



دفترچه پاسخ

عمومی دوازدهم ریاضی

۲ آذر ماه ۱۳۹۷

طراحان

فارسی	افسانه احمدی - محسن اصغری - علیرضا جعفری - مریم شمیرانی - کاظم کاظمی - حسن وسکری
عربی زبان قرآن	درویشعلی ابراهیمی - علی اکبر ایمان پرور - هیرش صمدی - فائزه کشاورزبان - ولی الله نوروزی - مجید همایی
دین و زندگی	محبوبه ابتسام - مسلم بهمن آبادی - محمد رضایی بقا - فردین سماقی - مرثضی محسنی کبیر - سیداحسان هندی
زبان انگلیسی	شهاب اناری - میرحسین زاهدی - علی شکوهی - علی عاشوری - سپیده عرب

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	گروه ویراستاری
فارسی	افسانه احمدی	افسانه احمدی	محسن اصغری - کاظم کاظمی - حسن وسکری
عربی زبان قرآن	فائزه کشاورزبان	فائزه کشاورزبان	درویشعلی ابراهیمی - سیدمحمدعلی مرثضی
دین و زندگی	محمد رضایی بقا	محمد رضایی بقا	سکینه گلشنی - محمد ابراهیم مازنی - سیاوش یوسفی
زبان انگلیسی	سپیده عرب	سپیده عرب	آناهیتا اصغری - حامد بابایی

گروه فنی و تولید

مدیران گروه	سیدمحمدعلی مرثضی - حمید اصفهانی
مسئول دفترچه	معصومه شاعری
مستندسازی و مطابقت با مصوبات	مدیر: مریم صالحی، مسئول دفترچه: لیلا ایزدی
صفحه آرا	مهین علی محمدی جلالی
نظارت چاپ	حمید عباسی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

آدرس دفتر مرکزی: خیابان انقلاب - بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن چهار رقمی: ۰۲۱-۶۴۶۳



فارسی (۳)

-۱

(مسن اصغری)

گزینه «۱»: سلسله‌جنبان: محرک، آن که دیگران را به کاری بر می‌انگیزد.

گزینه «۳»: خمار: می‌فروش

گزینه «۴»: محتسب: مأمور حکومتی شهر که کار او نظارت بر اجرای احکام دین و رسیدگی به اجرای احکام شرعی بود.

(فارسی ۳، لغت، واژه‌نامه)

-۲

(علی‌رضا یعفری)

منسوب: نصب شده و افرشته

غربت: دوری از وطن

بحر: دریا

(فارسی ۳، املا، صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

-۳

(مسن اصغری)

تشخیص: پای دل / متناقض‌نما: ندارد.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: مجاز: کلک مجاز از سخن / کنایه: مهر خموشی بر زبان آوردن کنایه از سکوت کردن

گزینه «۳»: تشبیه: کیمیای مهر / مراعات نظیر: کیمیا، زر، روی

گزینه «۴»: استعاره: بنیاد عمر - جناس: ویران و ویرانه

(فارسی ۳، آرایه، ترکیبی)

-۴

(مسن اصغری)

در بیت گزینه «۲»، «می‌سوزد» به عنوان فعل ناگذر به کار رفته است.

گزینه «۱»: پرتو مهتاب کتان را می‌سوزاند.گزینه «۳»: غفلت مین را می‌سوزاند.گزینه «۴»: داغ جدایی جگرم را می‌سوزاند.

(فارسی ۳، دستور زبان، صفحه ۳۵)

-۵

(کاتظم کاظمی)

بیت «الف»: «را» در مصراع اول بدل از کسره است (دیدۀ همه) و در مصراع دوم نشانهٔ مفعول.

بیت «ب»: «را» در هر دو مصراع حرف اضافه است. (معادل «برای»)

بیت «ج»: «را» در مصراع اول حرف اضافه است (معادل «به») و در مصراع دوم نشانهٔ مفعول.

بیت «د»: «را» در هر دو مصراع نشانهٔ مفعول است.

(فارسی ۳، دستور زبان، ترکیبی)

-۶

(مسن اصغری)

الف) هاتفی ناگه از غیب ثناخوانش گردید

د) خرامان از درم باز که از جان آرزومندت هستم

(فارسی ۳، دستور زبان، ترکیبی)

-۷

(کاتظم کاظمی)

مفهوم مشترک ابیات مرتبط: بی‌تعلقی و قناعت موجب آرامش است.

مفهوم بیت «۴»: پرداختن به خوشی‌ها و لذت‌های دنیوی، نشانهٔ غفلت و موجب نابودی است.

(فارسی ۳، مفهوم، صفحه ۲۷)

-۸

(افسانه امیری)

مفهوم مشترک ابیات مرتبط: ناپایداری قدرت حاکمان

مفهوم بیت «۱»: «مقابله با ظلم و مجازات ظالم

(فارسی ۳، مفهوم، صفحه ۳۵)

-۹

(مسن اصغری)

مفهوم مشترک گزینه‌های «۲»، «۳» و «۴» و بیت صورت سؤال: تا زمانی که جان در بدن دارم، ترک عشق و معشوق نخواهم کرد.

مفهوم بیت گزینه «۱»: ای معشوق، بعد از مرگم از مزار من گذر کن، زیرا من به داغ عشق تو در خاک خفته‌ام.

(فارسی ۳، مفهوم، صفحه ۲۰)

-۱۰

(علی‌رضا یعفری)

مفهوم مشترک بیت صورت سؤال و گزینه «۴»: اگر سخن نگویم، این غم و خشم درونی مرا می‌سوزاند.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: موفق نشدم که حرف دلم را بیان کنم.

گزینه «۲»: اگر بخواهم حرف دلم را به زبان آورم، سخنانم آتشین خواهد بود.

گزینه «۳»: از شدت عشق درونی، نمی‌توانم به گونه‌ای سخن گویم که برای دیگران قابل درک باشد.

(فارسی ۳، مفهوم، صفحه ۳۵)

فارسی (۱)

-۱۱

(افسانه امیری)

موارد نادرست و معنای درست آن‌ها:

کیوان: سیارهٔ زحل

سنان: سرنیزه، تیزی هر چیزی

آورد: جنگ، نبرد، کارزار

دِرغ: زره

(فارسی ۱، لغت، واژه‌نامه)

-۱۲

(مریم شمیرانی)

فارق: متمایز کننده / فارغ: آسوده

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: غیاث: پناه / قیاس: سنجش

گزینه «۳»: طلس: کاسهٔ مسی / تاس: مهرهٔ بازی

گزینه «۴»: شست: انگشت، نوعی انگشت که زمان تیراندازی در انگشت می‌کردند / شست: عدد ۶۰

(فارسی ۱، املا، صفحه‌های ۹۹، ۱۱۴ و ۱۱۵)



عربی زبان قرآن (۳)

۲۱- (فاخره کشاورزبان)

«أَقِمَّ وَجْهَكَ لِلدِّينِ»: «به دین روی آور» / «خنیفاً»: «با یکتاپرستی» / «لا تَكُونَنَّ»: «هرگز نباش» / «مِنَ الْمُشْرِكِينَ»: «از مشرکان»

(ترجمه)

۲۲- (مبیر همای)

«الحضارات»: «تمدن‌ها» / «عرفتها»: «آن‌ها را شناختم» / «مِنَ الْكِتَابَاتِ وَ النُّقُوشِ»: «از راه نوشته‌ها و نگاره‌ها» / «كَانَتْ تَوَكَّدُ»: «تأکید می‌کردند (در این‌جا)» / «إِهْتِمَامَنَا بِالَّذِينَ»: «توجه ما به دین» / «عَلَى أَسَاسِ الْفِطْرَةِ»: «بر اساس فطرت»

(ترجمه)

۲۳- (مبیر همای)

«كَانَ اللَّهُ قَدْ أَرْسَلَ»: «خداوند فرستاده بود» / «أَنْبِيَاءَهُ»: «پیامبران را» / «لِيُبَيِّنُوا»: «تا توضیح دهند، تا روشن کنند» / «صِرَاطَ اللَّهِ الْمُسْتَقِيمِ»: «راه راست خدا» / «الَّذِينَ الْحَقِّ»: «دین حق»

(ترجمه)

۲۴- (مبیر همای)

«أَعْضَاءَ أُسْرَتِنَا»: «اعضای خانواده ما» / «أَمَامَ التَّلَافُزِ»: «در برابر تلویزیون» / «مَسْرُورِينَ»: «خوشحال» / «يُشَاهِدُونَ»: «نگاه می‌کنند، مشاهده می‌کنند» / «رَاكِبِينَ الطَّائِرَةِ»: «در حال سوار شدن به هواپیما» / «لِلذَّهَابِ»: «برای رفتن»

(ترجمه)

۲۵- (مبیر همای)

ترجمه عبارت صورت سؤال چنین است: «همانند کسی کار کن که می‌داند خداوند، او را به بدی و خوبی اش، پاداش دهنده است!» و تنها گزینه «۳» با این مفهوم مطابقت دارد. ترجمه عبارت گزینه «۳»: «هر چه انسان از خوبی یا بدی انجام دهد، برای او محاسبه می‌شود!»

(مفهوم)

۲۶- (فاخره کشاورزبان)

در گزینه «۴»، جمع کلمه «الْقُرْبَانِ»، کلمه «الْقَرَابِينِ» است.

(لغت)

۲۷- (هیرش صمدی)

در گزینه «۳»، «كَأَنَّ» یکی از حروف مشبّهة بالفعل است که معنای «مشابهت» را می‌رساند و از میان حروف مشبّهة بالفعل، تنها «كَأَنَّ» معنای «مشابهت» را می‌رساند.

(انواع جملات)

(مریم شمیرانی)

۱۳- واژه «دست» سه بار با یک معنی تکرار شده است.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۲»: کمین: کم‌ترین / کمین: پنهان شدن به قصد شکار

گزینه «۳»: آب: آب / آبرو: اعتبار

گزینه «۴»: چین و شکن زلف / چین، کشور چین

(فارسی، آرایه، ترکیبی)

۱۴- (افسانه امیری)

موارد تشبیه: تیر مراد/ شاهوش / ماهرخ / زهره‌جبین / او همچون درّ یکتا است / او همچون گوهری یكدانه است / گلغذار / گلستان جهان / لب لعل / روی مه‌پیکر

(فارسی، آرایه، ترکیبی)

۱۵- (کلاطم کاظمی)

در تاریخ گذشته زبان فارسی، گاهی یک متمم همراه با دو حرف اضافه به کار می‌رفته است، این ویژگی در ابیات «۱»، «۳» و «۴» دیده می‌شود:

۱) به شهر اندر

۳) به تن در

۴) به دست تو بر

(فارسی، دستور زبان، صغفه ۱۰۰)

۱۶- (افسانه امیری)

الف) برای تو بهتر آن است که ... ← متمم

ب) گرد آفرید دانست که ... ← نهاد

ج) در فرهنگ آن‌ها حرف تسلیم وجود ندارد ← نهاد

د) به آن مرغ نشان می‌داد ← متمم

(فارسی، دستور زبان، ترکیبی)

۱۷- (حسن وسکری)

در ابیات «الف» و «ج» به بی‌حاصلی و تهیدستی درخت بید مجنون اشاره شده است. اما بیت «ب» به تواضع بید مجنون و بیت «د» به شیوه حرکت این درخت اشاره دارد.

(فارسی، مفهوم، ترکیبی)

۱۸- (افسانه امیری)

مفهوم مشترک ابیات مرتبط: پرهیز از دوستی و هم‌نشینی با ناهلان

مفهوم بیت «۴»: انزوا و دوری از مردم برای داشتن آرامش

(فارسی، مفهوم، صغفه ۱۱۵)

۱۹- (مریم شمیرانی)

مفهوم گزینه «۳»: ممدوح از شیر هم قدرتمندتر است.

مفهوم ابیات دیگر: عاقلانه نیست که با قوی‌تر از خود درگیر شوی یا خود را با او هم‌تراز بینی.

(فارسی، مفهوم، صغفه ۱۰۲)

۲۰- (مریم شمیرانی)

مفهوم «از کوزه همان برون تراود که در اوست» در بیت صورت سؤال و گزینه «۴» مشترک است.

(فارسی، مفهوم، صغفه ۱۱۸)



-۲۸

فقط در گزینه «۱»، (لای نفی جنس) آمده است.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۲»: (لای نفی) است.

گزینه «۳»: (لای عطف) است.

گزینه «۴»: (لای نفی) است.

(مبهر همای)

(انواع یملات)

-۲۹

در گزینه «۱»، «إن» صحیح است؛ در ابتدای عبارت آمده است.

(مبهر همای)

(انواع یملات)

-۳۰

در گزینه «۲»، از حروف مشبیهة بالفعل نیامده است. «کان» از افعال ناقصه و «أن» حرف ناصبه برای فعل مضارع است.

(مبهر همای)

(انواع یملات)

عربی زبان قرآن (۱)

-۳۱

«اللَّيْلَةُ الْمَاضِيَّةُ»: «شب گذشته» / «شاهدت»: «دیدم» / «فَلَمَّا»: «فیلمی» / «مِنَ أَحْدَثِ الْإِنْتِاجَاتِ السِّينِمَائِيَّةِ»: «از جدیدترین تولیدات سینمایی» / «لِعَامِ الْفَيْنِ وَ ثَمَانِيَةِ عَشْرٍ»: «برای سال دو هزار و هجده» / «حَوْلَ عَجَائِبِ الْبَحَارِ»: «دربارۀ شگفتی‌های دریاها»

(دوریشعلی ابراهیمی)

(ترجمه)

-۳۲

«لِمَاذَا»: «چرا / برای چه» / «يَخَافُ»: «می‌ترسد» / «الْمَحَبَّةُ»: «عاشق، دوست‌دار» / «يُرْجُو»: «امید دارد» / «يَسْتَعِثُّ مِنْهُ»: «از او کمک می‌طلبد»

(دوریشعلی ابراهیمی)

(ترجمه)

-۳۳

مفهوم گزینه «۱»، «رعایت جانب عدالت و انصاف است» و از جمله موارد انصاف و عدالت، مفهوم آیه صورت سؤال است که بیان می‌کند: «پاداش یک بدی، یک بدی مانند آن است.»

(دوریشعلی ابراهیمی)

(مفهوم)

-۳۴

مفهوم عبارت گزینه «۳»: «روزی فرا می‌رسد که از ثروت و فرزندان، سود و منفعتی نمی‌رسد!» که عبارت ذکر شده در مقابل آن، با این مفهوم ارتباطی ندارد.

(ولی‌الله نوروزی)

(مفهوم)

-۳۵

دو کلمه «مفتوح = باز و مغلق = بسته» و نیز دو کلمه «ابتعاد = دور شدن و اقتراب = نزدیک شدن»، باهم متضادند.

(دوریشعلی ابراهیمی)

(مفهوم)

-۳۶

در گزینه «۲»، فعل «تَحْزَنِي»، از ریشه «حَزَنَ» است که «تون وقایه» در این فعل وجود ندارد.

(قواعد فعل)

-۳۷

«لَا يَسْمَعُ»: شنیده نمی‌شود» فعل مجهول است.

(علی‌اکبر ایمان‌پور)

ترجمه متن درک مطلب

«از زیباترین پدیده‌های طبیعی که در روزهای بارانی روی می‌دهد، پدیده رنگین کمان است! این پدیده، رنگ‌های زیبایی دارد که آسمان را هنگام به وجود آمدنش، زینت می‌دهد! در قرن‌های گذشته در کشور روم، مردم اعتقاد می‌داشتند که رنگین کمان، عذابی از طرف خداست! دانشمند مسلمان، قطب الدین شیرازی، اولین کسی است که رازهای این پدیده را کشف کرد و در تألیفاتش نوشت: رنگین کمان، به سبب شکست نورخورشید در قطرات موجود آب هنگام بارش باران‌ها، روی می‌دهد ولی رومی‌ها این سخن را به سبب نادانی‌شان قبول نمی‌کردند!»

-۳۸

گزینه «۲» که می‌گوید: «رنگین کمان، عذابی از جانب خدا برای رومی‌ها بود!»، نادرست است.

(علی‌اکبر ایمان‌پور)

(درک مطلب و مفهوم)

-۳۹

چه کسی اسرار پدیده رنگین کمان را کشف کرد؟

(علی‌اکبر ایمان‌پور)

گزینه «۳»: «اولین کسی که اسرار این پدیده را کشف کرد، همان قطب الدین شیرازی است!»

(درک مطلب و مفهوم)

-۴۰

تنها گزینه «۳» براساس متن، صحیح است.

(علی‌اکبر ایمان‌پور)

ترجمه عبارت گزینه «۳»: «کاشف اسرار پدیده رنگین کمان، دانشمندی مسلمان بود!»

(درک مطلب و مفهوم)



دین و زندگی (۳)

-۴۱

(مرتضی مفسنی کبیر)

با توجه به آیه شریفه «يسألُه من في السماوات و الارض كل يوم هو في شأن» هر آنچه در آسمانها و زمین است پیوسته از خدا درخواست می‌کند. او همواره دست‌اندرکار امری است. دقت کنیم فعل مضارع استمرار را می‌رساند.

(دین و زندگی ۳، درس ۱، صفحه ۱۰)

-۴۲

(مهمم رضایی بقا)

این که انسان بتواند با هر چیزی خدا را ببیند، معرفتی عمیق و والاست که در سخن امام علی (ع): «ما رأيتُ شيئاً إلّا و رأيتُ اللهَ قَبْلَهُ وَ بَعْدَهُ وَ مَعَهُ: هیچ چیزی را ندیدم مگر این که خداوند را قبل و بعد و با آن دیدم» به آن اشاره شده است. این معرفت در نگاه نخست مشکل به نظر می‌آید، اما هدفی قابل دسترس است، به خصوص برای جوانان و نوجوانان که پاکی و صفای قلب (پاک‌باطنی) دارند.

(دین و زندگی ۳، درس ۱، صفحه ۱۲)

-۴۳

(فرزین سماقی - لرستان)

از آنجا که خداوند تنها خالق، مالک و ولی جهان است، تنها رب هستی نیز می‌باشد. اوست که جهان را اداره می‌کند و آن را به سوی مقصدی که برایش معین فرموده هدایت می‌نماید و به پیش می‌برد. آیه «قل أغير الله ابغی ربّا...» با توجه به کلید واژه «رب» به این مفهوم اشاره دارد.

(دین و زندگی ۳، درس ۲، صفحه ۲۲)

-۴۴

(سیدامسان هنری)

با گفتن «لا اله الا الله» تمام احکام و حقوق اسلامی فرد مسلمان به رسمیت شناخته می‌شود و دفاع از حقوق او بر دیگر مسلمانان واجب می‌گردد و عبارت شریفه «لا يُشْرِكُ في حكمه احداً» به توحید در ولایت اشاره دارد.

(دین و زندگی ۳، درس ۲، صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

-۴۵

(محبوبه ایتسام)

«سرپرستی جهان» یا «توحید در ولایت» نتیجه پذیرش «توحید در مالکیت» است. «مالکیت جهان» یا «توحید در مالکیت» نتیجه پذیرش «توحید در خالقیت» است. اینکه جهان از آن خداست، به توحید در مالکیت اشاره دارد.

(دین و زندگی ۳، درس ۲، صفحه ۲۱)

-۴۶

(سیدامسان هنری)

این که خداجویی در فطرت هر انسانی وجود دارد، لکن انسان در مصداق و یافتن حق گرفتار اشتباه می‌شود، برای مثال بنده هوای نفس خود می‌گردد، با عبارت شریفه «رأيتَ من اتخذ الهه هواه: آیا دیدی آن کسی را که هوای نفس خود را معبود خود گرفت؟» ارتباط مفهومی دارد.

(دین و زندگی ۳، درس ۳، صفحه ۳۳)

-۴۷

(سیدامسان هنری)

توجه به آیه شریفه «ان الله ربی و ربکم فاعبدوه هذا صراط مستقیم» ما را به کشف و شناخت راه درست زندگی (عبودیت الهی) رهنمون می‌کند.

(دین و زندگی ۳، درس ۳، صفحه ۳۱)

-۴۸

(مهمم رضایی بقا)

برخی افراد و جوامع، خود را مالک و ولی و پرورش دهنده (رب) جهان می‌پندارند، که از جمله پیامدهای آن تخریب محیط زیست، آلوده شدن طبیعت، پیدایش جوامع بسیار فقیر در کنار جوامع بسیار ثروتمند و مانند آن‌هاست که مورد اخیر، پیامد اجتماعی است، نه طبیعی (رد گزینه‌های ۱ و ۴).

در جهان امروز، گویی هوی و هوس اغلب مردم و آن‌چه و آن کس که آنان را به هوس‌هایشان می‌رساند، بت و معبودشان شده و آن‌ها را همچون خدا می‌پرستند و از ابزارهای جدید، مانند سینما، تلویزیون، ماهواره، اینترنت و سایر رسانه‌ها در این راه بهره می‌گیرند و یکسره از خدا و آخرت غافل شده‌اند.

(دین و زندگی ۳، درس ۳، صفحه‌های ۳۶ و ۳۷)

-۴۹

(مرتضی مفسنی کبیر)

با توجه به آیه شریفه «الم اعهد اليکم يا بنی آدم ان لاتعبدوا الشيطان انه لکم عدو مبين: ای فرزندان آدم، آیا از شما پیمان نگرفته بودم که شیطان را نپرستید که او دشمن آشکار شماست؟» عهد و پیمانی که خداوند از انسان‌ها گرفته (اخذ کرده) این است که شیطان را نپرستید زیرا او دشمن آشکار است.

(دین و زندگی ۳، درس ۴، صفحه ۴۳)

-۵۰

(سیدامسان هنری)

بیت حافظ با موضوع نفوذناپذیری در برابر وسوسه‌های شیطان ارتباط دارد و حضرت علی (ع) می‌فرماید: «خداوند بدان جهت روزه را واجب کرد تا اخلاص مردم را بیازماید.»

(دین و زندگی ۳، درس ۴، صفحه ۴۹)



دین و زندگی (۱)

-۵۱

(مهمم رضایی بقا)

امام سجاد (ع) می‌فرماید: «بارالها! خوب می‌دانم که هر کس لذت دوستی‌ات را چشیده باشد، غیر تو را اختیار نکند و آن کس که با تو انس گیرد، لحظه‌ای از تو روی‌گردان نشود. بارالها! ای آرمان دل مشتاقان و ای نهایت آرزوی عاشقان! دوست داشتنت را از خودت خواهانم.»

(دین و زندگی، ۱، درس ۹، صفحه ۹۸)

-۵۲

(مرتضی مفسنی کبیر)

هدف از خلقت انسان عبادت و بندگی خدا برای رسیدن به مقام قرب اوست. در حقیقت، خداوند محبوب، مقصود و هدف اصلی زندگی است. هر کس این هدف را دریابد و زندگی خود را در مسیر این هدف قرار دهد، در دنیا زندگی لذت‌بخش و مطمئن و در آخرت رستگاری و خوشبختی ابدی را به دست خواهد آورد.

سرنوشت ابدی انسان‌ها بر اساس رفتار آنان در دنیا تعیین می‌شود. دقت کنیم: فقط تنظیم زندگی دنیوی نادرست است چون هدف باید هم دنیوی و هم اخروی باشد.

(دین و زندگی، ۱، درس ۸، صفحه ۸۶)

-۵۳

(مرتضی مفسنی کبیر)

یکی از بهترین زمان‌های محاسبه سالانه، شب‌های قدر ماه مبارک رمضان است تا بتوانیم بر اساس آن، تصمیم‌های بهتری برای آینده بگیریم.

تکرار عهد و پیمان در شب‌های قدر در هر سال باعث استحکام بیش‌تر و به فراموشی نسپردن آن است.

(دین و زندگی، ۱، درس ۸، صفحه‌های ۸۸ و ۸۹)

-۵۴

(مرتضی مفسنی کبیر)

در پاسخ این سؤال که «پیامبر یک انسان معصوم است؛ چگونه می‌توان ایشان را اسوه قرار داد و مثل او عمل کرد؟» باید بگوییم ما ایشان را اسوه کامل خود قرار می‌دهیم، چون می‌دانیم که هر کاری که انجام داده درست و مطابق دستور خداوند بوده است اما اسوه قرار دادن ایشان به این معنا نیست که ما عین او باشیم و در همان حد عمل کنیم، بلکه بدین معناست که در حد توان از ایشان پیروی کنیم و خود را به راه و روش ایشان نزدیک‌تر کنیم، لذا عبارات «همانند ایشان»، «عین آنان» و «در حد ایشان» صحیح نیست.

(دین و زندگی، ۱، درس ۸، صفحه ۹۱)

-۵۵

(مسلم بهمن آبراری)

باید از عهدی که ابتدا بسته می‌شود «مراقبت» شود تا با عهدشکنی، آسیب نبیند. امام علی (ع) می‌فرماید: «گذشت ایام، آفاتی در پی دارد و موجب از هم گسیختگی تصمیم‌ها و کارها می‌شود.»

(دین و زندگی، ۱، درس ۸، صفحه ۸۸)

-۵۶

(مهمم رضایی بقا)

جمله «لا إله إلا الله» که پایه و اساس بنای اسلام است، به ترتیب مرکب از یک «نه»، به هر چه غیر خدایی است شامل تبری (بیزاری از باطل و پیروان او) و یک «آری» به خدای یگانه، شامل تویی (دوستی با خدا و دوستان او است).

(دین و زندگی، ۱، درس ۹، صفحه ۱۰۳)

-۵۷

(مرتضی مفسنی کبیر)

خداوند، عمل به دستوراتش را که توسط پیامبر(ص) ارسال شده است، شرط اصلی دوستی با خود اعلام می‌کند: «قُلْ إِنْ كُنْتُمْ تُحِبُّونَ اللَّهَ فَاتَّبِعُونِي يُحْبِبْكُمُ اللَّهُ وَيَغْفِرْ لَكُمْ ذُنُوبَكُمْ. يَكُونُ إِنْ كُنْتُمْ تُحِبُّونَ اللَّهَ فَاتَّبِعُونِي يُحْبِبْكُمُ اللَّهُ وَيَغْفِرْ لَكُمْ ذُنُوبَكُمْ. يَكُونُ إِنْ كُنْتُمْ تُحِبُّونَ اللَّهَ فَاتَّبِعُونِي يُحْبِبْكُمُ اللَّهُ وَيَغْفِرْ لَكُمْ ذُنُوبَكُمْ.»

(دین و زندگی، ۱، درس ۹، صفحه‌های ۱۰۱ و ۱۰۲)

-۵۸

(مرتضی مفسنی کبیر)

عشق و محبت الهی همچون اکسیری است (آب حیات) که افسردگی، ترس و یأس را از بین می‌برد و به انسان نشاط و شجاعت و قدرت می‌بخشد.

قرآن کریم یکی از ویژگی‌های مؤمنان را دوستی و محبت شدید آنان نسبت به خدا می‌داند که این موضوع را در عبارت قرآنی «وَالَّذِينَ آمَنُوا أَشَدُّ حُبًّا لِلَّهِ: اما کسانی که ایمان آوردند، به خدا محبت بیش‌تری دارند» می‌توان جست‌وجو کرد.

(دین و زندگی، ۱، درس ۹، صفحه ۱۰۰)

-۵۹

(مرتضی مفسنی کبیر)

دینداری، با دوستی با خدا آغاز می‌شود (توئی) و برائت و بیزاری از دشمنان خدا را به دنبال می‌آورد (تبری). رفع محرومیت و رنج مردم، جز با جهاد در راه خدا و مبارزه با دشمنان او که همان تبری و برائت جستن است، میسر نمی‌گردد.

(دین و زندگی، ۱، درس ۹، صفحه ۱۰۳)

-۶۰

(مسلم بهمن آبراری)

سخن حضرت علی (ع) که در معرفی زیرک‌ترین انسان فرمود: «کسی که از خود و عمل خود برای بعد از مرگ حساب بکشد» سپس فرمود: «چون صبح تا شب به کار و زندگی پرداخت به خود برگردد و بگوید: ای نفس! ...» در مورد محاسبه است. در محاسبه، میزان موفقیت و وفاداری به عهد به دست می‌آید و عوامل موفقیت یا عدم موفقیت، شناخته می‌شود. رسول خدا (ص) در مورد محاسبه فرمود: «به حساب خود رسیدگی کنید، قبل از این‌که به حساب شما برسند.»

(دین و زندگی، ۱، درس ۸، صفحه‌های ۸۸ و ۸۹)

زبان انگلیسی (۳)

-۶۱

(علی شکوهی)

ترجمه جمله: «شما دلتان می‌خواهد که تعطیلات تابستانی‌تان را در یک جای بسیار آرام سپری کنید، این طور نیست؟»
نکته مهم درسی:

حتماً یادتان هست اگر جمله خبری مثبت باشد، دنباله سؤالی به صورت منفی است و برعکس. یا همین فرض، گزینه دوم را رد می‌کنیم. همان‌طور که می‌دانید (d) هم می‌تواند مخفف "had" باشد و هم "would". برای آن که مطمئن شویم (d) مرتبط با کدام یک از این دو فعل کمکی است، باید به فعل بعدی توجه کنیم. اگر بعد از آن از قسمت سوم فعل (اسم مفعول) استفاده شده باشد، (d) مخفف "had" خواهد بود. فعل بعدی این سؤال "like" است، پس (d) مخفف "would" است. بنابراین فقط گزینه «۳» می‌تواند پاسخ این سؤال باشد. بد نیست یادآوری کنیم که (d like) مخفف "would like" به معنی «میل داشتن، دوست داشتن» است.

(گرامر)

-۶۲

(علی عاشوری)

ترجمه جمله: «او نامه را نوشته است، اما نمی‌دانم چرا هنوز پست نشده است. شاید فراموش کرده که این کار (پست کردن نامه) را انجام بدهد.»
نکته مهم درسی:

با توجه به مفهوم جمله و منفی بودن مفهوم قید "yet" که یکی از نشانه‌های حال کامل است، گزینه «۴» صحیح است که بیانگر حال کامل مجهول است. "it" مفعول فعل متعدی "post" در جمله سؤال است، این‌که مفعول فعل متعدی قبل از آن قرار گرفته است، نشان می‌دهد که وجه جمله مجهول است.

(گرامر)

-۶۳

(علی شکوهی)

ترجمه جمله: «آن مرد بارها منکر انجام هرگونه جرمی شده است، اما هیچ کس باور نداشت که دارد راست می‌گوید.»

- (۱) عموماً، به طور مشترک
(۲) مکرراً، بارها
(۳) خیلی زیاد
(۴) به‌طور مناسب

(واژگان)

-۶۴

(میرمسین زاهدی)

ترجمه جمله: «بیکاری به‌طور فزاینده‌ای در حال افزایش است و مقامات هیچ تلاش جدی‌ای برای پیدا کردن راه‌حلی بهتر برای این مشکل بزرگ که جمعیت جوان‌مان را به (سوی) اعتیاد سوق می‌دهد، نمی‌کنند.»

- (۱) دما
(۲) عدم اطمینان
(۳) راه‌حل
(۴) فراوانی

(واژگان)

-۶۵

(سپیده عرب)

ترجمه جمله: «تنها به این دلیل که این افراد معتقدین مذهبی هستند، به این معنی نیست که آن‌ها باید اخلاق‌مدار و قابل اعتماد باشند و زندگی توأم با اخلاق را بگذرانند.»

- (۱) شرطی
(۲) طبیعی
(۳) اخلاق‌مدار
(۴) شخصی

(واژگان)

-۶۶

(میرمسین زاهدی)

ترجمه جمله: «دولت هنوز دارد در مورد فراهم کردن بهترین مراقبت پزشکی ممکن برای افرادی که در آن زلزله وحشتناک که اخیراً در این شهر رخ داده، متأثر شده‌اند، فکر می‌کند.»

- (۱) مقایسه کردن
(۲) فدا کردن
(۳) بخشیدن
(۴) تهیه کردن، فراهم کردن

(واژگان)

-۶۷

(علی شکوهی)

- (۱) اهلی، رام
(۲) وحشتناک
(۳) در دسترس
(۴) خوشبخت

(کلوزتست)

-۶۸

(علی شکوهی)

نکته مهم درسی:

با توجه به معنی جمله «فسیل‌های گاو میش‌های کوهان‌دار آمریکایی در دامنه کوهپایه‌های چین و هیمالیا یافت شده‌اند.» و این موضوع که مفعول جمله قبل از فعل که متعدی است قرار گرفته، با جمله مجهول مواجهیم. گزینه اول دارای ساخت معلوم است و بنابراین درست نیست. دو گزینه «۳» و «۴» دیگر نیز با وجود دارا بودن ساخت مجهول، به دلیل نامناسب بودن زمان، رد می‌شوند (با توجه به مفهوم جمله، به زمان حال کامل نیاز داریم).

(کلوزتست)

-۶۹

(علی شکوهی)

- (۱) به‌طور تفریحی
(۲) به طور آرام
(۳) به‌سرعت
(۴) به‌طور مکرر

(کلوزتست)

-۷۰

(علی شکوهی)

- (۱) جمعیت
(۲) قاره
(۳) وطن، سرزمین مادری
(۴) سیاره

(کلوزتست)

زبان انگلیسی (۱)

(میرسین زاهدی)

-۷۶

ترجمه جمله: «الف: نمی‌دانم چرا کل پروژه را متوقف کرده‌اید.»
 «ب: ما مجبور هستیم قبل از یک اقدام مناسب منتظر بمانیم تا ببینیم که اوضاع
 چطور پیش می‌رود.»
 (۱) موفق شدن (۲) تأکید کردن، زیر چیزی خط کشیدن
 (۳) توصیف کردن (۴) توسعه دادن

(واژگان)

(شواب اناری)

-۷۷

ترجمه جمله: «بهترین عنوان برای این متن می‌تواند «شکلات، غذای خوبی برای
 سگ‌ها نیست» باشد.»
 یادتان باشد موضوع اصلی متن باید به طور جامع، موضوع پاراگراف‌های مختلف متن
 را پوشش دهد.

(درک مطلب)

(شواب اناری)

-۷۸

ترجمه جمله: «واژه "hazardous" در پاراگراف اول از نظر معنایی به
 "dangerous" (خطرناک) نزدیک‌ترین است.»
 ساده‌ترین راه برای پاسخ دادن به این‌گونه سؤالات آن است که گزینه‌ها را در متن
 جاگذاری کنید.

(درک مطلب)

(شواب اناری)

-۷۹

ترجمه جمله: «کلمه "it" در پاراگراف دوم به "chocolate problem" برمی‌گردد.»
 (درک مطلب)

(شواب اناری)

-۸۰

ترجمه جمله: «از متن می‌فهمیم که کم‌ضررترین شکلات، شکلات سفید است.»
 به این جمله در پاراگراف آخر برگردید: "the darker it is, the more
 dangerous it is"

(درک مطلب)

(میرسین زاهدی)

-۷۱

ترجمه جمله: «زمانی که دیروز صبح در باغچه کار می‌کردم، کمرم آسیب دید.»
 نکته مهم درسی:
 "While" در زمان گذشته نشانه گذشته استمراری است. در قسمت دوم، فعل
 "hurt" به معنی «صدمه زدن» در زمان گذشته ساده به کار می‌رود.

(گرامر)

(علی عاشوری)

-۷۲

ترجمه جمله: «یک روز سرد زمستانی بود و خیابان‌ها داشتند از برف پوشیده
 می‌شدند، به خاطر این که برف بی‌وقفه می‌بارید.»
 نکته مهم درسی:
 چون باریدن برف در گذشته استمرار داشته است، پس زمان جمله گذشته استمراری است.

(گرامر)

(میرسین زاهدی)

-۷۳

ترجمه جمله: «ایران یک زمانی به عنوان یکی از بزرگترین مهدهای تمدن باستانی
 جهان محسوب می‌شد.»
 (۱) گهواره، مهد (۲) باور، عقیده
 (۳) عمل، اقدام (۴) حالت، ایالت

(واژگان)

(علی عاشوری)

-۷۴

ترجمه جمله: «میزبان به تام توجهی نداشت، چون او برای مهمانی‌ای که به مناسبت
 تولدش برگزار می‌شد، لباس مناسبی نپوشیده بود.»
 (۱) به‌طور شگفت‌انگیزی (۲) به‌طور فزاینده‌ای
 (۳) به‌درستی (۴) به‌طور مناسبی

(واژگان)

(علی عاشوری)

-۷۵

ترجمه جمله: «جاده یخ زده است؛ وقتی داری رانندگی می‌کنی، دقت ویژه‌ای داشته
 باش تا بتوانی از برخورد با سایر اتومبیل‌ها جلوگیری کنی.»
 (۱) قوی (۲) ویژه
 (۳) محبوب (۴) ناگهانی

(واژگان)



آزمون ۲ آذر ماه ۹۷

اختصاصی دوازدهم ریاضی

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
کاظم اجلائی - سعید جعفری کافی آباد - احسان جوانی بادی - سیدعادل حسینی - سعید خانجانی - یاسین سپهر - علی اکبر علی زاده سعید مدیر خراسانی - میلاد منصور - جهانبخش نیکنام - محمدمهدی وزیری	ریاضی پایه و حسابان ۲	
عباس اسدی امیرآبادی - محمد خندان - کیوان دارابی - محسن رجبی - علیرضا شریف خطیبی - محمد طاهر شعاعی - محمد صحت کار رضا عباسی اصل - علی اصغر فرضی - محمد قیدی - نوید مجیدی - نصیر محبی نژاد - محمدمهدی محسن زاده طبری - سیدعادل رضا مرتضوی مهرداد ملوندی	هندسه	
رضا پورحسینی - سید مصطفی سیدحسینی - علیرضا کلانتری - رسول محسنی منش - مختار منصور - سروش موئینی - هومن نورائی	ریاضیات گسسته	
امیرحسین ابومحبوب - حسین خزایی - یاسین سپهر - علی اکبر علیزاده - مرتضی فهیم علوی - سیدعادل رضا مرتضوی - میلاد منصور هومن نورائی	آمار و احتمال	
بابک اسلامی - عبدالرضا امینی نسب - زهره آقامحمدی - علی بگلو - مرتضی جعفری - سیدابوالفضل خالقی - بیتا خورشید - محمد ساکی سعید شرق - سعید طاهری بروجنی - روح اله علی پور - بهادر کامران - مصطفی کیانی - غلامرضا محبی - سیدجلال میری - سعید نصیری شادمان ویسی - علیرضا یاور	فیزیک	
مریم اکبری - امیرمهدی بلاغی - حامد پویان نظر - مبینا شرافتی پور - مهدی شریفی - محمد کوهستانیان - جواد گنابی - حسن لشکری سعید محسن زاده - سیدطاها مصطفوی - دانیال مهرعلی - محمد وزیری	شیمی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	آمار و احتمال	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلائی محمدمهدی وزیری	کیوان دارابی امیرحسین ابومحبوب	هومن نورائی	میلاد منصور	بابک اسلامی	سهند راحمی پور
گروه ویراستاری	مرضیه گودرزی حمید زرین کفش علی ارجمند مهدی ملارمضانی	علیرضا صابری سیدسروش کریمی مداحی زهره رامشینی	علیرضا صابری سیدسروش کریمی مداحی زهره رامشینی	علیرضا صابری سیدسروش کریمی مداحی زهره رامشینی	حمید زرین کفش علیرضا صابری امیرحسین برادران	علی حسینی صفت ایمان حسین نژاد علی علمداری مبینا شرافتی پور
مسئول درس	سیدعادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	محمد وزیری
بازبینی نهایی	---	---	---	---	---	---

گروه فنی و تولید

محمد اکبری	مدیر گروه
نرگس غنی زاده	مسئول دفترچه
مدیر گروه: مریم صالحی	گروه مستندسازی
حسن خرم جو	حروف نگار
سوران نعیمی	ناظر چاپ

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

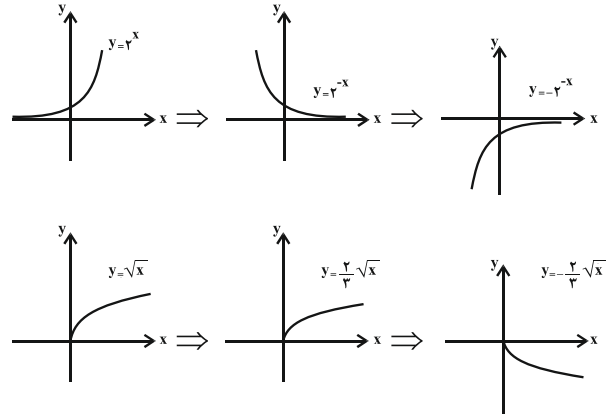
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



حسابان ۲

-۸۱

(سعیر شایان)



با بررسی دو نمودار واضح است که فقط در یک نقطه متقاطع هستند.

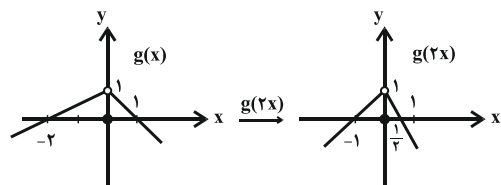
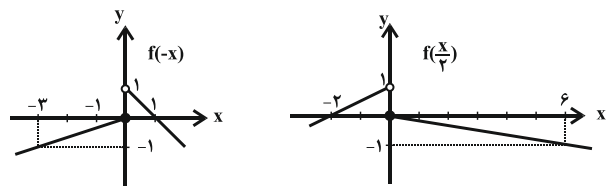
(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

-۸۲

(علی‌اکبر علیزاده)

ابتدا نمودارهای $f(-x)$ و $f\left(\frac{x}{2}\right)$ را رسم و به کمک آن $g(x)$ را رسم

می‌کنیم:



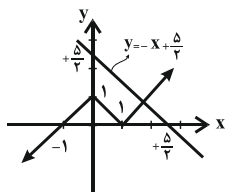
(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

-۸۳

(میانفش نیکنام)

$$Dg: 2f(x+a) + 2x - 5 = 0 \Rightarrow f(x+a) = -x + \frac{5}{2}$$

برای این که جواب معادله فوق یک بازه باشد، باید قسمتی از نمودار

بر تابع $f(x+a)$ بر تابع $y = -x + \frac{5}{2}$ منطبق شود. مطابق شکل، این حالتزمانی اتفاق می‌افتد که نمودار تابع f به اندازه $\frac{3}{2}$ واحد به راست انتقالیابد، یعنی $a = -\frac{3}{2}$.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

-۸۴

(میانفش نیکنام)

چون انتقال یافته خط، باز هم خط است، کافی است نقاط متناظر با نقاط

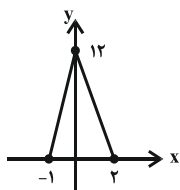
 $(0,0)$ و $(-6,0)$ و $(-2,4)$ از تابع $f(2x+5)$ را روی تابع $3f(-4x+1)$ بیابیم:

$$(0,0) \rightarrow \begin{cases} 2 \times 0 + 5 = -4x + 1 \Rightarrow x = -1 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow (-1,0)$$

$$(-2,4) \rightarrow \begin{cases} 2 \times (-2) + 5 = -4x + 1 \Rightarrow x = 0 \\ y = 3 \times 4 = 12 \end{cases} \rightarrow (0,12)$$

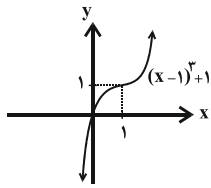
$$(-6,0) \rightarrow \begin{cases} 2 \times (-6) + 5 = -4x + 1 \Rightarrow x = 2 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow (2,0)$$

$$S = \frac{3 \times 12}{2} = 18$$



(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

این تابع با استفاده از انتقال $y = x^3$ به سادگی رسم می‌شود:



با توجه به نمودار، مشاهده می‌شود تابع همواره صعودی است.

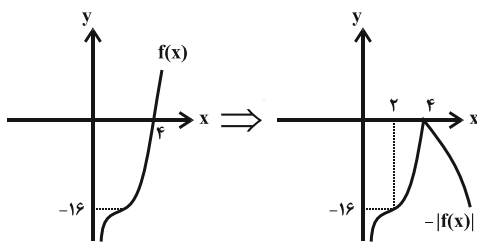
(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۸)

(جوانبش نیکنام)

-۸۸

$$f(x) = 2(x^3 - 6x^2 + 12x - 8 - 8) = 2(x-2)^3 - 16$$

$$-|f(x)| = \begin{cases} -f(x) & f(x) > 0 \\ f(x) & f(x) \leq 0 \end{cases}$$



با توجه به نمودار، تابع در بازه $[2, +\infty)$ اکیداً نزولی است.

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۸)

(علی‌اکبر علیزاده)

-۸۹

$$x_2 > x_1 \Rightarrow [x_2] \geq [x_1] \xrightarrow{f \text{ اکیداً صعودی}} f([x_2]) \geq f([x_1])$$

$$\Rightarrow g(x_2) \geq g(x_1) \Rightarrow g \text{ تابعی صعودی است.}$$

$$x_2 > x_1 \Rightarrow -2x_2 < -2x_1 \Rightarrow -2x_2 + 1 < -2x_1 + 1$$

$$\xrightarrow{f \text{ اکیداً صعودی}} f(-2x_2 + 1) < f(-2x_1 + 1)$$

$$\Rightarrow h(x_2) < h(x_1) \Rightarrow h \text{ اکیداً نزولی است.}$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۸)

(میلاد منصور)

-۸۵

قرار می‌دهیم: $T = x + [x]$ ، بنابراین داریم:

$$\Rightarrow [T] = [x + [x]] = [x] + [x] = 2[x] \Rightarrow [x] = \frac{1}{2}[T]$$

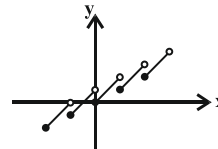
$$\Rightarrow f(x + [x]) = (x + [x]) - [x]$$

$$\Rightarrow f(T) = T - \frac{1}{2}[T]$$

بنابراین ضابطه تابع $f(x) = x - \frac{1}{2}[x]$ می‌باشد. ضابطه تابع را در بازه‌هایی

به صورت $n \leq x < n+1$ به دست می‌آوریم و با رسم این ضابطه‌ها، نمودار

به صورت زیر در می‌آید. ($n \in \mathbb{Z}$)



(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

(یاسین سپهر)

-۸۶

در ابتدا هر دو ضابطه تابع باید اکیداً صعودی باشند؛ این یعنی حتماً $a \geq 0$

باشد؛ در غیر این صورت، تابع x^2 غیریکنوا خواهد شد. حال کافی است در

نقطه مشترک دو ضابطه، شرط اکیداً صعودی بودن تابع را بنویسیم. داریم:

$$2a + 1 \leq a^2 \Rightarrow a^2 - 2a - 1 \geq 0$$

$$\Rightarrow (a-1)^2 \geq 2 \xrightarrow{a \geq 0} a \geq 1 + \sqrt{2}$$

در بین گزینه‌ها، فقط مقدار $\frac{5}{2}$ ، در این بازه قرار دارد.

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۸)

(یاسین سپهر)

-۸۷

کافی است نمودار تابع را رسم نماییم:

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x = (x-1)^3 + 1$$



-۹۰

(میلار منصور)

باید داشته باشیم:

$$(f(x))^2 - 225 \geq 0 \Rightarrow (f(x) - 15)(f(x) + 15) \geq 0$$

از طرفی، به سادگی رابطه $f(x)$ به صورت زیر محاسبه می شود:

$$f(x) = 2^{\frac{1}{x}-1} - 1$$

بنابراین:

$$(f(x) - 15)(f(x) + 15) = \left(2^{\frac{1}{x}-1} - 16\right) \underbrace{\left(2^{\frac{1}{x}-1} + 14\right)}_{\text{همواره مثبت}} \geq 0$$

$$\Rightarrow 2^{\frac{1}{x}-1} - 16 \geq 0 \Rightarrow 2^{\frac{1}{x}-1} \geq 16 = 2^4$$

$$\xrightarrow{\text{اکیداً صعودی است}} \frac{1}{x} - 1 \geq 4 \Rightarrow \frac{1}{x} \geq 5 \Rightarrow \frac{1-5x}{x} \geq 0$$

$\frac{x}{1-5x}$	$\frac{0}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\Rightarrow 0 < x \leq \frac{1}{5}$
	-	+	
	ت	ن	

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۸)

-۹۱

(یاسین سپهر)

ابتدا دامنه هر یک از لگاریتم‌ها را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} 2x-1 > 0 \Rightarrow x > \frac{1}{2} \Rightarrow x > \frac{1}{2} \\ x+3 > 0 \Rightarrow x > -3 \end{cases}$$

از طرفی با توجه به قواعد لگاریتم داریم:

$$\log_{\frac{1}{2}}^{x+3} = \log_{\frac{1}{2}}^{x+3} = \log_{2^{-1}}^{x+3} = \log_2^{-x-3}$$

$$\log_2^{2x-1} \leq \log_2^{-x-3} \xrightarrow{\text{تابع } \log_2^{\cdot} \text{ اکیداً صعودی}} 2x-1 \leq \frac{x+3}{2}$$

$$\Rightarrow x \leq \frac{5}{3}$$

با توجه به دامنه‌ای که به دست آوردیم، اشتراک این جواب‌ها، بازه $\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{3}\right]$ می باشد که این بازه فقط شامل عدد صحیح ۱ است.

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۸)

-۹۲

(علی اکبر علیزاده)

$$x-3=0 \Rightarrow x=3 \quad ; \quad r=p(3-2)+4=7 \Rightarrow p(1)=3$$

$$x+1=0 \Rightarrow x=-1$$

$$\Rightarrow g(-1) = (-1)^{16} + 5p(1) - m = 1 + 15 - m = 0$$

$$\Rightarrow m = 16$$

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

-۹۳

(بیانقش نیکنام)

باقی مانده $p(x)$ بر $x-1$ برابر با ۳ می باشد: $\Leftarrow p(1) = 3$ باقی مانده $p(x)$ بر $x+1$ برابر با -۲ می باشد: $\Leftarrow p(-1) = -2$ باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $x+2$ برابر است با $f(-2)$ ، بنابراین:

$$\Rightarrow r = f(-2) = p(-1) - 2p(1) + 4 + 6k = -2 - 6 + 4 + 6k = 0$$

$$\Rightarrow 6k = 4 \Rightarrow k = \frac{2}{3}$$

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

-۹۴

(میلار منصور)

چون $f(x)$ بر $x+1$ بخش پذیر است، پس $f(-1) = 0$ است.

$$f(-1) = -2 + a - 4 - 3 = 0 \Rightarrow a = 9$$

در نتیجه:

$$f(x) = 2x^3 + 9x^2 + 4x - 3$$

$$= (2x^3 + 2x^2) + (4x^2 + 4x) + (2x^2 - 3)$$

$$= 2x^2(x+1) + 4x(x+1) + 3(x-1)(x+1)$$

$$= (x+1)(2x^2 + 4x + 3x - 3) = (x+1)(2x^2 + 7x - 3)$$

برای پیدا کردن دو ریشه دیگر تابع داریم:

$$2x^2 + 7x - 3 = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} \begin{cases} x_2 + x_3 = -\frac{b}{a} = -\frac{7}{2} \\ x_2 x_3 = \frac{c}{a} = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (x_2^2 + x_3^2 + x_2 x_3) = x_2^2 + (x_2 + x_3)^2 - 2x_2 x_3$$

$$= 1 + \frac{49}{4} + 3 = \frac{65}{4}$$

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)



-۹۵

(جوابش نیکنام)

$$x^6 - 64 = (x+2) \underbrace{(x^5 - 2x^4 + 4x^3 - 8x^2 + 16x - 32)}_{p(x)}$$

$$A = -2 - 8 - 32 = -42$$

$$B = 1 + 4 + 16 = 21$$

$$2B - A = 42 + 42 = 84$$

(مسأله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

-۹۶

(جوابش نیکنام)

چون تابع f متناوب است، پس داریم:

$$f(x+nT) = f(x), n \in \mathbb{Z}$$

$$f(10\pi/5) = f(2/5 + 25 \times 4) = f(2/5) = f\left(\frac{5}{2}\right)$$

$$= 2 \sin \frac{5\pi}{4} = -\sqrt{2}$$

(مسأله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۳۴)

-۹۷

(کلاطم ایلالی)

$$f(x) = \sin x \cos x (\sin^2 x - \cos^2 x) = \frac{1}{2} \sin 2x (-\cos 2x)$$

$$-\frac{1}{2} \sin 2x \cos 2x = -\frac{1}{4} \sin 4x$$

بنابراین دوره تناوب این تابع برابر $\frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ است.

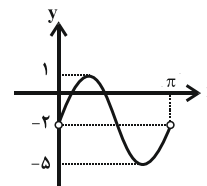
(مسأله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۳۴)

-۹۸

(یاسین سپهر)

ماکزیمم، مینیمم و دوره تناوب $y = 3 \sin 2x - 2$ به ترتیب ۱، $-\pi$ و $-\pi$ است.

پس نمودار تابع به صورت زیر است:

با توجه به نمودار معلوم می‌شود که k باید در بازه $(-2, 1)$ یا $(-\pi, -\pi)$ باشد.

باشد.

(مسأله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۳۴)

-۹۹

(یاسین سپهر)

با توجه به نمودار تابع:

$$f(0) = -2 \Rightarrow a \cos 0 = -2 \Rightarrow a = -2$$

از طرفی دوره تناوب تابع 2π است. پس:

$$\frac{2\pi}{|b|} = 2\pi \Rightarrow |b| = 1$$

تابع $\cos x$ ، نسبت به محور y ها تقارن دارد؛ بنابراین b می‌تواند هر دومقدار -1 و $+1$ را بپذیرد؛ در نتیجه داریم:

$$\begin{cases} b = 1 \Rightarrow a + b = -1 \\ b = -1 \Rightarrow a + b = -3 \end{cases}$$

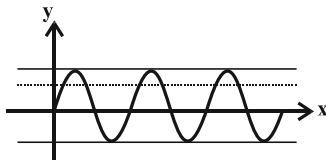
(مسأله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۳۴)

-۱۰۰

(میلاد منعموری)

واضح است که $-4 \leq 4 \sin ax \leq 4$ ، پس برای اینکه با $y = a$ برخوردداشته باشد، باید $a \in [-4, 4] - \{0\}$ باشد. در ضمن $y = 4$ یا $y = -4$ با

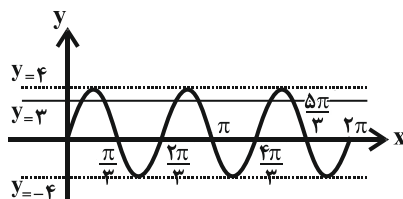
نمودار برخوردهای کمتری نسبت به بقیه اعداد این بازه دارند.

در واقع $a \in [-3, 3] - \{0\}$ است.

برای اینکه تعداد نقاط برخورد بیشتر شوند، دوره تناوب باید کوچک‌ترین

مقدار ممکن باشد. یعنی:

$$T = \frac{2\pi}{|a|} = \frac{2\pi}{3}$$

در این حالت $y = 3$ با نمودار $y = 3 \sin 3x$ ، ۶ نقطه برخورد دارد.

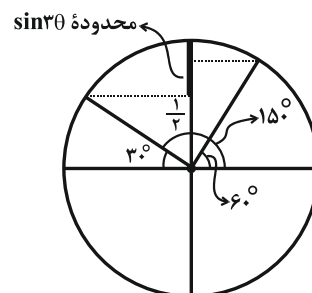
(مسأله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۳۴)

ریاضی پایه

-۱۰۱

(سیرعزل فسنی)

$$20^\circ < \theta < 50^\circ \Rightarrow 60^\circ < 3\theta < 150^\circ \Rightarrow \frac{1}{2} < \sin 3\theta \leq 1$$



$$\Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{m-1}{2} \leq 1 \Rightarrow 2 < m \leq 3$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۹ و مسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۱ تا ۱۰۴)

واضح است که مساحت مثلث ABC برابر $\frac{1}{2}$ است. از طرفی داریم:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AC \cdot \sin \alpha$$

همچنین به سادگی از رابطه فیثاغورس به دست می‌آید که $BC = \sqrt{5}$ وAC = $\sqrt{2}$ است؛ بنابراین:

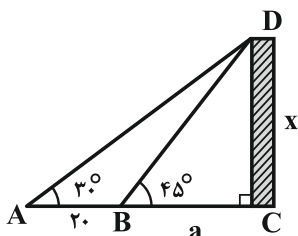
$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{2} \cdot \sin \alpha$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

-۱۰۴

(سعید یعفری کافی آبار)



$$\Delta ADC: \tan 30^\circ = \frac{CD}{AC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{20+a} \quad (1)$$

$$\Delta BDC: \frac{CD}{BC} = \tan 45^\circ \Rightarrow 1 = \frac{x}{a} \Rightarrow x = a \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{20+x} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{20+x}{x} = \sqrt{3} \Rightarrow 1 + \frac{20}{x} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{20}{\sqrt{3}-1} \times \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1} = 10(\sqrt{3}+1)$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

-۱۰۲

(سعید یعفری کافی آبار)

ابتدا از قطاع داده شده، شعاع دایره و سپس مساحت آن را حساب می‌کنیم:

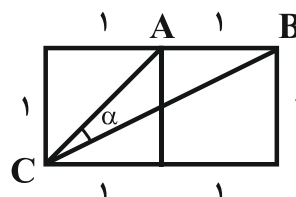
$$\frac{36^\circ}{360^\circ} = \frac{12}{2\pi r} \Rightarrow 12 \times 5 = 2\pi r$$

$$\Rightarrow r = \frac{5 \times 12}{2 \times \pi} = \frac{30}{\pi} \Rightarrow S = \pi r^2 = \frac{30}{\pi} \times \frac{30}{\pi} \times \pi = \frac{900}{\pi}$$

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

-۱۰۳

(سیرعزل فسنی)



(امسان جوانی باری)

-۱۰۸

همه گزینه‌ها و صورت سؤال را ساده می‌کنیم:

$$\sin 451^\circ = \sin(360^\circ + 91^\circ) = \sin 91^\circ = \cos 1^\circ$$

گزینه «۱»: $\cos 1^\circ$

$$\text{گزینه «۲»}: -\sin 269^\circ = -\sin(270^\circ - 1^\circ) = -(-\cos 1^\circ) = \cos 1^\circ$$

$$\text{گزینه «۳»}: \sin 631^\circ = \sin(720^\circ - 89^\circ) = \sin(-89^\circ) = -\cos 1^\circ$$

$$\text{گزینه «۴»}: \cos\left(-\frac{\pi}{180}\right) = \cos(-1^\circ) = \cos 1^\circ$$

(حسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۱۲)

(امسان جوانی باری)

-۱۰۹

$$\begin{cases} \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\sin \alpha \\ \sin \beta = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)}{\sin \beta} = \frac{-\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\tan \alpha$$

(حسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۹)

(سعید فانیانی)

-۱۱۰

$$\begin{cases} \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha \\ \sin(\alpha - 3\pi) = -\sin(3\pi - \alpha) = -\sin \alpha \\ \sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) = -\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha \end{cases}$$

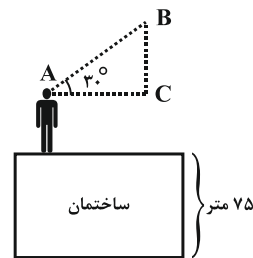
$$\Rightarrow \frac{\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) - 2\sin(\alpha - 3\pi)}{3\sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)} = \frac{\sin \alpha + 2\sin \alpha}{3\cos \alpha} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{3\sin \alpha}{3\cos \alpha} = 2 \Rightarrow \tan \alpha = 2 \Rightarrow \cot \alpha = \frac{1}{2}$$

(حسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۹)

(سعید مدیرفراسانی)

-۱۰۵



$$\sin 30^\circ = \frac{BC}{AB} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{BC}{440/4} \Rightarrow BC = 220/2$$

$$\Rightarrow \text{فاصله بالگرد تا سطح زمین} = 220/2 + 1/8 + 75 = 297 \text{ (متر)}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

(مهمربوری وزیر)

-۱۰۶

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y = \frac{5}{6} - \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \sin(x - y) = \frac{1}{2} = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow x - y = \frac{\pi}{6}$$

(حسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

(مهمربوری وزیر)

-۱۰۷

یعنی کمان‌هایی که مجموعشان $2x$ باشد، متمم یکدیگرند. $2x = \frac{\pi}{2} \rightarrow$

$$x + 6x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos x = \sin 6x$$

$$2x + 5x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin 2x = \cos 5x$$

$$3x + 4x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \tan 3x = \cot 4x$$

$$\Rightarrow \frac{\cos x \sin 2x \tan 3x}{\cot 4x \cos 5x \sin 6x} = 1$$

(حسابان ۱- مثلثات: صفحه ۹۸)



هندسه ۳

-۱۱۱

(کیوان دارایی)

$$A^2 = \begin{bmatrix} 3 & -7 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -7 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -7 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^3 = A^2 \times A = \begin{bmatrix} 2 & -7 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -7 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I$$

$$\Rightarrow A^{10} = A^9 \times A = (A^3)^3 \times A = (-I)^3 \times A = -A$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

-۱۱۲

(کیوان دارایی)

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A = (A^{-1})^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$= \frac{1}{-2+1} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow B = (B^{-1})^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$= \frac{1}{0+\frac{1}{6}} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -6 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A+B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -6 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -7 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (A+B)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -7 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{-2+14} \begin{bmatrix} -2 & 7 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (A+B)^{-1} \text{ مجموع درایه‌های } = \frac{1}{10} (-2+7-4+1) = \frac{-2}{10} = -\frac{1}{5}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

-۱۱۳

(ممر قیری)

$$(A-2I)(A-2I)^{-1} = I$$

$$\Rightarrow A(A-2I)^{-1} - 2I(A-2I)^{-1} = I$$

$$\Rightarrow A(A-2I)^{-1} = I + 2(A-2I)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A(A-2I)^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه‌های ستون دوم} = 2+3=5$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

-۱۱۴

(کیوان دارایی)

$$|I+A| = |A^{-1}A+A| = |(A^{-1}+I)A| = |A^{-1}+I||A|$$

$$\Rightarrow 3 = |I+A^{-1}| \times 1 \Rightarrow |I+A^{-1}| = 3$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ تا ۳۱)

-۱۱۵

(ممر صت‌کار)

باید دو خط بر هم منطبق باشند، در نتیجه:

$$\frac{2m+1}{-7m} = \frac{-m}{m+6} = \frac{-1}{m}$$

دو معادله به دست می‌آید که باید هر دو معادله را حل کنیم یا یکی را حل

کنیم و جواب‌های به دست آمده را در معادله دوم صدق دهیم:

$$(I) \frac{2m+1}{-7m} = \frac{-1}{m} \Rightarrow 2m^2 + m = 7m$$

$$\Rightarrow 2m^2 - 6m = 0 \Rightarrow 2m(m-3) = 0 \Rightarrow m = 0 \text{ یا } m = 3$$

$$(II) \frac{-m}{m+6} = \frac{-1}{m} \Rightarrow m^2 = m+6 \Rightarrow m^2 - m - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (m-3)(m+2) = 0 \Rightarrow m = 3 \text{ یا } m = -2$$

بنابراین یک جواب مشترک برای هر دو معادله وجود دارد: $m = 3$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۶)

-۱۱۶

(علی اصغر خرمی)

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} \left(A - \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 7 & -4 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} A - \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 7 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} A - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \left| \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} A \right| = \left| \begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \right| \Rightarrow \left| \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} \right| \times |A| = \left| \begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \right|$$

$$\Rightarrow (-1)|A| = 9 \Rightarrow |A| = -9$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱ و ۲۷ تا ۳۱)

-۱۱۷

(مهمر صحت‌کار)

$$\begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 4 & -1 & 0 \\ 2 & -5 & 2 \end{vmatrix} \times |A| \times \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{vmatrix} = |6I|$$

$$\Rightarrow (-6) \times |A| \times (-6) = 6^3 |I|$$

$$\Rightarrow |A| = \frac{6^3}{6^2} = 6$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

-۱۱۸

(سید عادل رضا مرتضوی)

$$\begin{cases} \|B\|A\| = \|B\|^3 \|A\| \\ \|A\|B\| = \|A\|^3 \|B\| \end{cases} \Rightarrow \|B\|A\| + \|A\|B\| = \|B\|^3 \|A\| + \|A\|^3 \|B\|$$

$$= \|B\|^3 \|A\| + \|A\|^3 \|B\|$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

-۱۱۹

(علیرضا شریف‌نظیری)

$$m = \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a \times \frac{1}{a} & a \times 1 & a \times a \\ b \times \frac{1}{b} & b \times 1 & b \times b \\ c \times \frac{1}{c} & c \times 1 & c \times c \end{vmatrix} = abc \begin{vmatrix} \frac{1}{a} & 1 & a \\ \frac{1}{b} & 1 & b \\ \frac{1}{c} & 1 & c \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} \frac{1}{a} & 1 & a \\ \frac{1}{b} & 1 & b \\ \frac{1}{c} & 1 & c \end{vmatrix} = \frac{m}{abc}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

-۱۲۰

(عباس اسدی امیرآبادی)

به کمک دستور ساروس، دترمینان را محاسبه کرده و مساوی صفر قرار

می‌دهیم:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & x+1 \\ 2 & x+2 & 0 \\ k & 0 & x \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$x(x+2) - k(x+1)(x+2) = 0 \Rightarrow (x+2)[x - k(x+1)] = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+2=0 \Rightarrow x=-2 \\ x(1-k) - k = 0 \Rightarrow x = \frac{k}{1-k} = -2 \Rightarrow k = -2 + 2k \Rightarrow k=2 \end{cases}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

ریاضیات گسسته

-۱۲۱

(مقتار منصوری)

$$\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a} \geq a + b \Leftrightarrow \frac{a^3 + b^3}{ab} \geq a + b$$

$$\xrightarrow{ab > 0} a^3 + b^3 \geq ab(a + b)$$

$$\Leftrightarrow (a + b)(a^2 - ab + b^2) \geq ab(a + b)$$

$$\xrightarrow{a + b > 0} a^2 - ab + b^2 \geq ab$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 2ab + b^2 \geq 0 \Leftrightarrow (a - b)^2 \geq 0$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

-۱۲۲

(سروش موئینی)

مربع هر عدد صحیح فرد به صورت $x^2 = 8k + 1$ است:

$$a^2 - b^2 = (a^2 + b^2)(a^2 - b^2)$$

$$= (8k + 1 + 8k' + 1)(8k - 8k') = 2k_1 \times 8k_2 = 16q \quad (q \in \mathbb{Z})$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

-۱۲۳

(رضا پورعسینی)

$$d \mid a - 3 \xrightarrow{\times(a-1)} d \mid a^2 - 4a + 3 \quad \left\{ \begin{array}{l} - \\ - \end{array} \right. \rightarrow d \mid 2 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 2$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۳)

-۱۲۴

(رسول مفسنی منش)

$$\begin{cases} a = 7q + 3 \\ a = 5q' + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5a = 35q + 15 \\ 7a = 35q' + 7 \end{cases} \Rightarrow 2a = 35(q' - q) - 8$$

$$\Rightarrow 2a = 35q'' - 8 \Rightarrow a = 35k - 4 \Rightarrow a = 35k' + 31$$

باقی‌مانده ۳۱ بر ۱۱ عدد ۹ است.

$$\begin{cases} k' = 0 \Rightarrow a = 31 \\ k' = 1 \Rightarrow a = 66 > 50 \end{cases} \text{ غ.ق. غ.}$$

تذکر: با توجه به رابطه $2a = 35q'' - 8$ ، بدیهی است که q'' عددی زوج است و بنابراین $q'' = 2k \quad (k \in \mathbb{Z})$ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

-۱۲۵

(مقتار منصوری)

$$\begin{cases} 5^3 = 125 = 4(31) + 1 \equiv 1 \\ 7^5 = 343 = 31 + 1 \equiv 1 \end{cases}$$

$$5 \times (5^3)^{31} - 7 \times 7^3 \times (7^5)^{31} \equiv 5 \times (1)^{31} - 7 \times 7 \times (1)^{31}$$

$$= 5 - 56 = -51 \equiv 11$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

-۱۲۶

(هومن نورائی)

$$3^2 \equiv 9 \equiv -2 \xrightarrow{\text{به توان } 11} 3^{10} \equiv -32 \equiv -32 + 3 \times 11 \equiv 1$$

$$\xrightarrow{\text{به توان } 10} 3^{100} \equiv 1 \Rightarrow 3^{100} + a \equiv a + 1 \equiv 0 \Rightarrow a \equiv -1 \equiv 10$$

$$\Rightarrow a = 11k + 10$$

$$10 \leq a < 100 \Rightarrow 10 \leq 11k + 10 < 100 \Rightarrow 0 \leq 11k < 90 \Rightarrow 0 \leq k < 8$$

در نتیجه ۹ مقدار برای k یافت می‌شود.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

(هومن نورائی)

-۱۲۷

ابتدا فاصله ۱۵ خرداد تا ۲۲ بهمن را پیدا می‌کنیم:

با توجه به آنکه ۶ ماه اول سال ۳۱ روزه و ۵ ماه بعدی ۳۰ روزه است، داریم:

بهمن + (دی + آذر + آبان + مهر) + (شهریور + مرداد + تیر) + خرداد

$$16 + (3 \times 31) + (4 \times 30) + 22 = 251$$

با توجه به آنکه ۲۲ بهمن شنبه است، شنبه را به عنوان مبدأ در نظر گرفته و

با توجه به جدول زیر مشخص می‌کنیم که ۲۵۱ روز قبل چه روزی است. پس

کافیست باقی‌مانده ۲۵۱- را بر ۷ به دست آوریم، در نتیجه داریم:

$$\frac{251}{7} = 35 \text{ باقی } 6 \Rightarrow 251 \equiv 6 \pmod{7}$$

شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنج‌شنبه	جمعه
صفر	۱	۲	۳	۴	۵	۶

در نتیجه ۱۵ خرداد همان سال یکشنبه خواهد بود.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه ۲۴)

(سیرمصطفی سیرمصطفی)

-۱۲۸

$$\frac{9}{4yx} \equiv 1 \pmod{10} \Rightarrow 4 + x + y + 0 + 1 \equiv 0 \pmod{10} \Rightarrow 5 + x + y \equiv 0$$

$$x + y \equiv 4 \pmod{10} \Rightarrow y + x = 4 \text{ یا } 14$$

$$\frac{11}{4yx} \equiv 1 \pmod{10} \Rightarrow (1 + x + 4) - (0 + y) \equiv 0$$

$$5 + x - y \equiv 0 \Rightarrow x - y \equiv 6 \pmod{10} \Rightarrow x - y = 6 \text{ یا } -4$$

$$\begin{cases} x + y = 14 \\ x - y = -4 \end{cases} \Rightarrow x = 4, y = 9 \Rightarrow x^2 + y^2 = 25$$

از سه دستگاه معادلات ممکن دیگر برای این سؤال، مقادیر x و y ، اعدادی

منفی و یا کسری خواهند بود که امکان پذیر نیست.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۳)

(علیرضا کلانتری)

-۱۲۹

$$x(1! + 2! + 3! + \dots + 0!) \equiv 3 \pmod{12} \Rightarrow 9x \equiv 15 \pmod{12} \Rightarrow 3x \equiv 5$$

$$\Rightarrow 3x \equiv 9 \pmod{12} \Rightarrow x \equiv 3 \pmod{12} \Rightarrow x = 4k + 3$$

$$10 \leq 4k + 3 \leq 99 \Rightarrow 7 \leq 4k \leq 96 \Rightarrow 2 \leq k \leq 24$$

 $\Rightarrow k = 23$ تعداد مقادیر k

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

(هومن نورائی)

-۱۳۰

$$x^2 - 8x + 15 \equiv 0 \pmod{4} \Rightarrow (x - 5)(x - 3) \equiv 0 \pmod{4}$$

$$1) \quad x - 5 \equiv 0 \pmod{4} \Rightarrow x \equiv 5 \pmod{4} \Rightarrow x = 4k + 1 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$2) \quad x - 3 \equiv 0 \pmod{4} \Rightarrow x \equiv 3 \pmod{4} \Rightarrow x = 4k + 3 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$3) \quad \begin{cases} x - 3 \equiv 0 \pmod{2} \\ x - 5 \equiv 0 \pmod{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \equiv 3 \pmod{2} \\ x \equiv 1 \pmod{2} \end{cases} \Rightarrow x = 2k + 1 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

(مهرراز ملونری)

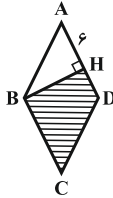
-۱۳۳

با نوشتن قضیه فیثاغورس در مثلث قائم الزاویه ABH داریم:

$$BH^2 = AB^2 - AH^2 = 9^2 - 6^2 = 81 - 36 = 45 \Rightarrow BH = 3\sqrt{5}$$

پس مساحت ناحیه هاشورخورده برابر است با:

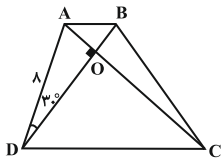
$$\begin{aligned} S_{BHDC} &= S_{ABCD} - S_{\Delta ABH} \\ &= AD \times BH - \frac{AH \times BH}{2} \\ &= 9 \times 3\sqrt{5} - \frac{6 \times 3\sqrt{5}}{2} \\ &= 27\sqrt{5} - 9\sqrt{5} = 18\sqrt{5} \end{aligned}$$



(هندسه ۱- پندرضلعی ها؛ صفحه ۶۵)

(ممسن ربیی)

-۱۳۴

در هر مثلث قائم الزاویه، ضلع روبه رو به زاویه 30° ، نصف وتر است. داریم:

$$\begin{cases} AD = 8 \\ \hat{ADO} = 30^\circ \end{cases} \Rightarrow AO = 4, DO = 4\sqrt{3} \Rightarrow S_{\Delta AOD} = 8\sqrt{3}$$

دو مثلث ADC و BDC دارای ارتفاع و قاعده یکسان هستند، بنابراین

داریم:

$$\begin{aligned} S_{\Delta ADC} &= S_{\Delta BCD} \Rightarrow S_{\Delta ADC} - S_{\Delta OCD} = S_{\Delta BCD} - S_{\Delta OCD} \\ \Rightarrow S_{\Delta AOD} &= S_{\Delta BOC} \Rightarrow S_{\Delta BOC} = 8\sqrt{3} \end{aligned}$$

(هندسه ۱- پندرضلعی ها؛ صفحه ۶۵ تا ۶۷)

(رضا عباسی اصل)

-۱۳۵

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow \frac{17}{2} = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow 17 = b + 2i - 2$$

$$\Rightarrow 2i = 19 - b$$

بیشترین مقدار i به ازای کمترین مقدار b حاصل می شود. می دانیم در یک

چندضلعی شبکه ای $b \geq 3$ است. پس:

$$2i = 19 - 3 \Rightarrow 2i = 16 \Rightarrow i = 8$$

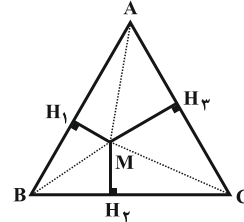
(هندسه ۱- پندرضلعی ها؛ صفحه های ۶۹ تا ۷۳)

هندسه ۱

-۱۳۱

(تصیر ممبی نژاد)

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 12\sqrt{3} \Rightarrow a = 4\sqrt{3} \Rightarrow h = \frac{\sqrt{3}}{2} a = 6$$



مجموع فاصله های هر نقطه درون مثلث متساوی الاضلاع از سه ضلع آن، برابر

طول ارتفاع مثلث است، پس در صورتی که $MH_1 + MH_2 = 3$ باشد،

آنگاه داریم:

$$\underbrace{MH_1 + MH_2 + MH_3}_{3} = 6 \Rightarrow MH_3 = 6 - 3 = 3$$

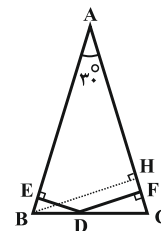
(هندسه ۱- پندرضلعی ها؛ صفحه های ۶۸ و ۶۹)

(رضا عباسی اصل)

-۱۳۲

از B بر AC عمود رسم می کنیم. در مثلث قائم الزاویه ABH داریم:

$$\hat{A} = 30^\circ \Rightarrow BH = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} (18) = 9$$



از طرفی می دانیم مجموع فاصله های هر نقطه واقع بر قاعده مثلث

متساوی الساقین از دو ساق آن، برابر طول ارتفاع وارد بر ساق است، پس

داریم:

$$DE + DF = BH \Rightarrow 3 + DF = 9 \Rightarrow DF = 6$$

(هندسه ۱- پندرضلعی ها؛ صفحه ۶۸)

(نوبت میبری)

۱۳۸-

چهارضلعی $AMHH'$ یک دوزنقه است (طبق شکل) و مثلث MHD ، قائم الزاویه متساوی الساقین می باشد. اگر اندازه ضلع مربع را a بگیریم، داریم:

$$AH' = DH' = \frac{a\sqrt{2}}{2}, MH = DH = \frac{MD}{\sqrt{2}}$$

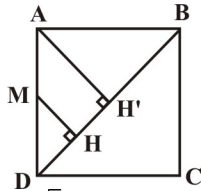
$$\frac{MD = \frac{a}{2}}{2} \rightarrow DH = \frac{a\sqrt{2}}{4} = MH$$

$$HH' = DH' - DH = \frac{a\sqrt{2}}{2} - \frac{a\sqrt{2}}{4} \Rightarrow HH' = \frac{a\sqrt{2}}{4}$$

$$S_{AMHH'} = \frac{1}{2} \left(\frac{a\sqrt{2}}{4} + \frac{a\sqrt{2}}{2} \right) \frac{a\sqrt{2}}{4} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{6a^2}{32} = 3 \Rightarrow a^2 = 16 \Rightarrow S_{ABCD} = a^2 = 16$$

(هنر سه - ۱- پندرضلعی ها؛ صفحه ۶۵)



(معمراطهر شعاعی)

۱۳۹-

بنابر فرض $S = \frac{b+i}{2}$ است. با استفاده از دستور بیک داریم:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{b+i}{2} \Rightarrow \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{b}{2} + \frac{i}{2} \Rightarrow \frac{i}{2} = 1 \Rightarrow i = 2$$

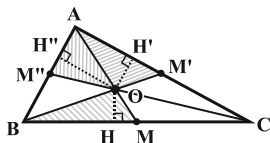
$$S = \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{b}{2} + 1 \xrightarrow{b=3} S_{\min} = \frac{3}{2} + 1 = 2/5$$

(هنر سه - ۱- پندرضلعی ها؛ صفحه های ۶۹ تا ۷۳)

(معمرقندان)

۱۴۰-

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow BC = 30$$



از تلاقی میانهای هر مثلث، شش مثلث هم مساحت ایجاد می شود، بنابراین داریم:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{18 \times 24}{2} = 216$$

پس مساحت هر قسمت برابر $36 = \frac{216}{6}$ است. حال داریم:

$$\begin{cases} \frac{OH \times BM}{2} = 36 \Rightarrow \frac{OH \times 15}{2} = 36 \Rightarrow OH = 4/8 \\ \frac{OH' \times AM'}{2} = 36 \Rightarrow \frac{OH' \times 12}{2} = 36 \Rightarrow OH' = 6 \\ \frac{OH'' \times AM''}{2} = 36 \Rightarrow \frac{OH'' \times 9}{2} = 36 \Rightarrow OH'' = 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow OH + OH' + OH'' = 4/8 + 6 + 8 = 18/8$$

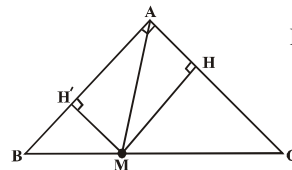
(هنر سه - ۱- پندرضلعی ها؛ صفحه های ۶۶ و ۶۷)

(مهرردار ملونری)

۱۳۶-

مطابق شکل زیر، فرض می کنیم $MH > MH'$ باشد. در نتیجه داریم:

$$MH - MH' = 2 \quad (1)$$



از طرفی اگر از نقطه ای روی قاعده مثلث متساوی الساقین، دو خط به موازات دو ساق رسم کنیم تا آن ها را قطع کند، آنگاه مجموع طول پاره خط های ایجاد شده برابر طول ساق مثلث است، پس:

$$MH + MH' = 4 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} MH = 3, MH' = 1$$

طبق قضیه فیثاغورس در مثلث قائم الزاویه AHM داریم:

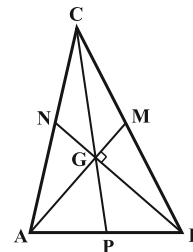
$$\begin{cases} AM^2 = AH^2 + MH^2 \Rightarrow AM^2 = 1^2 + 3^2 = 10 \\ AH = MH' = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow AM = \sqrt{10}$$

(هنر سه - ۱- پندرضلعی ها؛ صفحه ۶۸)

(معمرمهری مسن زاره طبری)

۱۳۷-



مطابق شکل، میانهای مثلث ABC در نقطه G هم رس هستند و داریم:

$$AG = \frac{2}{3} AM = \frac{2}{3} \times 6 = 4$$

$$BG = \frac{2}{3} BN = \frac{2}{3} \times 9 = 6$$

دو میانه AM و BN بر هم عمود هستند، پس مثلث AGB قائم الزاویه است و طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$AB^2 = AG^2 + BG^2 = 16 + 36 = 52 \Rightarrow AB = 2\sqrt{13}$$

در مثلث قائم الزاویه، طول میانه وارد بر وتر، نصف وتر است، پس

$$GP = \frac{1}{2} AB = \sqrt{13}$$

$$CP = 3GP = 3\sqrt{13}$$

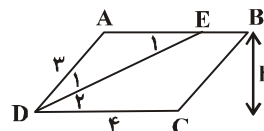
(هنر سه - ۱- پندرضلعی ها؛ صفحه های ۶۶ و ۶۷)

هندسه ۱ (آزمون گواه)

۱۴۱-

(کتاب آبی هندسه پایه - سؤال ۴۳۴)

$AB \parallel CD, DE \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{E}_1 = \hat{D}_1$



$\Delta ADE \xrightarrow{\text{متساوی الساقین}} AE = AD = 3 \Rightarrow BE = 1$

بنابراین داریم:

$$\frac{S_{ABCD}}{S_{BCDE}} = \frac{3h}{\frac{1}{2}(BE + CD)h} = \frac{8}{5}$$

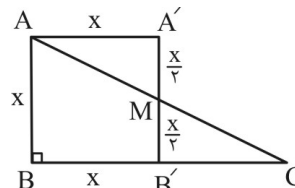
(هندسه ۱- هندسه پایه: صفحه ۶۵)

۱۴۲-

(سراسری تیرگی - ۹۲)

طول ضلع مربع $AA'B'B$ را x در نظر می‌گیریم. از همنهشت بودن دو

مثلث $AA'M$ و $CB'M$ ، نتیجه می‌شود که $A'M = B'M = \frac{x}{2}$ ، پس:

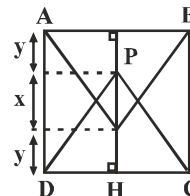


$$\frac{S_{(ABB'M)}}{S_{(AA'B'B)}} = \frac{\frac{1}{2}(x + \frac{x}{2})x}{x^2} = \frac{\frac{3}{4}x^2}{x^2} = \frac{3}{4}$$

(هندسه ۱- هندسه پایه: صفحه ۶۵)

۱۴۳-

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۹۲)



مطابق شکل اگر طول ضلع مربع را a در نظر بگیریم، PH ارتفاع مثلث

متساوی‌الاضلاعی به ضلع a است، یعنی: $PH = x + y = \frac{\sqrt{3}}{2}a$

از طرفی $AD = x + 2y$ ، پس:

$$\begin{cases} x + y = \frac{\sqrt{3}}{2}a \\ x + 2y = a \end{cases} \Rightarrow x = \sqrt{3}a - a \Rightarrow x = (\sqrt{3} - 1)a$$

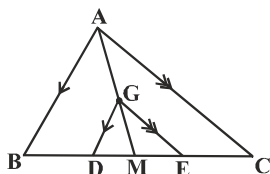
(هندسه ۱- هندسه پایه: صفحه ۶۵)

۱۴۴-

(سراسری ریاضی - ۷۷)

از آن‌جا که $\frac{GM}{AM} = \frac{1}{3}$ و $GD \parallel AB$ ، از قضیه تالس می‌توان نتیجه گرفت

که $\frac{GD}{AB} = \frac{1}{3}$



اضلاع مثلث GDE ، نظیر به نظیر با اضلاع مثلث ABC موازیند، پس

$\Delta GDE \sim \Delta ABC$ و نسبت تشابه برابر است با $\frac{GD}{AB} = \frac{1}{3}$ ، پس:

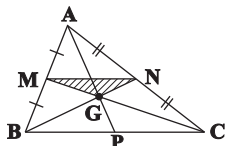
$$\frac{DE}{BC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{DE}{24} = \frac{1}{3} \Rightarrow DE = 8$$

(هندسه ۱- هندسه پایه: صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۱۴۵-

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۸۹)

اگر نقطه تلاقی میان‌های AP ، BN و CM از مثلث ABC را G (مرکز ثقل) در نظر بگیریم و از G به سه رأس مثلث وصل کنیم، آن‌گاه سه مثلث پدیدآمده مساحت یکسانی خواهند داشت، یعنی:



$$S(\Delta AGB) = S(\Delta BGC) = S(\Delta AGC) = \frac{1}{3}S(\Delta ABC) \quad (*)$$

M و N به ترتیب وسط‌های AB و AC هستند. می‌دانیم که اگر وسط دو ضلع مثلث را به هم وصل کنیم، پاره‌خط حاصل، موازی ضلع سوم و طول آن نیز نصف طول ضلع سوم مثلث خواهد بود.

با توجه به شکل $MN \parallel BC$ و $MN = \frac{1}{2}BC$ ، پس دو مثلث MGN و BGC

با هم متشابه‌اند و نسبت تشابه آن‌ها برابر است با $k = \frac{MN}{BC} = \frac{1}{2}$

در نتیجه:

$$\frac{S_{\Delta MGN}}{S_{\Delta BGC}} = k^2 = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow S_{\Delta MGN} = \frac{1}{4}S_{\Delta BGC} = \frac{1}{12}S_{\Delta ABC}$$

پس مساحت مثلث ABC (بزرگ‌ترین مثلث در شکل)، ۱۲ برابر مساحت مثلث MGN است.

(هندسه ۱- هندسه پایه: صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)



-۱۴۶

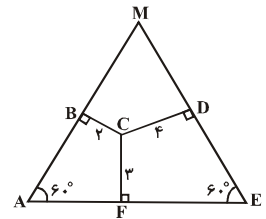
(کتاب آبی هندسه پایه - سؤال ۴۹۲)

AB و DE را امتداد می‌دهیم و محل برخورد آنها را M می‌نامیم. نقطه C داخل مثلث متساوی‌الاضلاع AME قرار دارد. با توجه به این که مجموع فواصل هر نقطه دلخواه داخل مثلث متساوی‌الاضلاع از اضلاعش برابر ارتفاع مثلث یا $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ضلع آن می‌باشد، پس:

$$BC + CD + CF = \frac{AE\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow 2 + 4 + 3 = \frac{AE\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow AE = \frac{18}{\sqrt{3}} = 6\sqrt{3}$$

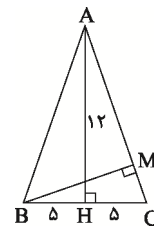


(هندسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

-۱۴۷

(کتاب آبی هندسه پایه - سؤال ۴۹۶)

در هر مثلث متساوی‌الساقین، ارتفاع، میانه، نیمساز و عمودمنصف وارد بر قاعده بر هم منطبق‌اند. پس:



$$BH = HC = \frac{10}{2} = 5$$

$$\triangle ABH : AB^2 = AH^2 + BH^2$$

$$\Rightarrow AB^2 = 12^2 + 5^2 = 169 \Rightarrow AB = 13 = AC$$

می‌دانیم مجموع طول دو عمود رسم شده از یک نقطه واقع بر قاعده مثلث متساوی‌الساقین بر دو ساق آن، برابر طول ارتفاع وارد بر ساق است، پس داریم:

$$\frac{1}{2} BM \times AC = \frac{1}{2} \times AH \times BC$$

$$BM \times AC = AH \times BC \Rightarrow BM \times 13 = 12 \times 10$$

$$\Rightarrow BM = \frac{120}{13}$$

(هندسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه ۶۸)

-۱۴۸

(کتاب آبی هندسه پایه - سؤال ۵۰۶)

مساحت مستطیل برابر است با:

$$S = 4 \times 5 = 20$$

$$S = \frac{b}{2} - 1 + i \Rightarrow 20 = \frac{18}{2} - 1 + i \Rightarrow i + 8 = 20 \Rightarrow i = 12$$

(هندسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۹ تا ۷۳)

-۱۴۹

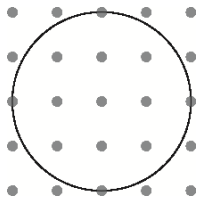
(کتاب آبی هندسه پایه - سؤال ۵۰۰)

در حالتی که فاصله بین نقاط شبکه ۱cm است، داریم:

$$b = 4, i = 1$$

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 = 2 + 1 - 1 = 2 \text{ cm}^2$$

اگر فاصله بین نقطه‌های شبکه را نصف کنیم (شکل زیر)، داریم:



$$S = \left(\frac{4}{2} + 4 - 1\right) \left(\frac{1}{2} \text{ cm}\right)^2 = 10 \left(\frac{1}{2} \text{ cm}\right)^2 = 2.5 \text{ cm}^2$$

$$\text{درصد افزایش} = \frac{2.5 - 2}{2} \times 100 = 25\%$$

(هندسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۹ تا ۷۳)

-۱۵۰

(کتاب آبی هندسه پایه - سؤال ۵۱۶)

از فرمول پیک استفاده می‌کنیم:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1$$

$$S_1 = \frac{7}{2} + 11 - 1 = \frac{7}{2} + 10 = \frac{27}{2}$$

$$S_2 = \frac{3}{2} + 2 - 1 = \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2}$$

$$S = \frac{27}{2} - \frac{5}{2} = \frac{22}{2} = 11$$

(هندسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۹ تا ۷۳)

آمار و احتمال

$$n(A \cap B) = \left[\frac{110}{6} \right] - \left[\frac{49}{6} \right] = 18 - 8 = 10$$

$$P(A - B) + P(B - A) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

$$= \frac{31 + 20 - 20}{61} = \frac{31}{61}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

(هومن نورانی)

-۱۵۴

$$P(\text{هم‌رنگ بودن}) = \frac{2}{5} \Rightarrow P(\text{هم‌رنگ نبودن}) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

فرض می‌کنیم n مهره از یک رنگ و $(n+1)$ مهره از رنگ دیگر در کیسه وجود دارد:

$$P(\text{هم‌رنگ نبودن}) = \frac{\binom{n}{1} \times \binom{n+1}{1}}{\binom{2n+1}{2}} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{n(n+1)}{\frac{(2n+1) \times 2n}{2}} = \frac{n+1}{2n+1}$$

$$\Rightarrow 6n + 3 = 5n + 5 \Rightarrow n = 2$$

$$\text{تعداد مهره‌های داخل کیسه} = 2n + 1 = 5$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۳۶ تا ۱۵۱)

(میلاد منصوری)

-۱۵۵

در بین اعداد کوچکتر از ۹، سه دسته به طول ۶ وجود دارد که اعداد متوالی باشند. این سه دسته عبارتند از:

$$(1, 2, 3, 4, 5, 6) \text{ و } (2, 3, 4, 5, 6, 7) \text{ و } (3, 4, 5, 6, 7, 8)$$

در دسته اول، ۳ مهره با ۳ رنگ مختلف داریم که شماره ۱ هستند. برای بقیه شماره‌ها نیز همین‌طور است.

$$(1, 2, 3, 4, 5, 6)$$

$$\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow$$

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^6$$

$$(2, 3, 4, 5, 6, 7)$$

$$\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow$$

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^6$$

$$(3, 4, 5, 6, 7, 8)$$

$$\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow$$

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^6$$

بنابراین تعداد کل اعضا برابر است با:

$$3^6 + 3^6 + 3^6 = 3 \times 3^6 = 3^7$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۴۴)

(میلاد منصوری)

-۱۵۱

$$P(1) = P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6)$$

$$\Rightarrow P(1) = \frac{1}{2}$$

از طرفی:

$$P(2) = P(3) = P(5) = 2x$$

$$P(4) = P(6) = x$$

$$6x + 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow 8x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{16}$$

احتمال زوج آمدن تاس برابر است با:

$$P(2) + P(4) + P(6) = 2x + x + x = 4x = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۸ تا ۵۱)

(مسین شزایی)

-۱۵۲

چون تعداد مهره‌های سیاه در کیسه دوم، کمتر از ۳ است، پس تنها حالت ممکن آن است که از هر کیسه، ۳ مهره سفید خارج شود. داریم:

$$\frac{\binom{3}{3} \times \binom{4}{3}}{\binom{7}{3} \binom{6}{3}} = \frac{4}{35 \times 20} = \frac{1}{175}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۳۶ تا ۱۵۱)

(علی‌اکبر علیزاده)

-۱۵۳

اعداد را به صورت $\{5 \times 5^0, 5 \times 5^1, 5 \times 5^2, \dots, 5 \times 5^{11}\}$ در نظر می‌گیریم. می‌دانیم اگر $5k$ بر ۲ بخش‌پذیر باشد، k هم بر ۲ بخش‌پذیر است. برای بخش‌پذیری $5k$ بر ۳ و نیز بر ۶ هم همین قاعده برقرار است. حال کفایت احتمال فوق را در مجموعه اعداد $\{5^0, 5^1, 5^2, \dots, 5^{11}\}$ بررسی کنیم. اگر مجموعه اعداد بخش‌پذیر بر ۲ را با A و مجموعه اعداد بخش‌پذیر بر ۳ را با B نمایش دهیم، داریم:

$$n(A) = \left[\frac{110}{2} \right] - \left[\frac{49}{2} \right] = 55 - 24 = 31$$

$$n(B) = \left[\frac{110}{3} \right] - \left[\frac{49}{3} \right] = 36 - 16 = 20$$

-۱۵۶

(سید عادل رضا مرتضوی)

برای این که حاصل ضرب اعداد رو شده مضرب ۵ باشد (A)، باید حداقل یک بار ۵ بیاید که متمم پیشامد آن است که در هیچ یک از سه پرتاب، ۵ نیاید. داریم:

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{5 \times 5 \times 5}{6 \times 6 \times 6} = 1 - \frac{125}{216} = \frac{91}{216}$$

برای این که حاصل ضرب اعداد رو شده فرد باشد (B)، باید هر سه تاس فرد ظاهر شوند:

$$P(B) = \frac{3 \times 3 \times 3}{6 \times 6 \times 6} = \frac{27}{216}$$

$$\Rightarrow \frac{P(A)}{P(B)} = \frac{\frac{91}{216}}{\frac{27}{216}} = \frac{91}{27}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

-۱۵۷

(مرتضی فحیم‌علوی)

به ازای هر سه عدد متمایز، یک دنبالهٔ اکیداً صعودی و یک دنبالهٔ اکیداً نزولی خواهیم داشت. اگر پیشامد آنکه اعداد رو شده تشکیل دنبالهٔ اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی ندهند را با A نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$P(A) = 1 - \frac{2 \times \binom{6}{3}}{6^3} = 1 - \frac{2 \times 20}{6 \times 6 \times 6} = 1 - \frac{40}{216} = \frac{176}{216} = \frac{22}{27}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

-۱۵۸

(یاسین سپهر)

احتمال انتخاب لامپ سالم از جعبهٔ اول $\frac{k}{5}$ و از جعبهٔ دوم $\frac{6}{10}$ است. طبق فرض مسئله داریم:

$$\frac{6}{10} = \frac{k}{5} + \frac{2}{10} \Rightarrow k = 2$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

-۱۵۹

(میلار منصوری)

پرتاب دوم نمی‌تواند ۲ یا ۱ باشد، زیرا اعداد متمایز هستند.

پرتاب دوم ۳ بیاید ← در پرتاب اول و سوم باید از {۱, ۲} و متمایز بیاید

$$\text{که می‌شود: } 2 \times 1 = 2$$

پرتاب دوم ۴ بیاید ← در پرتاب اول و سوم باید از {۱, ۲, ۳} و متمایز

$$\text{بیاید که می‌شود: } 3 \times 2 = 6$$

پرتاب دوم ۵ بیاید ← در پرتاب اول و سوم باید از {۱, ۲, ۳, ۴} و متمایز

$$\text{بیاید که می‌شود: } 4 \times 3 = 12$$

پرتاب دوم ۶ بیاید ← در پرتاب اول و سوم باید از {۱, ۲, ۳, ۴, ۵} و متمایز

$$\text{بیاید که می‌شود: } 5 \times 4 = 20$$

بنابراین:

$$P(A) = \frac{2+6+12+20}{6^3} = \frac{40}{6^3} = \frac{5}{27}$$

راه دوم: ۳ عدد از ۶ عدد انتخاب می‌کنیم. عدد بزرگتر را وسط قرار داده و برای دو عدد دیگر دو حالت داریم. بنابراین:

$$P(A) = \frac{2 \times \binom{6}{3}}{6^3} = \frac{5}{27}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

-۱۶۰

(امیر حسین ایوب‌میروپ)

$$P(B \cap A') = P[(A \cup B)'] = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0/6 = 0/4$$

$$\Rightarrow P(B) - P(A \cap B) = 0/4$$

$$P(A \cup B) = P(A) + \underbrace{P(B) - P(A \cap B)}_{0/4} = 0/5 + 0/4 = 0/9$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

فیزیک ۳

۱۶۱-

(سعیر نمیری)

ابتدا با توجه به رابطه تندی متوسط، شعاع مسیر دایره‌ای را حساب می‌کنیم.

دقت کنید مسافت طی شده از A تا B برابر با $\frac{3}{4}$ محیط دایره است.

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow 10 = \frac{\frac{3}{4}(2\pi R)}{2} \xrightarrow{\pi=3} R = \frac{40}{9} \text{ m}$$

طبق تعریف، بردار جابه‌جایی برداری است که نقطه ابتدایی مسیر را به نقطه

انتهایی آن متصل می‌کند، بنابراین:

$$d = \overline{AB} = \sqrt{R^2 + R^2} = R\sqrt{2} \Rightarrow d = \frac{40\sqrt{2}}{9} \text{ m}$$

در نهایت سرعت متوسط متحرک طی جابه‌جایی از نقطه A تا نقطه B

برابر است با:

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{\frac{40\sqrt{2}}{9}}{2} \Rightarrow v_{av} = \frac{20\sqrt{2}}{9} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- حرکت‌شناسی؛ صفحه‌های ۲ تا ۶)

۱۶۲-

(علی بکلو)

جابه‌جایی متحرک در ۵ ثانیه ابتدایی حرکت برابر است با:

$$d = x_5 - x_0 = 0 - 4 \Rightarrow d = -4 \text{ m}$$

چون در لحظه $t = 2 \text{ s}$ جهت حرکت متحرک عوض می‌شود، مسافت طی

شده توسط متحرک در ۵ ثانیه ابتدایی حرکت برابر است با:

$$\ell = |x_2 - x_0| + |x_5 - x_2| = |7/2 - 4| + |0 - 7/2|$$

$$\Rightarrow \ell = 10/2 \text{ m}$$

(فیزیک ۳- حرکت‌شناسی؛ صفحه‌های ۲ تا ۶)

۱۶۳-

(سعیر نمیری)

چون نمودار خطی است با توجه به اعداد داده شده روی نمودار می‌توان نتیجه

گرفت که همواره تندی متوسط و اندازه سرعت متوسط با یکدیگر برابرند.

یعنی:

$$s_{av} = v_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow \ell = d$$

بنابراین همواره اندازه جابه‌جایی متحرک و مسافت طی شده توسط آن برابر

است و تنها در حالتی این اتفاق رخ می‌دهد که جهت حرکت متحرک که

همان جهت بردار سرعت است، ثابت باشد و تغییر نکند.

(فیزیک ۳- حرکت‌شناسی؛ صفحه‌های ۲ تا ۶)

۱۶۴-

(علی بکلو)

در نمودار مکان - زمان، شیب خط واصل بین دو نقطه برابر با سرعت متوسط

بین آن دو نقطه است، بنابراین:

$$v_{av} = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A} = \frac{4 - 10}{17 - 5} \Rightarrow v_{av} = -0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

برای به‌دست آوردن سرعت در یک نقطه معین در نمودار مکان - زمان،

شیب خط مماس بر آن نقطه را حساب می‌کنیم. داریم:

$$v_A = \frac{0 - 10}{10 - 5} \Rightarrow v_A = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- حرکت‌شناسی؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۰)

۱۶۵-

(سعیر نمیری)

اگر دو متحرک با هم به خط‌چین B برسند، جابه‌جایی‌ها برابر خواهند بود.

فقط دقت کنید که اگر مدت زمان حرکت متحرک A، t ثانیه باشد، مدت

زمان حرکت متحرک B، (t-1) ثانیه خواهد بود، پس:

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow v_A t = v_B (t-1)$$

$$\Rightarrow 20t = 30(t-1) \Rightarrow 10t = 30 \Rightarrow t = 3 \text{ s}$$

پس مدت زمان حرکت متحرک A، ۳s و مدت زمان حرکت متحرک B،

(۳-۱=۲s) است. حال می‌توان فاصله دو خط‌چین (۱) و (۲) را به یکی از

دو روش زیر حساب کرد:

$$\Delta x_A = v_A \cdot t = 20 \times 3 = 60 \text{ m}$$

یا

$$\Delta x_B = v_B \cdot (t-1) = 30 \times 2 = 60 \text{ m}$$

(فیزیک ۳- حرکت‌شناسی؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)



۱۶۶-

(سید ابوالفضل ثالقی)

گزینه «۱»: چون x_0 مشخص نیست بنابراین نمی توان گفت که متحرک از مبدأ عبور می کند یا نه.

گزینه «۲»: جهت بردار مکان بستگی به انتخاب مبدأ دارد.

گزینه «۳»: بردار جابه جایی و بردار سرعت همواره هم علامت هستند و چون علامت v ثابت و مثبت است بنابراین علامت Δx نیز ثابت و مثبت است.

گزینه «۴»: چون سرعت ثابت است، اندازه آن تغییر نمی کند و بنابراین حرکت متحرک یکنواخت روی خط راست است.

(فیزیک ۳- حرکت شناسی: صفحه های ۱۷ تا ۲۱)

۱۶۷-

(علی بکلو)

متحرک $\frac{1}{9}$ ابتدایی مسیر را در مدت t_1 و بقیه آن را در مدت t_2 طی کرده است. بنابراین کل مسیر را در مدت $(t_1 + t_2)$ طی کرده است. در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$$

$$\xrightarrow{v_0=0} \frac{\Delta x'}{\Delta x} = \left(\frac{t'}{t}\right)^2 \Rightarrow \frac{\frac{1}{9}d}{d} = \left(\frac{t_1}{t_1+t_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{9} = \left(\frac{t_1}{t_1+t_2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{t_1}{t_1+t_2} \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = 2$$

(فیزیک ۳- حرکت شناسی: صفحه های ۱۵ تا ۲۱)

۱۶۸-

(علی بکلو)

با استفاده از معادله سرعت - جابه جایی در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، داریم:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \xrightarrow{v_0=0} \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}$$

$$\xrightarrow{v_1=5\frac{m}{s}, \Delta x_1=16m, \Delta x_2=20m} \left(\frac{v_2}{5}\right)^2 = \frac{20}{16} \Rightarrow v_2 = 2/\sqrt{5} \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت شناسی: صفحه های ۱۵ تا ۲۱)

۱۶۹-

(علیرضا یاور)

$$v_0 = 108 \frac{km}{h} = 30 \frac{m}{s} \quad \text{روش اول:}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -2t + 30 \Rightarrow t = 15s$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_{15} = \frac{1}{2}(-2) \times (15)^2 + 30 \times 15 = 225m \\ \Delta x_{13} = \frac{1}{2}(-2) \times (13)^2 + 30 \times 13 = 221m \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta x = \Delta x_{15} - \Delta x_{13} = 225 - 221 = 4m$$

روش دوم: می توان حرکت را برعکس کرد یعنی جسم از حال سکون با

شتاب مثبت $2 \frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می کند و مسافت طی شده در ۲ ثانیه

اول حرکت را می خواهیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t = \frac{1}{2} \times 2 \times 2^2 + 0 = 4m$$

(فیزیک ۳- حرکت شناسی: صفحه های ۱۵ تا ۲۱)

۱۷۰-

(علیرضا یاور)

برای محاسبه مسافت طی شده، باید ابتدا تعیین کنیم متحرک در بازه زمانی مورد نظر تغییر جهت داده است و یا خیر. بنابراین ابتدا لحظه ای که متحرک تغییر جهت می دهد را می یابیم:

$$\left. \begin{aligned} x &= -t^2 + 4t - 4 \\ x &= \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = -2 \frac{m}{s^2}, v_0 = 4 \frac{m}{s}$$

$$v = at + v_0 = -2t + 4 = 0 \Rightarrow t = 2s$$

بنابراین مسافت طی شده طی ۴ ثانیه ابتدایی حرکت برابر است با:

$$\left. \begin{aligned} t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = -4m \\ t_2 = 2s \Rightarrow x_2 = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta x_1 = 0 - (-4) = 4 \Rightarrow l_1 = 4m$$

$$\left. \begin{aligned} t_2 = 2s \Rightarrow x_2 = 0 \\ t_3 = 4s \Rightarrow x_3 = -4m \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta x_2 = (-4) - 0 = -4 \Rightarrow l_2 = 4m$$

$$l = l_1 + l_2 = 4 + 4 = 8$$

برای محاسبه جابه جایی در ۴ ثانیه ابتدایی حرکت، داریم:

$$\left. \begin{aligned} t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = -4m \\ t_3 = 4s \Rightarrow x_3 = -4m \end{aligned} \right\} \Rightarrow d = x_3 - x_1 = -4 - (-4) = 0$$

(فیزیک ۳- حرکت شناسی: صفحه های ۱۵ تا ۲۱)



-۱۷۱

(روح اله علی پور)

چون گلوله‌ها از حال سکون رها شده‌اند، داریم:

$$v^2 = -2g\Delta y \Rightarrow \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 = \frac{g_A}{g_B} = 4 \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = 2$$

از طرفی داریم:

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \frac{\Delta y_A}{\Delta y_B} = \frac{g_A}{g_B} \times \left(\frac{t_A}{t_B}\right)^2 \Rightarrow 1 = 4 \times \left(\frac{t_A}{t_B}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{t_A}{t_B} = \frac{1}{2}$$

(فیزیک ۳- حرکت شناسی؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

-۱۷۲

(بابک اسلامی)

با در نظر گرفتن محل رها کردن هر گلوله به عنوان مبدأ مکان، معادله

حرکت هر گلوله را می‌نویسیم:

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y_1 = -5t^2 \\ y_2 = -5(t-1)^2 \end{cases}$$

چون گلوله (۱) زودتر رها شده است، پس همواره مسافت بیشتری از گلوله

(۲) طی کرده است. بنابراین فاصله بین دو گلوله در هر لحظه دلخواه t برابر

است با:

$$d = y_2 - y_1 = -5(t-1)^2 - (-5t^2)$$

$$\Rightarrow d = 5(2t-1)$$

بنابراین برای فاصله بین دو گلوله در لحظه $t_1 = 5s$ به فاصله بین دو گلولهدر لحظه $t_2 = 8s$ داریم:

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{2t_1 - 1}{2t_2 - 1} \xrightarrow{t_1=5s, t_2=8s} \frac{d_1}{d_2} = \frac{2 \times 5 - 1}{2 \times 8 - 1} = \frac{3}{5}$$

(فیزیک ۳- حرکت شناسی؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

-۱۷۳

(بواد کمران)

وقتی کامیون ترمز می‌کند، وزنه آونگ به سبب تمایل به حفظ حرکت اولیه

خود، به سمت جلو منحرف می‌شود. این پدیده با قانون اول نیوتون قابل توجیه

است.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

-۱۷۴

(روح اله علی پور)

وزن هر جسم از رابطه $W = mg$ به دست می‌آید. با تغییر ارتفاع، g تغییر

می‌کند اما جرم عوض نمی‌شود. داریم:

$$\Delta W = m\Delta g \Rightarrow 19/14 - 19/64 = m \times (-0/25) \Rightarrow m = 2kg$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۵ و ۳۶)

-۱۷۵

(غلامرضا مینی)

سوی مثبت محور را به طرف بالا می‌گیریم و با توجه به ثابت بودن شتاب

داریم:

$$\Delta y = -\frac{1}{2}at^2 \xrightarrow{\Delta y = -100m, t = 10s} -100 = \frac{1}{2}a(10)^2 \Rightarrow a = -2 \frac{m}{s^2}$$

از طرف دیگر بر جسم دو نیروی وزن و مقاومت هوا وارد می‌شود بنابراین

داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow f_D - mg = ma \Rightarrow f_D - 100 = 10 \times (-2)$$

$$\Rightarrow f_D = 80N$$



(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۶ و ۳۷)

-۱۷۶

(بینا فورشید)

زمانی که آسانسور از حال سکون به طرف بالا شروع به حرکت می‌کند، با

استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$T - mg = ma \Rightarrow T = m(g + a)$$

در ثانیه اول حرکت، حرکت تندشونده است و بنابراین داریم:

$$a_1 = \frac{5}{2} = 2.5 \frac{m}{s^2}$$

$$T_1 = m(g + a_1) = m \times 12/5$$

در سه ثانیه دوم حرکت، $(t = 3s$ تا $t = 6s)$ حرکت کندشونده است و

داریم:

$$a_2 = \frac{0-5}{13-3} = -0.5 \frac{m}{s^2}$$

$$T_2 = m(g + a_2) = m \times (10 - 0.5) = 9.5m$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{12/5m}{9.5m} = \frac{24}{19}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی برابر با $۱۴N$ و اندازه نیروی اصطکاک جنبشی وارد بر جسم برابر با $۱۰N$ است. داریم:

$$f_{s,max} = ۱۴N \Rightarrow \mu_s F_N = ۱۴N$$

$$f_k = ۱۰N \Rightarrow \mu_k F_N = ۱۰N$$

$$\Rightarrow \frac{f_k}{f_{s,max}} = \frac{\mu_k F_N}{\mu_s F_N} = \frac{\mu_k}{\mu_s} = \frac{۱۰}{۱۴} \Rightarrow \frac{\mu_k}{\mu_s} = \frac{۵}{۷}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳)

(بایگ اسلامی)

-۱۷۹

از روی نمودار مشخص است که به ازای اندازه نیروی کشسانی یکسان، افزایش طول فنر (۲)، دو برابر افزایش طول فنر (۱) است. بنابراین:

$$F_e = kx \Rightarrow \frac{(F_e)_2}{(F_e)_1} = \frac{k_2}{k_1} \times \frac{x_2}{x_1}$$

$$\Rightarrow ۱ = \frac{k_2}{k_1} \times \frac{2x_0}{x_0} \Rightarrow \frac{k_2}{k_1} = \frac{۱}{۲}$$

وقتی وزنه‌ای به فنر می‌بندیم و آنرا آویزان می‌کنیم، بعد از رسیدن به تعادل داریم:

$$F'_e - W = 0 \Rightarrow F'_e = W \Rightarrow kx' = mg$$

$$\Rightarrow \frac{k_2}{k_1} \times \frac{x'_2}{x'_1} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} = \frac{m_2}{m_1}$$

$$\Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{۱}{۴}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

(بایگ اسلامی)

-۱۸۰

طبق قانون دوم نیوتون، نیروی خالص متوسط وارد بر جسم برابر است با:

$$\vec{F}_{av} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

از طرف دیگر مساحت سطح زیر نمودار نیرو-زمان برابر با تغییرات تکانه است. بنابراین داریم:

$$F_{av} = \frac{۱۴/۴}{(۴/۹ - ۳/۷)} \Rightarrow F_{av} = ۱۲N$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

-۱۷۷

(شارمان ویسی)

در حالت اول جسم ساکن و در آستانه حرکت به طرف پایین است، بنابراین:

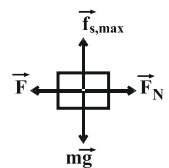
$$(F_x)_{net} = 0 \Rightarrow F = F_N$$

$$(F_y)_{net} = 0 \Rightarrow f_{s,max} = mg \Rightarrow \mu_s F_N = mg \Rightarrow F_N = \frac{mg}{\mu_s}$$

نیرویی که از طرف دیوار به جسم وارد می‌شود، برآیند دو نیروی عمود بر هم $\vec{f}_{s,max}$ و \vec{F}_N است. داریم:

$$R_1 = \sqrt{F_N^2 + f_{s,max}^2} = \sqrt{\left(\frac{mg}{\mu_s}\right)^2 + (mg)^2}$$

$$\Rightarrow R_1 = mg \sqrt{1 + \frac{1}{\mu_s^2}} \quad (*)$$



همان‌طور که مشاهده می‌شود، برای این‌که جسم ساکن باشد، اندازه نیروی اصطکاک همواره با اندازه نیروی وزن باید برابر باشد. در حالت دوم، با افزایش ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و دیوار، با همان نیروی \vec{F} قبلی، اندازه نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه افزایش می‌یابد ولی همچنان اندازه نیروی اصطکاک بین جسم و سطح دیوار برابر با اندازه وزن جسم است. بنابراین در حالت دوم داریم:

$$f_s = mg$$

بنابراین برای این‌که نیروی وارد از طرف دیوار به جسم تغییر نکند، اندازه نیروی F نیز نباید تغییر کند.

$$R_2 = \sqrt{f_s^2 + F_2^2} = \sqrt{(mg)^2 + F_2^2} \quad (**)$$

$$R_1 = R_2 \Rightarrow \frac{1}{\mu_s} = \frac{F_2}{mg} \Rightarrow F_2 = \frac{mg}{\mu_s} \Rightarrow F_2 = F_1$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳)

(بایگ اسلامی)

-۱۷۸

جسم روی سطح افقی ابتدا ساکن است. با اعمال نیروی افقی \vec{F} و افزایش اندازه آن، جسم همچنان ساکن می‌ماند و اندازه نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جسم برابر با اندازه نیروی \vec{F} خواهد بود. زمانی که اندازه نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جسم به بیشینه مقدار خود می‌رسد، با کمی افزایش نیروی \vec{F} ، جسم شروع به حرکت می‌کند و اصطکاک وارد بر جسم به نوع جنبشی تبدیل خواهد شد و اندازه آن ثابت می‌شود. بنابراین مطابق نمودار،



فیزیک ۱

-۱۸۱

(سعید طاهری پروینی)

چون توان گرمکن ثابت است، داریم:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{Q_1}{\Delta t_1} = \frac{Q_2}{\Delta t_2}$$

$$\Rightarrow \frac{mc\Delta\theta}{\Delta t_1} = \frac{mL_F}{\Delta t_2} \Rightarrow \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \frac{L_F}{c\Delta\theta} = \frac{336000}{2100 \times 20} = 8$$

$$\Rightarrow \Delta t_2 = 8\Delta t_1 = 8 \times 2 = 16 \text{ min}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

-۱۸۲

(عبدالرضا امینی نسب)

هنگامی که ۱۰۰g آب در ظرف باقی می‌ماند، ۳۰g از آن بخار شده است.

بنابراین داریم:

$$Q_T = Q_1 + Q_2 = mc\Delta\theta + m'L_V$$

$$\Rightarrow Q_T = 0 / 4 \times 4200 \times (100 - 40) + 0 / 3 \times 2256 \times 10^3$$

$$\Rightarrow Q_T = 100800 + 676800 = 777600 \text{ J}$$

اکنون با جایگذاری در رابطه توان، زمان را به دست می‌آوریم:

$$t = \frac{Q_T}{P} = \frac{777600}{3600} = 216 \text{ s}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۴)

-۱۸۳

(سعید شرق)

چون حداقل مقدار یخ خواسته شده است، پس یخ صفر درجه سلسیوس باید

به آب ۱۰۰°C تبدیل شود و بخار آب ۱۰۰°C باید به آب ۱۰۰°C تبدیل

شود. مقدار گرمایی که m گرم یخ صفر درجه سلسیوس باید بگیرد تا به

آب ۱۰۰°C تبدیل شود، برابر است با:

$$Q_1 = mL_F + mc_{\text{آب}}\Delta\theta = 33 \cdot m + m \times 4 / 2 \times (100 - 0)$$

$$\Rightarrow Q_1 = 75 \cdot m$$

مقدار گرمایی که بخار آب ۱۰۰°C باید از دست بدهد تا به آب ۱۰۰°C

تبدیل شود برابر است با:

$$Q_2 = -m'L_V = -45 \times 2250 \text{ (J)}$$

چون اتلاف انرژی نداریم:

$$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow 75 \cdot m - (45 \times 2250) = 0 \Rightarrow m = 135 \text{ g}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۴)

-۱۸۴

(شارمان ویسی)

می‌دانیم در فشار ۱atm نقطه ذوب یخ ۰°C و نقطه جوش آب ۱۰۰°C

است. از روی نمودار مشخص است x نقطه جوش است، پس x = ۱۰۰°C.

شیب در نمودار نشان دهنده $\frac{\Delta\theta}{Q} = \frac{1}{mc}$ است و چون جرم ثابت است،شیب با گرمای ویژه رابطه عکس دارد: $\alpha \propto \frac{1}{c}$

$$\frac{\text{شیب خط BC}}{\text{شیب خط OA}} = \frac{c_{\text{یخ}}}{c_{\text{آب}}} \Rightarrow \frac{100}{50} = \frac{BC}{AO} \Rightarrow \frac{AO}{BC} = \frac{1}{4} \Rightarrow BC = 4AO$$

نکته: در مورد گزینه «۱»، داریم:

$$\left. \begin{array}{l} AB = mL_F \\ CD = mL_V \end{array} \right\} \xrightarrow{L_F < L_V} CD > AB$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۴)

-۱۸۵

(سیدلال میری)

مطابق نمودار ابتدا هر دو جسم گرما می‌گیرند و دمای آن‌ها بالا می‌رود تا به

نقطه ذوب برسند. بنابراین چون منبع گرما یکسان و مدت زمانی که طول

می‌کشد تا دو جسم به نقطه ذوب برسند یکسان است، داریم:

$$P_1 t_1 = P_2 t_2 \Rightarrow Q_1 = Q_2 \Rightarrow m_1 c_1 \Delta\theta_1 = m_2 c_2 \Delta\theta_2$$

$$\xrightarrow{m_1 = m_2, \Delta\theta_1 > \Delta\theta_2} c_1 < c_2$$

در قسمت افقی نمودار که در آن دما ثابت است، جسم جامد در حال ذوب

شدن است. از طرفی جسم (۱) طی مدت زمان کمتری ذوب شده است،

بنابراین:

$$t'_1 < t'_2 \Rightarrow P t'_1 < P t'_2 \Rightarrow Q'_1 < Q'_2$$

$$\Rightarrow m_1 (L_F)_1 < m_2 (L_F)_2 \xrightarrow{m_1 = m_2} (L_F)_1 < (L_F)_2$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)



-۱۸۶

(سعیر طاهری بروجنی)

در دمای ثابت جرم استوانه تغییر نکرده است و بنابراین حجم آن نیز ثابت است. داریم:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 L_1 = A_2 L_2 \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = \frac{L_1}{L_2} = \frac{1}{5}$$

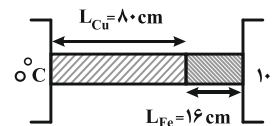
از طرفی طبق رابطه آهنگ رسانش گرمایی داریم:

$$H = \frac{kA(T_H - T_L)}{L} \Rightarrow \frac{H_2}{H_1} = \frac{A_2}{A_1} \times \frac{L_1}{L_2} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{25}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۲۷)

-۱۸۷

(بابک اسلامی)



آهنگ رسانش گرما در دو میله یکسان است. اگر دمای محل اتصال را θ_x در نظر بگیریم، داریم:

$$H_{Cu} = H_{Fe}$$

$$\Rightarrow k_{Cu} \frac{A_{Cu}(T_H - T_L)_{Cu}}{L_{Cu}} = k_{Fe} \frac{A_{Fe}(T_H - T_L)_{Fe}}{L_{Fe}}$$

$$\Rightarrow 400 \times \frac{\theta_x - 0}{80} = 80 \times \frac{100 - \theta_x}{16} \Rightarrow \theta_x = 50^\circ C$$

$$\Rightarrow T_x = \theta_x + 273 = 50 + 273 \Rightarrow T_x = 323 K$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۲۷)

-۱۸۸

(سیدیلال میری)

آهنگ رسانش گرما در هر سه جسم برابر است، در نتیجه داریم:

$$H_1 = H_2 = H_3$$

$$\Rightarrow k_1 \frac{A_1(T_H - T_L)_1}{L_1} = k_2 \frac{A_2(T_H - T_L)_2}{L_2} = k_3 \frac{A_3(T_H - T_L)_3}{L_3}$$

$$\frac{A_1 = A_2 = A_3}{L_1 = L_2 = L_3} \rightarrow k_1(65 - 45) = k_2(45 - 35) = k_3(35 - 20)$$

$$\Rightarrow 4k_1 = 2k_2 = 3k_3 \Rightarrow k_2 > k_3 > k_1$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۲۷)

-۱۸۹

(بابک اسلامی)

نسیمی که شب‌ها از سمت ساحل به سمت دریا می‌وزد، نمونه‌ای از همرفت طبیعی است.

برای آشکارسازی تابش‌های فرسرخ از ابزاری به نام دمانگار استفاده می‌کنیم.

تف سنج نوری، به عنوان دمانج معیار برای اندازه‌گیری دماهای بالای $1100^\circ C$ انتخاب شده است.

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۳)

-۱۹۰

(سیدیلال میری)

از آنجایی که مطابق قانون پایستگی جرم، مجموع جرم گاز خارج شده و گاز باقی‌مانده برابر با جرم گاز اولیه است و می‌دانیم حجم گاز باقی‌مانده در مخزن برابر با همان حجم اولیه یعنی حجم مخزن می‌باشد، لذا با استفاده از قانون گازها داریم:

$$n_0 = n_1 + n_2$$

$$\frac{n_0 PV}{RT} = P_0 V_0 = P_1 V_1 + P_2 V_2 \Rightarrow 4 \times 8 = P_1 \times 8 + 2(2 \times 3)$$

$$\Rightarrow P_1 = 2 / 5 \text{ atm}$$

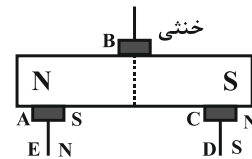
(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۴۰)

فیزیک ۲

-۱۹۱

(علی بکلو)

آهنربا قبل از آن که آهن یا فولاد را جذب کند ابتدا خاصیت مغناطیسی را در آنها القا می کند و آن ها به طور موقت آهنربا می شوند طوری که قطب های ناهم نام در مجاورت یکدیگر قرار می گیرند، اما وسط آهنربا خنثی است و خاصیت مغناطیسی ندارد. به این ترتیب نقاط A، B، C، D و E به ترتیب قطب های S، خنثی، N، S و N خواهند بود.



(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه های ۸۴ و ۸۵)

-۱۹۲

(مهمر ساکی)

بر طبق قاعده دست راست، نیروی مغناطیسی وارد بر بارهای مثبت و منفی مطابق گزینه «۳» خواهد بود و بنابراین توزیع بارها مطابق شکل این گزینه می باشد.

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه های ۸۹ و ۹۰)

-۱۹۳

(مصطفی کیانی)

چون q ، v و B معلوم اند از رابطه $F = |q|vB \sin \theta$ ، بزرگی نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار را به دست می آوریم. دقت کنید چون جهت \vec{B} درون سو و بردار \vec{v} در صفحه می باشد، \vec{B} و \vec{v} بر هم عمودند.

$$F = |q|vB \sin \theta$$

$$\theta = 90^\circ, |q| = 2 \times 10^{-6} C \rightarrow F = 2 \times 10^{-6} \times 10^3 \times 0.2 / 2 \times 10^{-3} \times 1$$

$$\Rightarrow F = 4 \times 10^{-4} N$$

بر طبق قاعده دست راست، اگر دست راست خود را به گونه ای نگه داریم که انگشتان باز شده ما در جهت \vec{v} باشد و جهت خم شدن انگشتان به سمت \vec{B} باشد، انگشت شست، در جهت نیروی مغناطیسی وارد بر بار الکتریکی مثبت خواهد بود و چون در اینجا بار منفی است، جهت نیرو را برعکس می کنیم و در نتیجه جهت نیرو مطابق گزینه «۳» خواهد شد.

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه های ۸۹ و ۹۰)

-۱۹۴

(مرتضی جعفری)

جریان عبوری از سیم برابر است با:

$$I = \frac{\epsilon}{R}$$

نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان برابر است با:

$$F = I \ell B \sin \theta \xrightarrow{I = \frac{\epsilon}{R}} F = \frac{\epsilon}{R} \ell B \sin \theta$$

بنابراین:

$$\frac{F'}{F} = \frac{R}{R'} \xrightarrow{F' = \frac{\epsilon}{R'} \ell B \sin \theta} \frac{\frac{\epsilon}{R'} \ell B \sin \theta}{\frac{\epsilon}{R} \ell B \sin \theta} = \frac{R}{R'} \Rightarrow R' = 7 / 5 \Omega$$

$$\text{درصد تغییرات مقاومت} : \frac{\Delta R}{R} \times 100 = \frac{7/5 - 6}{6} \times 100 = 25\%$$

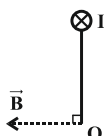
(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه های ۹۱ تا ۹۴)

-۱۹۵

(زهره آقاممیری)

می دانیم که وقتی دو سیم موازی، حامل جریان های مساوی و هم جهت باشند، میدان حاصل از آنها در وسط خط واصل دو سیم برابر با صفر است. پس میدان حاصل از سیم هایی که در رأس های B و C قرار دارند در نقطه O صفر است.

در نتیجه میدان خالص در نقطه O فقط ناشی از میدان حاصل از سیم در رأس A است. با استفاده از قاعده دست راست، انگشت شست دست راست را در جهت جریان قرار می دهیم و چرخش چهار انگشت دیگر، جهت میدان را نشان می دهد که مطابق شکل خواهد شد. (عمود بر خط واصل تا نقطه O)



جهت عقربه مغناطیسی هم مطابق جهت میدان مغناطیسی در نقطه O خواهد بود.

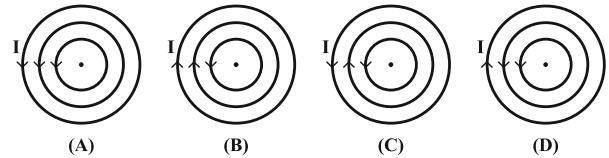
(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه های ۹۴ تا ۹۶)



-۱۹۶

(سیریلال میری)

با توجه به رابطه بزرگی میدان مغناطیسی ناشی از حلقه مسطح حامل جریان $B = \frac{\mu_0 NI}{2R}$ می‌دانیم بزرگی میدان با جریان رابطه مستقیم و با شعاع حلقه رابطه عکس دارد. از آنجا که در مسئله جریان تمامی حلقه‌ها برابر است باید به جهت میدان‌ها توجه شود که در برابندگیری تأثیر مستقیم دارد:



در شکل A جهت جریان‌ها یکسان و در نتیجه بیشترین اندازه میدان در مرکز حلقه را دارا می‌باشد. شکل D دو حلقه با شعاع کمتر هم جهت هستند، در نتیجه در رده دوم قرار می‌گیرد. بین شکل C و B که هر دو، دو حلقه هم جهت دارند، شکل C، جریان حلقه با شعاع کمتر هم جهت با حلقه بزرگ‌تر است، در نتیجه اندازه میدان در مرکز آن بیشتر است. بنابراین:

$$B_A > B_D > B_C > B_B$$

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۷ تا ۹۹)

-۱۹۷

(شارمان ویسی)

با توجه به نحوه قرار گرفتن باتری در مدار، جهت جریان در حلقه خارجی ساعتگرد و در حلقه داخلی پادساعتگرد است و به کمک قاعده دست راست جهت میدان تعیین می‌شود، میدان ناشی از جریان در حلقه خارجی در مرکز حلقه درون سو (\vec{B}_r, \otimes) و میدان ناشی از جریان در حلقه داخلی در مرکز حلقه برون سو (\vec{B}_l, \otimes) است.

طبق رابطه $B = \frac{\mu_0 NI}{2R}$ ، چون $R > r$ است، می‌توان نتیجه گرفت

$$B_l > B_r \text{ است و بنابراین:}$$

$$B_T = B_l - B_r$$

از طرفی جریان عبوری از حلقه‌ها برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{12}{5+1} = 2A$$

بنابراین:

$$B_T = B_l - B_r = \frac{\mu_0 NI}{2} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right)$$

$$\xrightarrow[\substack{N=1 \\ I=2A}]{B_T} B_T = \mu_0 \left(\frac{R-r}{2Rr} \right) = \frac{R-r}{Rr} \mu_0$$

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۷ تا ۹۹)

-۱۹۸

(مصطفی کیانی)

ابتدا تعداد دورهای سیمولوله را به دست می‌آوریم:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell} \quad B = \frac{0.01 T, \ell = 6 \times 10^{-2} m}{I = 5 A} \rightarrow 0.01 = \frac{12 \times 10^{-7} \times N \times 5}{6 \times 10^{-2}}$$

$$\Rightarrow N = 100 \text{ دور}$$

اکنون با استفاده از رابطه $N = \frac{L}{2\pi R}$ ، طول سیم را حساب می‌کنیم.

$$N = \frac{L}{2\pi R} \quad N = 100, \pi = 3, R = 2 \times 10^{-2} m \rightarrow 100 = \frac{L}{2 \times 3 \times 2 \times 10^{-2}} \Rightarrow L = 12 m$$

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

-۱۹۹

(شارمان ویسی)

چون در صورت سؤال اشاره شده که سیمولوله را در همان مدار قبلی قرار می‌دهیم، جریان عبوری از پیچه و سیمولوله یکسان است. طول سیم برابر است با:

$$L = (2\pi R)N$$

در نتیجه تعداد حلقه‌های سیمولوله برابر است با:

$$N' = \frac{L}{2\pi R} = \frac{2\pi RN}{2\pi R} \Rightarrow N' = 2N$$

چون بزرگی میدان مغناطیسی ناشی از جریان عبوری از پیچه و سیمولوله یکسان است، داریم:

$$B = B' \Rightarrow \frac{\mu_0 NI}{2R} = \frac{\mu_0 N'I}{\ell} \quad N' = 2N \rightarrow \frac{N}{2R} = \frac{2N}{\ell} \Rightarrow \ell = 4R$$

$$\Rightarrow \frac{\ell}{R} = \frac{4R}{R} = 4$$

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۰)

-۲۰۰

(بابک اسلامی)

مواد فرومغناطیسی به دو دسته فرومغناطیسی نرم و فرومغناطیسی سخت تقسیم می‌شوند. در مواد فرومغناطیسی نرم، مرز بین حوزه‌های مغناطیسی در حضور میدان مغناطیسی خارجی به سهولت تغییر می‌کند ولی در مواد فرومغناطیسی سخت، مرز بین حوزه‌های مغناطیسی در حضور میدان مغناطیسی خارجی به سختی تغییر می‌کند. بنابراین مواد فرومغناطیسی سخت برای ساخت آهنرباهای دائمی مناسب است.

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۱۰۲ و ۱۰۳)



شیمی ۳

-۲۰۱

(دانیال مهرعلی)

گزینه «۱»: اتیلن گلیکول ($\text{CH}_2\text{OHCH}_2\text{OH}$) یا ضدیخ محلول در آب است، در حالی که روغن زیتون ($\text{C}_{57}\text{H}_{104}\text{O}_6$) ناقطبی بوده و محلول در آب نمی‌باشد و در حلال‌های ناقطبی مثل هگزان حل می‌شود.

گزینه «۲»: اوره: $\text{CO}(\text{NH}_2)_2 \rightleftharpoons$ تعداد اتم‌ها: ۸ اتم

وازلین: $\text{C}_{25}\text{H}_{52} \rightleftharpoons$ تعداد اتم‌ها: ۷۷ اتم

گزینه «۳»: شکر و اوره محلول در آب می‌باشند و وازلین محلول در هگزان است.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۳ و ۵)

-۲۰۲

(دانیال مهرعلی)

موارد «ب» و «پ» نادرست می‌باشند.

مورد «ب»: با وجود اینکه وبا بارها در جهان همه‌گیر شده و جان میلیون‌ها نفر را گرفته است، این بیماری هنوز هم می‌تواند برای هر جامعه‌ای تهدیدکننده باشد.

مورد «پ»: ساده‌ترین و مؤثرترین راه پیشگیری بیماری وبا، رعایت بهداشت فردی و همگانی است. (همانطور که مشخص است پیشگیری از وبا راه‌های مختلفی دارد که رعایت بهداشت ساده‌ترین آنهاست.)

(شیمی ۳، صفحه ۲)

-۲۰۳

(مامر پویان‌نظر)

صابون جامد را از گرم کردن مخلوط روغن‌های گوناگون گیاهی یا جانوری مانند روغن زیتون یا دنبه با سدیم هیدروکسید تهیه می‌کنند. بر اثر ریختن صابون درون مخلوط آب و روغن یک کلوئید ایجاد می‌شود.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۶ و ۷)

-۲۰۴

(سعیر مفسن‌زاده)

گزینه «۱»: تعداد ذرات مولکولی بیشتر از یونها خواهد بود.

گزینه «۲»: رسانایی محلول یک مولار نمک طعام از رسانایی محلول یک مولار HA بیش‌تر است.

گزینه «۳»: اسید معده اسیدی قوی است و شکل داده شده نمایشی از یونش یک اسید ضعیف است.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹ و ۳۱)

-۲۰۵

(مبینا شرافتی‌پور)

به فرایندی که در آن یک ترکیب مولکولی در آب به یون‌های مثبت و منفی تبدیل می‌شود، یونش می‌گویند. MgCl_2 یک ترکیب یونی است. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: با افزایش تعداد یونها در یک محلول، رسانایی آن محلول افزایش می‌یابد.

گزینه «۳»: کربوکسیلیک اسیدها همانند HF، اسیدهایی ضعیف هستند و درجه یونش کوچک‌تر از یک دارند.

گزینه «۴»: درست است.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۹)

-۲۰۶

(مهمر کوهستانیان)



$$K_a = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-][\text{H}^+]}{[\text{CH}_3\text{COOH}]} = \frac{2 \times 10^{-4} \times 2 \times 10^{-4}}{24 \times 10^{-4}} = 1/8 \times 10^{-5}$$

$$\Rightarrow [\text{CH}_3\text{COOH}] = 22 \times 10^{-4}$$

$$\text{غلظت یون هیدرونیوم} \times 100 = \frac{\text{غلظت استیک اسید اولیه}}{\text{غلظت استیک اسید موجود در تعادل}} \times 100$$

غلظت استیک اسید یونیده شده + غلظت استیک اسید موجود در تعادل = غلظت استیک اسید اولیه

$$= 22 \times 10^{-4} + 2 \times 10^{-4} = 24 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{درصد یونش} = \frac{2 \times 10^{-4}}{24 \times 10^{-4}} \times 100 \approx 8/3 \%$$

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۸ و ۲۱ تا ۲۳)

$$pH - pOH = 10/6 \Rightarrow pOH = pH - 10/6$$

$$pH + pOH = 14 \Rightarrow pH + (pH - 10/6) = 14$$

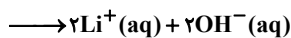
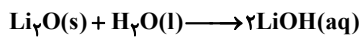
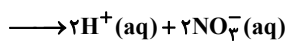
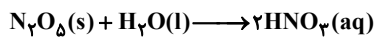
$$pH = 12/3$$

$$\Rightarrow [H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-12/3} = 10^{-4} \times 10^{+0/7} = 5 \times 10^{-13}$$

(شیمی ۳، صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

(مبینا شرافتی پور)

-۲۱۰



از آنجا که پس از انجام واکنش‌ها، pH آب برابر ۷ شده است، نتیجه

می‌گیریم مقدار H^+ تولیدی با مقدار OH^- تولیدی برابر است.

$$? \text{ mol } H^+ = x g N_2O_5 \times \frac{1 \text{ mol } N_2O_5}{108 g N_2O_5} \times \frac{2 \text{ mol } HNO_3}{1 \text{ mol } N_2O_5}$$

$$\times \frac{2 \text{ mol } H^+}{2 \text{ mol } HNO_3} = \frac{2x}{108} \text{ mol } H^+$$

$$? \text{ mol } OH^- = x g Li_2O \times \frac{\text{خالص}}{100 g \text{ خالص}} \times \frac{1 \text{ mol } Li_2O}{30 g Li_2O}$$

$$\times \frac{2 \text{ mol } LiOH}{1 \text{ mol } Li_2O} \times \frac{2 \text{ mol } OH^-}{2 \text{ mol } LiOH} = \frac{2xm}{3000} \text{ mol } OH^-$$

$$\frac{2xm}{3000} = \frac{2x}{108} \Rightarrow m \simeq 27/77$$

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۶، ۲۶ و ۳۰)

(ممد زویری)

-۲۰۷

تنها عبارت «ب» نادرست است.

اکسیژن نافلز فعال است که با اغلب فلزها واکنش می‌دهد و آنها را به اکسید فلز تبدیل می‌کند، در حالی که با برخی فلزها مانند طلا و پلاتین واکنش نمی‌دهد.

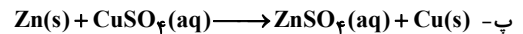
(شیمی ۳، صفحه‌های ۳۹ و ۴۰)

(مبینا شرافتی پور)

-۲۰۸

الف- واکنش آهن با محلول مس (II) سولفات واکنشی گرماده است.

ب- قدرت کاهندگی (تمایل به اکسایش یافتن) فلز مس کمتر از فلز روی است.



مطابق واکنش با مصرف یک مول فلز روی، یک مول فلز مس تشکیل می‌شود.

جرم مولی مس کمتر از روی می‌باشد، پس جرم تیغه جامد کاهش می‌یابد.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۴۱ تا ۴۳)

(شواری کتابی)

-۲۰۹

طبق داده‌ها، pH محلول HBr به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$\frac{[H_3O^+]}{[OH^-]} = 10^{11/2}, [H_3O^+][OH^-] = 10^{-14}$$

$$\Rightarrow [H_3O^+] \frac{[H_3O^+]}{10^{11/2}} = 10^{-14} \Rightarrow [H_3O^+] = 10^{-1/4}$$

$$pH = -\log[H_3O^+] = -\log 10^{-1/4} = 1/4$$

در محلول‌های بازی همواره pH از pOH بیشتر است:

شیمی ۱

-۲۱۱

(مهمبر کوهستانیان)

گزینه «۱»: شرایط استاندارد گازها، دمای صفر درجه سلسیوس و فشار یک اتمسفر است.

گزینه «۲»: در شرایط یکسان، حجم گازها به تعداد مول آنها بستگی دارد نه به نوع گاز! گازهای مختلف با مقدار مول برابر در شرایط یکسان حجم برابری دارند.

گزینه «۴»: شکل و حجم یک ماده جامد به شکل ظرف بستگی ندارد.

(شیمی ۱، صفحه‌های ۸۱ تا ۸۳)

-۲۱۲

(مهمبر کوهستانیان)

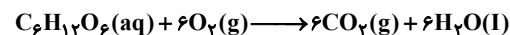
چگالی گازها به مقدار آنها بستگی ندارد، بنابراین:

$$20 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \times \frac{1 \text{ mol (STP)}}{22.4 \text{ L (STP)}} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}} \approx 8.9 \times 10^{-4} \frac{\text{g}}{\text{mL}}$$

(شیمی ۱، صفحه‌های ۸۳ تا ۸۵)

-۲۱۳

(امیرمعدی بلاغی)



در این واکنش فقط CO_2 فراورده گازی است و آب مایع می‌باشد، بنابراین:

$$2 / 5 \text{ LO}_2 \times \frac{10^3 \text{ mL O}_2}{1 \text{ LO}_2} \times \frac{0.012 \text{ g O}_2}{1 \text{ mL O}_2} \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{32 \text{ g O}_2}$$

$$\times \frac{6 \text{ mol CO}_2}{6 \text{ mol O}_2} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 41 / 25 \text{ g CO}_2$$

(شیمی ۱، صفحه‌های ۸۳ و ۸۵)

-۲۱۴

(امیرمعدی بلاغی)

الف- فرایند هابر یک فرایند برگشت پذیر است که واکنش دهنده‌ها نیز طی آن تولید می‌شوند.

ب- واکنش هابر در دما و فشار اتاق انجام نمی‌شود.

پ- ورقه آهنی در فرایند هابر، کاتالیزگر است و در انتها به صورت مصرف نشده باقی می‌ماند.

ت- گاز نیتروژن به جو بی‌اثر معروف است که در ساختار آن تعداد الکترون‌های پیوندی ۳ برابر تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی است.

(شیمی ۱، صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

-۲۱۵

(مریم اکبری)

برای شناسایی یون‌های کلرید و باریم به ترتیب از محلول‌های نقره نترات و سدیم سولفات استفاده می‌شود.

(شیمی ۱، صفحه‌های ۹۶ و ۹۷)

-۲۱۶

(مریم اکبری)

آمونیم سولفات عناصر نیتروژن و گوگرد را در اختیار گیاهان قرار می‌دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: این نسبت برابر $\frac{1}{4}$ است.

گزینه «۲»: برای نوشتن فرمول شیمیایی ترکیبات یونی، ابتدا نماد کاتیون را در سمت چپ و سپس فرمول شیمیایی آنیون را در سمت راست می‌نویسند.

گزینه «۴»: از انحلال یک مول منیزیم برمی‌د در آب، سه مول یون آزاد می‌شود.

(شیمی ۱، صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۰)

$$= \frac{1}{10} \times 6 / 0.22 \times 10^{23} \text{H}_2$$

$$= \frac{1}{66} \times 6 / 0.22 \times 10^{23} \text{H}_2$$

$$= \frac{1}{8} \times 6 / 0.22 \times 10^{23} \text{O}_2$$

$$= \frac{1}{8} \times 6 / 0.22 \times 10^{23} \text{O}_2$$

$$= \frac{1}{8} \times 6 / 0.22 \times 10^{23} \text{O}_2$$

با توجه به این که حجم ظرفها با هم برابر است می توان استنباط کرد که هر

چه تعداد مولکولها در ظرف بیشتر باشد، فاصله بین مولکولهای گاز کمتر

خواهد بود.

(شیمی، ا، صفحههای ۸۱ تا ۸۳)

(سیرطاها مصطفوی)

-۲۲۰

ابتدا جرم KCl مورد نیاز برای تهیه ۴۰۰ میلی لیتر محلول ۰/۱ مولار آن را

محاسبه می کنیم:

$$400 \text{ mL KCl} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}} \times \frac{0.1 \text{ mol KCl}}{1 \text{ L}} \times \frac{74.5 \text{ g KCl}}{1 \text{ mol KCl}}$$

$$= 29.8 \text{ g KCl}$$

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم KCl}}{\text{جرم محلول}} \times 100 \Rightarrow 25 = \frac{29.8}{119.2} \times 100$$

$$\Rightarrow \text{جرم محلول} = 119.2 \text{ g}$$

(شیمی، ا، صفحههای ۱۰۳، ۱۰۶ و ۱۰۷)

(سعید ممسنی زاده)

-۲۱۷

$$\text{جرم حل شونده} = \frac{\text{جرم محلول}}{100} \times 100$$

$$0.25 \text{ g} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{50} \times 100 \Rightarrow \text{جرم حل شونده} = 0.125 \text{ g}$$

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6$$

$$\frac{0.125}{1000} \times 10^6 = 125 \text{ ppm}$$

(شیمی، ا، صفحههای ۱۰۲ و ۱۰۳)

(سعید ممسنی زاده)

-۲۱۸

گزینه «۱»: خواص محلولها به خواص حلال، حل شونده و مقدار هر یک از

آنها بستگی دارد.

گزینه «۲»: حلال جزئی از محلول است که شمار مولهای آن بیش تر است.

گزینه «۴»: آب آشامیدنی دارای مقدار جزئی از نمکها و یونهای مختلف

است.

(شیمی، ا، صفحههای ۹۷، ۹۸ و ۱۰۱)

(مهمد کوهستانیان)

-۲۱۹

$$4 \text{ g N}_2 \times \frac{1 \text{ mol N}_2}{28 \text{ g N}_2} \times \frac{6 / 0.22 \times 10^{23} \text{ N}_2}{1 \text{ mol N}_2}$$

$$= \frac{1}{7} \times 6 / 0.22 \times 10^{23} \text{ N}_2$$

$$0.2 \text{ g H}_2 \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{2 \text{ g H}_2} \times \frac{6 / 0.22 \times 10^{23} \text{ H}_2}{1 \text{ mol H}_2}$$

شیمی ۲

-۲۲۱

(معدری شریفی)

فلز پتاسیم در مقایسه با فلز سدیم در شرایط یکسان با سرعت بیشتری با آب سرد واکنش می‌دهد.

(شیمی ۲، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۲)

-۲۲۲

(مسین لشکری)

بررسی موارد:

الف- عامل سطح تماس مؤثر است.

ب- اثر کاتالیزگر را نشان می‌دهد.

پ- اثر غلظت را نشان می‌دهد.

ت- اثر کاتالیزگر را نشان می‌دهد.

ث- تأثیر ماهیت واکنش دهنده بر سرعت واکنش را نشان می‌دهد.

(شیمی ۲، صفحه‌های ۸۰ تا ۸۲)

-۲۲۳

(مسین لشکری)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۲»: با گذشت زمان مقدار یون روی در محلول افزایش می‌یابد.

گزینه «۳»: سرعت واکنش به مرور کمتر می‌شود.

گزینه «۴»: کاتیون‌های مس به رنگ آبی هستند بنابراین رنگ محلول به مرور کم‌رنگ‌تر می‌شود.

(شیمی ۲، صفحه‌های ۸۴ و ۸۵)

-۲۲۴

(مسین لشکری)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: برای مواد مایع نمی‌توان از تغییرات غلظت استفاده کرد.

گزینه «۳»: $R_B = \frac{-\Delta[B]}{\Delta t}$ گزینه «۴»: $-\Delta[A] = \Delta[C]$

(شیمی ۲، صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸، ۹۰ و ۹۱)

-۲۲۵

(مسین لشکری)

الف- نادرست است، زیرا هرچه بازه زمانی از ابتدای واکنش کوتاه‌تر باشد،

سرعت متوسط واکنش بیشتر است.

ب- درست است، زیرا:

$$\bar{R} = \frac{0.02 \text{ mol}}{100 \text{ s}} = 2 \times 10^{-4} \text{ mol.s}^{-1} = 1/2 \times 10^{-2} \text{ mol.min}^{-1}$$

پ- درست است.

ت- نادرست است، زیرا زمان به نیمه رسیدن واکنش کمتر از ۱۰۰ ثانیه

است.

(شیمی ۲، صفحه‌های ۸۷ و ۸۸)

-۲۲۶

(معدری شریفی)

لیکوپن فعالیت رادیکال‌ها را کاهش می‌دهد.

(شیمی ۲، صفحه ۸۹)

$$(173 - 154 / 4)g = a \text{ mol H}_2\text{O} \times \frac{18g}{1 \text{ mol}} + a \text{ mol CO}_2 \times \frac{44g}{1 \text{ mol}}$$

$$\Rightarrow a = 0 / 3 \text{ mol}$$

$$(173 - 123 / 4)g = b \text{ mol H}_2\text{O} \times \frac{18g}{1 \text{ mol}} + b \text{ mol CO}_2 \times \frac{44g}{1 \text{ mol}}$$

$$\Rightarrow b = 0 / 4 \text{ mol}$$

سرعت واکنش با سرعت تولید CO_2 برابر است.

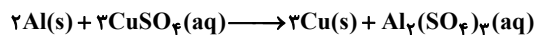
$$\frac{0 / 3 \text{ mol CO}_2}{\Delta s} = \frac{0 / 4 \text{ mol CO}_2}{2 \Delta s}$$

(شیمی ۲، صفحه‌های ۸۴ تا ۸۸، ۹۰ و ۹۱)

(مبنا شراختی پر)

-۲۳۰

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



هم‌زمان با افزایش جرم تیغه به دلیل رسوب سرخ رنگ مس، جرم آن به

دلیل مصرف آلومینیم کاهش می‌یابد.

$$?g\text{Al} = 144g\text{Cu} \times \frac{1 \text{ mol Cu}}{64g\text{Cu}} \times \frac{2 \text{ mol Al}}{3 \text{ mol Cu}} \times \frac{27g\text{Al}}{1 \text{ mol Al}} = 40 / 5g\text{Al}$$

$$\text{جرم نهایی تیغه} = 162 + 144 - 40 / 5 = 265 / 5g$$

$$\bar{R}_{\text{Cu}} = \frac{144g\text{Cu} \times \frac{1 \text{ mol Cu}}{64g\text{Cu}}}{2 \text{ min} \times \frac{60s}{1 \text{ min}}} = \frac{3 \text{ mol}}{160 \text{ s}}$$

سرعت متوسط واکنش $\frac{1}{3}$ برابر سرعت متوسط تولید Cu می‌باشد.

$$\frac{3}{160} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{160} \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{s}}$$

(شیمی ۲، صفحه‌های ۸۴ تا ۸۸، ۹۰ و ۹۱)

-۲۲۷

(مدمر وزیری)

سهم تولید گاز کربن دی اکسید در ردپای غذا به مراتب بیش‌تر از سوختن

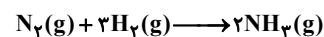
سوخت‌ها در خودروها، کارخانه‌ها و ... است.

(شیمی ۲، صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

-۲۲۸

(مبنا شراختی پر)

واکنش انجام شده به صورت زیر است.



فرض می‌کنیم در این مدت A مول N_2 و در نتیجه $3A$ مول H_2 به

مصرف رسیده است.

$$A \text{ mol N}_2 \times \frac{28g}{1 \text{ mol N}_2} + 3A \text{ mol H}_2 \times \frac{2g}{1 \text{ mol H}_2} = 51g$$

$$\Rightarrow A = 1 / 5 \text{ mol}$$

$$\bar{R}_{\text{NH}_3} = \frac{1 / 5 \text{ mol N}_2 \times \frac{2 \text{ mol NH}_3}{1 \text{ mol N}_2}}{2L \times 20s \times \frac{1 \text{ min}}{60s}} = 4 / 5 \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

(شیمی ۲، صفحه‌های ۸۴ تا ۸۸)

-۲۲۹

(مبنا شراختی پر)

فرض می‌کنیم در 5 ثانیه اول a مول و در کل واکنش b مول CO_2 و

H_2O تولید شده باشد.

می‌دانیم کاهش جرم مخلوط واکنش مربوط به خروج گازهای CO_2 و

H_2O از ظرف واکنش است.