ تشبیهی) / تناقض: —

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) استعاره: نسبت دادن فهمیدن به آینه / مراعات نظیر: طوطی، آینه، زبان و حرف / زبان، چشم

(۳) نغمهٔ حروف: تکرار مصوّت بلند «ا» و صامت‌های «ن» و «س» /

اسلوب معادله: زبان نبض / دست مسیحا / خوب یافتن = رگ جان سخن / سخن دان / دانستن

(۴) ایهام تناسب: قلب: ۱- تقلّبی (معنی موجود در بیت) ۲- عضو مرکزی دستگاه گردش خون، دل (معنی نادرست، تناسب با دل) / تلمیح: اشاره به روایت زندگی

حضرت یوسف (ع)

۱۷ ۲ مفهوم گزینه (۲): عجز انسان از درک و وصف خداوند

مفهوم مشترک عبارت سؤال و سایر گزینه‌ها: توصیه به نیکوکاری

۱۸ ۳ مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه (۳): عزّت و ذلت به

دست خداست.

مفهوم سایر گزینه‌ها:

(۱) خاکساری و بلاکشی عاشق

(۲) تقابل عشق و صبر

(۴) گله از ناکامی و روزگار ناموافق



زبان عربی

■ درست‌ترین و دقیق‌ترین جواب را در ترجمه یا تعریب یا مفهوم مشخص کن (۳۷ - ۲۶):

۲۶ ۳ ترجمه کلمات مهم: لذو فضل: دارای بخشش / أكثر الناس:

بیش تر مردم / لا يشكرون: سپاس‌گزاری نمی‌کنند، شکرگزاری نمی‌کنند

اشتباهات بارز سایر گزینه‌ها:

(۱) به (← بر)، بخشش می‌کند (← دارای بخشش است)، بیش ترشان (← بیش تر مردم)

(۲) بسیاری از مردم (← بیش تر مردم؛ «أكثر» اسم تفضیل است.)، سپاس‌گزار نیستند (← سپاس‌گزاری نمی‌کنند)

(۴) می‌باشد (← است؛ «یکون: می‌باشد»، «و» اضافی است. بسیاری از آن‌ها (← بیش تر مردم)، سپاس‌گزاری نکرده‌اند (← سپاس‌گزاری نمی‌کنند؛ «لا يشكرون» فعل مضارع منفی است.)

۲۷ ۲ ترجمه کلمات مهم: قُلْتُ: گفتم / استغفروا: طلب آموزش

کنید، آموزش بخواهید / غفّاراً: بسیار آمرزنده

اشتباهات بارز سایر گزینه‌ها:

(۱) گفته بودم (← گفتم؛ «قُلْتُ» فعل ماضی ساده است.)، آمرزنده (← بسیار آمرزنده؛ «غفّار» اسم مبالغه است.)

(۳) پروردگارتان (← پروردگارتان)، آموزش طلب کنند (← آموزش طلب کنید؛ «استغفروا» از صیغه «جمع مذکر مخاطب» است.)

(۴) گفته‌ام (← گفتم)، خدای خود (← پروردگارتان)، بسیار می‌آموزد (← بسیار آمرزنده؛ «غفّاراً» اسم است.)

۲۸ ۱ ترجمه کلمات مهم: قد تفتّش: گاهی جست‌وجو می‌شود /

عين: چشمه / الظلمات: تاریکی‌ها

اشتباهات بارز سایر گزینه‌ها:

(۲) چشمه‌ها (← چشمه؛ «عين» مفرد است.)، جست‌وجو شده است (← جست‌وجو می‌شود؛ «تفتّش» فعل مضارع است.)

(۳) شاید (← گاهی)، تاریکی (← تاریکی‌ها؛ «الظلمات» جمع است.)، جست‌وجو کنی (← جست‌وجو می‌شود؛ «تفتّش» فعل مضارع مجهول و از صیغه «مفرد مؤنث غایب» است.)

(۴) عدم ترجمه «گاهی»، تاریکی (← تاریکی‌ها)، جست‌وجو کرده‌ای (← گاهی جست‌وجو می‌شود)

۲۹ ۱ ترجمه کلمات مهم: لا أثر: هیچ اثری وجود ندارد (نیست) /

ذاق: چشیده است / الإیمان الحقيقي: ایمان واقعی

اشتباهات بارز سایر گزینه‌ها:

(۲) سخنان (← سخن؛ «كلام» مفرد است.)، حقیقت (← واقعی، حقیقی؛ «الحقيقي» صفت است.)، به او چشاندند (← چشیده است؛ «ذاق» معنای «چشید» می‌دهد و از صیغه «مفرد مذکر غایب» است.)

(۳) «هیچ» باید همراه «أثر» در ترجمه بیاید، ضمناً خود «أثر» ترجمه نشده است، جام (← از جام)

(۴) «حقیقتاً» اضافی است، ایمان (← ایمان واقعی)، «لا»ی نفی جنس در ترجمه لحاظ نشده است.

۱۹ ۴ مفهوم مشترک عبارت سؤال و گزینه (۴): هر کسی ظرفیت

و لیاقت عشق را ندارد.

مفهوم سایر گزینه‌ها:

- ۱) گدازندگی عشق حقیقی و تداوم دل‌بستگی به عشق مجازی
- ۲) درد عشق، درمان است. / لذت رنج عاشقی / رهایی حقیقی در گرفتاری عشق است. / عشق مایه ترک وجود مادی است.
- ۳) ضرورت وجود راهنما در راه عشق / عشق، خود، راهنمای عاشقان است.

۲۰ ۳ مفهوم مشترک عبارت سؤال و گزینه (۳): از خود بی‌خودی

عاشق هنگام وصال

مفهوم سایر گزینه‌ها:

- ۱) هر کسی ظرفیت و لیاقت عشق را ندارد.
- ۲) بی‌ارزش بودن انسان بی‌خبر از عشق
- ۴) بی‌اعتنایی معشوق به عاشق / هرکسی محرم راز عشق نیست.

۲۱ ۳ مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه (۳): مخاطب نیکو انگیزه

خوش‌سخنی سخن‌گوست.

مفهوم سایر گزینه‌ها:

- ۱) بالیدن به تأثیرگذاری عمیق سخن خود
- ۲) بالیدن به تأثیرگذاری عمیق سخن خود
- ۴) اظهار شگفتی از سخنوری مخاطب با وجود بی‌بهرگی او از سخن سخنوران

۲۲ ۱ مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه (۱): هر چیزی به‌جز معشوق،

بی‌ارزش و بی‌اعتبار است. / عشق تنها حقیقت ارزشمند در جهان هستی است.

مفهوم سایر گزینه‌ها:

- ۲) ناپایداری وجود انسان و جاودانگی عشق
- ۳) جاودانگی عشق
- ۴) طلب عنایت و توجه از معشوق

۲۳ ۴ مفهوم مشترک بیت سؤال و بیت‌های گزینه (۴): حال عاشق

را تنها عاشق درک می‌کند.

مفهوم سایر ابیات:

- الف) ضرورت تحمّل دشواری‌ها برای رسیدن به مقصود
- ج) تسلیم بودن عاشق در برابر معشوق
- د) توصیه به ترک تعلقات و پالایش درون

۲۴ ۴ مفهوم مشترک عبارت سؤال و گزینه (۴): تأکید بر معرفت

عملی، شناخت تجربی و حقیقی، و ناکافی بودن دریافت نظری

مفهوم سایر گزینه‌ها:

- ۱) تأثیرگذاری و جان‌بخش بودن سخن عارفان
- ۲) نکوهش عقل و فضیلت ظاهری / نفی وجود مادی موجب رهایی است.
- ۳) چیرگی عشق و پاک‌بازی و جان‌فشانی عاشق

۲۵ ۲ مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه (۲): ازلی بودن عشق

مفهوم سایر گزینه‌ها:

- ۱) توصیف مرحله انتقال از وادی نیستی به جهان هستی
- ۳) ناپایداری دنیا
- ۴) عاشق پیشگی



۳۵ ۴ اشتباهات بارز سایر گزینه‌ها:

- (۱) الأَطعمة (← طعام؛ «غذایی» مفرد و نکره است.)، لا یُذَکَر (← لم یُذَکَر؛ «برده نشده» ماضی منفی است: «لم + مضارع ← ماضی ساده یا نقلی منفی»)، فیها (← فیه)
 (۲) «هر» در تعریب نیامده است، الطعام (← طعام)، لم یُذَکَر (← لم یُذَکَر؛ «برده نشده» فعل مجهول است.)، له (← علیه)، البرکة (← برکة؛ «برکتی» نکره است.)
 (۳) الطعام (← طعام)، لا یُذَکَر (← لم یُذَکَر)، له (← علیه)، لا (← لیست)

۳۶ ۲ ترجمه عبارت سؤال: «هیچ چیزی اندازهٔ زبان، شایستهٔ زندانی شدن نیست.»

مفهوم گزینهٔ (۲) به اندیشیدن قبل از حرف زدن اشاره کرده است، اما سایر گزینه‌ها مانند عبارت سؤال، به نوعی بر خاموشی و دعوت به سکوت دلالت دارند.

۳۷ ۳ ترجمه و بررسی گزینه‌ها:

از انبارهای آب دربارهٔ سوارانی که در بیابان‌ها تشنه‌اند، بپرس.

- (۱) شعر فارسی هم بیان داشته که انسان تا چیزی را از دست ندهد، ارزش آن را به طور کامل درک نمی‌کند.
 (۲) هر ظرفی آن چه را که درونش هست، ترشح می‌کند. (شعر فارسی هم به صورت کنایی گفته که باطن انسان‌ها در رفتارشان هویدا می‌شود.)
 (۳) گاهی چیزی که به سود آن امید داری به تو ضرر می‌رساند. (شعر فارسی برعکس مفهوم عبارت عربی را گفته، این‌که گاهی چیزی که فکر می‌کنی به ضررت تمام می‌شود، به تو سود می‌رساند.)
 (۴) قبل از وارد شدن، به فکر خارج شدن باش. (شعر فارسی هم به موضوع مشابهی اشاره کرده که پیشگیری بهتر از درمان است.)

■ متن زیر را با دقت بخوان سپس متناسب با آن به سؤالات پاسخ بده (۴۱-۳۸):

تعدادی از شاعران ایرانی از جمله «منوچهری»، «سعدی»، «عنصری» و «حافظ» وجود دارند که عربی را به خوبی بلد بودند و به آن چه از واژگان عربی داشتند، افتخار می‌کردند؛ ایشان اشعاری آمیخته به عربی و فارسی سرودند که «ملمع» نامیده می‌شود. و بدون داشتن اطلاعاتی دربارهٔ عربی، نمی‌توانیم آن‌ها را بفهمیم و هم‌چنین از آن‌ها لذت ببریم. در کنار این (موضوع) باید به تأثیر بزرگ زبان عربی بر فارسی اشاره کرد به گونه‌ای که جدایی بین آن‌ها امکان‌پذیر نیست؛ بنابراین ما باید برای فهمیدن زبان مادری‌مان به آن اهتمام ورزیم. و علاوه بر آن، عربی زبان دین ما محسوب می‌شود و با آموختنش، می‌توانیم متون دینی را بدون رجوع مستمر به ترجمه‌ها و فرهنگ لغت‌ها بفهمیم.

۳۸ ۴ ترجمه و بررسی گزینه‌ها:

- (۱) تأثیر زبان فارسی بر عربی بیش‌تر از تأثیر عربی بر فارسی بوده است. (برعکس)
 (۲) آموختن زبان عربی فقط برای فهمیدن متون دینی است. (خیر؛ با آموختن زبان عربی می‌توانیم زبان فارسی را هم بهتر بفهمیم.)
 (۳) جدایی بین عربی و فارسی دشوار نیست. (طبق متن، برعکس است.)
 (۴) شاعران دوزبانه همان‌هایی هستند که در سروده‌هایشان از عربی استفاده می‌کردند. (طبق متن صحیح است.)

۳۰ ۴ ترجمه کلمات مهم: لیتکم: کاش شما / تعلمون: بدانید /

هجر: جدایی از / یُمَرَّر: تلخ می‌کند

اشتباهات بارز سایر گزینه‌ها:

- (۱) امید است که (← کاش)، دوری (← جدایی از)، دوست (← دوستان، یاران؛ «أحیة» جمع است.)، دشوار می‌کند (← تلخ می‌کند)
 (۲) کاش (← کاش شما)، می‌دانستید (← بدانید؛ فعل مضارع بعد از «لیت» به صورت مضارع التزامی ترجمه می‌شود.)، جدایی (← جدایی از)، زندگی انسان را (← زندگی را بر انسان)
 (۳) باشد که (← کاش شما)، دریابید (← بدانید)، دوری (← جدایی)، دوستداران (← دوستان)، زندگی انسان را (← زندگی را بر انسان)، سخت می‌کند (← تلخ می‌کند)

۳۱ ۳ ترجمه کلمات مهم: الشریحة: سیم‌کارت / جَوّالی: تلفن

همراه / سخن: شارژ کرد / عبُر: از طریق / رَصید: شارژ، اعتبار

اشتباهات بارز سایر گزینه‌ها:

- (۱) «بخش» اضافی است، درون (← در)، تلفن همراه (← تلفن همراه)، در (← از طریق)
 (۲) کارت شارژ (← سیم‌کارت)، آن (← اعتبارش)، زیاد کرد (← شارژ کرد)
 (۳) سیم‌کارت (← سیم‌کارت)، تلفن همراه کارمند مخابرات (← تلفن همراه)، گذاشتم (← گذاشت؛ «وضع» از صیغهٔ «مفرد مذکر غایب» است.)، قسمت اول عبارت جابه‌جا شده است.

۳۲ ۱ ترجمه کلمات مهم: إنما: تنها، فقط / یبلغ: می‌رسد / یتبع:

دنبال کند، تعقیب کند / یکون: باشد

اشتباهات بارز سایر گزینه‌ها:

- (۲) «بی‌گمان» اضافی است، می‌تواند برسد (← می‌رسد)، «نسبت» اضافی است،، شود (← باشد)
 (۳) بی‌تردید (← فقط، تنها)، پیشرفت (← موفقیت)، دست می‌یابد (← می‌رسد)، اهداف والا (← اهداف والایش)، در حالی‌که (← و)، است (← باشد)
 (۴) کسی که (← کسی)، «آن کسی است» اضافی است،، به دنبال ... می‌رود (← دنبال کند)، کارها (← کارهایش)، می‌شود (← باشد)

۳۳ ۲ ترجمه کلمات مهم: أتمنی: آرزو دارم، آرزو می‌کنم / أزرور:

ببینم / لجأ إلیه: به آن پناه برده بود

اشتباهات بارز سایر گزینه‌ها:

- (۱) آرزو داشتم (← آرزو دارم؛ «أتمنی» فعل مضارع است.)، «دوباره» اضافی است، به آن جا رفته بود (← به آن پناه برده بود)
 (۳) آرزومندم (← آرزو دارم)، غار (← غاری)، هجرت (← هجرتش)، آن‌جا (← آن)
 (۴) راهش (← راه هجرتش)، پناه می‌برد (← پناه برده بود)، «دوباره» اضافی است.

۳۴ ۳ ترجمه سایر گزینه‌ها:

- (۱) اگر خاک قبرم را ببویی، رایحهٔ عشق را می‌یابی.
 (۲) ای پسرکم، شانس تو را به خوشبختی ابدی نمی‌رساند.
 (۴) آیا این اشک‌های چشمم، برای ما نشانه نیست؟



۳۹ ۱ ترجمه گزینه‌ها:

- (۱) بیش‌تر شاعران ایرانی، عربی را به خوبی بلد بودند.
 (۲) «ملمعات» شعرهایی‌اند که شاعران ایرانی آن‌ها را سروده‌اند و در آن‌ها مصراع‌ها و واژگان عربی هست.
 (۳) با آموختن زبان عربی می‌توانیم فرهنگمان را بهتر بفهمیم.
 (۴) با آموختن زبان عربی، فهمیدن متون دینی، ساده‌تر می‌شود.
 توضیح: طبق متن، فقط تعدادی از شاعران ایرانی زبان عربی را خوب بلد بودند نه همه‌شان.

■ گزینه صحیح را در اعراب و تحلیل صرفی مشخص کن (۴۰ و ۴۱):

۴۰ ۱ دلایل رد سایر گزینه‌ها:

- (۲) فعل أمر ← فعل ماضی؛ «أُنشِدُوا: سرودند» فعل ماضی است. / للمخاطبین ← للغائبین؛ این فعل از صیغه «جمع مذکر غایب» است.
 (۳) المجهول ← المعلوم / فاعله محذوف ← فعل معلوم، فاعل دارد.
 (۴) لازم ← متعدّد؛ «أُنشِدُوا: سرودند» مفعول می‌خواهد. / مجرّد ثلاثی ← مزید ثلاثی؛ این فعل بر وزن «أَفْعَلُوا» و از باب «إِفعال» است.

۴۱ ۳ دلایل رد سایر گزینه‌ها:

- (۱) معرفة ← نكرة
 (۲) من المزید الثلاثی ← من المجرّد الثلاثی؛ این اسم بر وزن «مَفْعُول» آمده است. / مفعول ← صفة؛ «أشعاراً ممزوجة» ترکیب وصفی است، «أشعاراً» مفعول فعل «أُنشِد» است.
 (۴) جمع التکسیر ← مفرد / اسم الفاعل ← اسم المفعول / مفعول ← صفة
 ■ گزینه مناسب را در پاسخ به سوالات زیر مشخص کن (۴۲-۵۰):

۴۲ ۳ در این گزینه «المشاهد: صحنه‌ها» جمع «المشاهد» صحیح است.

ترجمه: «هنگامی که این صحنه‌های تلخ را می‌بینیم، بسیار اندوهگین می‌شویم.»

ترجمه سایر گزینه‌ها:

- (۱) به خدا قسم که عشقی را بدون سرزنش ندیده‌ایم.
 (۲) عارف با شگفتی از پدرش پرسید: «چرا گریه می‌کنی؟!»
 (۴) هر کس آزموده‌ای را ببازماید، پشیمان می‌شود.

۴۳ ۴ بررسی گزینه‌ها:

- (۱) قلّه: بلندترین نقطه از جایی. (✓)
 (۲) نو، تازه: صفتی است که بر چیزی جدید و نو اطلاق می‌شود. (✓)
 (۳) گل: خاک آمیخته با آب. (✓)
 (۴) لانه‌های پرندگان: تنه‌های درختانی که بلندند. (x)

۴۴ ۱ بررسی گزینه‌ها:

- (۱) «صدر: سینه»، «إنشراحاً: شادمانی»، «فَم: دهان» مفرد و «البسمات» جمع مؤنث سالم «البسمه: لبخند» است.
 (۲) «عظام» جمع «عَظْم: استخوان» است و جمع مکسر می‌باشد.
 (۳) «الحجاج» جمع «الحاج: حاجی» است و جمع مکسر می‌باشد.
 (۴) «الخيام» جمع «الخيمة: خیمه، چادر» است و جمع مکسر می‌باشد.

۴۵ ۲

«المطرود: طردشده، رانده‌شده» اسم مفعول از ثلاثی مجرّد (بر وزن «مَفْعُول») است (اسم مفعول به صورت صفت مفعولی فارسی و غالباً به کمک «شده» و «شونده» ترجمه می‌شود).

«المُرَبِّل: فرستنده» اسم فاعل از ثلاثی مزید (بر وزن مُفْعِل) است. (اسم فاعل به صورت صفت فاعلی و غالباً به کمک پسوندهای «ا، ار، َ نده، گار» ترجمه می‌شود).

«الداعي: دعوت‌کننده» اسم فاعل از ثلاثی مجرّد است (اسم فاعل در ثلاثی مجرّد، گاهی به شکل «فاعی، فاع» ظاهر می‌شود).

«حُفَاظ: حافظان» جمع «حافظ» اسم فاعل از ثلاثی مجرّد است و نباید آن را با «فَعَال» (اسم مبالغه) اشتباه بگیریم.

۴۶ ۳ بررسی و ترجمه گزینه‌ها:

(۱) طبق ترجمه زیر، «مُحترّم» اسم مفعول است.
 ترجمه: «دوستم مردی مورد احترام میان همگان است پس او را بسیار دوست دارند.»

(۲) «سائر: پوشاننده»، اسم فاعل از ثلاثی مجرّد است. ← (بر وزن «فَاعِل») ترجمه: (ای) پوشاننده گناهان در روزی که هیچ شفاعت‌کننده‌ای برای ما جز تو نیست، مارا رسوا مکن.

(۳) طبق ترجمه زیر «مُقترِح» اسم فاعل است. اسم فاعل در ثلاثی مزید با «مُ» شروع می‌شود و یکی مانده به آخرش حرکت کسره «ِ» دارد.
 ترجمه: «جایزه‌ای ارزشمند به پیشنهاددهنده این طرح داده می‌شود»

(۴) «الصالحین: درستکاران» اسم فاعل از ثلاثی مجرّد است.

ترجمه: «پروردگارا، مرا حکمتی عطا کن و مرا به نیکان ملحق گردان.»

۴۷ ۴ ما فقط می‌توانیم از فعل متعدّدی (مفعول‌پذیر) اسم مفعول بسازیم.

بررسی گزینه‌ها:

(۱) «سهرت: شب زنده‌داری کرد» و «لن تبکی: گریه نخواهد کرد» هر دو فعل لازم‌اند.

(۲) «انفجرت: منفجر شد» فعل لازم است. همه فعل‌های باب «انفعال»، لازم‌اند.

(۳) «یتظاهر: تظاهر می‌کند» فعل لازم است.

(۴) «تَنصُر: یاری می‌کند» فعل متعدّدی است و می‌توانیم از آن اسم مفعول بسازیم. ضمیر «نا» هم، مفعول این فعل شده است.

۴۸ ۲ صورت سؤال به اسم مبالغه اشاره دارد و کلمه‌ای که بر

بسیاری ویژگی دلالت کند.

بررسی گزینه‌ها:

(۱) «حَبَّاز: نانو» بر وزن «فَعَال» است و بر حرفه و شغل دلالت دارد.

(۲) «الأمازة: بسیار دستوردهنده» بر وزن «فَعَالَة» است و بر بسیاری ویژگی دلالت دارد.

(۳) «أحسَن: بهترین» اسم تفضیل و «الخالقین: آفریدگاران» اسم فاعل است.

(۴) «مُحجِب: برآورنده» اسم فاعل از ثلاثی مزید، «السمیع: شنوا» و «العَلیم: دانا» صفت ثابت و همیشگی‌اند.



۴۹ | ۲ بررسی و ترجمه گزینه‌ها:

۱) «لا» در «لا تعلمون» از نوع نفی است؛ چون تغییری در ظاهر فعل مضارع ایجاد نکرده است.

ترجمه: «بی‌گمان من می‌دانم چیزی را که شما نمی‌دانید.»

۲) «لا» در «لا تسبوا» از نوع نفی است؛ چون باعث حذف «ن» از فعل شده است. ترجمه: «به مردم دشنام ندهید که دشمنی را بینشان به دست می‌آورد.»

۳) حرکت ضمه «ت» در «لا یحذث» نشان می‌دهد که «لا» از نوع نفی است.

ترجمه: «عاقل هر آن چه را که می‌شنود، برای دیگران بازگو نمی‌کند.»

۴) این «لا» صرفاً به معنای «نه» است و پس از آن اسم می‌آید نه فعل. بعد از «لا» ی نهی، فعل مضارع می‌آید.

ترجمه: تو را از عذاب آتش، اخلاق نیکو نجات می‌دهد نه اخلاق بد!

۵۰ | ۱ «کأن»: مانند، مثل، گویا، انگار» برای بیان تشبیه و مشابهت به کار می‌رود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) «لعل»: امید است که، باشد» برای بیان امید به کار می‌رود.

۳) «کأن»: (خودش به معنای «است» و «بود» می‌باشد و به همراه فعل ماضی، معنای ماضی بعید و به همراه فعل مضارع، معنای ماضی استمراری می‌دهند.) را نباید با «کأن» اشتباه بگیریم.

۴) «لکن»: اما، ولی» برای رفع ابهام از جمله ما قبل استفاده می‌شود.

دین و زندگی

۵۱ | ۲ اگرچه تمامی این احکام و دستورات در جهت مصلحت انسان

است، اما انسان دوست دارد، حکمت (فلسفه) و علت احکام الهی را بداند و با معرفت (شناخت) بیش‌تر دستورات الهی را انجام دهد و فایده و ثمره روزه در قرآن کریم تقوا که به معنای حفاظت و حفظ کردن از گناه است، آمده است (لَعَلَّكُمْ تَتَّقُونَ).

۵۲ | ۴ در آیه ۵۹ سوره مبارکه احزاب می‌خوانیم: «يا أَيُّهَا النَّبِيُّ قُلْ لِأَزْوَاجِكَ وَ بَنَاتِكَ وَ نِسَاءِ الْمُؤْمِنِينَ يُدْنِينَ عَلَيْهِنَّ مِنْ جَلَابِيبِهِنَّ ذَلِكَ أَدْنَىٰ أَنْ يُعْرَفْنَ فَلَا يُؤْذَيْنَ وَ كَانَ اللَّهُ غَفُورًا رَحِيمًا: ای پیامبر، به زنان و دخترانت و به

زنان مؤمنان بگو پوشش‌های خود را به خود نزدیک‌تر کنند این برای آن‌که به [عفاف] شناخته شوند و مورد آزار قرار نگیرند، بهتر است و خداوند همواره آمرزنده و مهربان است.»

۵۳ | ۳ با توجه به عبارت «إِنَّ اللَّهَ رَبِّي وَ رَبُّكُمْ» اعتقاد به خداوند

یگانه و پروردگار هستی علت و عامل تأثیرگذاری است که سبب زندگی فرد موحد را متحول می‌کند و خدا را پرستش و بندگی می‌کنند «فَاعْبُدُوهُ».

۵۴ | ۳ عدم پوشش مناسب و عدم رعایت عفاف باعث می‌شود

آرامش و روان افراد بر هم بریزد و قلوب پاکی را متزلزل کند و به تعهد عشق همسرانی خدشه وارد کند و کانون گرم خانواده را متاثر سازد.

۵۵ | ۲ اگر انسان در اخلاص پیش رود، به مرحله‌ای می‌رسد که دیگر

فریب وسوسه‌های شیطان را نمی‌خورد، چرا که شیطان، خود اقرار کرده است که توانایی فریب دادن مؤمنان با اخلاص را ندارد.

انسان حکیم (دارای حکمت) به درجاتی از بصیرت و روشن‌بینی می‌رسد که می‌تواند در شرایط سخت و پیچیده حق از باطل تشخیص دهد و گرفتار باطل نشود.

۵۶ | ۲ هر کدام از ما انسان‌ها خودمان را مسئول کارهای خود

می‌دانیم، به همین جهت آثار و عواقب عمل خود را می‌پذیریم و اگر به کسی زبان رسانده‌ایم، آن را جبران می‌کنیم. عهد و پیمان‌ها نیز بر همین اساس استوارند، بنابراین اگر کسی پیمان‌شکنی کند و مسئولیتش را انجام ندهد خود را مستحق مجازات می‌داند و آیه شریفه «ذَلِكَ بِمَا قَدَّمْتُمْ أَيْدِيكُمْ وَ أَنْ اللَّهَ لَيْسَ بِظَلَّامٍ لِلْعَبِيدِ...»، مربوط به مسئولیت‌پذیری از دلایل و شواهد اختیار است.

۵۷ | ۱ کسی که غسل بر او واجب است، اگر عمداً تا اذان صبح غسل

نکند یا اگر وظیفه‌اش تیمم است عمداً تیمم نکند؛ نمی‌تواند روزه بگیرد.

و اگر کسی عمداً روزه ماه مبارک رمضان را نگیرد باید هم قضای آن را به جا آورد و هم کفاره (اختیاری) بدهد، یعنی باید برای هر روز دو ماه روزه بگیرد یا به شصت فقیر طعام بدهد.

۵۸ | ۴ در ابتدا باید دقت کنیم، در صورت سؤال نتیجه و بازتاب اعتقاد

به آیه برای انسان خواسته شده است، نه بیان خود اعتقاد به این آیه.

در نتیجه اعتقاد به این آیه، انسان موحد می‌داند که فقط با زندگی در یک جهان قانونمند است که امکان انتخاب، حرکت و فعالیت وجود دارد، زیرا اگر وقایع در رخدادهای جهان قانونمند نبود و همه چیز بی‌هدف و اتفاقی رخ می‌داد، انسان نمی‌دانست باید دست به چه انتخابی بزند، اما با زندگی در چنین جهان قانونمندی است که او می‌تواند قوانین حاکم بر جهان هستی و خلقت را بشناسد و برای رفع نیازهای خود از آن‌ها استفاده کند و به هدف‌های خود برسد.

۵۹ | ۴ علت عدم ضمانت پیامبر (ص) درباره کسانی است که هوای

نفس خود را معبود خود گرفته‌اند: «أَرَأَيْتَ مَنِ اتَّخَذَ إِلَهَهُ هَوَاهُ أَفَأَنْتَ تَكُونُ عَلَيْهِ وَكَيْلًا: آیا دیدی آن کسی را که هوای نفس خود را معبود خود گرفت، آیا تو می‌توانی ضامن او باشی [و به دفاع از او برخیزی]؟»

۶۰ | ۳ اگر فردی بیش از چهار فرسخ برود و کم‌تر از ده روز در جایی

بماند باید نمازش را شکسته (قصر) بخواند و نمی‌تواند روزه بگیرد، ولی اگر بیش از چهار فرسخ برود و بیش از ده روز بماند، نمازش کامل و روزه نیز باید بگیرد.

۶۱ | ۳ افزایش توجه به شخصیت و استعداد و کرامت ذاتی زن توسط

حجاب ما را در پاسخ منفی به این سؤال که «آیا حجاب موجب سلب آزادی زنان می‌شود؟» یاری می‌کند.

۶۲ | ۴ از آن جایی که اختیار حقیقی، وجدانی و مشهود است و انسان

در شبانه‌روز در حال تصمیم‌گرفتن برای انجام کار یا ترک آن است، حتی کسی که اختیار را در سخن یا بحث انکار می‌کند در عمل از آن بهره می‌برد و آن را اثبات می‌کند و مولوی این حقیقت را در قالب یک مثال این‌گونه در اشعارش یادآوری می‌کند.



۷۱ ۴ روزی یکی از مدعیان زهد و پرهیز از دنیا، امام صادق (ع) را دید که لباس زیبایی پوشیده است، وی به امام گفت: «جدّ شما این‌گونه لباس‌ها را نمی‌پوشید.» امام فرمود: «در آن زمان مردم در سختی بودند، اما امروز ما در شرایط بهتری هستیم و عموم مردم توانایی پوشیدن چنین لباسی را دارند.»

۷۲ ۴ اختیار انسان، یک تقدیر الهی است به تعبیر دیگر، خداوند این‌گونه مقدر کرده است که انسان کارهایش را با اختیار انجام دهد و کسی نمی‌تواند از اختیار که ویژگی ذاتی اوست فرار کند؛ حتی اگر بخواهد آن را انکار کند و از آن فرار کند، باز هم این کار اختیاری بوده چون همین کار را با خواست و اراده خود انجام داده است، رابطه اراده انسان با اراده الهی یک رابطه طولی است. در فعل اختیاری تا زمانی که انسان اراده کاری را نکند، آن کار انجام نمی‌گیرد. در عین حال وجود ما، اراده ما و عملی که از ما سر می‌زند همگی وابسته به اراده خداوند است.

۷۳ ۲ انسان عقیف چه مرد و چه زن خود را کنترل می‌کند و آراستگی خود را در حد مقبول نگه دارد و به تبرج دچار نمی‌شود و زیبایی‌های ظاهری خود را وسیله خودنمایی و جلب توجه دیگران قرار نمی‌دهد و اجازه نمی‌دهد به شخصیت انسانی او اهانت شود و حیا می‌کند که برخی افراد به خاطر امور سطحی و کوچک، زبان به تحسین و تمجید او بگشایند و به او به عنوان ابزاری برای لذت‌جویی نگاه کنند، هم‌چنین از مقبولیت نزد همسالان و جامعه‌گریزان نیست ...

۷۴ ۴ عرضة نابه‌جای زیبایی در جامعه عفت و حیای زن را از بین می‌برد. وجود عفاف در زنان و دختران ارزش بیش‌تری دارد، چون خداوند زنان را بیش از مردان به نعمت زیبایی آراسته است.

دقت کنید: عرضة نابه‌جای زیبایی به جای گرمی بخشیدن به کانون خانواده باعث تزلزل بنیان خانواده می‌شود، نه نابودی آن (البته این موضوع در کتاب درسی نیامده است).

۷۵ ۲ باید دقت کنیم در انتهای آیه و بعد از بیان حکم نماز (اقم الصلوة) و حکمت نماز (ان الصلوة تنهی عن الفحشاء و المنکر و لذكر الله اکبر) عبارت «و الله يعلم ما تصنعون» آمده که مؤید صفت «علم الهی» است. اگر عبارت «اهدنا الصراط المستقیم» را صادقانه از خداوند بخواهیم به راه‌های انحرافی دل نخواهیم بست.

زبان انگلیسی

۷۶ ۴ اگر چه هنوز هیچ شواهد متقنی (بدون تردیدی) یافت نشده است تا ثابت کند که تلفن‌های همراه خطرناک هستند این به این معنی نیست که هیچ دلیلی برای نگرانی وجود ندارد.

توضیح: فعل "find" (پیدا کردن، یافتن) در این‌جا جزء افعال متعدی است و به مفعول نیاز دارد. با توجه به این‌که مفعول این فعل (evidence) پیش از جای خالی قرار گرفته است، در جای خالی به فعل مجهول نیاز داریم و پاسخ در بین گزینه‌های (۱)، (۳) و (۴) است.

دقت کنید: به دلیل مفهوم جمله و کاربرد "yet" (هنوز)، فعل مجهول در زمان حال مدنظر است.

۶۳ ۲ با توجه به آیه کریمه «الم اعهد الیکم یا بنی آدم ان لاتعبدوا الشیطان انه لکم عدو مبین» عهد و پیمانی که خداوند از انسان گرفته این است که شیطان را نپرستید: «ان لاتعبدوا الشیطان»، زیرا او دشمنی آشکار است: «انه لکم عدو مبین».

۶۴ ۱ وقتی می‌گوییم قدر و قضای الهی بر جهان حاکم است، به این معناست که نقشه جهان با همه موجودات و ریزه‌کاری‌ها و ویژگی‌ها و قانون‌هایش از آن خدا و از علم خداست (قدر) و اجرا و پیاده کردن آن نیز به اراده خداست (قضا) به همین دلیل، نه در نقشه جهان نقصی است و نه در اجرا و پیاده کردن آن.

۶۵ ۴ عفاف حالتی در انسان است که به وسیله آن خود را در برابر تندروی و کندروی‌ها کنترل می‌کند تا بتواند در مسیر اعتدال و میانه‌روی پیش برود و از آن خارج نشود. شیوه رسول خدا (ص) و پیشوایان دیگر ما سبب شد که مسلمانان در اندک‌مدتی به آراسته‌ترین و پاکیزه‌ترین ملت‌ها تبدیل شوند و الگو و سرمشق ملت‌های دیگر قرار گیرند.

۶۶ ۴ خداوند قدرت اختیار و اراده را به ما عطا کرده و از ما خواسته است با استفاده از آن برای زندگی خود برنامه‌ریزی کنیم و به قله‌های کمال برسیم و تا آن‌جا پیش برویم که جز خداوند عظمت آن را نمی‌داند، یعنی قانونمندی جهان مانع اختیار انسان نیست، بلکه زمینه‌ساز شکوفایی اختیار است، زیرا انسان می‌داند که فقط با زندگی در یک جهان قانونمند است که امکان انتخاب، حرکت و فعالیت وجود دارد، زیرا اگر وقایع و رخدادهای جهان قانونمند نبود و همه چیز بی‌هدف و اتفاقی رخ می‌داد، انسان نمی‌دانست باید دست به چه انتخابی برند. آیه شریفه «قد جاءکم تصائر من ربکم فمّن ابصر قلبه فیه و من عمی فعلیها ...» مدد رسان این امر است.

۶۷ ۳ با توجه به کلیدواژه «فقط برای خدا» در آیه شریفه موضوع اخلاص برداشت می‌شود و با عبارت «جز اندیشه او نگذارم» در شعر ارتباط دارد.

۶۸ ۳ اگر نماز را کوچک نشماریم و نسبت به آن چه در نماز می‌گوییم و انجام می‌دهیم درک صحیح داشته باشیم، نه تنها از گناهان که حتی از برخی از مکروهات هم به تدریج دور خواهیم شد. امام صادق (ع) می‌فرماید: «هر کس می‌خواهد بداند آیا نمازش پذیرفته شده یا نه باید ببیند که نماز، او را از گناه و زشتی باز داشته است یا نه، به هر مقدار که نمازش سبب دوری او از گناه و منکر شود، این نماز قبول شده است: «ان الصلوة تنهی عن الفحشاء و المنکر ... : نماز از کار زشت و ناپسند باز می‌دارد.»

۶۹ ۲ پوشش سبب می‌شود که زن به عفاف و پاکی شناخته شود (ان یعرفن) و افراد بی‌بند و بار که اسیر هوی و هوس خود هستند به خود اجازه تعرض به او را ندهند (فلا یؤذین)، بخش اول همه گزینه‌ها صحیح است. چگونگی و نوع پوشش تا حدود زیادی تابع آداب و رسوم ملت‌ها و اقوام است و حد و حدود حجاب را خداوند معین کرده است.

۷۰ ۳ انسانی که تقدیرها و قضایا را می‌شناسد (علت) تصمیم می‌گیرد و دست به انتخاب مناسب‌تر می‌زند (معلول = تابع). ناممکن بودن (محال بودن) خروج از تقدیرات الهی از آیه شریفه «لا الشمس ینبغی لها ان تُسدرك القمر ...» قابل دریافت است، یعنی هر موجودی ویژگی‌هایی دارد که خروج از آن ناممکن و محال است.

۸۵ ۳ ریشه‌های زبان انگلیسی را می‌توان در زبانی یاستانی یافت که توسط قبائل ساکن آسیا و اروپا تکلم می‌شد.

- (۱) اخیر، جدید
(۲) ممکن، امکان‌پذیر
(۳) قدیمی، باستانی
(۴) محتمل، احتمالی

۸۶ ۲ ما در مورد بسیاری از مسائل قابل توجه توافق داریم، ولی هنوز چند مسئله مهم وجود دارد که باید به آن‌ها پرداخته شود.

- (۱) دقت، توجه
(۲) توافق، موافقت
(۳) پیشنهاد، توصیه
(۴) گزاره، اعلامیه

۸۷ ۱ همسر برای یافتن تعدادی دست‌ساز پخت فوق‌العاده از فرهنگ‌ها در سرتاسر جهان از اینترنت استفاده می‌کرده است.

- (۱) فرهنگ
(۲) عامل، فاکتور
(۳) عمل، اقدام
(۴) ارزش؛ بها

اولین شهرهای جهان در سواحل رودهای دجله و فرات در آن‌جایی که امروزه عراق است، ساخته شده بودند. حدود ۵۰۰۰ سال پیش، مردم سومر، [در] منطقه‌ای از جنوب عراق جایی که جریان این دو رود به هم ملحق می‌شود، شروع به بنای چیزی کردند که [سرانجام] به شهرهای بزرگ [و] شلوغی تبدیل شدند. آن‌ها آجرها را از گل کنار رودخانه به منظور ساختن خانه‌ها و معابد عظیم درست کردند. سومری‌ها هم‌چنین با ایجاد نشانه‌هایی در لوح‌های نرم رسی که آن‌ها را برای سفت شدن در [معرض نور] خورشید قرار می‌دادند، یکی از نخستین سیستم‌های نگارش جهان را شکل دادند. نخستین شهرهای آن‌ها، مانند اور و اوروک در سراسر خاورمیانه مشهور شدند زیرا بازرگانان سومری به خارج از کشور سفر می‌کردند، [و] به تجارت مواد غذایی رشد یافته در مزارع حاصل‌خیز محلی می‌پرداختند. سومری‌ها تا حدود ۲۰۰۰ [سال] پیش از میلاد، زمانی که قبایل بیابانی هجوم آوردند، [تمدن] شکوفا [بی] بودند.

۸۸ ۴

- (۱) بسته؛ گروه
(۲) قطعه، تکه
(۳) محدوده، طیف
(۴) ناحیه، منطقه

۸۹ ۲ توضیح: فعل "make" (درست کردن، ساختن) در این‌جا جزء افعال متعدی است و به مفعول نیاز دارد. با توجه به این‌که مفعول این فعل (bricks) بعد از جای خالی قرار گرفته است، در جای خالی به فعل معلوم نیاز داریم و پاسخ در بین گزینه‌های (۲) و (۳) است.

دقت کنید: چون در این مورد، فعل مجهول در بازه زمانی مشخصی از گذشته انجام شده و به اتمام رسیده است، آن را در زمان گذشته ساده نیاز داریم.

۹۰ ۴

- (۱) عوض کردن، تعویض کردن
(۲) جمع‌آوری کردن؛ وصول کردن
(۳) نصب کردن، کار گذاشتن
(۴) توسعه دادن؛ شکل دادن؛ شکل یافتن

۹۱ ۲ توضیح: در این تست "writing" (نگارش) در نقش صفت برای "systems" به کار رفته است؛ در نتیجه باید پیش از "systems" قرار گیرد و بین دو کلمه به حرف اضافه "of" نیاز نداریم.

۷۷ ۱ مردم در سیاره ما باید به خاطر داشته باشند که منابع سوخت فسیلی ما محدود هستند، پس نمی‌توانند برای همیشه دوام بیاورند.

توضیح: با توجه به مفهوم جمله، فعل وجهی "can" به صورت منفی (در این‌جا "cannot") مورد نیاز است و پاسخ در بین گزینه‌های (۱) و (۳) خواهد بود.

دقت کنید: بعد از افعال وجهی، فعل اصلی یا کمکی بعدی (در این مورد "last") حتماً به شکل ساده به کار می‌رود.

۷۸ ۳ [افسران] پلیس در تلاششان به منظور جمع‌آوری شواهد برای محاکمه از تعدادی روش مختلف بهره بردند، درست است؟

توضیح: در پرسش‌های کوتاه تأییدی به جای اسم (در این مورد "police") از ضمیر فاعلی مناسب (در این‌جا "they") استفاده می‌شود.

دقت کنید: به دلیل مثبت بودن فعل اصلی "employed" در جمله اصلی، در پرسش کوتاه تأییدی فعل کمکی منفی "didn't" مورد نیاز است.

۷۹ ۲ ممکن است مسیر طولانی باشد و ممکن است ما احساس خستگی کنیم، ولی امیدمان را از دست نخواهیم داد.

توضیح: در جای خالی اول از کلمه ربط برای افزودن اطلاعات مشابه استفاده شده و در نتیجه در این مورد "and" به کار رفته است، ولی کلمه قرارگرفته در جای خالی دوم بیانگر تضاد و نتیجه غیرمنتظره است و به این دلیل "but" را استفاده می‌کنیم.

۸۰ ۳ فروش ما بسیار نامیدکننده بوده است؛ واقعاً باید برای فروش محصولاتمان استراتژی بازاریابی بهتری ارائه کنیم.

- (۱) مثال، نمونه
(۲) قسمت، بخش
(۳) محصول
(۴) سعی، تلاش

۸۱ ۲ نویسنده پیش از نگارش راهنمای گردشگری‌اش سال‌ها [وقت] را صرف گردآوری کردن حقایق در مورد مکان‌های گردشگری مختلف در اروپا نمود.

- (۱) تأیید کردن، تصدیق کردن
(۲) جمع‌آوری کردن، گردآوری کردن
(۳) حاوی ... بودن، دربر داشتن
(۴) شامل بودن

۸۲ ۴ آن خانه قدیمی به دلیل اهمیت تاریخی‌اش [به عنوان] محل میراث ملی اعلام شده است.

- (۱) ترکیب
(۲) تعیین سطح؛ کاربری
(۳) هویت
(۴) ارث، میراث

۸۳ ۱ به طور کلی آگاهی وجود دارد که باکتری‌های آنتراکس می‌توانند برای دهه‌ها در خاک یا سایر محیط‌های مساعد زندگی کنند.

- (۱) مهمان‌نواز؛ مساعد
(۲) غیرطبیعی
(۳) شرطی
(۴) جامع، فراگیر

۸۴ ۳ این کتاب تقریباً برای همه توصیه می‌شود، ولی بیش‌تر برای آن‌هایی که [ژانر] علمی تخیلی را دوست دارند.

- (۱) اثر گذاشتن بر، تحت تأثیر قرار دادن
(۲) کشف کردن؛ پی بردن
(۳) توصیه کردن، سفارش کردن
(۴) تجربه کردن



۹۲ | ۱

- ۱) در خارج (از کشور)؛ به خارج (از کشور)
- ۲) ورای، فراتر از
- ۳) از طریق؛ از میان
- ۴) بالای

۹۶ | ۱

- حروف سنتی نگارش چینی هم‌چنان در تمام [کشورهای] زیر
به صورت گسترده استفاده می‌شوند به‌جز
- ۱) چین
 - ۲) تایوان
 - ۳) ماکائو
 - ۴) هنگ‌کنگ

آیا شما صبح از خواب بیدار شدن را آن‌قدر دشوار می‌دانید که آن [برایتان] رنج‌آور است؟ این ممکن است تنبلی خوانده شود، اما دکتر کلیتمن [در این رابطه] تفسیر جدیدی دارد. او ثابت کرده است که هر کسی یک چرخه انرژی روزانه دارد.

زمانی از روز که پرانرژی‌ترین حس [روز] را دارید، زمانی است که چرخه دمای بدن‌تان در اوج خود قرار دارد. برای برخی از افراد [زمان] اوج هنگام پیش از ظهر فرا می‌رسد. آن [زمان اوج] برای برخی دیگر بعد از ظهر یا عصر فرا می‌رسد. هیچ‌کس نفهمیده است که چرا چنین است، اما آن به چنین گفتارهای آشنایی مثل: «بیدار شو، جان! دوباره دیر به سر کار خواهی رسید!» منجر می‌شود. توضیح محتمل برای این مشکل [این] است که دمای [مناسب بدن] جان و نقطه اوج انرژی او در [هنگام] عصر است. بسیاری از اختلافات خانوادگی هنگامی به پایان می‌رسند (حل می‌شوند) که زن و شوهرها متوجه شوند [که] این چرخه‌های انرژی به چه معناست، و هر عضو خانواده کدام چرخه را دارد.

شما نمی‌توانید چرخه انرژی خود را تغییر دهید، اما می‌توانید یاد بگیرید تا زندگی‌تان را با آن بهتر سازگار کنید. دکتر کلیتمن معتقد است [که] عادت می‌تواند کمک کند. شاید در [هنگام] عصر خواب‌آلوده باشید اما احساس می‌کنید [که] به هر حال باید تا دبروقت بیدار بمانید. از طریق عادت [دادن خود به] بیدار ماندن دیرتر از [زمانی] که می‌خواهید، تا حدی با چرخه [انرژی] خود مقابله کنید. اگر [میزان] انرژی شما [هنگام] صبح کم است، اما کاری مهم برای انجام دادن در اوایل روز (صبح زود) دارید، زودتر از ساعت معمولتان [از خواب] بلند شوید. این [کار] چرخه شما را تغییر نخواهد داد، اما [باعث می‌شود] انرژی [خود] را افزایش دهید و در نقطه افت [انرژی‌تان] بهتر کار کنید.

با یک شروع آرام که انرژی‌تان را ذخیره می‌کند، حرکت کنید. با خمیازه و کششی آهسته بلند شوید. یک دقیقه قبل از گذاشتن پاهای خود روی کف زمین، بر لبه تخت بنشینید. با آماده کردن لباس‌های تمیز [از] شب قبل، از جست‌وجوی دردسرساز آن‌ها اجتناب کنید. هر زمان [که] ممکن [است]، فعالیت‌های [روزمره] را در بعد از ظهر انجام دهید و کارهایی را که به انرژی یا تمرکز بیش‌تری نیاز دارند، برای ساعات پرانرژی خود ذخیره سازید.

۹۷ | ۴

- اگر شخصی احساس کند زود بلند شدن [از خواب] مشکل است، به احتمال زیاد او
- ۱) شخص تنبلی است
 - ۲) از دنبال کردن چرخه انرژی خودش امتناع می‌کند
 - ۳) مطمئن نیست چه زمانی انرژی‌اش کم است
 - ۴) در [هنگام] بعد از ظهر یا عصر در اوج انرژی‌اش است

۹۸ | ۱

- طبق متن کدام‌یک از [موارد] زیر ممکن است به اختلافات خانوادگی بینجامد؟
- ۱) اطلاع نداشتن از چرخه‌های انرژی
 - ۲) گفتارهای آشنا
 - ۳) تغییر در چرخه انرژی یک عضو خانواده
 - ۴) تلاش‌ها برای درک کردن چرخه‌های انرژی

۹۳ | ۴

کدام‌یک از این‌ها عنوان خوبی برای متن خواهد بود؟

- ۱) زبان چینی در طول تاریخ
- ۲) تغییرات جدید در نگارش چینی
- ۳) تغییرات قرن بیستم در حروف چینی
- ۴) حروف باستانی و جدید چینی

۹۴ | ۲

ایده اصلی این متن چیست؟

- ۱) حروف جدید چینی اصلاً مانند آن حروف مورد استفاده در چین باستان نیستند.
- ۲) حروف جدید چینی از نمادهای مورد استفاده در چین باستان شکل گرفتند.
- ۳) نگارش جدید چینی از الفبایی هم‌چون هر الفبای مدرن دیگری استفاده می‌کند.
- ۴) افراد اندکی در چین باستان می‌توانستند ابتدایی‌ترین شکل نگارش چینی را بنویسند.

۹۵ | ۴

کدام جزئیات [متن] این ایده را حمایت می‌کند که حروف

- چینی قدیمی و جدید [با هم] ارتباط دارند؟
- ۱) برای نگارش از استخوان‌های حیوانات استفاده می‌شد.
 - ۲) زمانی [در گذشته] بیش از ۲۵۰۰ حرف [برای نگارش] وجود داشت.
 - ۳) چینی‌های باستان نمادها و حروف را بر روی استخوان‌ها و لاک لاک‌پشت می‌نوشتند.
 - ۴) بیش‌تر حروف ۲۲۰۰ سال قبل امروزه هم‌چنان قابل خواندن هستند.



۱ ۱۰۴

$$\frac{m \sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} = 2 \Rightarrow 2 \sin x - 2 \cos x = m \sin x + \cos x$$

$$\Rightarrow (2-m) \sin x = 2 \cos x \xrightarrow{m \neq 2} \tan x = \frac{2}{2-m}$$

معادله $\tan x = p$ برای هر $p \in \mathbb{R}$ ریشه حقیقی دارد، پس

$$\text{معادله } \tan x = \frac{2}{2-m} \text{ برای هر } m \neq 2 \text{ ریشه حقیقی دارد.}$$

اما اگر $m = 2$ باشد، معادله به $\cos x = 0$ تبدیل می‌شود که باز هم ریشه حقیقی دارد، اما اگر مخرج کسر صفر شود، معادله جواب ندارد.

$$\sin x - \cos x = 0 \Rightarrow \tan x = 1$$

یعنی اگر $1 = \frac{2}{2-m}$ باشد، معادله جواب ندارد.

$$\frac{2}{2-m} = 1 \Rightarrow m = -1$$

در نتیجه معادله برای $\mathbb{R} - \{-1\}$ جواب دارد.

۴ ۱۰۵

$$1 + \sin x - \sin^5 x = \underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_1 \Rightarrow \sin x(1 - \sin^4 x) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \\ 1 - \sin^4 x = 0 \Rightarrow \sin x = \pm 1 \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

اجتماع جواب‌ها $\frac{k\pi}{2}$ است.اگر $x \in \mathbb{Z}$ باشد، $x + [-x] = 0$ است و معادله به صورت

زیر است:

$$\cos 4x = 0 \Rightarrow 4x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8} \quad (1)$$

همه جواب‌های (۱) گنگاند، پس قابل قبول نیستند.

اما اگر $x \notin \mathbb{Z}$ ، آن‌گاه:

$$[x] + [-x] = -1 \Rightarrow \cos 4x = -\cos x \Rightarrow \cos 4x = \cos(\pi - x)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4x = 2k\pi + \pi - x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{5} + \frac{\pi}{5} \\ 4x = 2k\pi - \pi + x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{3} \end{cases} \quad (2)$$

هر دو دسته جواب (۲) قابل قبول است، زیرا همه زوایای به دست آمده گنگاند.

دوره تناوب تابع ۱۲ است.

۱ ۱۰۷

$$\frac{2\pi}{|b|} = 12 \Rightarrow |b| = \frac{\pi}{6} \Rightarrow b = \pm \frac{\pi}{6}$$

دقت کنید: با توجه به نمودار باید a و b هم‌علامت باشند.

۲ ۱۰۸

هر پُرانتز را برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$\Delta \sin x - 1 = 0 \Rightarrow \sin x = \frac{1}{\Delta} \quad (1)$$

$$\Delta \sin x - 2 = 0 \Rightarrow \sin x = \frac{2}{\Delta} \quad (2)$$

⋮

۳ ۹۹ طبق پاراگراف سوم، اگر کسی می‌خواهد در نقطه افت

انرژی‌اش در صبح مؤثرتر کار کند او باید

(۱) چرخه انرژی‌اش را تغییر دهد

(۲) بر تنبلی خودش غالب شود

(۳) از حالت معمول زودتر [از خواب] بلند شود

(۴) زودتر بخوابد

۱ ۱۰۰ به شما توصیه شده است که با خمیازه و کشش [عضلات] بلند

شوید چون که آن

(۱) کمک خواهد کرد تا انرژی‌تان را برای فعالیت روز نگاه دارید

(۲) به شما کمک خواهد کرد تا اوایل روز بر خلقتان مسلط باشید

(۳) به شما کمک خواهد کرد تا بر فعالیت روزمره‌تان تمرکز کنید

(۴) چرخه انرژی‌تان را تمام روز تحت کنترل نگاه خواهد داشت

ریاضیات

۳ ۱۰۱

$$\frac{2\pi}{|a+1|} = 8 \Rightarrow 2|a+1| = 8 \Rightarrow |a+1| = 4 \Rightarrow \begin{cases} a+1=4 \Rightarrow a=3 \\ a+1=-4 \Rightarrow a=-5 \end{cases}$$

$$g(x) = \cos((a+2)x) \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|a+2|}$$

دو حالت رخ می‌دهد.

$$a=3 \rightarrow T = \frac{2\pi}{5}$$

$$a=-5 \rightarrow T = \frac{2\pi}{3}$$

۴ ۱۰۲

$$\cos^4 x - \sin^4 x = -1 \Rightarrow (\cos^2 x - \sin^2 x)(\underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_1) = -1$$

$$\Rightarrow \cos 2x = -1 \Rightarrow 2x = 2k\pi + \pi$$

$$\Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

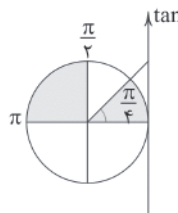
جواب‌های قابل قبول در فاصله $[-2\pi, 2\pi]$ مجموعه

$$\left\{ -\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right\}$$

می‌باشد که دارای چهار عضو است.

۴ ۱۰۳ در فاصله $[0, \pi]$ داریم $\tan \frac{\pi}{4} = 1$ ، حال باید زوایای پیداکنیم که تانژانت آن‌ها کم‌تر یا مساوی یک باشد. در ناحیه اول اگر $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ باشد، $\tan x \leq 1$ است. کل ناحیه دوم هم جواب مسئله است، البته حواسمانباشد که در $\frac{\pi}{4} \cup (\frac{\pi}{2}, \pi]$ جواب سؤال $\frac{\pi}{4}$ تعریف نمی‌شود. جواب سؤال $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}] \cup (\frac{\pi}{2}, \pi]$

است که در شکل زیر مشخص است.





۴ ۱۱۳

$$35x + 65y = 4800 \xrightarrow{+5} 7x + 13y = 960$$

$$\Rightarrow 13y \stackrel{y}{=} 960 \stackrel{y}{=} 1 \Rightarrow 13y \stackrel{y}{=} 1 \Rightarrow 13y \stackrel{y}{=} 1 - 2 \times 7$$

$$13y \stackrel{y}{=} -13 \xrightarrow{\frac{(13, 7)=1}{+13}} y \stackrel{y}{=} -1 \Rightarrow y \stackrel{y}{=} 6 \Rightarrow y = 7k + 6$$

کوچکترین عدد چهاررقمی $k = 142 \Rightarrow y = 7 \times 142 + 6 = 1000$ پس مجموع ارقام برابر ۱ است.

$$(627, 429) = 23, [23, 154] = 462$$

۱ ۱۱۴

$$9x + 5y = 462 \Rightarrow 9x \stackrel{\Delta}{=} 462 \xrightarrow{\frac{+3}{(3, 5)=1}} 3x \stackrel{\Delta}{=} 154$$

$$\xrightarrow{+5} 3x \stackrel{\Delta}{=} 159 \xrightarrow{\frac{+3}{(3, 5)=1}} x \stackrel{\Delta}{=} 53 \stackrel{\Delta}{=} 3 \Rightarrow x \stackrel{\Delta}{=} 3$$

$$\Rightarrow x = 5k + 3$$

$$9(5k + 3) + 5y = 462 \Rightarrow 45k + 27 + 5y = 462$$

$$\Rightarrow 5y = -45k + 435 \xrightarrow{+5} y = -9k + 87$$

$$x + y = (5k + 3) + (-9k + 87) = -4k + 90$$

به‌ازای $k = 22$ کمترین مقدار مثبت $x + y$ حاصل می‌شود که مقدار آن ۲ است.

۳ ۱۱۵ دو عدد مثبت $a = 2x$ و $b = 5y$ را در نظر می‌گیریم. مطابق

$$2x + 5y = 51$$

فرض $a + b = 51$ بنابراین:

$$\Rightarrow 2x \stackrel{\Delta}{=} 51 \xrightarrow{+5} 2x \stackrel{\Delta}{=} 56 \xrightarrow{\frac{+2}{(2, 5)=1}} x \stackrel{\Delta}{=} 28 \stackrel{\Delta}{=} 3$$

$$\Rightarrow x \stackrel{\Delta}{=} 3 \Rightarrow x = 5k + 3$$

در معادله سیاله قرار می‌دهیم:

$$2(5k + 3) + 5y = 51 \Rightarrow 10k + 6 + 5y = 51$$

$$\Rightarrow 5y = -10k + 45 \xrightarrow{+5} y = -2k + 9$$

۵ دسته جواب به صورت زیر وجود دارد:

$$k = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 9 \end{cases}, k = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 7 \end{cases}, k = 2 \Rightarrow \begin{cases} x = 13 \\ y = 5 \end{cases}$$

$$, k = 3 \Rightarrow \begin{cases} x = 18 \\ y = 3 \end{cases}, k = 4 \Rightarrow \begin{cases} x = 23 \\ y = 1 \end{cases}$$

۳ ۱۱۶

$$14y \stackrel{15}{=} 1050 \xrightarrow{\frac{+14}{(14, 15)=1}} y \stackrel{15}{=} 75 \Rightarrow y \stackrel{15}{=} 0 \Rightarrow y = 15k$$

در معادله سیاله قرار می‌دهیم:

$$15x + 14(15k) = 1050 \Rightarrow 15x = 1050 - 14(15k)$$

$$\xrightarrow{+15} x = 70 - 14k$$

به‌ازای $k = 1, 2, 3, 4$ مقادیر طبیعی برای x و y وجود دارد. پس روی

خط ۴ نقطه با مختصات طبیعی وجود دارد.

دقت کنید: معادله $\sin x = P$ با شرط $|P| \leq 1$ ریشه حقیقی دارد. معادله (۱)، (۲)، (۳) و (۴) هر کدام دو ریشه حقیقی در بازه $(0, 2\pi)$ و معادله (۵) یعنی $\sin x = 1$ فقط یک ریشه $x = \frac{\pi}{2}$ دارد، بقیه معادلات ریشه حقیقی ندارند، پس مجموعاً ۹ ریشه متمایز دارد.

$$\tan 2\beta = \frac{2 \tan \beta}{1 - \tan^2 \beta} = -\frac{4}{3} \Rightarrow 6 \tan \beta = 4 \tan^2 \beta - 4 \quad \text{۳ ۱۰۹}$$

$$\Rightarrow 4 \tan^2 \beta - 6 \tan \beta - 4 = 0 \xrightarrow{+2} 2 \tan^2 \beta - 3 \tan \beta - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (\tan \beta - 2)(2 \tan \beta + 1) = 0 \xrightarrow{\tan \beta > 0} \tan \beta = 2$$

$$\tan(\alpha + \beta) = 4 \Rightarrow \frac{\tan \alpha + 2}{1 - 2 \tan \alpha} = 4 \Rightarrow 4 - 8 \tan \alpha = \tan \alpha + 2$$

$$\Rightarrow 9 \tan \alpha = 2 \Rightarrow \tan \alpha = \frac{2}{9}$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} = \frac{1 + \frac{2}{9}}{1 - \frac{2}{9}} = \frac{11}{7}$$

$$\sin^2 x - 2 \sin x + 7 = (\sin x - 1)^2 + 6 \quad \text{۴ ۱۱۰}$$

$$-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow -2 \leq \sin x - 1 \leq 0 \Rightarrow 0 \leq (\sin x - 1)^2 \leq 4$$

$$\Rightarrow 6 \leq (\sin x - 1)^2 + 6 \leq 10 \Rightarrow \frac{1}{10} \leq \frac{1}{(\sin x - 1)^2 + 6} \leq \frac{1}{6}$$

پس کمترین مقدار تابع $\frac{1}{10}$ است.

۳ ۱۱۱

نکته: معادله هم‌نهشتی $ax \stackrel{m}{=} b$ جواب دارد $\Leftrightarrow (a, m) | b$

$$(6, 9) | 2a + 5 \Rightarrow 3 | 2a + 5 \Rightarrow 2a + 5 \stackrel{3}{=} 0$$

$$\Rightarrow 2a \stackrel{3}{=} -5 \xrightarrow{+3} 2a \stackrel{3}{=} -2$$

$$\xrightarrow{\frac{+2}{(2, 3)=1}} a \stackrel{3}{=} -1 \xrightarrow{+3} a \stackrel{3}{=} 2 \Rightarrow a = 3k + 2$$

۴ ۱۱۲

$$10! = 10 \times 9 \times 8 \times \dots \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 2520 \Rightarrow 10! \stackrel{25}{=} 0, 11! \stackrel{25}{=} 0, \dots, 1398! \stackrel{25}{=} 0$$

$$(0! + 1! + 2! + \dots + 1398!)x \stackrel{25}{=} 45$$

$$1 + 1 + 2 + 6 + (-1) + (-5) + (-5) + 15 + (-5) + 5 + 0 + \dots + 0 \stackrel{25}{=} 14$$

$$\uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$$

$$(0! + 1! + 2! + 3! + 4! + 5! + 6! + 7! + 8! + 9! + 10! + \dots + 1398!)x \stackrel{25}{=} 45$$

$$\Rightarrow 14x \stackrel{25}{=} 45 \Rightarrow 14x \stackrel{25}{=} 70 \xrightarrow{\frac{+14}{(14, 25)=1}} x \stackrel{25}{=} 5$$

$$\Rightarrow x = 25k + 5$$



۱۲۲ ۲ روش اول: ابتدا دترمینان A را حول سطر دوم حساب می‌کنیم:

$$|A| = -3 \begin{vmatrix} 1 & a \\ \delta & c \end{vmatrix} + 4 \begin{vmatrix} 2 & a \\ -1 & c \end{vmatrix} - b \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & \delta \end{vmatrix}$$

حال اگر به درایه واقع در سطر دوم ستون سوم دو واحد اضافه کنیم داریم:

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & a \\ 3 & 4 & b+2 \\ -1 & \delta & c \end{bmatrix} \Rightarrow |B| = -3 \begin{vmatrix} 1 & a \\ \delta & c \end{vmatrix} + 4 \begin{vmatrix} 2 & a \\ -1 & c \end{vmatrix} - (b+2) \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & \delta \end{vmatrix}$$

ملاحظه می‌کنیم که به دترمینان A به اندازه $-2 \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & \delta \end{vmatrix}$ اضافه شده است.

$$-2 \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & \delta \end{vmatrix} = -2(1 \cdot \delta - (-1) \cdot 2) = -2(\delta + 2)$$

روش دوم: نکته: اگر به درایه a_{ij} ، k واحد اضافه شود، به دترمینان ماتریس به اندازه $|M_{ij}| \cdot k(-1)^{i+j}$ که در آن M_{ij} ماتریس حاصل از حذف سطر iام و ستون jام است، اضافه می‌شود.

در این سؤال اگر به درایه a_{pp} ، دو واحد اضافه کنیم، به دترمینان آن $2(-1)^{p+p} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & \delta \end{vmatrix}$ واحد اضافه می‌شود.

عدد اضافه شده $= -2(1 \cdot \delta + 2) = -2\delta - 4$

۱۲۳ ۴

$$A^2 = -2A \xrightarrow{\times A^{-1}} A^{-1}AA = -2A^{-1}A \Rightarrow A = -2I$$

$$A^2 = 4I$$

$$|A^2 + A + 2I| = |4I - 2I + 2I| = |5I| = 125|I| = 125$$

۱۲۴ ۴

$$\begin{vmatrix} 6-1 & 6-0 \\ 1-2 & -a-1 \end{vmatrix} = 11 \Rightarrow \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ -1 & -a-1 \end{vmatrix} = 11$$

$$\Rightarrow -5a - 5 + 6 = 11 \Rightarrow -5a = 10 \Rightarrow a = -2$$

۱۲۵ ۴ با فرض $B = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ، $C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ و $D = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ داریم:

$$B(A+C) = D \Rightarrow A+C = B^{-1}D \Rightarrow A = B^{-1}D - C$$

$$A = \frac{1}{6-5} \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} -2 & -5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = -2 + 10 = 8$$

۱۲۶ ۴

اگر از طرفین دترمینان بگیریم:

$$|A| = |A|(8|A|^2 - 4 \times 0) \Rightarrow |A| = 8|A|^3$$

$$|A|(1 - 8|A|^2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} |A| = 0 \\ |A| = \frac{1}{\sqrt{8}} \\ |A| = -\frac{1}{\sqrt{8}} \end{cases}$$

مجموع مقادیر ممکن برای |A| برابر صفر است.

۱۱۷ ۴

$$4x + 4 \stackrel{\wedge}{=} 2x - 2 \Rightarrow 2x \stackrel{\wedge}{=} -6$$

$$\xrightarrow{\div 2} x \stackrel{\wedge}{=} \frac{(2, 8)}{\wedge} - 3 \Rightarrow x \stackrel{\wedge}{=} -3 + 4$$

$$\Rightarrow x \stackrel{\wedge}{=} 1 \xrightarrow{\text{توان } 2} x^2 \stackrel{\wedge}{=} 1 \xrightarrow{+2} x^2 + 2 \stackrel{\wedge}{=} 3$$

۱۱۸ ۱

$$x \cdot 5y \stackrel{\wedge}{=} 2 \Rightarrow x + 5 + y \stackrel{\wedge}{=} 2 \Rightarrow x + y \stackrel{\wedge}{=} -3 \xrightarrow{+9} x + y \stackrel{\wedge}{=} 6$$

$$\Rightarrow x + y = 9k + 6$$

از طرفی چون X و Y رقم هستند و با توجه به این که X رقم سمت چپ است و صفر نمی‌تواند باشد، پس:

$$1 \leq x \leq 9, 0 \leq y \leq 9 \Rightarrow 1 \leq x + y \leq 18$$

با جایگذاری مقادیر k، X و Y به دست می‌آید:

$$1 \leq 9k + 6 \leq 18 \Rightarrow k = 0 \text{ یا } 1$$

$$k = 0 \Rightarrow x + y = 6 \Rightarrow \begin{array}{c|cccccc} x & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline y & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \end{array}$$

جواب ۶

$$k = 1 \Rightarrow x + y = 15 \Rightarrow \begin{array}{c|cccc} x & 7 & 8 & 9 & 6 \\ \hline y & 8 & 7 & 6 & 9 \end{array}$$

جواب ۴

بنابراین ۱۰ عدد طبیعی با مشخصات ذکرشده وجود دارد.

۱۱۹ ۱

$$7x + 21y = 28 \Rightarrow x + 3y = 4 \Rightarrow x \stackrel{\wedge}{=} 4 - 3y$$

$$x \stackrel{\wedge}{=} 1 \Rightarrow x = 3k + 1$$

در معادله سیاله قرار می‌دهیم:

$$(3k+1) + 3y = 4 \Rightarrow y = 1 - k$$

$$\Rightarrow x - y = 3k + 1 - (1 - k) = 4k \Rightarrow x - y \stackrel{\wedge}{=} 0 \Rightarrow (x - y) \in [0]_4$$

۱۲۰ ۲ باید معادله $x + y = 20$ را حل کنیم، که تعداد جواب‌ها به صورت زیر است:

x	1	2	3	4	...	19
y	19	18	17	16	...	1

در نتیجه ۱۹ جواب برای معادله وجود دارد.

۱۲۱ ۱

$$|2BA - B| = 26 \Rightarrow |B(2A - I)| = 26 \Rightarrow |B||2A - I| = 26 \quad (1)$$

$$2A - I = \begin{bmatrix} 10 & 2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |2A - I| = 9 + 4 = 13$$

$$\xrightarrow{\text{از (1)}} |B| \times 13 = 26 \Rightarrow |B| = 2$$



اگر $a=8$ باشد، $b=13$ خواهد بود که دنباله حسابی $3, 8, 13, \dots$ و دنباله هندسی $3, 9, 27, \dots$ خواهد بود. در این حالت: $a+b=21$

۱ ۱۳۴

$S(\triangle ABC) = \frac{1}{2} \times 4 \times 5 \times \sin 30^\circ = 5$
 $S(\triangle ADE) = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 \times \sin 30^\circ = 12$

پس مساحت مثلث ADE از مساحت مثلث ABC، ۷ واحد بیش تر است.

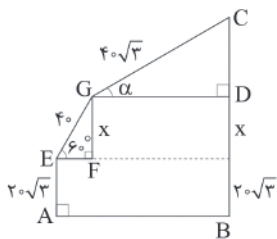
۱ ۱۳۵ حد اکثر مقدار $\cos \beta$ و $\sin \alpha$ برابر یک است، از طرفی چون $\sin \alpha + \cos \beta = 2$ شده است، پس $\sin \alpha = 1$ و $\cos \beta = 1$ است.

$$\left. \begin{aligned} \sin \alpha = 1 &\Rightarrow \cos \alpha = 0 \\ \cos \beta = 1 &\Rightarrow \sin \beta = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \cos \alpha + \sin \beta = 0 + 0 = 0$$

۱ ۱۳۶ $t_{10} + t_{15} = 10 \Rightarrow t_1 + t_{24} = 10$

$$S_n = \frac{n}{2}(t_1 + t_n) \Rightarrow S_{24} = \frac{24}{2}(t_1 + t_{24}) = 12 \times 10 = 120$$

۲ ۱۳۷ $S_n = \frac{a(1-q^n)}{1-q} \Rightarrow \frac{S_n}{a}(1-q) = 1 - q^n = 12 \Rightarrow q^n = -11$



$$\triangle EFG: \sin 60^\circ = \frac{x}{40} \Rightarrow x = 20\sqrt{3}$$

$$BC = 60\sqrt{3} \Rightarrow BC = 20\sqrt{3} + 20\sqrt{3} + DC = 60\sqrt{3} \Rightarrow DC = 20\sqrt{3}$$

$$\triangle CDG: \sin \alpha = \frac{CD}{GC} = \frac{20\sqrt{3}}{40\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

۱ ۱۳۹ باید دنبال زوایایی باشیم که سینوس آنها برابر $\frac{1}{2}$ باشد و البته در ناحیه اول و دوم مثلثاتی باشند. بدیهی است که این زاویه‌ها $\frac{\pi}{6}$ و $\frac{5\pi}{6}$ هستند.

$$DC = \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{4\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$$

$$S(ABCD) = \frac{1}{2} \times \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$$

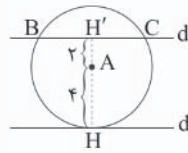
۱ ۱۴۰ از اتحاد مزدوج سینوسی به صورت

صورت $\sin(x-y)\sin(x+y) = \sin^2 x - \sin^2 y$ استفاده می‌کنیم.

$$A = \frac{\sin^2 \frac{\pi}{3} - \sin^2 \alpha}{3 - 4\sin^2 \alpha} = \frac{\frac{3}{4} - \sin^2 \alpha}{3 - 4\sin^2 \alpha} = \frac{1}{4}$$

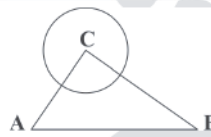
$$\|A|A| = 16 \Rightarrow |A|^3 |A| = 16 \Rightarrow |A|^4 = 16 \Rightarrow |A| = \pm 2$$

$$\left| \frac{1}{\sqrt{2}} A \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} |A| = \frac{1}{\sqrt{2}} \times (\pm 2) = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$



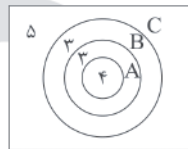
۱ ۱۲۸ چون فاصله A از d برابر فاصله A از d' است، پس فاصله A از d برابر ۴ و فاصله A از d' برابر ۲ است. حال به مرکز A و به شعاع ۴ سانتی‌متر دایره‌ای رسم می‌کنیم. قطعاً این دایره بر d مماس و d' را در دو نقطه قطع خواهد کرد. طبق شکل، نقاط مورد نظر B، C و H خواهند بود.

۲ ۱۲۹ به مرکز C دایره‌ای به شعاع دو سانتی‌متر رسم می‌کنیم، فاصله نقاط روی دایره تا C برابر ۲ سانتی‌متر است. حال عمود منصف AB را رسم می‌کنیم. نقاط برخورد عمود منصف AB با دایره مقابل جواب مسئله است که حداکثر دو نقطه می‌باشد.



۴ ۱۳۰ اگر صفحه بر استوانه مماس باشد، سطح مقطع یک خط است، اگر بر استوانه عمود باشد، سطح مقطع دو خط موازی یا دایره است، در هیچ حالتی مستطیل ساخته نمی‌شود.

۳ ۱۳۱ تعداد عضوهای هر مجموعه را درون آن می‌نویسیم:



$$(A \cup B \cup C)' = C' = U - C$$

$$n(U - C) = 5$$

روش اول: جدول زیر را برای رنگ‌نشده‌ها تنظیم می‌کنیم:

مرحله	۱	۲	۳	...	n
تعداد کل	۱	۴	۹	...	n ²
تعداد رنگ‌نشده‌ها	۱	۳	۵	...	2n-1

تعداد رنگ‌نشده‌ها در مرحله n برابر $n^2 - (2n-1)$ یعنی $(n-1)^2$ است. روش دوم: مستقیماً برای رنگ‌نشده‌ها:

مرحله	۱	۲	۳	...	n
تعداد رنگ‌نشده‌ها	۰	۱	۴	...	(n-1) ²

پس در مرحله سی‌ویکم تعداد مربع‌های رنگ‌شده $30^2 = 900$ می‌باشد.

$$2a = b + 3 \Rightarrow b = 2a - 3$$

$$(a+1)^2 = 3(2b+1) \Rightarrow a^2 + 2a + 1 = 6(2a-3) + 3$$

$$\Rightarrow a^2 + 2a + 1 = 12a - 18 + 3$$

$$\Rightarrow a^2 - 10a + 16 = 0 \Rightarrow (a-2)(a-8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ a=8 \end{cases}$$

اگر $a=2$ باشد، $b=1$ خواهد بود و دنباله حسابی $3, 2, 1, \dots$ و دنباله هندسی $3, 3, 3, \dots$ خواهد بود که دنباله ثابت است.



۳) پیشامد $A \cup B$ زمانی رخ می‌دهد که حداقل یکی از دو پیشامد A یا B رخ دهند.

۴) اگر نتیجه آزمایش تصادفی X باشد، آن‌گاه هر زیرمجموعه‌ای از فضای نمونه‌ای S که شامل X باشد، رخ داده است. با توجه به یادآوری بالا، گزینه (۳) صحیح است.

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

اگر پیشامد مطلوب را A در نظر بگیریم:

$$A = \{(1, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 2), (3, 4), (4, 3), (4, 5), (5, 4), (5, 6), (6, 5)\}$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

۱ ۱۴۸

$$n(S) = \overbrace{3 \times 3 \times \dots \times 3}^6 = 3^6$$

$$n(A) = \binom{6}{2} \times \binom{4}{2} \times \binom{2}{2}$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{6}{2} \times \binom{4}{2} \times \binom{2}{2}}{3^6} = \frac{6!}{(2!)^3 \times 3^6}$$

$$= \frac{6!}{8 \times 3^6} = \frac{720}{8 \times 729} = \frac{20}{2 \times 3^4} = \frac{10}{81}$$

۴ ۱۴۹

$$P(A' \cup B') = 1 - P(A \cap B) = \frac{13}{15} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{2}{15}$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{1}{5} - \frac{2}{15} = \frac{1}{15}$$

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} - \frac{2}{15} = \frac{1}{15}$$

$$\Rightarrow \frac{P(B - A)}{P(A - B)} = \frac{\frac{1}{15}}{\frac{1}{15}} = 1$$

۴ ۱۵۱ نکته: برای تعداد اعداد صحیح بخش‌پذیر بر k در

$$\left[\frac{n}{k} \right] - \left[\frac{n-1}{k} \right]$$

بازه $[m, n]$ از رابطه مقابل استفاده می‌کنیم:

نکته: اگر عدد a بر دو عدد نسبت به هم اول بخش‌پذیر باشد، آن‌گاه a بر حاصل‌ضرب دو عدد نیز بخش‌پذیر است.

$$n(S) = 700 - 200 + 1 = 501$$

A : مجموعه اعداد بخش‌پذیر بر ۴

B : مجموعه اعداد بخش‌پذیر بر ۹

$A \cap B$: مجموعه اعداد بخش‌پذیر بر ۴ و ۹ (یعنی بخش‌پذیر بر ۳۶)

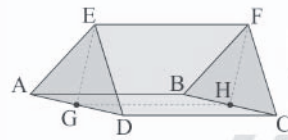
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{\left(\left[\frac{700}{4} \right] - \left[\frac{199}{4} \right] \right)}{501} + \frac{\left(\left[\frac{700}{9} \right] - \left[\frac{199}{9} \right] \right)}{501} - \frac{\left(\left[\frac{700}{36} \right] - \left[\frac{199}{36} \right] \right)}{501}$$

$$= \frac{175 - 49}{501} + \frac{77 - 22}{501} - \frac{19 - 5}{501} = \frac{167}{501} = \frac{1}{3}$$

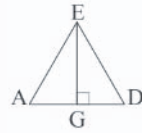
۱ ۱۴۱

۲ ۱۴۲



سطح مقطع ایجادشده

مستطیلی با طول $EF = 2$ و عرض EG که ارتفاع مثلث AED است.

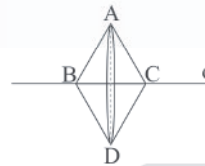


$$EG = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$S(EFHG) = EG \times EF = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

۲ ۱۴۳

اگر مثلث ABC را حول BC



(خط d) دوران دهیم، دو مخروط که از قاعده به هم چسبیده‌اند تولید می‌شود.

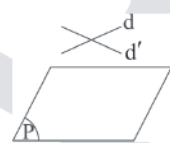
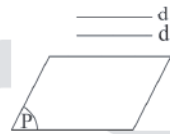
۴ ۱۴۴

همواره از هر سه نقطه یک خط عبور نمی‌کند. در واقع از هر دو نقطه متمایز در فضای سه‌بعدی یک خط عبور می‌کند. نقطه سوم ممکن است روی خط مورد نظر قرار نداشته باشد.

۳ ۱۴۵

اگر d و d' موازی باشند و فاصله d

و d' از P یکسان باشد (شکل مقابل).



اگر d و d' متقاطع باشند و فاصله d و d' از P یکسان باشد (شکل مقابل).

دقت کنید: اگر d و d' متناظر باشند، نمی‌توانند فاصله یکسانی تا صفحه P داشته باشند.

۴ ۱۴۶

در صورت سؤال ذکر شده است، مهره‌ها یکسان می‌باشند، بنابراین فقط رنگ مهره‌های بیرون آمده اهمیت دارد، پس:

$$S = \{(قرمز, قرمز), (قرمز, آبی), (قرمز, آبی), (آبی, آبی)\}$$

$$\Rightarrow n(S) = 4$$

به روشی دیگر می‌توان گفت هر مهره‌ای که بیرون می‌آید به لحاظ رنگ، ۲ حالت دارد یا آبی است و یا قرمز است، بنابراین:

$$\boxed{2} \times \boxed{2} \Rightarrow n(S) = 4$$

مهره دوم مهره اول

۳ ۱۴۷ یادآوری:

۱) اگر $A, B \subset S$ و $A \subset B$ آن‌گاه رخ دادن A ، رخ دادن B را نتیجه می‌دهد.

۲) پیشامد $A \cap B$ زمانی رخ می‌دهد که A و B هر دو رخ دهند.



حال با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت می‌توان

نوشت:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 100 = 2 \times (-2) \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{100}{4} = 25 \text{ m}$$

رابطه شتاب گرانش به شکل زیر است. با مقایسه فاصله نقاط



$$g = \frac{GM_e}{r^2} \Rightarrow \frac{g_A}{g_B} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{7/2}{1/8} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = 4$$

$$\Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = 2 \Rightarrow r_2 = 2r_1$$

A, B و C خواهیم داشت:

نقطه C وسط نقاط A و B است.

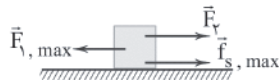
$$r_3 = \frac{r_1 + r_2}{2} = \frac{r_1 + 2r_1}{2} = \frac{3}{2}r_1$$

برای محاسبه بزرگی شتاب گرانش در نقطه C خواهیم داشت:

$$\frac{g_C}{g_A} = \left(\frac{r_1}{r_3}\right)^2 \Rightarrow \frac{g_C}{7/2} = \left(\frac{r_1}{\frac{3}{2}r_1}\right)^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow g_C = 3/2 \frac{m}{s^2}$$

بیشترین مقدار F_f مربوط به حالتی است که جسم در آستانه

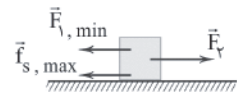
حرکت به سمت چپ قرار می‌گیرد.



$$f_{s,max} = \mu_s mg = 0.5 \times 40 = 20 \text{ N}$$

$$F_{1,max} = F_r + f_{s,max} = 44 + 20 = 64 \text{ N}$$

کمترین مقدار F_f مربوط به حالتی است که جسم در آستانه حرکت به سمت راست قرار می‌گیرد.



$$F_{1,min} + f_{s,max} = F_r$$

$$F_{1,min} + 20 = 44 \Rightarrow F_{1,min} = 24 \text{ N}$$

بنابراین:

$$\frac{F_{1,max}}{F_{1,min}} = \frac{64}{24} = \frac{8}{3}$$

با استفاده از قانون دوم نیوتون، شتاب جسم را محاسبه

می‌کنیم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow k\Delta x - \mu_k \times F_N = ma \Rightarrow 100 \times \frac{12}{100} - 0.25 \times 30 = 3a$$

$$\Rightarrow 12 - 7.5 = 3a \Rightarrow a = 1/5 \frac{m}{s^2}$$

حال با استفاده از تعریف شتاب، بزرگی سرعت جسم را در لحظه $t = 3s$ به

دست می‌آوریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 1/5 = \frac{v - 0}{3} \Rightarrow v = 4/5 \frac{m}{s}$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$P = mv \Rightarrow P = 3 \times 4/5 = 12/5 \text{ N.s}$$

بررسی گزینه‌ها: ۳ ۱۵۲

$$1) P(A \cup B) \leq 1 \Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) \leq 1$$

$$\Rightarrow P(A) - 1 + P(B) \leq P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow -P(A') + P(B) \leq P(A \cap B)$$

$$2) P(A' \cup B) - P(A \cap B)$$

$$= P(A') + P(B) - P(A' \cap B) - P(A \cap B)$$

$$= P(A') + [P(B) - P(A \cap B)] - P(B \cap A')$$

$$= P(A') + P(B - A) - P(B - A) = P(A')$$

$$3) P(A - B) + P(B - A) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$+ P(B) - P(A \cap B) = P(A \cup B) - P(A \cap B)$$

$$4) P(A) = P(B) = 1 \Rightarrow A = B = S \Rightarrow P(A \cap B) = P(S) = 1$$

۲ ۱۵۳

$$P(a) + P(b) + P(c) = 1 \Rightarrow 2m + \frac{1}{3} + 3m + \frac{1}{4} + 4m - \frac{1}{12} = 1$$

$$\Rightarrow 9m = 1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12}\right) = 1 - \frac{4+3-1}{12} = 1 - \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow m = \frac{1}{18} \Rightarrow \begin{cases} P(a) = 2\left(\frac{1}{18}\right) + \frac{1}{3} = \frac{1}{9} + \frac{1}{3} = \frac{4}{9} \\ P(b) = 3\left(\frac{1}{18}\right) + \frac{1}{4} = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{5}{12} \\ P(c) = 4\left(\frac{1}{18}\right) - \frac{1}{12} = \frac{2}{9} - \frac{1}{12} = \frac{5}{36} \end{cases}$$

$$\frac{P(a) - P(c)}{2P(b)} = \frac{\frac{4}{9} - \frac{5}{36}}{2\left(\frac{5}{12}\right)} = \frac{\frac{11}{36}}{\frac{5}{6}} = \frac{11}{30}$$

$$S = \{1, 2, \dots, 6\}$$

$$P(1) + P(2) + P(3) + \dots + P(6) = 1$$

$$P(1) + P(1) + d + \dots + P(1) + 5d = 1 \Rightarrow 6P(1) + 15d = 1$$

$$\Rightarrow P(1) = \frac{1 - 15 \times 0.02}{6} = \frac{7}{60} \Rightarrow \begin{cases} P(2) = P(1) + d = \frac{41}{300} \\ P(3) = P(1) + 2d = \frac{47}{300} \end{cases}$$

$$P(\{2, 3\}) = P(2) + P(3) = \frac{41}{300} + \frac{47}{300} = \frac{88}{300} = \frac{22}{75}$$

۱ ۱۵۵

$$P(a) + P(b) = 1 \Rightarrow P(a) + \frac{1}{2}P(a) = 1 \Rightarrow \begin{cases} P(a) = \frac{2}{3} \\ P(b) = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P(a') = \frac{1}{3} \\ P(b') = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow 2P(a') + \frac{P(b')}{2} = 2 \times \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

فیزیک

۲ ۱۵۶ به گلوله تنها نیروی اصطکاک جنبشی وارد می‌گردد، بنابراین

شتاب گلوله را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -\mu_k \times mg = ma$$

$$\Rightarrow a = -\mu_k \times g \Rightarrow a = -0.2 \times 10 = -2 \frac{m}{s^2}$$



پس از یافتن شتاب برای یافتن مسافت توقف از معادله سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت استفاده می‌کنیم، پس داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} = \frac{v_A^2 - v_0^2}{v_B^2 - v_0^2} \times \frac{a_B}{a_A} \quad \begin{matrix} v_A = v_B = 0, a_A = -\mu k_A g \\ v_B = \sqrt{v_0^2}, a_B = -\mu k_B g \end{matrix}$$

$$\frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} = \frac{0 - v_0^2}{0 - (2v_0^2)} \times \frac{-\mu k_B g}{-\mu k_A g} \rightarrow \frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} = \frac{1}{2} \frac{\mu k_B}{\mu k_A} \rightarrow$$

$$\frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} = \frac{-v_0^2}{-4v_0^2} \times 3 \Rightarrow \frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} = \frac{3}{4}$$

۱۶۵ ۳ در هر بازه زمانی، نیروی خالص متوسط از رابطه $F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ به دست می‌آید. بنابراین:

$$t_1 = 0 \Rightarrow \vec{p}_1 = (0.4 \sin \frac{\pi}{6})\vec{i} + (0.2 \cos \frac{\pi}{6})\vec{j} \Rightarrow \vec{p}_1 = 0.2\vec{j} \text{ (N.s)}$$

$$t_2 = 3s \Rightarrow \vec{p}_2 = (0.4 \sin \frac{\pi}{3})\vec{i} + (0.2 \cos \pi)\vec{j}$$

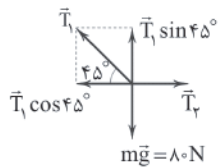
$$\Rightarrow \vec{p}_2 = 0.4\vec{i} - 0.2\vec{j} \text{ (N.s)}$$

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = (0.4\vec{i} - 0.2\vec{j}) - (0.2\vec{j}) = 0.4\vec{i} - 0.4\vec{j} \text{ (N.s)}$$

$$\vec{F}_{av} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{0.4\vec{i} - 0.4\vec{j}}{3 - 0} = \frac{0.4}{3}\vec{i} - \frac{0.4}{3}\vec{j} \text{ (N)}$$

$$|F_{av}| = \frac{0.4\sqrt{2}}{3} \text{ N}$$

۱۶۶ ۱ مطابق شکل زیر، نیرویی که نیروسنج نمایش می‌دهد را تجزیه می‌کنیم و چون سیستم در حال تعادل است، برایند نیروها در هر یک از حالت‌های افقی و عمودی باید صفر باشد.



$$F_{net_x} = 0 \Rightarrow T_1 \cos 45^\circ = T_2 \quad (*)$$

$$F_{net_y} = 0 \Rightarrow T_1 \sin 45^\circ = 80 \Rightarrow T_1 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 80$$

$$\Rightarrow T_1 = \frac{80\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 80\sqrt{2} \text{ N} \xrightarrow{(*)} T_2 = 80\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 80 \text{ N}$$

۱۶۷ ۲ می‌دانیم اگر آسانسور با شتاب ثابت رو به پایین شروع به حرکت کند، شتاب گرانش از رابطه $g' = g - a$ قابل محاسبه است، بنابراین نیرویی که باعث افزایش طول فنر می‌گردد mg' است. در نتیجه:

$$F = k\Delta x \xrightarrow{F=mg'} mg' = k\Delta x \Rightarrow 4 \times 8 = 25 \times \Delta x$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{32}{25} \times 100 = 128 \text{ cm}$$

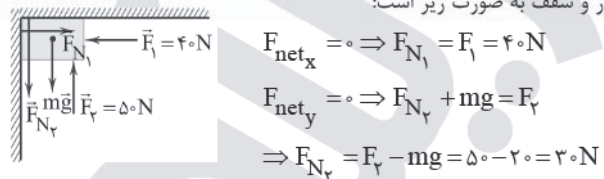
۱۶۰ ۲ وقتی جسم ساکن است و ما نیروی \vec{F} را به جسم وارد می‌کنیم، تا وقتی که $f_{s,max} > F$ باشد، جسم حرکت نمی‌کند و نیروی اصطکاکی برابر با نیروی محرک به جسم وارد می‌شود؛ برای به حرکت درآمدن جسم باید $F > f_{s,max}$ باشد، بنابراین حداقل نیرو برای آن که جسم در آستانه حرکت قرار گیرد $F = f_{s,max}$ است، پس داریم:

$$F = f_{s,max} \xrightarrow{f_{s,max} = \mu_s F_N} F = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N = mg} F = \mu_s mg$$

$$\xrightarrow{\mu_s = 0.7, m = 4 \text{ kg}} F = 0.7 \times 4 \times 10 \Rightarrow F = 28 \text{ N}$$

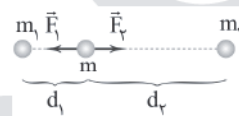
$$g = 10 \frac{m}{s^2}$$

۱۶۱ ۳ با توجه به شکل زیر، نیروی عمودی وارد بر جسم از طرف دیوار و سقف به صورت زیر است:



$$\text{برایند نیروها} = \sqrt{F_{N1}^2 + F_{N2}^2} = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50 \text{ N}$$

۱۶۲ ۲ جسم باید به جسم با جرم m_1 نزدیک‌تر باشد، با توجه به شکل زیر داریم:



$$F_1 = F_2 \Rightarrow \frac{m_1 m}{d_1^2} = \frac{m_2 m}{d_2^2} \Rightarrow \frac{2600}{d_1^2} = \frac{22400}{d_2^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{d_1^2} = \frac{9}{d_2^2} \Rightarrow \frac{1}{d_1} = \frac{3}{d_2} \Rightarrow \frac{d_1}{d_2} = \frac{1}{3}$$

۱۶۳ ۱ انرژی جنبشی جسم برحسب تکانه از رابطه $K = \frac{p^2}{2m}$ محاسبه می‌شود، بنابراین:

$$t_1 = 1s \Rightarrow p_1 = 1 - 2 + 9 = 7 \text{ N.s} \Rightarrow K_1 = \frac{49}{4}$$

$$t_2 = 2s \Rightarrow p_2 = 4 - 6 + 9 = 7 \text{ N.s} \Rightarrow K_2 = \frac{49}{4}$$

بنابراین انرژی جنبشی جسم هیچ تغییری نکرده است.

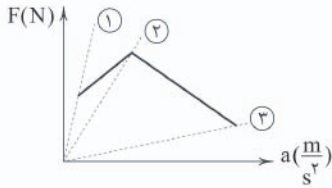
۱۶۴ ۲ هر دو جسم در اثر نیروهای اصطکاک جنبشی وارد بر آن‌ها شتابی در خلاف جهت حرکت خواهند داشت. در ابتدا شتاب توقف هر یک را جداگانه محاسبه می‌کنیم:

$$F_{net_A} = -f_{k_A} = m_A a_A \xrightarrow{f_{k_A} = \mu k_A m_A g} -\mu k_A m_A g = m_A a_A \Rightarrow a_A = -\mu k_A g$$

$$F_{net_B} = -f_{k_B} = m_B a_B \xrightarrow{f_{k_B} = \mu k_B m_B g} -\mu k_B m_B g = m_B a_B \Rightarrow a_B = -\mu k_B g$$



۱۷۴ ۴ شیب خط گذرنده از مبدأ بیانگر جرم است. همان‌گونه که مشاهده می‌کنید شیب خط (۱) از (۲) بیش‌تر و خط (۲) از (۳) بیش‌تر است، بنابراین جرم همواره کاهش می‌یابد.



۱۷۵ ۱ ابتدا شتاب حرکت را محاسبه می‌کنیم:



$$F_{net} = ma$$

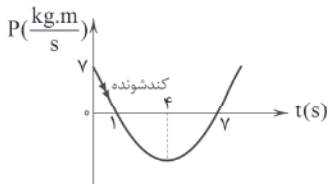
$$mg - \frac{3}{4}mg = ma \Rightarrow a = \frac{1}{4}g = \frac{2}{5} \frac{m}{s^2}$$

برای محاسبه تندی برخورد چتر باز با زمین از معادله سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت استفاده می‌کنیم.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y$$

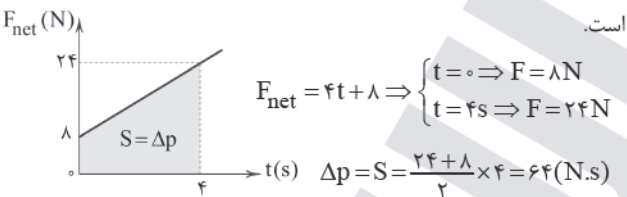
$$v^2 - 0 = 2 \times \frac{2}{5} \times 320 \Rightarrow v = 40 \frac{m}{s}$$

۱۷۶ ۱ نمودار P-t را رسم می‌کنیم:



در قسمتی که نمودار به محور افقی نزدیک می‌شود، نوع حرکت، کندشونده است. پس در ثانیه اول حرکت، نوع حرکت کندشونده است.

۱۷۷ ۳ سطح زیر نمودار نیروی برابند - زمان، بیانگر تغییرات تکانه است.



$$F_{net} = 4t + 8 \Rightarrow \begin{cases} t=0 \Rightarrow F=8N \\ t=4s \Rightarrow F=24N \end{cases}$$

$$\Delta p = S = \frac{24+8}{2} \times 4 = 64 (N.s)$$

$$\Delta p = m\Delta v \Rightarrow 64 = 2\Delta v \Rightarrow \Delta v = 32 \xrightarrow{v_0=0} v = 32 \frac{m}{s}$$

۱۷۸ ۱ نیروی کشش نخ (\vec{F}) نقش نیروی مرکزگرا (\vec{F}_c) را بازی می‌کند.

$$F = F_c$$

$$\Rightarrow F = \frac{mv^2}{r} \xrightarrow{v = \frac{2\pi r}{T}} F = \frac{4\pi^2 mr}{T^2} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \frac{r_2}{r_1} \times \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2$$

$$\Rightarrow 12 = \frac{m_2}{m_1} \times \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{\frac{1}{2}}\right)^2$$

$$12 = \frac{m_2}{m_1} \times \frac{1}{2} \times 4 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{12}{2} = \frac{3}{1}$$

۱۶۸ ۳ هنگامی که آسانسور تندشونده رو به بالا حرکت می‌کند، عددی که ترازو نشان می‌دهد به صورت زیر است:

$$F_N = m(g+a) = 80(10+2) = 960N$$

حال هنگامی که کابل پاره می‌گردد، جسم دچار بی‌وزنی می‌شود و عددی که ترازو نشان می‌دهد، برابر صفر است.

۱۶۹ ۳ بزرگی نیروی کشش نخ برابر بزرگی نیروی مرکزگرای دوران

است، بنابراین با استفاده از رابطه $F_{net} = \frac{mv^2}{r}$ تندی گلوله را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{net} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow 160 = \frac{0.4 \times v^2}{1} \Rightarrow v^2 = 400 \Rightarrow v = 20 \frac{m}{s}$$

$$l = v\Delta t \Rightarrow 60 = 20 \times \Delta t \Rightarrow \Delta t = 3s$$

۱۷۰ ۱ نیروی اصطکاک ایستایی، نیروی مرکزگرای وارد بر ذره را تأمین

می‌کند، لذا می‌توان نوشت:

چون جرم و شعاع ثابت است و فقط v در حال افزایش است، بنابراین نیروی اصطکاک در حال افزایش است.

۱۷۱ ۳ سرعت در همه نقاط تسمه با یکدیگر برابر است:

$$v_1 = v_2$$

$$r_1 \times \frac{2\pi}{T_1} = r_2 \times \frac{2\pi}{T_2}$$

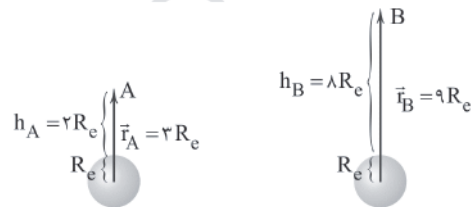
$$r_2 > r_1 \Rightarrow T_1 < T_2$$

۱۷۲ ۴ نیروی اصطکاک ایستایی برابر با نیروی مرکزگرا است.

$$v = 72 \frac{km}{h} = 20 \frac{m}{s}$$

$$f_s = F_{net} = m \frac{v^2}{r} = \frac{1500 \times 20^2}{75} = 8000N = 8kN$$

۱۷۳ ۳ شعاع حرکت هر ماهواره، فاصله آن از مرکز کره زمین است.



بنابراین سرعت با جذر شعاع رابطه عکس دارد.

$$\frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{r_B}{r_A}} = \sqrt{\frac{9R_e}{3R_e}} = \sqrt{3}$$

برای مقایسه تکانه خواهیم داشت:

$$p = mv \Rightarrow \frac{p_A}{p_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{v_A}{v_B} = \frac{1}{\sqrt{6}} \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



۱۷۹ ۲ ابتدا اندازه شتاب را محاسبه می‌کنیم:

$$\vec{a}_c = 24\vec{i} - 32\vec{j} \Rightarrow |a_c| = \sqrt{24^2 + 32^2} = 40 \frac{m}{s^2}$$

برای محاسبه تندی خواهیم داشت:

$$a_c = \frac{v^2}{r} \Rightarrow 40 = \frac{v^2}{5} \Rightarrow v^2 = 200 \Rightarrow v = 10\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

۱۸۰ ۳ هنگامی که یک ماهواره فرستنده امواج رادیویی و تلویزیونی

است، یعنی همواره بالای نقطه ثابتی از زمین است و دوره تناوب آن ۲۴h است. برای محاسبه دوره تناوب در حالت دوم خواهیم داشت:

$$v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v} \quad v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}}$$

$$T = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{GM_e}{r}}} \Rightarrow T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM_e}} \Rightarrow T^2 \propto r^3$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^{\frac{3}{2}} \Rightarrow \frac{T_2}{24} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^{\frac{3}{2}} = 8 \Rightarrow T_2 = 192h$$

۱۸۱ ۱ Q_L را مطابق زیر محاسبه می‌کنیم:

$$Q_L = mL_F = 50 \times 350 = 17500 J$$

حداقل انرژی الکتریکی مصرفی، زمانی اتفاق می‌افتد که ضریب عملکرد یخچال بیشترین مقدار ممکن باشد. بیشترین ضریب عملکرد این یخچال ضریب عملکرد یخچال کارنو است بنابراین:

$$K_{\text{کارنو}} = \frac{T_H}{T_H - T_L} = \frac{273 + (-3)}{(273 + 24) - (273 + (-3))} = \frac{270}{27} = 10$$

$$K_{\text{max}} = \frac{Q_L}{W_{\text{min}}} \quad K_{\text{max}} = K_{\text{کارنو}} \rightarrow 10 = \frac{17500}{W_{\text{min}}}$$

$$\Rightarrow W_{\text{min}} = \frac{17500}{10} = 1750 J = 1/75 kJ$$

۱۸۲ ۴ مطابق رابطه $\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H}$ با سه برابر کردن هم زمان T_L

و T_H ، کسر $\frac{T_L}{T_H}$ هیچ تغییری نمی‌کند، پس بازده ماشین هم تغییری نمی‌کند.

۱۸۳ ۳

با استفاده از رابطه $K = \frac{Q_L}{W}$ و همچنین $|Q_H| = Q_L + W$ می‌توان

نوشت:

$$|Q_H| = Q_L + W \Rightarrow W = |Q_H| - Q_L$$

$$K = \frac{Q_L}{W} \Rightarrow K = \frac{Q_L}{|Q_H| - Q_L} \Rightarrow K|Q_H| - KQ_L = Q_L$$

$$\Rightarrow K|Q_H| = (K+1)Q_L \Rightarrow \frac{Q_L}{|Q_H|} = \frac{K}{K+1}$$

۱۸۴ ۲ ابتدا دمای منبع را برحسب کلوین می‌نویسیم:

$$T_L = \theta_L + 273 = 27 + 273 = 300 K$$

$$T'_L = \theta'_L + 273 = 15 + 273 = 288 K$$

حال بازده ماشین کارنو را قبل و بعد از تغییرات دما محاسبه می‌کنیم:

$$\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{300}{T_H}$$

$$\eta' = 1 - \frac{T'_L}{T_H} = 1 - \frac{288}{T_H}$$

اکنون با استفاده از اختلاف بازده می‌توانیم T_H را به دست آوریم:

$$\eta' - \eta = 1 - \frac{288}{T_H} - \left(1 - \frac{300}{T_H}\right) = \frac{12}{T_H} \Rightarrow T_H = 600 K$$

۱۸۵ ۴ انرژی درونی، تابع مطلق از دما است، بنابراین با تغییر چگالی

گاز، انرژی درونی آن هیچ تغییری نخواهد کرد.

۱۸۶ ۳ بررسی گزینه‌ها:

۱) فرایند AB، فرایندی هم‌دما است، بنابراین تغییرات انرژی درونی گاز در این فرایند صفر است اما دلیلی بر این‌که گرمایی مبادله نکند، ندارد.

۲) فرایند BC هم‌حجم است، بنابراین کار انجام‌شده بر روی گاز در این فرایند برابر صفر است.

۳) چون چرخه پاد ساعتگرد است در نتیجه کار کل انجام شده بر روی گاز در چرخه مثبت است.

۴) ممکن است چرخه مربوط به یخچال باشد.

۱۸۷ ۱ برای محاسبه تغییر انرژی درونی، فقط نقاط ابتدا و انتهای

مسیر را لازم داریم:

$$\Delta U = nC_V \Delta T$$

$$\Rightarrow \Delta U = \frac{3}{2} nR \Delta T = \frac{3}{2} \times 2 \times 8 \times (700 - 300) = 9600 J$$

۱۸۸ ۳ هر دو نمودار از مبدأ عبور می‌کنند، هم‌چنین شیب خط هر

دو نمودار مقدار ثابتی است در نتیجه تغییر حجمی نداریم و کار در هر دو فرایند صفر است:

$$W_A = W_B = 0$$

۱۸۹ ۳ فرایند هم‌فشار است، کافی است Q و W را به دست آوریم،

سپس با استفاده از قانون اول ترمودینامیک، تغییر انرژی درونی گاز را محاسبه می‌کنیم، با توجه به چگالی، یک سانتی‌متر مکعب آب، برابر یک گرم آب مایع است، پس:

$$Q = mL_V = 1 \times 2/26 \times 10^3 = 2260 J$$

$$W = -P \Delta V = \underbrace{-1 \times 10^5}_P \times \underbrace{(2000 - 1) \times 10^{-6}}_{\Delta V} = -200 J$$

$$\Delta U = Q + W = 2260 - 200 = 2060 J$$

۱۹۰ ۱ با گرم شدن تدریجی آب، دمای آب بالا می‌رود و مقداری گرما

از آب به هوای درون سرنگ منتقل می‌شود و پیستون کمی حرکت می‌کند.

این اتفاق در فشار ثابت رخ می‌دهد.



۱۹۵ ۳ معادله شار مغناطیسی عبوری از پیچه را بر حسب زمان به دست

می آوریم. بازه زمانی ۰/۰۰۵ ثانیه‌ای نشان داده شده معادل $\frac{T}{4}$ است، پس:

$$\frac{T}{4} = 0.005 \Rightarrow T = 0.02 \text{ s}$$

$$\Phi = \Phi_m \cos \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow \Phi = 0.02 \cos(200\pi t)$$

می‌خواهیم نیروی محرکه القایی متوسط را در t ثانیه اول به دست آوریم، لازم است خود t را مشخص کنیم. می‌دانیم در این لحظه برای اولین بار شار مغناطیسی عبوری از پیچه 0.01 Wb است، پس:

$$\Phi = 0.02 \cos(200\pi t) \Rightarrow 0.01 = 0.02 \cos(200\pi t)$$

$$\Rightarrow \cos(200\pi t) = \frac{1}{2} \Rightarrow 200\pi t = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t = \frac{1}{600} \text{ s}$$

$$t_1 = 0 \Rightarrow \Phi_1 = 0.02 \text{ Wb}, t_2 = \frac{1}{600} \text{ s} \Rightarrow \Phi_2 = 0.01 \text{ Wb}$$

$$|\bar{\varepsilon}| = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = |-200 \times \frac{0.01 - 0.02}{\frac{1}{600}}| = 1200 \text{ V}$$

۱۹۶ ۳ رابطه نیروی محرکه القایی متوسط برای میله‌ای که روی سطح

قایی با تندی ثابت حرکت می‌کند به صورت زیر است:

$$|\bar{\varepsilon}| = vBl \Rightarrow \frac{\bar{\varepsilon}_2}{\varepsilon_1} = \frac{v_2}{v_1} \times \frac{B_2}{B_1} \times \frac{\ell_2}{\ell_1} \quad \frac{\ell_2}{\ell_1} = \frac{1}{3} \quad \frac{\bar{\varepsilon}_2}{\varepsilon_1} = \frac{1}{4}$$

۱۹۷ ۲ ضریب القاوری از رابطه $L = \mu_0 \frac{N^2 A}{\ell}$ به دست می‌آید،

بنابراین برای به دست آوردن معادلی برای یکای ضریب القاوری که هانری می‌باشد، در این فرمول به جای هر کمیت، یکای آن را قرار می‌دهیم:

$$L = \mu_0 \frac{N^2 A}{\ell} \Rightarrow [H] = \left[\frac{T \cdot m}{A} \right] \times \left[\frac{m^2}{m} \right] = \left[\frac{T \cdot m^2}{A} \right]$$

۱۹۸ ۴ برای حذف اثر آن باید القاگرها را به شکلی در مدار قرار داد که

صفحات آن‌ها بر هم عمود باشند.

۱۹۹ ۴ با نزدیک شدن آهنربا به سیمولوله، اندازه میدان مغناطیسی در محل

سیمولوله افزایش می‌یابد و در نتیجه شار گذرنده از سیمولوله زیاد می‌شود. طبق قانون لنز، جهت جریان القایی در سیمولوله باید طوری باشد که با عامل تغییر شار مخالفت کند، با القای جریان در سیمولوله، سیمولوله به آهنربا تبدیل می‌شود که هنگام ورود آهنربا از ورود آن جلوگیری می‌کند و هنگام خروج آهنربا از خارج شدن آن جلوگیری می‌کند. در نتیجه هنگام ورود، نیروی دافعه و هنگام خروج، نیروی جاذبه است.

۲۰۰ ۱ ابتدا ولتاژ دو سر پیچه اولیه را در لحظه $t = \frac{1}{30} \text{ s}$ محاسبه

می‌کنیم:

$$V_1 = \frac{1}{3} \cos(10\pi t) \xrightarrow{t = \frac{1}{30}} V_1 = \frac{1}{3} \cos(10\pi \times \frac{1}{30}) \Rightarrow V_1 = \frac{1}{4} \text{ V}$$

حال با استفاده از رابطه $\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}$ ، ولتاژ دو سر پیچه ثانویه را به دست می‌آوریم:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \frac{V_2}{\frac{1}{4}} = \frac{60}{5} \Rightarrow V_2 = \frac{60}{4 \times 5} = 3 \text{ V}$$

پس می‌توان نتیجه گرفت، ولتاژ دو سر خازن در لحظه $t = \frac{1}{30} \text{ s}$ برابر 3 V

است، بنابراین بار الکتریکی ذخیره‌شده در خازن برابر است با:

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow Q = CV = 10 \times 10^{-6} \times 3 = 30 \times 10^{-6} = 3 \times 10^{-5} \text{ C}$$

۱۹۱ ۱ شار مغناطیسی عبوری از سطح ABC از رابطه

$\Phi = BA \cos \theta$ قابل محاسبه است. به طوری که $A \cos \theta$ تصویر صفحه ABC بر روی صفحه‌ای است که بر خطوط میدان مغناطیسی عمود است، که در واقع همان صفحه AOC می‌شود. مساحت این صفحه برابر است با:

$$A_{AOC} = \frac{12 \times 4}{2} = 24 \text{ m}^2 \Rightarrow A_{ABC} \cos \theta = 24 \text{ m}^2$$

$$\Phi = BA_{ABC} \cos \theta = 10 \times 10^{-4} \times 24 = 2.4 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

۱۹۲ ۴ کافی است از رابطه شار مغناطیسی استفاده کنیم:

$$\Phi = BA \cos \theta \Rightarrow 40 \times 10^{-6} = 0.2 \times 2/5 \times 10^{-4} \times \cos \theta$$

$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{40 \times 10^{-6}}{0.2 \times 2/5 \times 10^{-4}} = 0.8 \Rightarrow \theta = 37^\circ$$

زاویه بین خطوط میدان با سطح قاب خواسته شده، بنابراین:

$$\alpha = 90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$$

۱۹۳ ۲ در اثر عبور جریان از سیمولوله، در داخل آن میدان مغناطیسی

یکنواخت و در نتیجه شار مغناطیسی به وجود می‌آید، شار مغناطیسی عبوری از سیمولوله را بر حسب جریان الکتریکی محاسبه می‌کنیم.

$$\Phi = BA \cos \theta \xrightarrow{\theta=0^\circ} \Phi = BA \xrightarrow{B = \frac{\mu_0 NI}{\ell}} \Phi = \mu_0 \frac{N}{\ell} IA$$

تغییر جریان عبوری از سیمولوله 0.25 A و تغییر شار گذرنده از آن برابر $0.125 \mu \text{ Wb}$ است، پس:

$$\Phi = \frac{\mu_0 N I A}{\ell} \Rightarrow \Delta\Phi = \mu_0 \frac{N}{\ell} A \Delta I$$

$$\Rightarrow 125 \times 10^{-3} \times 10^{-6} = \mu_0 \times \frac{250}{\ell} \times 0.25 \times A \Rightarrow \frac{\mu_0 A}{\ell} = 2 \times 10^{-9}$$

حال به سادگی می‌توان با استفاده از رابطه ضریب القاوری نوشت:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell} = \frac{\mu_0 A}{\ell} \times (250)^2 = 2 \times 10^{-9} \times 62500 = 125 \times 10^{-6} \text{ H} = 125 \times 10^{-3} \text{ mH}$$

۱۹۴ ۳ شار مغناطیسی عبوری از پیچه را ابتدا در بازه زمانی $t_1 = 0$

تا $t_2 = 2 \text{ s}$ محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{I} = \frac{\bar{\varepsilon}}{R} \quad \bar{\varepsilon} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow \bar{I} = -\frac{N \Delta\Phi}{R \Delta t} \Rightarrow 4 \times 10^{-3} = -\frac{200 \times \Delta\Phi}{4 \times 2}$$

$$\Rightarrow \Delta\Phi = -16 \times 10^{-5} \text{ Wb}$$

حال شار مغناطیسی عبوری از پیچه را در بازه زمانی $t_1 = 2 \text{ s}$ تا $t_2 = 7 \text{ s}$ به دست می‌آوریم:

$$\bar{I} = -\frac{N \Delta\Phi}{R \Delta t} \Rightarrow -10 \times 10^{-3} = -\frac{200 \times \Delta\Phi}{4 \times 5} \Rightarrow \Delta\Phi = 10^{-3} \text{ Wb}$$

بنابراین شار مغناطیسی عبوری از پیچه در مرحله اول 16×10^{-5} و بر کاهش و در مرحله دوم 10^{-3} و بر افزایش می‌یابد.

$$\Phi_2 = \Phi_1 + \Delta\Phi = -16 \times 10^{-5} + 10^{-3} = 84 \times 10^{-5} \text{ Wb}$$

بنابراین گزینه (۳) صحیح است.



شیمی

۲۰۱ | ۳ بررسی عبارتهای نادرست:

(آ) پدیده‌های طبیعی همچون تندر و آذرخش با مبادله الکترون همراه هستند.
(ب) با فرایند برقکافت، می‌توان شماری از مواد را تولید کرد و طی آن، مقداری انرژی مصرف می‌شود، نه تأمین!

۲۰۲ | ۱ ذره‌های E, D, X, A و M به ترتیب همان

Zn, Cl⁻, H⁺, H_۲ و Zn^{۲+} هستند.

فقط عبارت «ب» درست است.

بررسی عبارتهای نادرست:

(آ) در ساختار مولکول H_۲ (یا همان E)، جفت الکترون ناپیوندی وجود ندارد.
(پ) معادله موازنه شده نیم‌واکنش اکسایش به صورت
A(s) → M(aq) + ۲e⁻ یا Zn(s) → Zn^{۲+}(aq) + ۲e⁻ است.

(ت) گونه‌های Zn و H⁺ (یا همان A و D) به ترتیب نقش کاهنده و اکسنده دارند.

۲۰۳ | ۱ هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند.

مطابق داده‌های جدول، ترتیب قدرت کاهندگی فلزها به صورت Pd < Co < Cd < Zr است.

بررسی عبارتهای:

(آ) ترتیب قدرت اکسندگی یا الکترون‌گیری یونها به صورت Pd^{۲+} < Co^{۲+} < Cd^{۲+} < Zr^{۴+} است.

(ب) از آن‌جا که فاصله E^۰ در جدول Co و Zr بیش‌تر از فاصله Cd و Zr است، افزایش دمای واکنش میان Zr(s) و Co(NO_۳)_۲(aq) بیش‌تر از افزایش دمای واکنش میان Zr(s) و Cd(NO_۳)_۲(aq) خواهد بود.

(پ) در سلول گالوانی حاصل از Cd و Co، فلز Cd نقش آند را دارد و با توجه به نیم‌واکنش Cd(s) → Cd^{۲+}(aq) + ۲e⁻، با گذشت زمان [Cd^{۲+}] افزایش می‌یابد.

(ت) در سلول گالوانی حاصل از Cd و Pd، فلزهای کادمیم و پالادیم به ترتیب آند و کاتد بوده و در نتیجه جهت جریان الکترون در مدار خارجی از Cd به سوی Pd است.

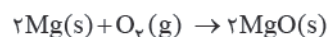
۲۰۴ | ۳ بررسی عبارتهای نادرست:

(آ) از آن‌جا که در جدول E^۰، جایگاه مس بالاتر از H⁺ است، فلز مس با محلول اسیدی (دارای H⁺) واکنش نمی‌دهد.

(ت) در سلول‌های گالوانی، جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی از آند به سوی کاتد است.

۲۰۵ | ۱ در گذشته برای عکاسی از سوختن منیزیم به عنوان منبع نور

استفاده می‌شد. در این واکنش Mg(s) با نور خیره‌کننده‌ای در O_۲(g) می‌سوزد:



[اکسنده] [کاهنده]
(کاهش می‌یابد) (اکسایش می‌یابد)

۲۰۶ | ۴ در سلول گالوانی روی - نقره، الکترودهای آندی و کاتدی به ترتیب Zn و Ag هستند و معادله واکنش انجام‌شده به صورت زیر است:



مطابق معادله فوق، به‌ازای خورده شدن یک مول الکتروده آندی (۶۵g Zn)، دو مول الکتروده کاتدی (۲۱۶g Ag) تولید می‌شود.

$$? g Ag = \frac{۲}{۱۰۰} \times ۵g Zn \times \frac{۲۱۶g Ag}{۶۵g Zn} = ۳/۳۲g Ag$$

$$\%۶۶/۴ = \frac{۳/۳۲g}{۵g} \times ۱۰۰ = \text{درصد افزایش جرم الکتروده نقره}$$

۲۰۷ | ۴ برای حل این سؤال، کافی است مطابق شکل زیر عمل کنید:

	E ^۰ جدول	
۱/۲۴	Ag	} x = ۱/۲۴ + ۰/۳۲ = ۱/۵۶V
	Fe	
	Zn	
۰/۳۲		

۲۰۸ | ۲

• هر چه مقدار E^۰ کوچک‌تر باشد، گونه سمت چپ، اکسنده ضعیف‌تری است، پس ضعیف‌ترین اکسنده، Mn^{۲+} است.

• هر چه مقدار E^۰ کوچک‌تر باشد، گونه سمت راست، کاهنده قوی‌تری است، پس قوی‌ترین کاهنده، Mn است.

۲۰۹ | ۳ در بین نمک‌های داده‌شده، فقط محلول نمک‌های CuCl_۲

و Sn(NO_۳)_۲ را نمی‌توان در ظرف آهنی نگاه‌داری کرد، زیرا جایگاه یون‌های Cu^{۲+} و Sn^{۲+} در جدول E^۰ بالاتر از آهن بوده و می‌توانند با آن واکنش دهند.

۲۱۰ | ۲ به‌جز عبارت «ت»، سایر عبارتهای نادرست هستند.

بررسی عبارتهای نادرست:

(آ) لیتیوم در میان فلزها، کم‌ترین چگالی و E^۰ را دارد.

(ب) مطابق شکل ۹ صفحه ۵۰ کتاب درسی، ولتاژ باتری لیتیومی با کد تجاری LIR2032 برابر با ۳/۶V است.

(پ) تمامی باتری‌های لیتیومی قابل شارژ نیستند.

۲۱۱ | ۲ به‌جز عبارت «ب»، سایر عبارتهای درست هستند.

فلز پلاتین همانند سایر فلزها کاهنده بوده و تمایلی به گرفتن الکترون ندارد.

۲۱۲ | ۲ عبارتهای «آ» و «ب» درست هستند.

بررسی عبارتهای نادرست:

(پ) سلول گالوانی؛ خودش برق تولید می‌کند و در این سلول از منبع تولید جریان برق استفاده نمی‌شود.

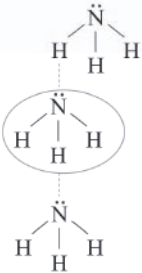
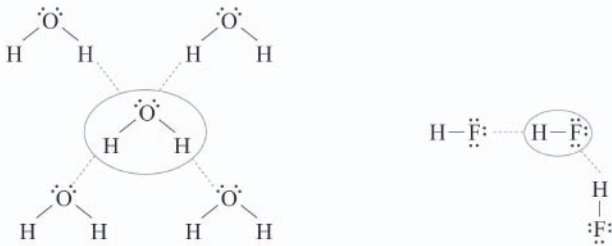
(ت) با گذشت زمان و انجام نیم‌واکنش Cu^{۲+}(aq) + ۲e⁻ → Cu(s)،

غلظت یون آبی‌رنگ Cu^{۲+}(aq) کم‌تر شده و محلول موجود در الکترولیت سمت چپ، کم‌رنگ‌تر می‌شود.



۲۱۹ ۴ انتقال پیام‌های عصبی بدون وجود یون پتاسیم، امکان‌پذیر نیست.

۲۲۰ ۱ برای درک بهتر به شکل‌های زیر توجه کنید:



۲۲۱ ۲ هر چه دما پایین‌تر، فشار بالاتر و آب (حلال) خالص‌تر باشد، گازها به مقدار بیشتری در آب حل می‌شوند.

۲۲۲ ۲ عبارت‌های «آ» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت‌ها نادرست:

(ب) آب موجود در دو قسمت راست و چپ که آب شیرین هستند، باید پیش از مصرف کلرزی شود. آب موجود در قسمت a همان آب دریا است.
(پ) این روش (تقطیر) شامل دو فرایند فیزیکی تبخیر و میعان است.

۲۲۳ ۳ در مورد موادی که در آب نامحلول هستند، میانگین جاذبه‌ها در حلال خالص و حل‌شونده خالص به میزان قابل توجهی بیش‌تر از جاذبه‌های ایجادشده بین حل‌شونده با حلال در محلول است. کلسیم سولفات، نقره کلرید، هگزان و باریم سولفات در آب حل نمی‌شوند.

۲۲۴ ۲ فقط در مورد اول و چهارم، ترکیبی که جرم مولی بیش‌تری دارد، نقطه جوش آن بالاتر است.

$Cl_4 > O_4$: جرم مولی و نقطه جوش

$NaF > HF$: جرم مولی و نقطه جوش

۲۲۵ ۴ بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) به‌جز پیوندهای هیدروژنی، به نیروهای جاذبه بین‌مولکولی، نیروهای وان دروالس می‌گویند.

(۲) استون، یک حلال آلی با $\mu > 0$ است.

(۳) هنگامی که حبوبات و میوه‌های خشک را برای مدتی درون آب قرار می‌دهیم، متورم می‌شوند.

۲۲۶ ۴ همه درشت‌مولکول‌ها الزاماً پلیمر نیستند.

۲۱۲ ۳ • اگر در سلول گالوانی Fe-Ag، جای تیغه‌های Fe و Ag را عوض کنیم، سلول از کار می‌افتد، زیرا یون‌های $Ag^+(aq)$ در تماس مستقیم با تیغه Fe(s) قرار گرفته و به صورت مستقیم با هم الکترون مبادله می‌کنند و جریان الکترون در مدار بیرونی قطع می‌شود.

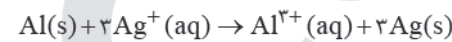
• اگر در سلول گالوانی Fe-Ag، تیغه نقره را با تیغه‌ای از جنس مس عوض کنیم، هم‌چنان یون‌های $Ag^+(aq)$ الکترون‌ها را از سطح تیغه Cu گرفته و نیم‌واکنش کاتدی همانند قبل ($Ag^+(aq) + e^- \rightarrow Ag(s)$) انجام می‌شود.

۲۱۴ ۴ مطابق داده‌های سؤال، ترتیب قدرت کاهندگی و اکسندگی گونه‌ها به صورت زیر است:

$Al > Ti > V$: قدرت کاهندگی

$V^{2+} > Ti^{2+} > Al^{3+}$: قدرت اکسندگی

۲۱۵ ۱ با توجه به معادله واکنش زیر که در سلول گالوانی Al-Ag انجام می‌شود، گزینه (۱) پاسخ تست است:



۲۱۶ ۲ مقدار اولیه پتاسیم نیترات و نیز مقدار آب $90^\circ C$ را با m نمایش می‌دهیم. بنابراین جرم محلول اولیه برابر ۲m است. با کاهش دمای محلول از $90^\circ C$ تا $40^\circ C$ ، مقدار ۶۰g پتاسیم نیترات ته‌نشین شده است. بنابراین جرم نمک موجود در محلول برابر $m - 60$ گرم و جرم آب هم‌چنان برابر m گرم است. از آن‌جا که این محلول، سیر شده است، می‌توان نوشت:

$$40^\circ C: \begin{bmatrix} \text{جرم آب (g)} & 100 \\ \text{جرم نمک (g)} & m-60 \end{bmatrix} \Rightarrow m = 150g$$

جرم محلول اولیه = $2m = 300g$

۲۱۷ ۲ عنصرهای A, X, D و E به ترتیب همان C, N, S و Cl هستند. ترکیب‌های NO_2 , SO_2 و ClO_2 قطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند، اما CO_2 از مولکول‌های ناقطبی تشکیل شده است.

۲۱۸ ۳ به‌جز عبارت «ب»، سایر عبارت‌ها درست هستند.

مطابق نمودار داده‌شده، A یک ترکیب آلی ناقطبی و B و C جزو ترکیب‌های قطبی هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) C نمی‌تواند هیدروکربن باشد، زیرا گشتاور دوقطبی هیدروکربن‌ها برابر با صفر و یا نزدیک به صفر است.

(ب) B نمی‌تواند اتانول باشد، زیرا نقطه جوش اتانول بیش‌تر از $30^\circ K$ است.

(پ) از آن‌جا که A یک ترکیب ناقطبی بوده، انحلال‌پذیری آن در هگزان (حلال ناقطبی) بیش‌تر از دو ترکیب دیگر است.

(ت) میان مولکول‌های ترکیب ناقطبی، پیوند هیدروژنی تشکیل نمی‌شود. ترکیب‌های دارای پیوند هیدروژنی، گشتاور دوقطبی به نسبت بالایی دارند.



پ) از آن جا که گلوتامین دارای گروه اسیدی (کربوکسیل) است، می تواند هم با الکل ها و هم با آمین ها واکنش دهد که طی آن به ترتیب استر و آمید تولید می شود.

ت) شمار جفت الکترون های پیوندی گلوتامین به صورت زیر به دست می آید:

$$\text{شمار جفت الکترون های پیوندی} = \frac{5(4) + 1(1) + 2(3) + 2(2)}{2} = 21$$

در تمام گزینه ها یک کربوکسیلیک اسید با فرمول $C_xH_yO_z$ و یک الکل با فرمول $C_yH_{2y+2}O$ وجود دارد. فرآورده واکنش میان آن ها، یک مولکول استر با فرمول $C_nH_{2n}O_p$ (که در آن $n = x + y$) و یک مولکول آب است.

$$14n + 32 = 2n(1) + 2(16) + n(12) \quad \text{جرم مولی استر } (C_nH_{2n}O_p)$$

مطابق داده های سؤال داریم:

$$\frac{14n + 32}{(14n + 32) + 18} = \frac{88/8}{100} = \frac{8}{9}$$

جرم مولی آب

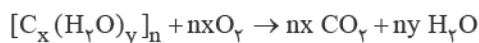
$$\Rightarrow 9(14n + 32) = 8(14n + 32) + 8(18)$$

$$\Rightarrow 14n + 32 = 8(18) - 32 = 112 \Rightarrow n = 8$$

تنها در گزینه (۴) مجموع شمار اتم های کربن الکل و اسید برابر با ۸ است.

برای تولید یک پلی استر، کربوکسیلیک اسید و الکل هر دو باید دو عاملی باشند. **۲ ۲۲۴**

معادله موازنه شده سوختن کامل آمیلوز را به صورت زیر در نظر می گیریم: **۱ ۲۲۵**



$$\frac{\text{گرم آب}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{لیتر اکسیژن (STP)}}{\text{ضریب} \times 22.4} = \frac{\text{مول آمیلوز}}{\text{ضریب}}$$

$$\Rightarrow \frac{0.2 \text{ mol Amylose}}{1} = \frac{1344 \text{ L } O_2}{nx \times 22.4}$$

$$= \frac{900 \text{ g } H_2O}{ny \times 18} \Rightarrow \begin{cases} nx = 300 \\ ny = 250 \end{cases} \Rightarrow x = 6, y = 5, n = 50$$

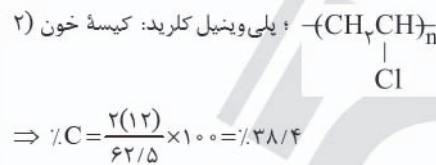
بنابراین فرمول آمیلوز به صورت $[C_6(H_5O)_5]_{50}$ است.

$$6/0.2 \times 10^{23} \times 50 [6 + 5(2+1)] = 6/321 \times 10^{26}$$

شمار اتم ها

۲۲۷ بررسی گزینه ها:

۱) $(C_3H_6)_n \Rightarrow \%C = \frac{3(12)}{42} \times 100 = 85.7$ پلی پروپن: سرنگ



۳) $(C_2F_4)_n \Rightarrow \%C = \frac{2(12)}{100} \times 100 = 24$ تفلون: نخ دندان

۴) $(C_2H_4)_n$ پلی اتن: درب بطری آب معدنی
 $\Rightarrow \%C = \frac{2(12)}{28} \times 100 = 85.7$

۱ ۲۲۸

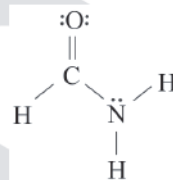
پلی اتن بدون شاخه همان پلی اتن سنگین و پلی اتن شاخه دار، همان پلی اتن سبک است. در بین ویژگی های مورد اشاره، فقط نقطه ذوب پلی اتن بدون شاخه، بیش تر از پلی اتن شاخه دار است. درصد جرمی کربن در هر دو پلیمر برابر بوده و دو ویژگی دیگر، در پلی اتن شاخه دار بیش تر از پلی اتن بدون شاخه است.

۳ ۲۲۹

به جز مورد آخر، سایر موارد را می توان به ویتامین های A و C نسبت داد. مصرف بیش از اندازه ویتامین A برخلاف ویتامین C، مشکلاتی را برای بدن ایجاد می کند.

۱ ۲۳۰

هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند. فرمول ساده ترین آمید به صورت $HCONH_2$ و ساختار آن به صورت زیر است:



به این ترتیب درستی عبارت های «پ» و «ب» بدیهی است. برای تأیید درستی عبارت های «آ» و «ت»، کافی است بدانیم که فرمول ساده ترین آمین و ساده ترین الکل به ترتیب به صورت CH_3NH_2 و CH_3OH می باشد.

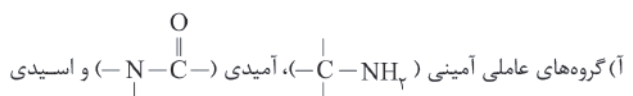
۲ ۲۳۱

به جز عبارت «آ»، سایر عبارت ها درست هستند. پلیمرهای سبز را از فرآورده های کشاورزی مانند سیب زمینی و ذرت که سرشار از نشاسته هستند، تهیه می کنند. مغزها مانند آفتابگردان و بادام برای تولید پلیمرهای سبز مناسب نیستند.

۴ ۲۳۲

هر چهار عبارت پیشنهاد شده درباره گلوتامین درست هستند. فرمول مولکولی گلوتامین به صورت $C_5H_9N_1O_3$ است.

بررسی عبارت ها:



در ساختار گلوتامین دیده می شود.

ب) هر مولکول گلوتامین $(C_5H_9N_1O_3)$ و استون (C_3H_6O) به ترتیب دارای ۲۰ و ۱۰ اتم هستند.