

دفترچه شماره ۳

آزمون شماره ۱۳

جمعه ۹۸/۰۹/۲۹

سال تحصیلی ۹۹-۱۳۹۸

پاسخ‌های تشریحی

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۲۳۰ دقیقه	تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۲۱۵

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
	از	تا			
۱۸ دقیقه	۲۵	۱	۲۵	فارسی	۱
۲۰ دقیقه	۵۰	۲۶	۲۵	زبان عربی	۲
۱۷ دقیقه	۷۵	۵۱	۲۵	دین و زندگی	۳
۲۰ دقیقه	۱۰۰	۷۶	۲۵	زبان انگلیسی	۴
۸۵ دقیقه	۱۱۰	۱۰۱	۱۰	حسابان ۲	ریاضیات
	۱۲۰	۱۱۱	۱۰	ریاضیات گسسته	
	۱۳۰	۱۲۱	۱۰	هندسه ۳	
	۱۳۵	۱۳۱	۵	ریاضی ۱	
	۱۴۰	۱۳۶	۵	حسابان ۱	
	۱۵۰	۱۴۱	۱۰	هندسه ۲	
۴۵ دقیقه	۱۵۵	۱۵۱	۵	آمار و احتمال	فیزیک
	۱۸۰	۱۵۶	۲۵	فیزیک ۳	
	۱۹۰	۱۸۱	۱۰	فیزیک ۱	
۲۵ دقیقه	۲۰۰	۱۹۱	۱۰	فیزیک ۲	شیمی
	۲۱۵	۲۰۱	۱۵	شیمی ۳	
	۲۲۵	۲۱۶	۱۰	شیمی ۱	
	۲۳۵	۲۲۶	۱۰	شیمی ۲	

برای اطلاع از نتایج آزمون و زمان دقیق اعلام آن باید در کانال تلگرام گاج عضو شوید. @Gaj_ir





فارسی

۱) معنی درست واژه‌ها: یالیز: باغ، گلزار، کشتزار / سرسسام: ورم مزه، سرگیجه و پریشانی، هذیان / سامان: درخو، میسر، امکان / دمساز: مونس، همراز، دردآشنا / آوند: آونگ، آویزان، آویخته

۲) معنی درست واژه‌ها: شاب: بُرنا، جوان / لفاف: پارچه و کاغذی که بر چیزی پیچند. / صباحت: خوب‌رویی و سفیدی رنگ انسان، زیبایی / آماس: ورم، تورم؛ آماس کردن: گنجایش پیدا کردن، متورم شدن / زقعت: رقع، نامه کوتاه / زنخندان: چانه

۳) معنی درست واژه‌ها:

۱) سرپُر زدن: توقف کوتاه؛ هر گاه مرغی از اوج، یک لحظه بر زمین نشیند و دوباره برخیزد، این توقف کوتاه را «سرپُر زدن» می‌گویند.

۲) گوزه: ویژگی نوعی مار سمی و خطرناک

۳) مناسک: جمع منسک یا منسک، جاهای عبادت حاجیان، مجازاً آداب، آیین‌ها و مراسم

۴) املاي درست واژه در سایر ابیات: (ب) مستوران / (ج) ظن / (ه) سور / (و) فراغ

۵) املاي درست واژه‌ها:

حلاوت: شیرینی

حمیت: غیرت، جوان‌مردی، مردانگی

زایل شدن: نابود شدن، برطرف شدن

۶) املاي درست واژه در عبارات: (الف) خاست / (ب) اصرار / (ج) گزارد

۷) بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) ترتیب اوراق من: مضاف‌الیه مضاف‌الیه

۲) جنبش مرگان ایز: مضاف‌الیه مضاف‌الیه

۳) جواب آن غزل: صفت مضاف‌الیه

۸) (ز) آن کس که ز سودای چشم تو کشته گشت:

نوار
فعل مجهول

در سایر بیت‌ها، ساختارهایی غلطانداز، شبیه به فعل مجهول وجود دارند که با هم بررسی می‌کنیم:

بررسی سایر ابیات:

(الف) نفس سوخته: صفت / آمد: فعل معلوم

(ب) خنده: متمم / شود: فعل اسنادی معلوم

(ج) نگرندند: فعل معلوم / کشته شدن: مصدر

(د) نفس‌گسته: مسند / آید: فعل معلوم

(ه) پیچیده: صفت / حشر شود: فعل معلوم

(و) در بسته: صفت / شد: فعل اسنادی معلوم

۹) بررسی همپز در ابیات:

(الف) یک نفس جان /

(ج) یک جهان فضل و هنر /

(د) یک دریا شراب /

(ه) صد دشت آغوش /

(و) یک زمین و آسمان دور /

(ز) یک دو ساغر اشک / چند عالم بیقراری

۱۰) وبال هیچ دامان: صفت مضاف‌الیه (۱ مورد)

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) کمین جذبۀ خورشید: مضاف‌الیه مضاف‌الیه / جذبۀ خورشید تابان: صفت مضاف‌الیه (۲ مورد)

۲) تلاش مسند عزت: مضاف‌الیه مضاف‌الیه / سایهٔ بال هم: مضاف‌الیه مضاف‌الیه (۲ مورد)

۳) گردش چشم: مضاف‌الیه مضاف‌الیه / بی‌قرار چشم تو: مضاف‌الیه مضاف‌الیه (۲ مورد)

۱۱) در این گزینه دو بار نقش مسندی دیده می‌شود:

حلقهٔ در از درون خانه بی‌خیر نماند.

نوار
مسند فعل

ما دیده‌های باز را مسدود می‌دانیم.

نوار
مفعول مسند فعل

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) مست شور محشر را فسانه می‌شمرد.

نوار
مفعول مسند فعل

۲) گل عمر خود از خندهٔ بسیار کوتاه کرد.

نوار
مفعول مسند فعل

۳) [تو] منم را سقیه اتکار.

نوار
مفعول مسند فعل

۱۲) جناس تام (بیت «ه»): که (چه کسی)، که (حرف ربط)

استعاره (بیت «الف»): جولان کف (اضافهٔ استعاری) / سینۀ دریا (اضافهٔ استعاری)

حسن آمیزی (بیت «د»): زهر دشنام

تلمیح (بیت «ب»): گلستان شدن آتش بر حضرت ابراهیم (ع)

ایهام تناسب (بیت «ج»): شور: ۱- هیجان ۲- نمکین (متناسب با نمکدان و ملاحظ)

۱۳) ایهام: —

پارادوکس: لباس دانستن عربیانی

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) استعاره: جان‌بخشی به شمع و پسته / حسن تعلیل: دلیل روشنی دیدهٔ شمع اشک ریختن و دلیل سرخی دهان پسته، خون دلی است که در اثر خندان شدن بی‌جا نصیب او شده است.

۲) جناس ناقص: شست، دست / کنایه: دست شستن کنایه از رها کردن، صرف نظر کردن و قطع تعلق / گران‌جانی کنایه از پستی و فرومایگی

۳) تشخیص: جان‌بخشی به آینه / مراعات نظیر: رو، چشم / دیدن، چشم، آینه

۱۴) استعاره: نوگل: استعاره از معشوق، خار: استعاره از عیب / لعل:

استعاره از لب معشوق / گهر: استعاره از سخن معشوق / جان‌بخشی به باد صبا تشخیص و استعاره است.

تناسب: برگ، نوگل، خار / لعل، گهر

تشبیه: آتش عشق (اضافهٔ تشبیهی): تشبیه عشق به آتش

تشخیص: مورد خطاب قرار گرفتن باد صبا و جان‌بخشی به آن.

تضاد: نوگل ≠ خار

۱۵) تلمیح (بیت «ه»): اشاره به داستان بیستون‌کندن فرهاد

استعاره (بیت «الف»): جان‌بخشی به سپهر، تشخیص و استعاره است. / ناخن

اندیشه (اضافهٔ استعاری)

ایهام تناسب (بیت «ب»): شیرین: ۱- گونه‌ای مزه ۲- معشوق فرهاد (متناسب با تیشه)



تشبیه (بیت «د»): بوتهٔ اندیشه (اضافهٔ تشبیهی)
کنایه (بیت «و»): حلقه در گوش کشیدن کنایه از مطیع شدن

۱۶) نام درست پدیدآورندگان آثار:

روزها: محمدعلی اسلامی ندوشن

فرهاد و شیرین: وحشی بافقی

از پاریز تا پاریس: محمدابراهیم باستانی پاریزی

فی حقیقهٔ العشق: شهاب‌الدین سهروردی

بهارستان: جامی

قصهٔ شیرین فرهاد: احمد عربلو

تحفة الاحرار: جامی

تمهیدات: عین‌القضات همدانی

۱۷) مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینهٔ (۲): بی‌اعتباری امتیازات

دنیوی در عشق

مفهوم سایر گزینه‌ها:

۱) ستایش خاکساری / فروتنی مجال یک‌رنگی‌ست.

۲) بی‌اعتباری امتیازات دنیوی در نظر دریدلان

۴) ستایش پاک‌ی و پاک‌دامنی

۱۸) مفهوم گزینهٔ (۳): عشق پنهان‌کردنی نیست. / افشاکاری عشق

مفهوم مشترک سایر گزینه‌ها: هر کسی محرم راز عشق نیست.

۱۹) مفهوم ابیات سؤال: نکوهش تقلید

مفهوم مقابل در گزینهٔ (۴): ستایش تقلید

مفهوم سایر گزینه‌ها:

۱) برتری عشق بر عقل / نکوهش تقلید

۲) ناکارآمدی تقلید و نکوهش آن

۳) نکوهش شخص بی‌خبر از عشق / نکوهش تظاهر و تقلید

۲۰) مفهوم مشترک عبارت سؤال و گزینهٔ (۴): خودحسابی و

آخرت‌اندیشی

مفهوم سایر گزینه‌ها:

۱) دردمندی در دنیا موجب آسودگی در آخرت است.

۲) گذر سریع عمر و ناپایداری دنیا

۳) آسودگی ثروتمندان از ریخ روزگار

۲۱) مفهوم مشترک عبارت سؤال و گزینهٔ (۲): از خود بی‌خودی

عاشق هنگام وصال

مفهوم سایر گزینه‌ها:

۱) سرافکندگی در جمع عاشقان / خودآتهامی

۲) غم هجران موجب آسودگی‌ست. / تقابل عشق و عقل

۴) ناتوانی همگان از درک حقیقت

۲۲) مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینهٔ (۳): پسندیده بودن

هم‌نشینی حتی با بی‌خبران از عشق

مفهوم سایر گزینه‌ها:

۱) توصیه به نفی وجود مادی

۲) شیدایی بازدارندهٔ تقدیر است. / تقدیرگرایی

۴) توصیه به بخشندگی

۲۳) مفهوم مشترک عبارت سؤال و گزینهٔ (۴): عشق زندگی‌بخش

است.

مفهوم سایر گزینه‌ها:

۱) توصیه به خوش‌باشی

۲) بی‌تأثیر بودن عشق در دل انسان بی‌خبر / هر کسی لیاقت و ظرفیت درک عشق را ندارد.

۳) نکوهش تنهایی و بی‌بهره ماندن از همراهان

۲۴) مفهوم مشترک آیهٔ شریفه و سایر گزینه‌ها: ستایش سازگاری و مدارا

مفهوم مقابل در گزینهٔ (۳): نکوهش سازگاری و مدارا

۲۵) مفهوم مشترک ابیات گزینهٔ (۲): پاک‌بازی و جان‌فشانی عاشقانه

مفهوم سایر گزینه‌ها:

۱) بیت اول: بی‌توجهی به زبان ظاهری در آیین جوان‌مردی / نکوهش منفعت‌طلبی
بیت دوم: وارونگی ارزش‌ها و جایگاه‌ها، دردآور است.

۳) بیت اول: قناعت، درمان آزمندی و طمع‌کاری‌ست. / ستایش قناعت‌ورزی

بیت دوم: طلب آموزش از خداوند و عذر آوردن به دلیل ناتوانی در خویشنداری، هنگام فراهم بودن شرایط ارتکاب گناه

۴) بیت اول: باور به زندگی پس از مرگ

بیت دوم: آزادگی

زبان عربی

■ درست‌ترین و دقیق‌ترین جواب را در ترجمه یا تعریب یا مفهوم مشخص کن (۳۵ - ۲۶):

۲۶) ترجمهٔ کلمات مهم: أمناً: ایمان آوردیم / خیر الراحمین:

بهترین رحم‌کنندگان

اشتباهات بارز سایر گزینه‌ها:

۲) خدای ما (← پروردگارا)، «ما» در ترجمهٔ «أمننا» اضافی است، رحم‌کننده (← رحم‌کنندگان: «الراحمین» جمع است).

۳) ایمان آورده‌ایم (← ایمان آوردیم)، «تو» اضافی است، که (← و)

۴) ترتیب عبارت در ترجمه به هم خورده است، ایمان آورده‌ایم (← ایمان آوردیم)

۲۷) ترجمهٔ کلمات مهم: أمة واحدة: یک امت، یگانه، امتی

واحد/التبیین: پیامبران (را)، انبیا (را) / مبشورین: بشارت‌دهنده، بشارتگر

اشتباهات بارز سایر گزینه‌ها:

۱) پیامبرانش (← پیامبران)، که بشارت‌دهنده باشند (← بشارت‌دهنده به صورت حال ترجمه می‌شود).

۲) (← پس، بنابراین، پیامبران بشارت‌دهنده (پیامبران را بشارت‌دهنده: «مبشورین» حال است نه صفت).

۳) «از» اضافی است، بشارت‌دهنده‌اش (← بشارت‌دهنده به صورت حال ترجمه می‌شود).

۲۸) ترجمهٔ کلمات مهم: قد نختار: گاهی انتخاب می‌کنیم / یؤذی

إلی: منجر به ... می‌شود / شقاوتنا: بدبختی‌مان

اشتباهات بارز سایر گزینه‌ها:

۱) برمی‌گزینیم (← گاهی برمی‌گزینیم؛ «قد + مضارع ← گاهی + مضارع»)، «گاهی» در جای نادرستی از ترجمه آمده است، بدبختی (← بدبختی‌مان)

۲) زندگی (← زندگی‌مان)، برگزیده‌ایم (← گاهی برمی‌گزینیم)، شقاوتمند شویم (← بدبختی‌مان)

۴) انتخاب کرده‌ایم (← انتخاب می‌کنیم)، بدبختی (← بدبختی‌مان)، «هم» اضافی است، منجر خواهد شد (← منجر می‌شود؛ «یؤذی» مضارع است).

۲) أَيْتُ ← بَعَثْتُ: «برانگیخته شده‌ام» فعل ماضی است، تنقذوا ← أَنْقَذَكُمْ، «فقط» در جای نادرستی آمده است.
۴) بَعَثْتُ ← بَعَثْتُ: «برانگیخته شده‌ام» مجهول است، أَنْقَذَ ← أَنْقَذَ: «نجات دهم» فعل معلوم است.

۳۵) ۲ ترجمه عبارت سؤال: «بزرگ‌ترین عیب این است که از چیزی عیب‌گیری که مانند آن در تو هست.»

بررسی گزینه‌ها:

- ۱) به این موضوع اشاره دارد که اگر انسان بخواهد از هر چیزی ایراد بگیرد، حتی در چیزهای زیبا هم دنبال چیز رشت می‌گردد.
۲) به مفهومی همانند عبارت سؤال اشاره دارد.
۳) این موضوع را بیان می‌کند که هیچ آدمی بی‌عیب نیست و ما باید اطرافیانمان را با تمام ویژگی‌هایشان دوست داشته باشیم.
۴) به این موضوع اشاره دارد که هر کسی مسئول اعمال خودش است.
- متن زیر را با دقت بخوان سپس متناسب با آن به سوالات پاسخ بده (۴۱-۳۶):

بردباری از مهم‌ترین کارهایی به شمار می‌رود که همه مردم باید به آن آراسته شوند؛ زیرا آن ویژگی مهمی است که به انسان کمک می‌کند تا از شرایط سخت عبور کند و از جمله ویژگی‌هایی است که سختی‌های زندگی و رنج‌های آن را بر دارنده‌اش (بردبار) آسان می‌کند. انسان بردبار همان کسی است که با دیگران با سعه صدر رفتار می‌کند و سینه‌اش از هر چیزی تنگ نمی‌شود (یعنی صبر به خرج می‌دهد)؛ بلکه از زندگی با خوش‌بینی استقبال می‌کند و مقابل سختی‌ها تسلیم نمی‌شود. به انسان چیزی زیباتر از بردباری داده نشده است و آن از ویژگی‌های بزرگان و حکیمان است. و کسی که بتواند بر عصبانیتش فائق آید، مردی قوی است. بردباری، انواعی دارد از جمله: بردباری بر مشکلات، بردباری بر فرمان‌برداری (از خدا) و بردباری بر گناه. و همه این‌ها پسندیده‌اند و انسان را در دنیا و آخرت رستگار می‌کنند.

۳۶) ۱ ترجمه گزینه‌ها:

- ۱) انسان بردبار در زندگی‌اش با سختی‌ها مواجه نمی‌شود.
- ۲) بردباری، امری فطری (ذاتی) نیست؛ بلکه انسان می‌تواند آن را با تمرین به دست بیاورد.
- ۳) انسان بردبار، سختی‌ها را به عنوان چیزی که مانع موفقیت او می‌شوند، نمی‌بیند.
- ۴) اگر انسان بردبار باشد، به ندرت عصبانیتش را می‌بینیم.

۳۷) ۳ ترجمه گزینه‌ها:

- ۱) بردباری بر فرمان‌برداری خداوند، زیباترین انواع بردباری است.
- ۲) بیش‌تر مردم به زینتی از بردباری بهره‌مندند.
- ۳) در بیش‌تر وقت‌ها انسان بردبار را خوش‌بین می‌بای.
- ۴) بزرگان و حکیمان فقط به بردباری آراسته‌اند.

۳۸) ۲ ترجمه عبارت سؤال: «متن درباره کدام موضوع حرف نزده

است؟!»

ترجمه گزینه‌ها:

- ۱) نتایج بردباری
- ۲) سختی‌های بردباری
- ۳) ویژگی‌های انسان بردبار
- ۴) چگونگی برخورد انسان بردبار با مردم

۲۹) ۲ ترجمه کلمات مهم: آری: می‌بینم / یدهبون: در حال رفتن، در حالی که می‌روند/ امامی: از مقابل

اشتیاهات بارز سایر گزینه‌ها:

- ۱) دیدم ← می‌بینم: «آری» فعل مضارع است، «امامی» باید «مقابلم» ترجمه شود، «چشمانم» اضافی است، گذشتند ← می‌گذرند: «تمَّز» مضارع است.
- ۳) بینیم ← می‌بینم، خاطراتی ← خاطراتم، گذر خواهند کرد ← می‌گذرند
- ۴) هنگام ← هنگامی‌که، دیدن ← می‌بینم، می‌گذشتند ← می‌گذرند

۳۰) ۴ ترجمه کلمات مهم: أعلم شخص: داناترین کسی که / أعراف: می‌شناسم / يقول: می‌گوید / لا أعلم: نمی‌دانم

اشتیاهات بارز سایر گزینه‌ها:

- ۱) می‌دانم ← می‌شناسم، بگوید ← می‌گوید، از همه داناتر است ← داناترین کسی‌که، «از همه» اضافی است.
- ۲) کسی داناتر است که ← داناترین کسی که؛ وقتی اسم تفضیل مضاف شود به صورت صفت عالی ترجمه می‌شود، زندگی‌اش ← زندگی، «من» و «أعراف» ترجمه نشده است، بگوید ← می‌گوید
- ۳) زندگی‌ام ← زندگی، داناتر نیستم ← نمی‌دانم؛ «لا أعلم» فعل مضارع منفی است.

۳۱) ۴ ترجمه کلمات مهم: بنس: (چه) بد است / فضح: رسوا کردن /

کباثر الذنوب: گناهان بزرگ

اشتیاهات بارز سایر گزینه‌ها:

- ۱) بسیار کار زشتی است ← چه بد کاری است، آشکار شدن ← آشکار کردن، بزرگ‌ترین گناهان ← گناهان بزرگ؛ «کباثر» اسم تفضیل نیست.
- ۲) می‌آید بساختن ← رسوا کردن، کار بدی می‌باشد ← چه بد کاری است، گناه بسیار بزرگی است ← از گناهان بزرگ است
- ۳) راز ← رازها، «أسرار» جمع است، بزرگ‌ترین گناه ← گناهان بزرگ؛ «الذنوب» جمع است، «من» ترجمه نشده است.

۳۲) ۱ ترجمه کلمات مهم: لاتهنوا: سست نشوید / وأنتم تعلمون: در

حالی‌که می‌دانید / لا سیبیل: هیچ راهی ... وجود ندارد / للنجاح: برای موفقیت

اشتیاهات بارز سایر گزینه‌ها:

- ۲) هنگام ← در، و شما می‌دانید ← در حالی‌که می‌دانید؛ «و أنتم تعلمون» جمله حالیه است، تنها راه رسیدن ← هیچ راهی برای، «لا» نفی جنس در ترجمه اعمال نشده است، نادرست بودن قسمت آخر عبارت
- ۳) نباید سست شوید ← سست نشوید؛ در ترجمه فعل نفی مخاطب از لفظ «نباید» استفاده نمی‌کنیم، «لا» نفی جنس در ترجمه لحاظ نشده است، زائد بودن «رسیدن»
- ۴) تکالیف ← تکالیفات، تنبلی نکنید ← سست نشوید، با این‌که ← در حالی‌که

۳۳) ۲ ترجمه صحیح عبارت: «هر کس از گناهانش توبه نکند و بر

آن‌ها اصرار ورزد، پس جایگاهی دوزخ است.»

نکته: «یصر» جمله فعلیه است، پس نمی‌تواند به صورت حال ترجمه شود!

۳۴) ۳ موارد نادرست سایر گزینه‌ها:

- ۱) «فقط» در جای نادرستی آمده است، ینقذ ← أنقذ: «نجات دهم» از صیغه متکلم وحده است، آن ← حتی، ل



گزینه درست را در اعراب و تحلیل صرفی مشخص کن (۴۱ - ۳۹):

۳۹ - ۱ دلایل رد سایر گزینه‌ها:

- (۲) متعدّد ← لازم
- (۳) مجزّود ثلاثیّ ← مزید ثلاثیّ؛ این فعل از باب «تفعل» است، مجهول ← معلوم، فاعله محذوف (فعل معلوم، فاعل دارد).
- (۴) من باب «تفعیل» ← من باب «تفعل»، متعدّد ← لازم، مجهول ← معلوم، فاعله محذوف (فعل معلوم، فاعل دارد).

۴۰ - ۴ دلایل رد سایر گزینه‌ها:

- (۱) مجهول ← معلوم / فاعله محذوف (فعل معلوم، فاعل دارد).
- (۲) مصدره علی وزن «تفاعل» ← مصدره علی وزن «مفاعله»
- (۳) فعل ماضی ← فعل مضارع، للمخاطب ← للغائبه / فاعله «الإنسان» ← مفعوله «الإنسان»

۴۱ - ۴ دلایل رد سایر گزینه‌ها:

- (۱) مفرد مؤنث ← مفرد مذکر، مفعول ← صفة
- (۲) معرفة ← نكرة، مضاف‌الیه ← صفة
- (۳) اسم المبالغة ← اسم التفضیل

گزینه مناسب را در پاسخ به سوالات زیر مشخص کن (۵۰ - ۴۲):

۴۲ - ۳ در این گزینه «مُفْتَرِش» اسم فاعل از ثلاثی مزید است.

این پرنده، حیوانی وحشی است که به دیگر پرندهگان حمله می‌کند.

ترجمه سایر گزینه‌ها:

- (۱) ما باید از خودپسندی دوری نماییم و عیب‌های دیگران را ذکر نکنیم.
- (۲) قیمت‌ها از هفتاد و پنج هزار تومان شروع می‌شود تا هشتاد و پنج هزار تومان.
- (۴) پیامبر (ص) در غار حراء، واقع در قله‌اش (قله کوه نور) عبادت می‌کرد.

۴۳ - ۱ بررسی گزینه‌ها:

- (۱) «ألم: گناه» و «الظلم: ستم» مترادف نیستند.
- (۲) «میتأ: مرده» مفرد و جمع آن «موتی» است.
- (۳) «انشرأحاً: شادمانی» و «العزون: ناراحتی» متضادند.
- (۴) «داء = مَرَض: بیماری»

۴۴ - ۱ «شَرّ» زمانی به صورت «بدترین» ترجمه می‌شود که اولاً اسم

تفضیل باشد، ثانیاً مضاف شود.

بررسی گزینه‌ها:

- (۱) «از بدترین کارها، آزار رساندن مردم با زبان است»، «شَرّ» اسم تفضیل است و مضاف شده (← شَرُّ الأَعْمَال: ترکیب اضافی)
- (۲) «هر کس شوش بر عقلش چیره شود، از چارپایان (هم) بدتر است.» ← «شَرّ» اسم تفضیل است و به صورت صفت تفضیلی ترجمه شده، نه صفت عالی!
- (۳) «شَرّ» هرگاه «ال» بگیرد، اسم تفضیل نمی‌شود: «عاقِل کسی است که بهترین از میان دو بد را بشناسد.»
- (۴) «بدی آن است که بسیاری از مردم از آن دوری می‌کنند.» ← «الشَرّ» این‌جا مصدر است.

۴۵ - ۳ برای مقایسه بین اسم مؤنث و سایر اسم‌ها، از اسم تفضیل

مذکر استفاده می‌کنیم (اکبر).

دقت کنید: «کبیر، کبیرة: بزرگ»، صفت ساده‌اند؛ و برای مقایسه به کار نمی‌روند: «فاطمه فرزند اول در خانواده است، پس او از دیگر فرزندان بزرگ تر است.»

صورت سؤال به اسم مبالغه اشاره دارد.

۴۶ - ۲ بررسی گزینه‌ها:

- (۱) «القدير: تونان» صفت ثابت و همیشگی است.
- (۲) «عَفَّار: بسیار آرمزنده» بر وزن «فَعَّال» اسم مبالغه است.
- (۳) «فَرِحُون: شاده» صفت ثابت و همیشگی است.
- (۴) «أَشَدُّ: شدیدترین» اسم تفضیل است.

۴۷ - ۱ فعل مضارع بعد از حروف «أَنْ، حَتَّى، لِ، لَ، لَکِ، کِی» و «لیت، لعل» به صورت التزامی ترجمه می‌شود.

بررسی گزینه‌ها:

- (۱) دو فعل «تؤلم» و «لا أستطیع» به صورت مضارع اخباری ترجمه می‌شوند: «پایم درد می‌کند و نمی‌توانم از این کوه بالا بروم.»
- (۲) «کاش مردم درباره آفرینش شگفتشان بسیار اندیشه نمایند.»
- (۳) «دوستانم به ورزشگاه رفتند تا تیمان را در مسابقه تشویق کنند.»
- (۴) در جهان شگفتی‌هایی وجود دارد که باید به آن‌ها توجه کنیم و با تلاش آن‌ها را کشف نماییم.

۴۸ - ۳ در جواب «کیف: چگونه، چطور» غالباً از حال استفاده

می‌کنیم. حال اگر اسم باشد، به صورت نکره و دارای وزن و ساختار وصفی می‌آید. بنابراین «ابتساماً» (مصدر) نمی‌تواند حال شود [رد گزینه‌های (۲) و (۴)]. از طرفی «الضیوف: مهمانان» جمع است و باید از فعل جمع استفاده کنیم [رد گزینه‌های (۱) و (۴)].

ترجمه عبارت: «مهمانان چطور به جشن رسیدند؟! خندان رسیدند.»

۴۹ - ۲ بررسی گزینه‌ها:

- (۱) «و هو متوکل» جمله حالیه است. ساختار جمله حالیه، اسمیه «و + مبتدا + خبر» است.
- (۲) در این گزینه «و هو مؤمن» حال از نوع جمله و «ضاحکاً» حال از نوع اسم است؛ پس در این گزینه، حال به صورت غیر جمله هم آمده است.
- (۳) «و هن مشفقات» حال از نوع جمله است.
- (۴) «و هم خادعون» حال از نوع جمله است.

۵۰ - ۴ دقت کنید: حال همیشه به صورت نکره می‌آید.

بررسی گزینه‌ها:

- (۱) «حیة» حال است نه صفت. اگر صفت بود، «ال» می‌گرفت: «این ماهی دوست دارد که شکارها را زنده بخورد.»
- (۲) «محرومین» حال است نه صفت. اگر صفت بود، «ال» می‌گرفت: «در روستای ما مردی وجود دارد و او به اهالی در حالی که محرومند، کمک می‌کند.»
- (۳) «نادماً» متعلق به فعل ناقصه «أصبح» و «بأکیا» حال است: «فرزند از کارش پشیمان شد و گریان از پدرش معذرت خواست.»
- (۴) «امتحانهم المصعب: امتحان دشوارشان» ترکیب وصفی - اضافی و «الصعب» صفت است: «دانش‌آموزان بر صندلی‌ها نشستند در حالی که درباره امتحان دشوارشان حرف می‌زدند.»

دین و زندگی

۵۱ - ۴

این آیه اشاره به کشف راه درست زندگی از نیازهای برتر انسان دارد و با توجه به این آیه شرط ایمان واقعی اجابت خدا و رسول است و منظور از «دعائکم» در این دعوت خداوند است، نه دعای انسان‌ها.



۴۱ با توجه به آیه شریفه: «وَلَا يَحْسِبَنَّ الَّذِينَ كَفَرُوا أَنَّمَا أُمِلِيَ لَهُمْ خَيْرٌ لِّأَنفُسِهِمْ أِنَّمَا أُمِلِيَ لَهُمْ لِيُذَادُوا إِنَّمَا...» به آنان که کافر شدند، تصور نکنند که اگر به آنان مهلت می‌دهیم به نفع آن‌هاست فقط [به این خاطر] به آنان مهلت می‌دهیم تا بر گناهان خود بیفزایند (لِيُذَادُوا إِنَّمَا) و با توجه به آیه شریفه «وَوَلَوْ أَنَّ أَهْلَ الْقُرَىٰ آمَنُوا وَاتَّقَوْا لَفَتَحْنَا عَلَيْهِم بَرَكَاتٍ...» و اگر مردم شهرها ایمان آورده و تقوا پیشه می‌کردند (علت و سبب) قطعاً برایشان می‌گشودیم برکاتی... (معلول)».

۴۲ امام صادق (ع) دربارهٔ قرار گرفتن در دایرهٔ سنت املاء و استدراج می‌فرماید: «... هنگامی که شر بنده‌اش [بنده‌ای که غرق گناه شده است] را بخواهد بعد از انجام گناه نعمتی به او می‌بخشد تا استغفار را فراموش کند و به راه خود ادامه دهد، این همان است که خداوند فرموده: **سَتَسْتَدْرِجُهُم مِّنْ حَيْثُ لَا يَعْلَمُونَ**».

۴۳ قرآن کریم در آیه ۸۲ سورهٔ نساء می‌فرماید: «أَفَلَا يَتَذَكَّرُونَ الْفُرْقَانَ وَ لَوْ كَانَ مِن عِنْدِ غَيْرِ اللَّهِ لَوَجَدُوا فِيهِ اخْتِلَافًا كَثِيرًا: آیا در قرآن تدبیر نکنند و اگر از نزد غیر خدا باشد، قطعاً در آن اختلاف و ناسازگاری می‌یافتند.» قرآن تأکید بر تفکر در قرآن دارد و اگر قرآن از سوی غیر خدا بود در آن تعارض و ناسازگاری وجود داشت.

اگر پیامبر استمرار نوشتن و خواندن داشت «ما كُنْتَ تَتْلُو مِن قَلْبِهِ مِن كِتَابٍ وَ لَا تَحْطُرُهُ بِيَمِينِكَ إِذَا لَارْتَابَ الْمُبْتَلُونَ» کجروان و اهل باطل به شک می‌افتادند.

۴۴ قرآن کریم خطاب به مخالفان سرسخت اسلام و دعوت آنان به مبارزه (تحدی) می‌فرماید: «أَمْ يَقُولُونَ افْتَرَا قُلْ فَأْتُوا بِسُورَةٍ مِّثْلِهِ: آیا می‌گویند: او به دروغ آن [قرآن] را به خدا نسبت داده است؟ بگو: اگر می‌توانید یک سوره همانند آن را بیاورید.»

۴۵ آیه شریفه: «كَلَّا لَئِمْدٌ هُوَ لَا وَ هُوَ لَا عِطَاءٌ مِّنْ عِطَاءِ رَبِّكَ وَ مَا كَانَ عِطَاءُ رَبِّكَ مَحْظُورًا: هر یک از اینان و آنان (خواهان آخرت و دنیا) را مدد می‌رسانیم از عطای پروردگارت و عطای پروردگارت از کسی [از کسی] منع نشده است» مربوط به سنت امداد عام الهی است و گستردگی رحمت واسعة الهی است و آیه شریفه: «هَنِّ جَاءَ بِالْحَسَنَةِ فَلَهُ عَشْرُ أَمْثَالِهَا...» کسی که کار نیکی بیاورد ده برابر آن [پاداش] می‌گیرد...» مربوط به سنت سبقت رحمت بر غضب است و رضایت سریع خداوند از کسی که طلب آموزش کرده است، مصداقی از این سنت است.

۴۶ با توجه به آیه شریفه: «ما كُنْتَ تَتْلُو مِن قَلْبِهِ مِن كِتَابٍ وَ لَا تَحْطُرُهُ بِيَمِينِكَ إِذَا لَارْتَابَ الْمُبْتَلُونَ: و پیش از آن هیچ نوشته‌ای را نمی‌خواندی و با دست خود، آن را نمی‌نوشتی که در آن صورت، اهل باطل به شک می‌افتادند» استمرار خواندن و نوشتن (ماضی استمراری) = ما كُنْتَ تَتْلُو... لا تَحْطُرُهُ... متبوع (علت) شک کجروان می‌شد.

۴۷ در سلسله علل طولی تأخیر چند عامل در پیدایش یک پدیده این‌گونه است که یک عامل در عامل دوم اثر می‌گذارد و عامل دوم در عامل سوم تأثیر می‌کند تا اثر عامل اول را به معلول منتقل کند. برای مثال به هنگام نوشتن، چند عامل در طول هم در انجام این کار دخالت دارند، مثل نفس یا روح که اراده نوشتن می‌کند، در این مثال علت‌ها در طول هم هستند، یعنی در یک ردیف و مستقل نیستند، بلکه نسبت به هم در مرتبه‌های مختلف قرار دارند و علت مرتبهٔ پایین، وابسته به علت مرتبهٔ بالایی است.

۵۳ به علت ابتدایی بودن سطح فرهنگ و زندگی اجتماعی و عدم توسعهٔ کتابت تعلیمات انبیا به تدریج فراموش می‌شد (بخش اول همهٔ گزینه‌ها صحیح است)، عبارت «لا صَرَّرَ وَ لَا ضَرَّرَ فِي الْإِسْلَامِ» که معروف به قاعدهٔ «لا صَرَّرَ» است و مربوط به «وجود قوانین تنظیم‌کننده» است که اشاره به «پویایی و روز آمد بودن دین اسلام» از علل ختم نبوت دارد.

۵۴ در آیه ۱۷۸ سورهٔ مبارکهٔ آل عمران می‌خوانیم: «وَلَا يَحْسِبَنَّ الَّذِينَ كَفَرُوا أَنَّمَا أُمِلِيَ لَهُمْ خَيْرٌ لِّأَنفُسِهِمْ...» آنان که کافر شدند، تصور نکنند که اگر به آنان مهلت می‌دهیم به نفع آن‌هاست.»

در آیه ۲ سورهٔ عنکبوت می‌خوانیم: «أَحْسِبِ النَّاسَ أَنْ يَتَّزَكُوا أَنْ يَقُولُوا آمَنَّا وَ هُمْ لَا يُفْقَهُونَ: آیا مردم گمان کردند، رها می‌شوند همین که بگویند ایمان آوردیم و آزمایش نمی‌شوند»

۵۵ براساس آیه ۱۹ سورهٔ مبارکهٔ آل عمران که می‌فرماید: «قطعاً دین نزد خداوند، اسلام است و اهل کتاب (یهودیان و مسیحیان) در آن، راه مخالفت نمی‌یابند، مگر پس از آن‌که به حقیقت آن آگاه شدند، آن هم به دلیل رشک و حسدی که میان آنان وجود داشت» و اسلام به معنای تسلیم بودن در برابر خداوند است.

۵۶ آیه شریفه: «ذَلِكَ بِمَا قَدَّمْتُمْ أَيْدِيكُمْ وَ أَنْ اللَّهَ لَيْسَ بِظَلَّامٍ لِلْعَبِيدِ: این [عقوبت] به خاطر کردار پیشین شماست [و نیز به خاطر آن است که] خداوند هرگز به بندگان ستم نمی‌کند» به اختیار انسان و این‌که عقوبت تحت تأثیر اعمال است، اشاره دارد. لذا با آیه «...وَلَكِنَّ مَثَلُوا قَادِحَانَهُمْ بِمَا كَانُوا يَكْسِبُونَ...» ولی تکذیب کردند، پس آنان را گرفتار ساختیم به [کیفر] آن‌چه مرتکب می‌شدند» که دربارهٔ سنت «تأثیر اعمال انسان بر زندگی و سرنوشت او» است.

۵۷ حدیث شریف «إِنَّمَا تَعَابَرُ الْإِنْبِيَاءُ...» که ترجمهٔ آن در متن سؤال آمده به رشد تدریجی سطح فکر مردم از «علل تجدید نبوت‌ها» یا همان «علل فرستادن پیامبران متعدد» اشاره دارد.

۵۸ باید دقت کنیم هر دو آیهٔ مطروحه در گزینه‌ها دربارهٔ سنت عام ابتلاء و امتحان است، ولی آیه «كُلُّ نَفْسٍ ذَائِقَةُ الْمَوْتِ...» دربارهٔ جنبهٔ عام سنت امتحان الهی است که شامل همهٔ افراد است، ولی آیه «أَحْسِبِ النَّاسَ أَنْ يَتَّزَكُوا...» خاص مؤمنان است، یعنی وقتی انسان ایمان به خدا و بندگی او را اعلام کند، بنا به سنت ابتلاء وارد امتحان‌ها و آزمایش خاص می‌شود، در نتیجه به جنبهٔ خاص سنت امتحان اشاره دارد.

در کسب توفیق الهی عوامل درونی مانند داشتن روحیهٔ حق‌پذیری نقش تعیین‌کننده دارد.

۵۹ دینی می‌تواند برای همیشه ماندگار باشد که بتواند به همهٔ سؤالا و نیازهای انسان‌ها در همهٔ مکان‌ها و زمان‌ها پاسخ دهد. دین اسلام ویژگی‌هایی دارد که می‌تواند پاسخگوی نیازهای بشر در دوره‌های مختلف باشد (پویایی و روزآمد بودن دین اسلام).

۶۰ با توجه به حقیقت اختیار و رابطهٔ آن با قضا و قدر الهی، قانونمندی حاکم بر جهان خلف تجلی تقدیر الهی است و زمینهٔ حرکت و پویایی انسان و به کارگیری اراده و اختیار اوست.

۶۱ آیه ۸۵ سورهٔ مبارکهٔ آل عمران می‌فرماید: «وَمَنْ يَتَّبِعْ غَيْرَ الْإِسْلَامِ دِينًا فَلَنْ يُقْبَلَ مِنْهُ وَ هُوَ فِي الْآخِرَةِ مِنَ الْخَاسِرِينَ: و هر کس که دینی جز اسلام اختیار کند، هرگز از او پذیرفته نخواهد شد و در آخرت از زیان‌کاران خواهد بود» یعنی زبان‌کاری در حیات اخروی معلول (تابع) پذیرش دینی غیر از اسلام است.



دقت کنید: هر چند "paper" (کاغذ) در این تست غیرقابل شمارش است و "s" جمع نمی‌گیرد، ولی "time" در معنی قابل شمارش «دفعه، بار» استفاده شده و بعد از عدد "seven" جمع بسته می‌شود.

۷۷) ۱ او خیلی انگلیسی صحبت نمی‌کرد، ولی چیزی که من تلاش می‌کردم بگویم را توانست متوجه شود، پس کمکم کرد تا موزه‌ای را که دنبالش می‌گشتم پیدا کنم.

توضیح: در جای خالی اول از "but" برای بیان تضاد و نتیجه غیرمنتظره استفاده شده است و در جای خالی دوم از "so" برای بیان نتیجه استفاده کرده‌ام.

۷۸) ۴ صدها حلقه‌ای که دور زحل می‌چرخند از میلیاردها ذره یخ و سنگ تشکیل شده‌اند.

توضیح: در این تست، هم "hundred" (صد) و هم "billion" (میلیارد) برای کلی‌گویی استفاده شده‌اند؛ بنابراین هر دوی آن‌ها به صورت جمع و به همراه "of" به کار می‌روند.

۷۹) ۴ در [ماه] ژوئن وقتی که کلاس‌های دانشگاه تمام می‌شود و دانشجویان زیادی شهر را ترک می‌کنند، آپارتمان‌های زیادی موجود می‌شوند. **توضیح:** هم "apartments" (آپارتمان‌ها) و هم "students" (دانشجویان) اسم قابل شمارش جمع هستند و در نتیجه در بین گزینه‌ها، تنها موارد موجود در گزینه (۴) می‌تواند به شکل صحیحی پیش از آن‌ها قرار بگیرد.

۸۰) ۲ او در جریان کارش برای مردم زیادی در شهرهای محلی شناخته‌شده] بود و در بین همه بسیار محبوب بود.

(۱) ذهنی؛ روحی (۲) محبوب، پرطرفدار
(۳) مایل، مشتاق (۴) قدردان

۸۱) ۴ هیچ اتوبوس همگانی‌ای [در مسیر] آن روستا خدمت (فعالیت) نمی‌کند، پس باید یک تاکسی کرایه کنید تا شما را به آن‌جا ببرد و وقتی آماده بودید تا برگردید با همان تاکسی هماهنگ کنید تا سوارتان کند.

(۱) تأیید کردن، تصدیق کردن (۲) درگیر کردن؛ مشارکت دادن
(۳) در نظر گرفتن، لحاظ کردن (۴) هماهنگ کردن؛ ترتیب دادن

۸۲) ۱ یک وسیله نقلیه فضایی باید با سرعت حداقل ۱۷ مایل در ثانیه حرکت کند تا از کشش گرانشی زمین بگریزد.

(۱) فرار کردن، گریختن (۲) کاهش دادن؛ کاهش یافتن
(۳) منفجر شدن، ترکیدن (۴) چرخیدن، دور زدن

۸۳) ۱ تعدادی از اتومبیل‌های خودران در مراحل پیشرفته توسعه هستند و انتظار می‌رود در طول سال‌های آتی در دسترس عموم قرار بگیرند.

(۱) پیشرفته (۲) تکرار شده
(۳) بزرگ‌نمایی شده (۴) پیشنهاد شده

۸۴) ۳ مصریان باستان قلب را به عنوان مرکز هوش و احساس در نظر می‌گرفتند و اعتقاد داشتند مغز هیچ‌گونه اهمیتی ندارد.

(۱) دست یافتن به، رسیدن به
(۲) الهام بخشیدن
(۳) در نظر گرفتن، لحاظ کردن
(۴) تولید کردن، ساختن

۸۵) ۲ او سکه‌های قدیمی داشت که فکر می‌کرد با ارزش است، ولی در واقع بی‌ارزش بود چون که در شرایط بدی بود (سالم نبود).

(۱) جمعی، فراگیر (۲) مشترک
(۳) با ارزش، ارزشمند (۴) داخلی، خانوادگی

۶۸) ۱ امام کاظم (ع) به شاگرد برجسته خویش هشام‌بن حکم می‌فرماید: «از کسانی که پیام را بهتر می‌پذیرند که معرفت برتر است (افضل) برخوردار باشند و آنان که در تعقل و تفکر برترند (افضل‌اند) نسبت به فرمان‌های الهی دانائزند (اعلم‌اند)....»

۶۹) ۴ در روایتی از پیامبر اکرم (ص) آمده است که راهبایی شرک به دل انسان از راه رفتن مورچه‌های سیاه در دل شب تاریک بر تخته‌سنگی سیاه پنهان‌تر است، پس باید ببینیم چگونه از حريم دل پاسبانی کنیم تا آفت شرک به آن راه نیابد و عمل ما خالص برای خداوند انجام شود و حافظ شیرازی در این باره سروده است:

پاسبان حرم دل شدم شب همه شب / تا در این پرده جز اندیشه او نگذارم

۷۰) ۲ دغدغه چگونه زیستن از آن رو دغدغه‌ای جدی است که انسان فقط یک بار به دنیا می‌آید و یک بار زندگی در دنیا را تجربه می‌کند، بنابراین در این فرصت تکرارشدنی، باید از بین همه راه‌هایی که پیش روی اوست راهی را برای زندگی انتخاب کند که به آن مطمئن باشد و در آیه «أَلَا الَّذِينَ آمَنُوا وَعَمِلُوا الصَّالِحَاتِ...» به این راه مطمئن که همان راه الهی است، اشاره گردیده است.

۷۱) ۲ کسی که گرفتار غفلت شد و چشم اندیشه به روی جهان بست، آیات الهی را نخواهد یافت و دل به مهر او نخواهد داد.

مهر رخسار تو می‌تابد ز ذرات جهان / هر دو عالم پر ز نور و دیده نابینا، چه سود این موضوع اشاره به «افزایش معرفت و شناخت نسبت به خداوند» از راه‌های تقویت اخلاص دارد.

۷۲) ۲ امام علی (ع) می‌فرماید: «خداوند بدان جهت روزه را واجب کرد تا اخلاص مردم را بیازماید»، این سخن مربوط به «دوری از گناه و تلاش برای انجام واجبات» از راه‌های تقویت اخلاص است.

۷۳) ۲ همه چیز در سیطره تقدیر است و قانونمندی‌های الهی است و خروج از ناممکن و محال است و آیه شریفه «لَا السَّمْعُ يَتَّبِعِي لَهَا أَنْ تُدْرِكَ الْقَمْرَ...» نیز خورشید را سزد که به ماه برسد...» به این موضوع اشاره دارد و این موضوع مؤید آن است که هر چیزی مقدر به تقدیر الهی است.

۷۴) ۴ آیه شریفه: «وَالسَّمَاءَ بَنَيْنَاهَا بِإِيدٍ وَإِنَّا لَمُوسِعُونَ» و آسمان را با قدرت خود برافراشتیم و همواره آن را وسعت می‌بخشیم، اشاره به اعجاز محتوایی قرآن و ذکر نکات علمی بی‌سابقه و انبساط جهان دارد و با توجه به کلید واژه «باید» مؤید حقیقت قدرت خداوند است.

۷۵) ۴ بنا نهادن جامعه‌ای عدالت‌محور ← در عرصه عمل انسان می‌خواهد با ایمانی که کسب کرده تلاش نماید.
عدالانه بودن نظام هستی ← اسلام خواسته تا با اندیشه خود در جهان هستی به ایمان قلبی دست یابد.

دوستداری عدالت ← از ویژگی‌های فطری بشر است که فضیلت‌های اخلاقی مانند عدالت را دوست دارد.

زبان انگلیسی

۷۶) ۳ عموماً ادعا می‌شود که شما نمی‌توانید یک تکه کاغذ را بیش از هفت بار از وسط تا بزنید.

توضیح: «pie» (تکه) خودش اسم قابل شمارش است و در نتیجه در این‌جا طبق مفهوم جمله به حرف تعریف "a" نیاز دارد.



۸۶ ۳ این کیک خوشمزه است! مواد [آن] چیست؟ یک چیزی این جا [داخل] کیک هست که می توانم [طعم آن را] تشخیص دهم، ولی نمی توانم بفهمم آن چیست.

- (۱) مراقب بودن
(۲) اصرار کردن بر، تأکید کردن بر
(۳) بی بردن، فهمیدن
(۴) ساطع کردن، منتشر کردن

۸۷ ۳ او در حال حاضر با شرکت های دارویی کار می کند تا نسل جدیدی را دارو ها را توسعه دهند که ممکن است از آن [دارو های] موجود مؤثر تر باشند.

- (۱) مقایسه، سنجش
(۲) اطلاعات
(۳) نسل؛ تولید
(۴) جمعیت

سازهای عظیم مانند تانک های نفت و پل ها و [هم چنین] انشای کوچک مانند پیچ و مهره ها همه از فولاد ساخته می شوند. جهان هر سال تقریباً دو میلیارد تن فولاد تولید می کند؛ آن از همه فلزات به طور گسترده تری مورد استفاده قرار می گیرد. فولاد از آهن [که] یکی از متداول ترین فلزات پوسته زمین [است] و کربن که از زغال سنگ حاصل می گردد، ساخته می شود. آهن کاربردهای بسیاری دارد، از جمله ساخت قطعات موتور ماشین و آهن ربا ها. بدن ما نیز برای [این که] به درستی کار کند، به آهن نیاز دارد. یک رژیم غذایی سالم باید شامل غذاهایی مانند سبزیجات سبز باشد که حاوی آهن هستند. تکه های آهن در شهاب سنگ ها از فضا به زمین می افتند. با این حال، بیش تر آهن [تولید شده] از سنگ آهن [موجود] در سنگ [ها] به دست می آید. حرارت دادن سنگ [آهن] با کک [از زغال سنگ] آهن را می سازد. هیتی های ترکیه حدود ۱۵۰۰ [سال] پیش از میلاد مسیح [مهارت] ذوب آهن را تکمیل کردند. این سر آغاز عصر آهن بود که طی آن آهن برای ساخت سلاح ها و ابزار کاربرد گسترده ای پیدا کرد.

۸۸ ۳ توضیح: اعدادی مانند "billion" (میلیارد) اصولاً قابل جمع

بستن نیستند، مگر این که مانند تست ۷۸ قصد کلی گویی داشته باشیم. ولی در این تست به دلیل کاربرد عدد "two" متوجه می شویم که کلی گویی وجود ندارد و نمی توانیم "billion" را جمع ببندیم. البته اسم قابل شمارش "ton" بعد از این عدد جمع بسته می شود.

نکته: بعد از "every" و مشتقات آن، اسم جمع بسته نمی شود.

- ۸۹ ۲ محل، مکان
(۱) مایع
(۲) فلز
(۳) شگفتی، حیرت

۹۰ ۴

- (۱) به صورت جمعی، به صورت فرآگرد
(۲) جالب این که
(۳) طبق گزارش
(۴) به درستی، به صورت مناسب، به صورت شایسته

۹۱ ۴

- (۱) درگیر کردن؛ مشارکت دادن
(۲) برگزیدن
(۳) پایین آوردن، کم کردن
(۴) حاوی ... بودن

۹۲ ۴ توضیح: در صورتی که یک اسم مصدر (فعل [ندار] در

جایگاه فاعل جمله قرار گیرد، فاعل سوم شخص مفرد به حساب می آید. دقت کنید چون مفعول فعل "produce" (یعنی "iron") بعد از جای خالی قرار دارد، در جای خالی به فعل معلوم نیاز داریم که شکل مناسب آن برای فاعل سوم شخص مفرد در گزینه (۴) آمده است.

یک مهمان در حال بازگشت است. ما این یکی را خیلی وقت است که ندیده ایم. در [سال] ۲۰۶۱ ستاره دنباله دار هالی بر فراز زمین به سرعت حرکت خواهد کرد. آن به خاطر ادموند هالی [به این اسم] نام گذاری شده است. او استنباط کرد که ستاره های دنباله دار دیده شده در [سال های] ۱۵۳۱، ۱۶۰۷ و ۱۶۸۲ همه دقیقاً یکی بودند. وی ظاهر شدن آن را در [سال] ۱۷۵۸ پیش بینی کرد. اما او زنده نماند تا آن را ببیند. قدیمی ترین [اطلاعات ثبت شده] از ستاره دنباله دار هالی از [سال] ۱۰۵۷ پیش از میلاد به دست آمده است. [در این سال] یک کتاب چینی به آن اشاره می کند. ستاره شناسان از [سال] ۲۳۹ پیش از میلاد هر [بار] ظاهر شدن [این ستاره دنباله دار] را ذکر کرده اند.

یک ستاره دنباله دار به صورت یک توده یخی کوچک دور تر از پلوتون در ناحیه ای به نام ابر اورت به وجود می آید. آن جا، میلیاردها تکه آب یخ، آمونیاک یخ، متان یخ و غبار به دور منظومه شمسی می چرخند. گرانش [سیاره] پلوتون یا نپتون باعث می شود که ستاره دنباله دار شروع به پایین رفتن به سمت خورشید کند. دنباله ای از ذرات خورشیدی، یک دنباله قابل رؤیت از گازهای درخشان ایجاد می کند. این دنباله می تواند به اندازه سی و پنج میلیون مایل امتداد داشته باشد! ستاره دنباله دار به دور خورشید می چرخد. سپس آن [در اثر نیروی گرانش] به سمت بیرون پرتاب می شود و یک بار دیگر به سمت خارج منظومه شمسی با شتاب حرکت می کند. اغلب ستاره های دنباله دار هرگز به منظومه شمسی بر نمی گردند، با این وجود، تعدادی از آن ها [در] ستاره های دنباله دار کوتاه مدت (دوره ای) هستند. آن ها در فواصل منظم بازمی گردند. ستاره دنباله دار هالی هر هفتاد و شش سال [یک بار] ظاهر می شود. ستاره دنباله دار انکه هر ۳/۳ سال [یک بار] از نزدیک زمین می گذرد.

۹۳ ۲ طبق متن، ستاره های دنباله دار کجا تشکیل می شوند؟

- (۱) نزدیک خورشید
(۲) در ناحیه ابر اورت
(۳) نزدیک مشتری
(۴) نزدیک زمین

۹۴ ۲ کلمه "deduce" (استنباط کردن، نتیجه گرفتن) به شکلی که

در پاراگراف اول استفاده شده به معنی است.

- (۱) متقاعد کردن سایر دانشمندان
(۲) با استدلال به نتیجه ای رسیدن
(۳) تلاش کردن برای درک هستی
(۴) کشف کردن یک واقعیت به صورت تصادفی

۹۵ ۴ کدام رویداد پس از مرگ هالی اتفاق افتاد و به عنوان دلیلی

دیده شد که ستاره دنباله دار [هالی] هر هفتاد و شش سال [یک بار] بازمی گردد؟

- (۱) ظاهر شدن [ستاره دنباله دار هالی] در [سال] ۱۹۸۴
(۲) ظاهر شدن [ستاره دنباله دار هالی] در [سال] ۲۰۶۱
(۳) ظاهر شدن [ستاره دنباله دار هالی] در [سال] ۱۰۵۷ پیش از میلاد
(۴) بازگشت ستاره دنباله دار [هالی] در [سال] ۱۷۵۸

۹۶ ۱ طبق محتوای متن، معنی ستاره دنباله دار کوتاه مدت (دوره ای) چیست؟

- (۱) آن در فواصل منظم بازمی گردد.
(۲) آن از ذرات خورشیدی تشکیل شده است.
(۳) آن روی زمین تنها یک بار دیده می شود.
(۴) آن کم تر از یک سال دوام می آورد.



۱۰۲ ۲

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{|m-1| - 1}{x+1} = -\infty \Rightarrow \frac{|m-1| - 1}{0^+} = -\infty \Rightarrow |m-1| - 1 < 0$$

$$\Rightarrow |m-1| < 1 \Rightarrow -1 < m-1 < 1 \Rightarrow 0 < m < 2$$

۱۰۳ ۳

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)^{\frac{1}{2}}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

۱۰۴ ۲

$$\lim_{x \rightarrow 2} \log_{\frac{1}{2}} |x-2| = \log_{\frac{1}{2}} (0^+) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{-x}{\sin x} = \frac{-\pi}{\sin \pi^+} = \frac{-\pi}{0^-} = +\infty$$

$$\text{مجانِب قائم } 1-x=0 \Rightarrow x=1$$

۱۰۵ ۳

با توجه به شکل داده شده در سؤال داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = +\infty \Rightarrow \frac{3-m[\sqrt{x}]}{1-\sqrt{x}} = +\infty \Rightarrow \frac{3}{0^+} = +\infty \Rightarrow m \in \mathbb{R} (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty \Rightarrow \frac{3-m[\sqrt{x}]}{1-\sqrt{x}} = -\infty \Rightarrow \frac{3-m}{0^-} = -\infty$$

$$\Rightarrow 3-m > 0 \Rightarrow m < 3 \quad (2)$$

$$\frac{(1) \cap (2)}{m < 3}$$

۱۰۶ ۴

$$x=2 \text{ تنها ریشهٔ معادلهٔ } -2x^2 + ax + b = 0 \text{ است. یعنی}$$

باید معادله به صورت $-2(x-2)^2$ تبدیل شود.

$$-2(x-2)^2 = -2(x^2 - 4x + 4) = -2x^2 + 8x - 8$$

$$\text{با مقایسهٔ } -2x^2 + 8x - 8 \text{ و } -2x^2 + ax + b \text{ به دست } a=8, b=-8$$

$$\text{می‌آید و تابع } g \text{ به صورت } g(x) = \frac{x+8}{x} \text{ تبدیل می‌شود که مجانب قائم}$$

آن $x=0$ است.

۱۰۷ ۳

$$\text{با تبدیل } x \text{ به } x - \frac{\pi}{2} \text{ ضابطهٔ } f(x) \text{ به دست می‌آید.}$$

$$f\left(x - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{1 + \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{1 + \sin x}$$

$$\text{مجانِب قائم } 1 + \sin x = 0 \Rightarrow \sin x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$$

یکی از جوابها $x = \frac{3\pi}{2}$ است.

۱۰۸ ۳

$$\text{یک بار ریشه‌های منخرج و یک بار هم مجانب‌های تابع } \tan x \text{ را حساب می‌کنیم.}$$

$$\tan^2 x - 2 = 0 \Rightarrow \tan^2 x = 2 \Rightarrow \begin{cases} \tan x = \sqrt{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \\ \tan x = -\sqrt{2} \Rightarrow x = \frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \end{cases}$$

$$\text{مجانِب‌های قائم تابع } \tan x \text{ در فاصلهٔ } [0, 2\pi] \text{ و } x = \frac{\pi}{2} \text{ و } x = \frac{3\pi}{2} \text{ است}$$

پس مجموع مجانب‌های قائم برابر است با:

$$\frac{\pi}{2} + \frac{5\pi}{4} + \frac{3\pi}{2} + \frac{7\pi}{4} + \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = 6\pi$$

فرض کنید معلومان به شما تکلیف داده است تا همهٔ اعداد از ۱ تا ۱۰۰ را بدون استفاده از ماشین حساب با هم جمع کنید. فکر می‌کنید این [کار] چه مدت طول بکشد؟ شما می‌توانید این [کار] را در حدود ۳۰ ثانیه انجام دهید.

روش [آن] در این‌جا آمده است: ۱ را با ۱۰۰ جمع کنید که مساوی ۱۰۱ می‌شود. ۲ را با ۹۹ اضافه کنید که برابر ۱۰۱ می‌شود. ۳ را با ۹۸ جمع کنید که ۱۰۱ نیز مساوی ۱۰۱ می‌شود. شما ۵۰ جفت عدد را با هم جمع می‌کنید که همه برابر ۱۰۱ می‌شوند. بنابراین می‌توانید ۵۰ بار در ۱۰۱ ضرب کنید. این مساوی ۵۰۵۰ می‌شود. البته، هنگامی که اعداد یکسان را به کار می‌برید ضرب کردن صرفاً یک روش سریع جمع بستن است.

ریاضیدانی که این مسئله خاص را حل کرد، کارل گوس نام داشت. او از [سال] ۱۷۷۷ تا ۱۸۵۵ زندگی می‌کرد. وی به عنوان یک دانشجوی کالج دریافت که یک شکل هفده ضلعی می‌تواند فقط با یک پرگار و یک خطکش کشیده شود. [قبل از آن] تصور می‌شد این [کار] غیرممکن است. گوس در طول زندگی‌اش در بررسی اعداد و اشکال اکتشافات بسیاری انجام داد. او کاربرد آمار را مورد مطالعه قرار داد. این (آمار) علم جمع‌آوری، کاربرد و بررسی اطلاعات از وقایع واقعی در زندگی است. گوس ستاره‌ها و سیارات را نیز مورد مطالعه قرار داد. او به دلیل کشف مدار سیارهٔ کوتولهٔ سرس به دور خورشید مشهور شد.

۹۷ ۲

در الگوی توصیف‌شده در پاراگراف دوم کدام عدد به ۹۱ اضافه خواهد شد؟

- (۱) ۰
(۲) ۱۰
(۳) ۲۰
(۴) ۱۱

۹۸ ۱

تمام موارد زیر می‌توانند به عنوان نمونه‌های آمار در نظر گرفته شوند بجز
۱) کشف فرمول‌های ریاضی جدید

۲) جمع‌آوری نتایج جام جهانی [فوتبال] فیفا از [سال] ۱۹۳۰

۳) تخمین [تعداد] بشکه‌های نفت فروخته‌شده توسط یک شرکت در یک سال

۴) پی بردن به معدل نمرات یک دانش‌آموز در طول یک سال [تحصیلی]

۹۹ ۱

طبق محتوای متن، می‌توانید چه چیزی را در مورد سرس برداشت کنید؟

۱) تا [زمان] گوس هیچ‌کس از مدار آن اطلاع نداشت.

۲) پیش از کارل کشف آن غیرممکن تلقی می‌شد.

۳) سرس در یک منظومهٔ خورشیدی [دیگر] حرکت می‌کند و هرگز باز نمی‌گردد.

۴) این سیارهٔ کوتوله اولین بار توسط کارل گوس دیده شد.

۱۰۰ ۴

کدام یک از موارد زیر در متن تعریف شده است؟

۱) تکلیف (پاراگراف ۱)

۲) ماشین حساب (پاراگراف ۱)

۳) حل کردن (پاراگراف ۲)

۴) آمار (پاراگراف ۴)

ریاضیات

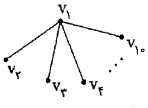
۱۰۱ ۱

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1-x^2}{x-x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(1-x)(1+x)}{x(1-x)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1+x}{x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{|x|}{4-x} = \frac{4}{4-4^-} = \frac{4}{0^+} = +\infty$$



۱۱۴) چون $|N_G[v_1]| = 10$ پس رأس v_1 به همه رئوس وصل است و چون $|N_G[v_i]| = 2, 2 \leq i \leq 10$ پس بقیه رئوس دارای درجه یک هستند، یعنی گراف به صورت زیر است:



که دارای ۹ یال است. از طرفی تعداد یال‌های K_{10} برابر است با:

$$\binom{10}{2} = 45$$

پس با اضافه کردن $36 = 45 - 9$ یال، این گراف به گراف K_{10} تبدیل می‌شود.

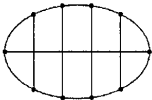
۱۱۵) ۴ حالت‌های مختلف $p+q=8$ را در نظر می‌گیریم.

p	q	تعداد گراف‌ها
۸	۰	
۷	۱	
۶	۲	
۵	۳	
۴	۴	
۳	۵	گراف ساده‌ای قابل رسم نیست
۲	۶	گراف ساده‌ای قابل رسم نیست
۱	۷	گراف ساده‌ای قابل رسم نیست
۰	۸	گراف ساده‌ای قابل رسم نیست

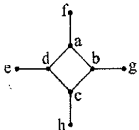
با توجه به گراف‌های رسم شده، 10 گراف وجود دارد.

۱۱۶) ۴ می‌دانیم اگر گراف منتظم باشد، $\Delta - \delta = 0$ خواهد شد.

بنابراین ابتدا منتظم بودن گراف را بررسی می‌کنیم، با کمی دقت می‌توان فهمید که گراف ۲-منتظم از مرتبه 10 دارای 15 یال است.



۱۱۷) ۴ ابتدا گراف را با اطلاعات داده شده رسم می‌کنیم.



چون مجموعه رئوس گراف G_1 با مجموعه رئوس گراف G برابر است، پس باید بینیم مجموعه یال‌های G_1 را به چند طریق می‌توان انتخاب کرد و چون $E(G_1) \subseteq E(G)$ و گراف G دارای 8 یال است. بنابراین $E(G_1)$ را به 2^8 طریق می‌توانیم انتخاب کنیم. (هر یال گراف G می‌تواند در گراف G_1 باشد یا نباشد پس برای هر یال دو حالت وجود دارد.)

۱۰۹) ۱ ریشه‌های مخرج تابع $g(x)$ را حساب می‌کنیم.

$$f(x) = 0 \Rightarrow x = -2, x = 1, x = 2$$

ریشه‌های به دست آمده از معادله $f(x) = 0$ ریشه‌های صورت و مخرج تابع $g(x)$ است و چون $x = 1$ و $x = 2$ ریشه‌های ساده صورت و مخرج $g(x)$ است پس مجانب قائم نیستند، اما چون $x = -2$ ریشه مضاعف مخرج و ریشه ساده صورت است پس حد تابع $g(x)$ در $x = -2$ بی‌نهایت است و در نتیجه فقط $x = -2$ مجانب قائم $g(x)$ است.

۱۱۰) ۲ مفهوم این سؤال این است که قدرمطلق تفاضل ریشه‌های

$$\text{معادله } x^2 + x + m = 0 \text{ برابر } 4 \text{ است.}$$

$$|\alpha - \beta| = 4 \Rightarrow \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = 4 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 4 \Rightarrow \Delta = 16 \\ \Rightarrow 1 - 4m = 16 \Rightarrow 4m = -15 \Rightarrow m = -3.75$$

۱۱۱) ۲ بهتر است مسئله را از راه متمم حل کنیم.

$$\text{تعداد کل یال‌ها} = \binom{6}{2} = \frac{6 \times 5}{2} = 15$$

تعداد گراف‌های ساده با حداقل یک یال (bc, ac, ab)

تعداد گراف‌های ساده بدون سه یال مذکور - تعداد کل گراف

$$= 15 - 3 = 12 = 12 \times (2^3 - 1) = 12 \times 7$$

۱۱۲) ۴ یک زیرگراف از گراف G گرافی است که مجموعه رئوس آن

زیرمجموعه‌ای از مجموعه رئوس گراف G و مجموعه یال‌های آن زیرمجموعه‌ای از مجموعه یال‌های G باشد.



$$\text{تعداد زیرگراف از مرتبه } 4 \text{ و اندازه } 3 = \binom{5}{4} \times \binom{6}{3} = 5 \times \frac{6 \times 5 \times 4}{3!} = 100$$

انتخاب ۳ یال از ۶ یال انتخاب ۴ رأس از ۵ رأس

۱۱۳) ۴ چون $N_G[a] = N_G[b]$ می‌باشد، پس دو رأس a و b

مجاور هستند، یعنی یال ab در گراف وجود دارد. یال‌هایی که با رئوس d, e, f و C ساخته می‌شود یعنی $cf - ce - cd - ef - df - de$ می‌توانند در گراف باشند یا نباشند یعنی برای هر کدام ۲ حالت وجود دارد. از طرفی یال‌هایی که با رئوس a و b ساخته می‌شوند به عنوان مثال $(bc - ac)$ یا باید هر دو در گراف باشند یا هر دو در گراف نباشند. پس برای هر دو یال ۲ حالت وجود دارد برای یال‌های ad و bd نیز همین اتفاق می‌افتد. پس داریم:

$$2^{10} = 1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^{10}$$

برای یال‌های ab باید:

برای یال‌های cd باید: cd

برای یال‌های ce باید: ce

برای یال‌های cf باید: cf

برای یال‌های de باید: de

برای یال‌های df باید: df

برای یال‌های ef باید: ef

برای یال‌های ac باید: ac

برای یال‌های ad باید: ad

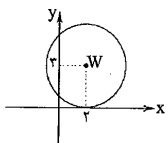
برای یال‌های bd باید: bd

برای یال‌های be باید: be

برای یال‌های ae باید: ae

برای یال‌های af باید: af

برای یال‌های bf باید: bf



۱۲۴ ۲ دایره در ربع اول بر محور
Xها مماس است، زیرا مرکز دایره در ربع اول
قرار دارد. ضمناً چون بر محور Xها مماس
است، پس: $r = |\beta| = ۲$

معادله دایره را می‌نویسیم و با محور Yها قطع می‌دهیم.

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$$

$$x=0 \Rightarrow 4 + (y-2)^2 = 4 \Rightarrow (y-2)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y-2 = \sqrt{4} \Rightarrow y = 2 + \sqrt{4} \\ y-2 = -\sqrt{4} \Rightarrow y = 2 - \sqrt{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow |a-b| = |(2+\sqrt{4}) - (2-\sqrt{4})| = 2\sqrt{4}$$

۱۲۵ ۳

$$(2x-a)^2 + 4((y-b)^2 - b^2) = ab$$

$$\Rightarrow 4(x-\frac{a}{2})^2 + 4(y-b)^2 - 4b^2 = ab$$

$$\Rightarrow (x-\frac{a}{2})^2 + (y-b)^2 = \frac{ab+4b^2}{4}$$

$$x-\frac{a}{2} = 0 \xrightarrow{x=1} -1-\frac{a}{2} = 0 \Rightarrow a = -2$$

$$y-b = 0 \xrightarrow{y=2} 2-b = 0 \Rightarrow b = 2$$

$$(x+1)^2 + (y-2)^2 = \frac{-1 \times 2 + 4 \times 4}{4}$$

$$\Rightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 = 3 \Rightarrow r = \sqrt{3}$$

۱۲۶ ۴

$$x^2 + y^2 + 4x - 8y = 5 \Rightarrow W(-2, 4), r = \sqrt{4+16+5} = 5$$

$$(x+1)^2 + (y-1)^2 = 1 \Rightarrow W'(-1, 1), r' = 1$$

$$d = |WW'| = \sqrt{(-2+1)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{10}$$

چون $d < |r-r'|$ است، پس دو دایره متداخل‌اند.

۱۲۷ ۳ نکته: قوت نقطه $A(x_0, y_0)$ نسبت به دایره

$C(x_0, y_0) = x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ برابر $C(x_0, y_0)$ است،

اگر $C(x_0, y_0) > 0$ باشد، نقطه A خارج دایره و اگر $C(x_0, y_0) < 0$ باشد،

نقطه A درون دایره C و اگر $C(x_0, y_0) = 0$ باشد، نقطه A روی

دایره C قرار می‌گیرد.

در این سؤال چون A و B درون دایره قرار دارند، پس:

$$C(1, -1) = 1+1+4+1-P < 0 \Rightarrow P > 7 \quad (1)$$

$$C(3, 2) = 9+4+12-2-P < 0 \Rightarrow P > 23 \quad (2)$$

$$(1) \cap (2): P > 23$$

۱۲۸ ۴

برای آن که مکان هندسی داده‌شده تهی باشد، باید:

$$a^2 + b^2 < 4c \Rightarrow 9 + k^2 < 16 \Rightarrow k^2 < 7 \Rightarrow |k| < \sqrt{7}$$

۱۲۹ ۳ مرکز و شعاع دایره $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$ را حساب

$$w = (2, -1) \quad r = \sqrt{4+1+4} = 3$$

می‌کنیم:

حال فاصله مرکز دایره تا خط مماس را برابر شعاع دایره قرار می‌دهیم:

$$\frac{|2(2) + 4(-1) + m|}{\sqrt{2^2 + 4^2}} = 3 \Rightarrow |m+2| = 15$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m+2=15 \Rightarrow m=13 \\ m+2=-15 \Rightarrow m=-17 \end{cases}$$

$$75x + 115y = 60 \xrightarrow{\div 5} 15x + 23y = 12$$

$$\xrightarrow{\begin{matrix} \times 23 \\ \times 15 \end{matrix}} \begin{matrix} 345x + 529y = 276 \\ 225x + 345y = 180 \end{matrix} \xrightarrow{\div 15} \begin{matrix} 23x + 115y = 18 \\ 15x + 23y = 12 \end{matrix}$$

$$\xrightarrow{\div 15} \begin{matrix} 23x + 115y = 18 \\ 15x + 23y = 12 \end{matrix} \xrightarrow{\div 15} \begin{matrix} 23x + 115y = 18 \\ 15x + 23y = 12 \end{matrix} \xrightarrow{\div 15} \begin{matrix} 23x + 115y = 18 \\ 15x + 23y = 12 \end{matrix}$$

بنابراین باقی‌مانده تقسیم X بر 23 برابر 10 است.

۱۳۰ ۱ گراف را باید با $K_{1,3}$ مقایسه کنیم. ابتدا تعداد یال‌های $K_{1,3}$ را

$$\binom{12}{2} = \frac{12 \times 11}{2} = 66$$

حساب می‌کنیم:

حال باید ۳ یال از گراف حذف کنیم. برای این که تعداد رأس‌های درجه ۹

بیش‌تر باشد باید ۳ یال را به صورت \triangle از گراف جدا کنیم. پس حداکثر ۳ رأس در درجه ۹ خواهیم داشت.

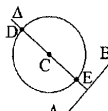
۱۳۰ ۳ می‌دانیم در هر گراف کامل K_p تعداد یال‌ها برابر است

$$\text{با } \frac{p(p-1)}{2} \text{، پس داریم:}$$

$$p+q = p + \frac{p(p-1)}{2} = \frac{2p+p^2-p}{2} = \frac{p^2+p}{2} = \frac{p(p+1)}{2} = \binom{p+1}{2}$$

۱۳۱ ۲ نقطه C روی عمودمنصف پاره‌خط AB

یعنی خط Δ قرار دارد. هر نقطه روی Δ فاصله یکسانی تا دو سر پاره‌خط AB دارد، به مرکز C و شعاع 2 سانتی‌متر دایره‌ای می‌زنیم، این دایره به طور قطع خط Δ را در دو نقطه مانند D و E قطع می‌کند. نقاط D و E جواب‌های مسئله‌اند، زیرا فاصله‌شان از C برابر دو سانتی‌متر و از دو سر پاره‌خط AB یکسان است.

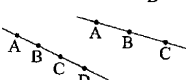


۱۳۲ ۲ برای این سؤال حالت‌های مختلفی رخ می‌دهد.

حالت الف) اگر حداقل سه نقطه از چهار $\bullet D$

نقطه، روی یک خط راست قرار گیرند، مکان

مورد نظر تهی است.

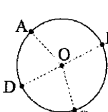


حالت ب) اگر سه نقطه روی یک خط راست واقع نشوند،

آن‌گاه از این سه نقطه می‌توانیم دایره‌ای عبور دهیم، حال

اگر نقطه چهارم روی دایره مورد نظر باشد، مکان مورد نظر

مرکز دایره گذرا از چهار نقطه است. اما اگر



نقطه چهارم روی دایره نباشد، مکان تهی است. به عبارت بهتر اگر چهار نقطه

A, B, C, D چهار رأس یک چهارضلعی محاطی باشد، مکان مورد نظر O و

در غیر این صورت مکان تهی است.

۱۳۳ ۱ مکان هندسی نقاطی که از خط d به فاصله ۲ سانتی‌متر باشد،

دو خط به موازات d و به فاصله ۲ سانتی‌متر از آن می‌باشند (شکل زیر). مکان

هندسی نقاطی که از نقطه A به فاصله ۳

سانتی‌متر باشند، دایره‌ای به شعاع ۳ و به

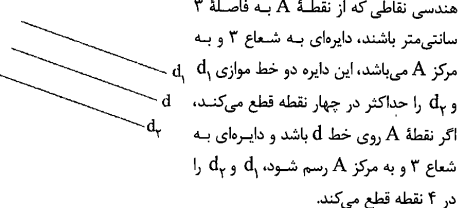
مرکز A می‌باشد، این دایره دو خط موازی d_1 و d_2

و d_3 را حداکثر در چهار نقطه قطع می‌کند،

اگر نقطه A روی خط d باشد و دایره‌ای به

شعاع ۳ و به مرکز A رسم شود، d_1 و d_2 را

در نقطه قطع می‌کند.





$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 = 2 + \sqrt{2} \Rightarrow x = \pm\sqrt{2 + \sqrt{2}} \\ x^2 = 2 - \sqrt{2} \Rightarrow x = \pm\sqrt{2 - \sqrt{2}} \end{cases}$$

بنابراین بزرگ‌ترین ریشه حقیقی معادله $\sqrt{2 + \sqrt{2}}$ است.

۲ | ۱۳۸

$$\sqrt{1 - 2x^2} = 1 - 2x^2 \Rightarrow \sqrt{1 - 2x^2} = A \Rightarrow A = A^2$$

$$\Rightarrow A(A^2 - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = 0 \\ A^2 - 1 = 0 \Rightarrow A^2 = 1 \Rightarrow A = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{1 - 2x^2} = 0 \Rightarrow 1 - 2x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sqrt{1 - 2x^2} = 1 \Rightarrow 1 - 2x^2 = 1 \Rightarrow -2x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \end{cases}$$

پس کوچک‌ترین ریشه معادله $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ است.

۴ | ۱۳۹

فاصله a از b برابر $|a - b|$ است.

$$2|x - (-4)| > 2 \Rightarrow |x + 4| > \frac{2}{2} \Rightarrow \begin{cases} x + 4 > \frac{2}{2} \Rightarrow x > -\frac{7}{2} \\ x + 4 < -\frac{2}{2} \Rightarrow x < -\frac{11}{2} \end{cases} \text{ یا}$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty, -\frac{11}{2}) \cup (-\frac{7}{2}, +\infty)$$

۲ | ۱۴۰

نقطه A به صورت $A(a, -2a)$ و نقطه $B(4, 2)$ خواهد بود.

$$|AB| = 5 \Rightarrow \sqrt{(a - 4)^2 + (-2a - 2)^2} = 5$$

$$\Rightarrow a^2 - 8a + 16 + 4 + 4a^2 + 8a + 4 = 25 \Rightarrow 5a^2 = 5 \Rightarrow a = \pm 1$$

چون A در ناحیه دوم مختصات قرار دارد پس $A(-1, 2)$ خواهد بود. ضمناً دو خط برهم عمودند، پس مثلث ABO در رأس O قائمه است.

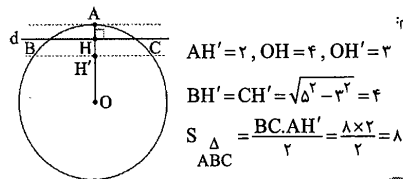
$$|BO| = \sqrt{16 + 4} = 2\sqrt{5}, |AO| = \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5}$$

$$S_{\triangle ABO} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times \sqrt{5} = 5$$

۴ | ۱۴۱

نقطاتی که از خط d به فاصله ۱ هستند، روی دو خط موازی با

آن در دو طرف آن قرار دارند و یکی از این خطها بر دایره مماس است و مطابق شکل داریم:



$$AH' = 2, OH = 4, OH' = 2$$

$$BH' = CH' = \sqrt{5^2 - 2^2} = 4$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{BC \cdot AH'}{2} = \frac{8 \times 2}{2} = 8$$

۳ | ۱۴۲

زاویه B محاطی است، پس نصف کمان مقابلش است و داریم:

$$\hat{B} = \frac{AC}{2} = \frac{2x}{2}$$

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

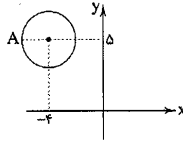
$$\Rightarrow 2x + 5 + \frac{2x}{2} + 2x + 10 = 180 \Rightarrow \frac{11x}{2} = 165 \Rightarrow x = 30$$

در مثلث ABC داریم:

۳ | ۱۳۰

مرکز و شعاع دایره را حساب می‌کنیم:
 $w = (-4, 5) \quad r = \sqrt{16 + 25 - 27} = 2$

نمودار دایره $x^2 + y^2 + 8y - 10x + 27 = 0$ به صورت زیر است:



با توجه به نمودار دایره، نقطه A بیش‌ترین فاصله از محور ya را دارد که این فاصله برابر ۶ واحد است.

۱ | ۱۴۱

در واقع باید ببینیم کدام عدد به توان ۲ برابر $11 - 6\sqrt{2}$ می‌شود.

$$(\sqrt{2} - 3)^2 = (\sqrt{2})^2 + (3)^2 - 2(\sqrt{2})(3) = 2 + 9 - 6\sqrt{2} = 11 - 6\sqrt{2}$$

۲ | ۱۴۲

$$A = \frac{1 \times (\sqrt{2} + \sqrt{3})}{(\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3})} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2 - 3} \times \frac{2 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$$

$$= \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})}{-1} = -(\sqrt{2} + \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})$$

$$\Rightarrow A = \frac{2\sqrt{2} + \sqrt{6} + 2\sqrt{3} + \sqrt{3} \times \sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2} + \sqrt{6} + 2\sqrt{3} + 3}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6} + \frac{3}{\sqrt{2}}$$

در نتیجه $a = 27$ و $b = 6$ و نهایتاً $a + b = 33$ خواهد بود.

۳ | ۱۴۳

$$A = (x^2 + y^2)^2 - x^2 y^2 = x^4 + y^4 + 2x^2 y^2 - x^2 y^2$$

$$= x^4 + y^4 + x^2 y^2$$

$$A = (2\sqrt{2} - \sqrt{2}) + (2\sqrt{2} + \sqrt{2}) + (\sqrt{2}(\sqrt{2} - \sqrt{2})(2\sqrt{2} + \sqrt{2}))$$

$$= 4\sqrt{2} + (\sqrt{2} - 2)^2 = 4\sqrt{2} + 1$$

۱ | ۱۴۴

به کمک اتحاد $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$ داریم:

$$x^2 + 64 = (x^2 + 8)^2 + (8)^2 = (x^2 + 8)^2 - 2(x^2)(8)$$

$$= (x^2 + 8)^2 - (4x)^2 = (x^2 + 8 - 4x)(x^2 + 8 + 4x)$$

۳ | ۱۴۵

$$B = \frac{4\sqrt{x} + 4 - 4\sqrt{x} + 4 + x - 8}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} = \frac{x}{x - 1}$$

$$x = \sqrt{2} + 1 \Rightarrow B = \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2}} = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} = 1 + 2^{\frac{1}{2}} = 1 + 2^{\frac{1}{2}} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$a = \frac{1}{2} = 2 \times 2^{-1} = 2^1 \times 2^{-1} = 2^0, \quad t_2 = 2 \times 2^{-2} = 2^{-1}, \quad q = 2$$

$$S_n = \frac{a(1 - q^n)}{1 - q} = \frac{2(1 - 2^n)}{1 - 2} = 2(2^n - 1) = 306$$

$$\Rightarrow 2^n - 1 = 153 \Rightarrow 2^n = 154 \Rightarrow n = 1$$

۳ | ۱۴۷

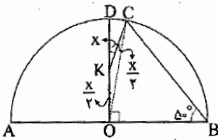
$$x(x^2 - 4x^2 + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 4x^2 + 1 = 0 \end{cases}$$

$$x^2 = t \Rightarrow t^2 - 4t + 1 = 0 \Rightarrow t = 2 \pm \sqrt{3}$$



۱۴۹ از O به C وصل می‌کنیم، مثلث CKO متساوی الساقین است

پس $K\hat{O}C = K\hat{C}O = \frac{x}{2}$



$\widehat{CBO} = 50^\circ \Rightarrow \widehat{ADC} = 100^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 80^\circ$

$\Rightarrow \widehat{COB} = 80^\circ \Rightarrow \widehat{KOC} = 90^\circ - 80^\circ = 10^\circ$

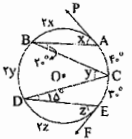
$\Rightarrow \frac{x}{2} = 10^\circ \Rightarrow x = 20^\circ$

۱۵۰ با استفاده از زاویه محاطی و ظلی داریم:

$\widehat{AC} = 40^\circ, \widehat{CE} = 30^\circ$

$\widehat{AB} = 2x, \widehat{BD} = 2y, \widehat{DE} = 2z$

$2x + 2y + 2z + 30^\circ + 40^\circ = 360^\circ \Rightarrow x + y + z = 145^\circ$ پس:



۱۵۱ روش اول: به دلیل آن‌که بزرگ‌ترین فرزند خانواده پسر می‌باشد، پس فضای نمونه‌ای کاهش یافته عبارت است از:

$n(S) = 2^4 = 16$

احتمال حداقل ۲ فرزند پسر از بین ۴ فرزند، همان احتمال حداقل ۳ فرزند پسر از بین ۵ فرزند با شرط فرزند اول پسر (سیروس) می‌باشد.

$P(\text{پسر } 2) + P(\text{پسر } 3) + P(\text{پسر } 4)$

$= \frac{\binom{4}{2}}{16} + \frac{\binom{4}{3}}{16} + \frac{\binom{4}{4}}{16} = \frac{6+4+1}{16} = \frac{11}{16}$

روش دوم:

A: پیشامد حداقل ۲ فرزند پسر B: پیشامد فرزند اول پسر

$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(\text{فرزند ۱ آن‌ها})}{\frac{16}{32}}$

$= \frac{\frac{\binom{4}{2}}{32} + \frac{\binom{4}{3}}{32} + \frac{\binom{4}{4}}{32}}{\frac{16}{32}} = \frac{\frac{3+2+1}{32}}{\frac{16}{32}} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

$\frac{P(A \cap B)}{P(B|A)} = \frac{P(B)}{P(A)} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$
 $\frac{P(A \cap B)}{P(A|B)} = \frac{P(A)}{P(B)} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$

۱۵۲

$\frac{P(A' \cap B)}{P(A' \cap B')} = \frac{P(B-A)}{P(A-B)} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(A) - P(A \cap B)}$
 $= \frac{P(B) - P(B) \times P(A|B)}{P(A) - P(A) \times P(B|A)}$

$= \frac{P(B)(1 - P(A|B))}{P(A)(1 - P(B|A))} = \frac{20 \times \frac{1 - \frac{3}{8}}{5}}{21 \times \frac{1 - \frac{1}{8}}{21}} = \frac{20 \times \frac{5}{8}}{21 \times \frac{20}{21}} = \frac{5}{8}$

۱۴۲ از تساوی $MA = AO = OB$ داریم:

$\widehat{M} = x \Rightarrow \widehat{AOM} = x \Rightarrow \widehat{OAB} = \widehat{OBA} = 2x$

در مثلث AOB داریم:

$2x + 2x + x = 180^\circ \Rightarrow 4x = 180^\circ \Rightarrow x = 45^\circ$

۱۴۴ از موازی بودن AB و CD نتیجه می‌گیریم که کمان‌های

AD و BC با هم مساویند، پس:

$\widehat{AD} = \widehat{BC} = \alpha + 10^\circ$

$\widehat{AD} + \widehat{AB} + \widehat{BC} = 180^\circ \Rightarrow \alpha + 10^\circ + 2\alpha + \alpha + 10^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow 4\alpha = 160^\circ \Rightarrow \alpha = 40^\circ \Rightarrow \widehat{AD} = 50^\circ$

۱۴۵ وترهای برابر در دایره، کمان‌های برابر دارند، پس:

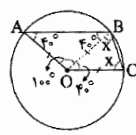
$\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD}$

اگر کمان AD را برابر x فرض کنیم، داریم:

$\widehat{AD} = x \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD} = \frac{360^\circ - x}{3}$

$\widehat{P} = \frac{\widehat{BC} - \widehat{AD}}{2} \Rightarrow 20^\circ = \frac{360^\circ - x - x}{2}$

$\Rightarrow 40^\circ = \frac{360^\circ - 2x}{2} \Rightarrow x = 60^\circ$



۱۴۶ از O به B وصل می‌کنیم پس

$\widehat{ABO} = 40^\circ$ نتیجه می‌گیریم $\widehat{AOB} = 100^\circ$ و

چون بنا به فرض $AB \parallel OC$ نتیجه می‌گیریم

$\widehat{BOC} = 40^\circ$ است. از طرفی $OC = OB$ پس

$\widehat{OBC} = x$ بنابراین در مثلث BOC داریم:

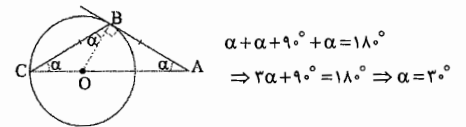
$x + x + 40^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 70^\circ$

۱۴۷ از O به B وصل می‌کنیم چون OB شعاع و AB مماس بر

دایره است، پس $OB \perp AB$ ، بنابراین $\widehat{OBA} = 90^\circ$. از طرفی با توجه به

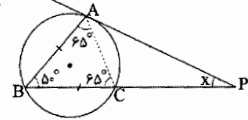
فرض چون $|CB| = |AB|$ است، پس $\widehat{C} = \widehat{A} = \alpha$ و چون $OB = OC$

(شعاع) پس $\widehat{CBO} = \alpha$ می‌باشد، بنابراین در مثلث ABC داریم:



$\alpha + \alpha + 90^\circ + \alpha = 180^\circ$
 $\Rightarrow 3\alpha + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ$

۱۴۸ از A به C وصل می‌کنیم:



چون مثلث ABC متساوی الساقین است پس $\widehat{A} = \widehat{C} = 65^\circ$ ، بنابراین داریم:

$\left. \begin{aligned} \widehat{BCA} = 65^\circ &\Rightarrow \widehat{AB} = 130^\circ \\ \widehat{B} = 50^\circ &\Rightarrow \widehat{AC} = 100^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow x = \frac{130^\circ - 100^\circ}{2} = 15^\circ$



$$= \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{5}{10}}{\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{5}{10} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{5}{10} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{5}{10} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{5}{10}} = \frac{15}{61}$$

فیزیک

۳ ۱۵۶ R_c و ω ثابت اند، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} v = r\omega \\ r = R_c \cos \alpha \end{cases} \Rightarrow v = (R_c \cos \alpha) \omega$$

$$\Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \frac{\cos \alpha_B}{\cos \alpha_A} \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \frac{\cos 30^\circ}{\cos 45^\circ} = \frac{0.87}{0.71} = \frac{2}{1}$$

۲ ۱۵۷ $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{6} \text{ Hz}$

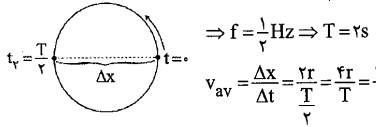
$$\omega = 2\pi f = \frac{\pi \text{ rad}}{3 \text{ s}} = 1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$F_c = m r \omega^2 = 5 \times 0.8 \times 1 = 4 \text{ N}$$

$$F_c = F_e \Rightarrow F_c = k \Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{F}{100} = \frac{4}{100} \text{ m} = 4 \text{ cm}$$

یعنی فنر ۴ سانتی متر کشیده شده است، پس طول عادی آن ۷۶ سانتی متر بوده است.

۱ ۱۵۸ $a_c = 4\pi^2 r f^2 \Rightarrow 6\pi^2 = 4\pi^2 \times 6 \times f^2 \Rightarrow f^2 = \frac{1}{4}$



۱ ۱۵۹ $\Delta\theta = \omega \Delta t \Rightarrow \Delta\theta \propto \Delta t$

$$\Delta\theta = 51 - 23 = 28^\circ$$

$$\frac{28^\circ}{4 \text{ s}} \Rightarrow T = 4 \text{ s}$$

۳ ۱۶۰ نیروی اصطکاک برابر با نیروی مرکزگرا است و برای هر دو جسم یکسان است.

$$f_s = F_c = m r \omega^2$$

۲ ۱۶۱ $f = \frac{n}{\Delta t} = \frac{2}{1} = 2 \text{ Hz}$

$$\omega = 2\pi f = 2 \times 2 \times 2 = 12 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$T = F_c \Rightarrow T = m r \omega^2 = 4 \times 0.5 \times (12)^2 = 288 \text{ N}$$

۳ ۱۶۲ $\omega = 2\pi f = 2\pi \times \frac{15}{60} = \Delta\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

در این حالت نیروی مرکزگرای وارد بر جسم همان نیروی اصطکاک ایستایی است:

$$f_s = F_c \Rightarrow f_s = m r \omega^2 = 4 \times 0.5 \times 25 \pi^2 = 50 \pi^2 \text{ N}$$

۱ ۱۶۳ $n = \frac{\Delta t}{T} \Rightarrow 40 = \frac{60}{T} \Rightarrow T = \frac{3}{2} \text{ s}$

$$v = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi \times 1.8 \times \left(\frac{2}{3}\right) = 24\pi \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۲ ۱۵۲

$$P(\{a, b, c\}) = P(\{b, c, d\}) = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow P(a) + P(b) + P(c) = P(b) + P(c) + P(d)$$

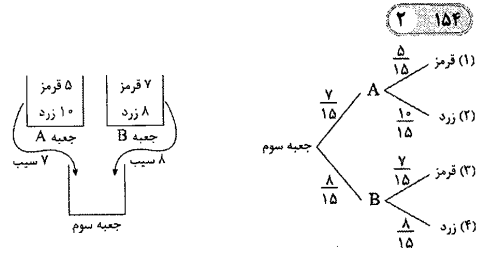
$$\Rightarrow P(a) = P(d) = \frac{1}{5}$$

$$P(\{a, b, c\}) = \frac{1}{4} \Rightarrow P(a) + P(b) + P(c) = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow P(b) + P(c) = \frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$$

$$\Rightarrow P(\{a, b, c\} | \{b, c, d\}) = \frac{P(\{a, b, c\} \cap \{b, c, d\})}{P(\{b, c, d\})}$$

$$= \frac{P(\{b, c\})}{P(\{b, c, d\})} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$$

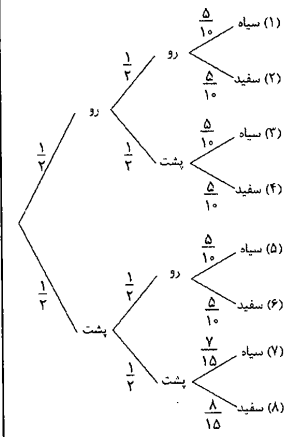


$P(A)$ (قرمز بودن | متعلق به جعبه A)

$$= \frac{P(A) \times P(\text{متعلق به جعبه A} | \text{قرمز بودن})}{P(\text{قرمز بودن})}$$

$$= \frac{P(1 \text{ شاخه})}{P(1 \text{ شاخه}) + P(3 \text{ شاخه})} = \frac{\frac{1}{15} \times \frac{5}{15}}{\frac{1}{15} \times \frac{5}{15} + \frac{1}{15} \times \frac{7}{15}} = \frac{25}{91} = \frac{5}{13}$$

۴ ۱۵۵



$P(\text{سفید/هر دو بار سکه به رو باشد})$

$$= \frac{P(\text{هر دو بار سکه به رو} | \text{سفید}) \times P(\text{سفید})}{P(\text{سفید})}$$

$$= \frac{P(2 \text{ شاخه})}{P(2 \text{ شاخه}) + P(4 \text{ شاخه}) + P(6 \text{ شاخه}) + P(8 \text{ شاخه})}$$

طبق قانون بیز:



۱ ۱۶۸ انرژی جنبشی نوسانگر در نقطه تعادل حداکثر است، بنابراین با استفاده از رابطه $v_{max} = A\omega$ اندازه بیشینه سرعت را محاسبه می‌کنیم:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{200}{8}} = \Delta \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$v_{max} = A\omega = 0.16 \times \Delta = 0.16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

حال با استفاده از رابطه انرژی جنبشی، مقدار آن را در نقطه تعادل به دست می‌آوریم:

$$K_{max} = \frac{1}{2}mv_{max}^2 \Rightarrow K_{max} = \frac{1}{2} \times 8 \times (0.16)^2 = 205 \text{ J}$$

۲ ۱۶۹ نوسانگر ۲۴ بار طول پاره‌خط را طی کرده است، بنابراین ۱۲ بار

نوسان کامل انجام داده است. پس با استفاده از رابطه $T = \frac{\Delta t}{n}$ دوره حرکت نوسانگر و سپس بسامد زاویه‌ای آن را محاسبه می‌کنیم:

$$T = \frac{\Delta t}{n} \Rightarrow T = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} \text{ s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{1}{4}} = 8\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

حال می‌دانیم انرژی جنبشی نوسانگر $\frac{1}{2}mv^2$ انرژی پتانسیل آن است، بنابراین:

$$E = U + K \quad U = 25K \Rightarrow E = 26K \Rightarrow \frac{1}{2}mv_{max}^2 = 26 \times \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow v_{max}^2 = 26v^2 \Rightarrow v_{max} = 6v \quad \frac{v_{max}}{v} = A\omega$$

$$A\omega = 6v \Rightarrow 0.1 \times 8\pi = 6v \Rightarrow v = \frac{0.1 \times 8 \times \pi}{6} = 0.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۳ ۱۷۰ نوسانگر از انتهای مسیر شروع به حرکت می‌کند و می‌دانیم

انرژی جنبشی نوسانگر در نقطه تعادل بیشینه است، بنابراین مدت زمان $\frac{3T}{4}$ طول می‌کشد تا انرژی جنبشی نوسانگر برای دومین بار بیشینه شود.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{400}{1}} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = 20$$

$$\Rightarrow 20T = 2\pi \Rightarrow T = \frac{\pi}{10} \text{ s}$$

بنابراین:

$$\Delta t = \frac{3T}{4} = \frac{3 \times \frac{\pi}{10}}{4} = \frac{3\pi}{40} \text{ s}$$

۱ ۱۷۱ با استفاده از رابطه زیرگستره طول آونگ‌هایی که بسامد

زاویه‌ای آن‌ها در بازه $2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ تا $4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ است را محاسبه می‌کنیم:

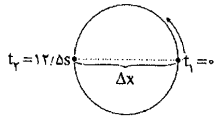
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2 = \sqrt{\frac{10}{L}} \Rightarrow L = \frac{10}{4} \Rightarrow L = 2.5 \text{ m} \\ 4 = \sqrt{\frac{10}{L}} \Rightarrow L = \frac{10}{16} \Rightarrow L = 0.625 \text{ m} = 62.5 \text{ cm} \end{cases}$$

بنابراین تنها میله ۱ متری دچار تشدید می‌شود.

دقت کنید: میله‌ای دچار تشدید می‌شود که بسامد زاویه‌ای آن در بازه بسامد زاویه‌ای نوسان میله باشد.

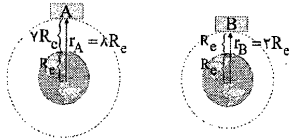
$$T = 2\pi/\Delta s \Rightarrow \frac{T}{2} = 1/2\Delta s$$



بنابراین در مدت زمان $1/25$ ثانیه، متحرک نصف دایره را طی می‌کند:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2R}{\frac{T}{2}} = \frac{2 \times 20}{1/25} = 32 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۳ ۱۶۵ منظور از شعاع دوران، فاصله ماهواره از مرکز کره زمین است.



از رابطه $v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}}$ برای تندی حرکت ماهواره داریم:

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{\sqrt{r_B}}{\sqrt{r_A}} = \sqrt{\frac{2R_e}{\lambda R_e}} = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$$

برای مقایسه اندازه شتاب مرکزگرای دو ماهواره خواهیم داشت:

$$a_c = \frac{v^2}{r} \Rightarrow \frac{a_{cA}}{a_{cB}} = \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 \times \frac{r_B}{r_A} = \left(\frac{1}{\sqrt{\lambda}}\right)^2 \times \frac{2R_e}{\lambda R_e} \Rightarrow \frac{a_{cA}}{a_{cB}} = \frac{1}{\lambda^2}$$

دقت کنید: جرم در اندازه شتاب مرکزگرا تأثیری ندارد.

۳ ۱۶۶ نوسانگر از انتهای مسیر شروع به حرکت کرده است و می‌دانیم

برای نوسانگر در نقطه تعادل، سرعت و انرژی جنبشی بیشینه و شتاب و نیرو صفر است، بنابراین برای این‌که برای دومین بار شتاب نوسانگر صفر شود، باید در نقطه تعادل در مسیر برگشت باشد.



$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{100}{0.25}}$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{T} = 20 \Rightarrow T = \frac{\pi}{10} \text{ s}$$

$$\Delta t = \frac{3T}{4} = \frac{3\pi}{40} \text{ s}$$

۱ ۱۶۷ ابتدا مقدار ω را به دست می‌آوریم:

$$x = A \cos(\omega t)$$

$$\Rightarrow x = 0.2 \cos(\omega t) \quad \frac{t = \frac{1}{12}}{x = -0.1 \text{ m}} \Rightarrow -0.1 = 0.2 \cos\left(\frac{1}{12}\omega\right)$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{1}{12}\omega\right) = -\frac{1}{2} = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{12}\omega = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \omega = 16\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

برای محاسبه اندازه شتاب خواهیم داشت:

$$\begin{cases} F_{net} = kx \\ F_{net} = ma \end{cases} \Rightarrow ma = kx \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow ma = m\omega^2 x$$

$$\Rightarrow a = \omega^2 x \Rightarrow a = 256\pi^2 \times \frac{10}{100} = 256 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



۱۷۷) ابتدا تغییر فاز حرکت (شناسه کسینوس) را تعیین می‌کنیم:

$$\Delta\Phi = \omega\Delta t \rightarrow \omega = 2\pi f \rightarrow \Delta\Phi = 2\pi f \times \Delta t = 2\pi \times 2 \times \frac{1}{120} = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

بیش‌ترین تندی مربوط به حالتی است که نوسانگر، بازه زمانی مورد نظر را به شکل مساوی در دو طرف نقطه تعادل طی کند.

$$\frac{l_{\max} = \Delta x_{\max}}{-x_1 \quad 0 \quad x_1}$$

$$x_1 = A \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0.12 \times \frac{1}{2} = 0.06 \text{ m}$$

$$l_{\max} = \Delta x_{\max} = 2x_1 = 0.12 \text{ m}$$

برای محاسبه تندی متوسط بیشینه خواهیم داشت:

$$s_{\text{av max}} = \frac{l_{\max}}{\Delta t} = \frac{0.12}{\frac{1}{120}} = 14.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱۷۸) ابتدا دوره تناوب آونگ را محاسبه می‌کنیم.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} = 2 \times \sqrt{10} \times \sqrt{\frac{1}{10}} = 2 \text{ s}$$

در هر نوسان، نوسانگر مسافتی معادل با ۴ دامنه را طی می‌کند.

$$24 \text{ cm} = 12A = 3(4A)$$

پس آونگ ۳ نوسان کامل انجام می‌دهد.

$$\Delta t = nT = 3 \times 2 = 6 \text{ s}$$

۱۷۹) ابتدا بسامد و دامنه نوسان نوسانگر را محاسبه می‌کنیم:

$$f = \frac{n}{t} = \frac{120}{60} = 2 \text{ Hz}$$

$$\text{طول پاره خط نوسانی} \Rightarrow 2A = 20 = 2A \Rightarrow A = 10 \text{ cm} = \frac{1}{10} \text{ m}$$

برای محاسبه انرژی مکانیکی خواهیم داشت:

$$E = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = 2\pi^2 m f^2 A^2$$

$$E = 2 \times 10^{-2} \times 4 \times 4 \times \frac{1}{100} = 3.2 \text{ J}$$

۱۸۰) بررسی سایر گزینه‌ها.

۱ و ۲) تندی همواره عددی نامنفی است.

۳) تندی لحظه‌ای در شروع حرکت نوسانگر صفر است.

۱۸۱) ابتدا شعاع کره زمین را به dm تبدیل می‌کنیم:

$$6400 \text{ km} \times \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{10 \text{ dm}}{1 \text{ m}} = 64 \times 10^2 \times 10^4 = 64 \times 10^6 \text{ dm}$$

حال مساحت کره زمین را محاسبه می‌کنیم:

$$A = 4\pi r^2 = 4 \times \pi \times (64 \times 10^6)^2 = 49152 \times 10^{14} \text{ dm}^2$$

$$= 49152 \times 10^{14} \text{ dm}^2 \rightarrow b \text{ dm}^2$$

بنابراین:

$$a + b = 49152 + 16 = 49168$$

۱۸۲) کمیت‌های اصلی، هفت مورد هستند: «طول، جرم، زمان، دما،

مقدار ماده، جریان الکتریکی، شدت روشنایی» و هر کمیتی غیر از این هفت

مورد، فرعی است.

۱۷۲) برآیند نیروهای وارد بر نوسانگر در لحظه‌های عبور از نقطه تعادل صفرشده و تغییر جهت می‌دهد. در این بازه زمانی، نوسانگر یک بار از

نقطه تعادل عبور کرده است، بنابراین جهت برآیند نیروهای وارد بر نوسانگر یک مرتبه تغییر کرده است.

۱۷۳) شرط رخ دادن تشدید، برابر بودن بسامد نوسان دو دستگاه

است.

$$f_{\text{آونگ}} = f_{\text{قتر}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L}} \Rightarrow \frac{k}{m} = \frac{g}{L} \Rightarrow \frac{12/5}{m} = \frac{10}{4} \Rightarrow m = 48 \text{ kg}$$

۱۷۴) به دلیل این‌که اصطکاک و اتلاف انرژی نداریم، انرژی مکانیکی

نوسانگر در طول مسیر حرکت نوسانگر پایسته است، بنابراین:

$$E = U + K \Rightarrow U = E - K \Rightarrow \frac{U}{K} = \frac{E - K}{K}$$

$$\frac{E = \frac{1}{2} m v_{\max}^2}{K = \frac{1}{2} m v^2} \Rightarrow \frac{U}{K} = \frac{\frac{1}{2} m v_{\max}^2 - \frac{1}{2} m v^2}{\frac{1}{2} m v^2} = \frac{v_{\max}^2 - v^2}{v^2}$$

$$\Rightarrow \frac{U}{K} = \frac{v_{\max}^2 - v^2}{v^2} \quad v = \frac{3}{4} v_{\max} \Rightarrow \frac{U}{K} = \frac{v_{\max}^2 - \frac{9}{16} v_{\max}^2}{\frac{9}{16} v_{\max}^2}$$

$$\Rightarrow \frac{U}{K} = \frac{v_{\max}^2 - \frac{9}{16} v_{\max}^2}{\frac{9}{16} v_{\max}^2} \Rightarrow \frac{U}{K} = \frac{7}{9} \Rightarrow U = \frac{7}{9} K \Rightarrow K = \frac{9}{7} U$$

۱۷۵) در لحظه $t = \frac{4}{15} \text{ s}$ نوسانگر برای دومین بار به مکان $-\frac{A}{4}$

رسیده است، بنابراین:

$$x = A \cos \Phi \Rightarrow -\frac{A}{4} = A \cos \Phi \Rightarrow \cos \Phi = -\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Phi = \frac{2\pi}{3} \text{ (rad)} \text{ غق} \\ \Phi = \frac{4\pi}{3} \text{ (rad)} \text{ قق} \end{cases}$$

در نتیجه در مدت زمان $\frac{4}{15} \text{ s}$ ثانیه متحرک از $\Phi = 0$ به $\Phi = \frac{4\pi}{3}$ رسیده

است، بنابراین بسامد زاویه‌ای نوسانگر به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\Delta\Phi = \omega \Delta t \Rightarrow \frac{4\pi}{3} = \omega \times \frac{4}{15} \Rightarrow \omega = 5\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$v_{\max} = A\omega \Rightarrow v_{\max} = 0.03 \times 5\pi = 0.15\pi \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱۷۶) برای محاسبه مدت زمان هر نوسان داریم:

$$v_{\max} = A\omega \Rightarrow 10 = 10^{-2} \omega \Rightarrow 1000\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 1000 = T = 2$$

$$\Rightarrow T = \frac{1}{500} \text{ s} = 0.002 \text{ s}$$

نوسانگر در هر نوسان، دو بار طول پاره خط نوسان، یعنی ۴ برابر دامنه را طی می‌کند.

$$d = 4A = 4 \times 1 = 4 \text{ cm}$$



حال می‌دانیم حجم مایع جابه‌جا شده برابر حجم جسم است، در نتیجه خواهیم داشت:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi r^3} \Rightarrow m = 800g$$

۳ ۱۸۹ در رابطه $A = BC^2 + DE$ یکای کمیت (A) باید برابر یکای BC^2 و DE باشد، بنابراین:

$$[BC^2] = m \Rightarrow [B] \times \frac{m^2}{s^2} = m \Rightarrow [B] = \frac{s^2}{m}$$

$$[DE] = m \Rightarrow s \times [E] = m \Rightarrow [E] = \frac{m}{s}$$

۲ ۱۹۰ در ابزار اندازه‌گیری دیجیتالی، دقت اندازه‌گیری و خطای اندازه‌گیری با یکدیگر برابر هستند. حال کمینه اندازه‌گیری در این نیروسنج برابر $0.1/100$ نیوتون است، بنابراین:

$$\text{خطا} = \pm 0.1N$$

حال گزارش اندازه‌گیری به صورت زیر است:

$$\text{گزارش اندازه‌گیری} = 32/85N \pm 0.1N$$

دقت کنید: در ابزارهای اندازه‌گیری دیجیتالی، دقت اندازه‌گیری برابر یک واحد از آخرین رقمی است که آن ابزار می‌خواند.

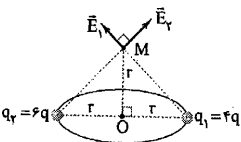
۳ ۱۹۱ ابتدا فاصله بارهای q_1 و q_2 را از نقطه M به کمک رابطه فیثاغورس به دست می‌آوریم:

$$d = \sqrt{r^2 + r^2} = \sqrt{2}r$$

بزرگی میدان الکتریکی حاصل از هر یک از بارهای q_1 و q_2 را در نقطه M به دست می‌آوریم:

$$E_1 = k \frac{|q_1|}{d^2} = k \frac{q}{2r^2} \Rightarrow E_1 = \frac{kq}{2r^2}$$

$$E_2 = k \frac{|q_2|}{d^2} = k \frac{q}{2r^2} \Rightarrow E_2 = \frac{kq}{2r^2}$$



$$E_T = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{\left(\frac{kq}{2r^2}\right)^2 + \left(\frac{kq}{2r^2}\right)^2} \Rightarrow E_T = \sqrt{2} \frac{kq}{2r^2}$$

از طرفی بزرگی میدان الکتریکی حاصل از بار q در مرکز دایره برابر است با:

$$E = k \frac{|q|}{r^2} = \frac{kq}{r^2}$$

بنابراین:

$$\frac{E_T}{E} = \sqrt{2}$$

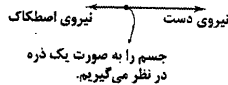
۱ ۱۹۲ با توجه به جدول، با مالش جسم A به جسم D، جسم A

دارای بار مثبت و جسم D دارای بار منفی می‌شود. یعنی الکترون از جسم A به جسم D انتقال یافته است.

$$q_D = -ne \Rightarrow -19/2 \times 10^{-12} \times 10^{-6} = -n \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 12$$

بنابراین ۱۲ الکترون از جسم A به جسم D انتقال یافته است.

۴ ۱۸۳ مدل فیزیکی پدیده مطرح شده به صورت زیر است:



همان‌طور که از شکل پیداست ما در این مدل پرکاربرد در مکانیک از حجم و ابعاد جسم صرف‌نظر می‌کنیم.

۴ ۱۸۴ ابتدا آهنگ خروج آب از شلنگ را برحسب $\frac{cm^3}{s}$ محاسبه می‌کنیم:

$$6000 \frac{lit}{min} \times \frac{1000 cm^3}{lit} \times \frac{1 min}{60 s} = 100 \frac{cm^3}{s}$$

حال مساحت سطح حوض را برحسب cm^2 می‌نویسیم:

$$(20 \times 22) m^2 = (20 \times 22) m^2 \times \frac{10^4 cm^2}{1 m^2} = 44 \times 10^4 cm^2$$

حال با تقسیم آهنگ تغییر حجم بر مساحت، آهنگ تغییر ارتفاع را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{100}{44 \times 10^4} = \frac{1 cm}{44 s}$$

۴ ۱۸۵ تفکر نقادانه و اندیشه‌ورزی فعال فیزیک‌دانان نسبت به پدیده‌هایی که با آن‌ها مواجه می‌شوند، بیش از همه در پیشبرد و تکامل علم فیزیک نقش ایفا کرده و می‌کند.

۲ ۱۸۶ هنگامی که ماده‌ای ذوب شده و جسم دیگری از آن ساخته می‌شود، حجم آن تغییری نمی‌کند، بنابراین حجم کره و حجم استوانه با یکدیگر برابر هستند.

$$V_{کره} = V_{استوانه} \Rightarrow \frac{4}{3}\pi R^3 = \pi R'^2 \times \frac{R'}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3}R^3 = \frac{R'^2}{2} \Rightarrow \frac{R'^2}{R^3} = \frac{8}{3} \Rightarrow \frac{R'}{R} = \sqrt{\frac{8}{3}}$$

۱ ۱۸۷ ابتدا فرض می‌کنیم، کره توپر است. پس ابتدا حجم کره توپر را به دست می‌آوریم:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times 10^3 = 4000 cm^3$$

حال حجم واقعی را مطابق رابطه چگالی محاسبه می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{100}{4000} \Rightarrow V = 50 cm^3$$

$$V_{حفره} = 4000 - 50 = 3950 cm^3$$

حجم حفره برابر حجم مایعی است که آن را پر کرده است.

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 1/2 = \frac{m}{3950} \Rightarrow m = 1/2 \times 3950 \Rightarrow m = 1975 g$$

۳ ۱۸۸ وقتی جسم را درون ظرف قرار می‌دهیم، ابتدا تمام ظرف از مایع پر شده و سپس مایع از آن بیرون می‌ریزد، بنابراین حجم جسم، برابر است با حجم مایع بالا آمده و حجم مایع بیرون ریخته شده از ظرف است.

$$V_{مایع بالا آمده} = 20 \times 10 = 200 cm^3, V_{مایع بیرون ریخته} = 200 - 20 = 180 cm^3$$

$$V_{مایع بیرون ریخته} = \frac{m}{\rho} = \frac{120}{0.6} = 200 cm^3$$

$$V_{مایع جابه‌جا شده} = 200 + 200 = 400 cm^3$$

۱۹۶ حالت اول: ابتدا فرض می‌کنیم، بار دو کره برابر $4\mu\text{C}$ است، بنابراین پس از تماس، بار هر کدام از کره‌ها $2\mu\text{C}$ خواهد بود، طبق قانون کولن داریم:

$$E_1 = \frac{k|q_1|}{r^2} = \frac{k|q|}{a^2}$$

$$E_2 = 2E_1 = 2 \frac{k|q|}{a^2} = \frac{k|q|}{\frac{a^2}{2}}$$

$$E_3 = 2E_1 = 2 \frac{k|q|}{a^2} = \frac{k|q|}{\frac{a^2}{2}}$$

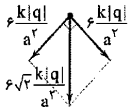
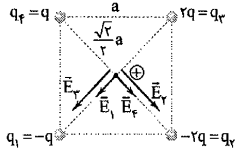
$$E_4 = E_1 = \frac{k|q|}{a^2} = \frac{k|q|}{\frac{a^2}{2}}$$

بنابراین:

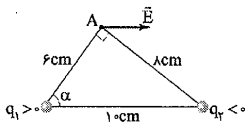
$$E_{1,2} = 2 \frac{k|q|}{a^2} + 2 \frac{k|q|}{a^2} = 4 \frac{k|q|}{a^2}$$

$$E_{2,3} = 4 \frac{k|q|}{a^2} + 2 \frac{k|q|}{a^2} = 6 \frac{k|q|}{a^2}$$

$$E_T = \sqrt{(E_{1,2})^2 + (E_{2,3})^2} = 6\sqrt{2} \frac{k|q|}{a^2}$$

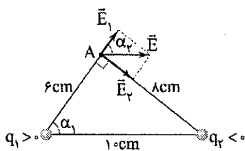


۱۹۷ با استفاده از رابطه فیثاغورس، طول ضلع دیگر مثلث 6cm است. حال بار آزمون مثبت را در نقطه A قرار می‌دهیم، بنابراین



نسبت $\frac{q_1}{q_2} < 1$ است.

بنابراین:



$$\alpha_1 = \alpha_2 \Rightarrow \tan \alpha_1 = \tan \alpha_2 \Rightarrow \frac{\lambda}{6} = \frac{E_2}{E_1} \Rightarrow \frac{\lambda}{6} = \frac{k|q_2|}{k|q_1|}$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda}{6} = \frac{36}{64} \times \frac{|q_2|}{|q_1|} \Rightarrow \frac{|q_2|}{|q_1|} = \frac{\lambda}{6} \times \frac{64}{36} \Rightarrow \frac{|q_2|}{|q_1|} = \frac{64}{27} \Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = -\frac{64}{27}$$

۱۹۸ بدون توجه به نوع بار، هرگاه بار الکتریکی در جهت خطوط

میدان حرکت کند، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد (ردگزینه‌های ۲ و ۴) بار منفی در جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شده است، بنابراین علامت کار میدان در این جابه‌جایی منفی است و چون بار با سرعت ثابت جابه‌جا شده است، تغییرات انرژی جنبشی بار، برابر صفر است، بنابراین:

$$\Delta K = 0 \Rightarrow W_E + W_{\text{خارجی}} = 0 \Rightarrow W_E = -W_{\text{خارجی}}$$

بنابراین علامت کار نیروی میدان و کار نیروی خارجی، قرینه یک‌دیگر هستند. در نتیجه گزینه (۳) صحیح است.

۱۹۴ حالت دوم: حال فرض می‌کنیم، بار دو کره برابر $4\mu\text{C}$ است، بنابراین پس از تماس، بار هر کدام از کره‌ها $2\mu\text{C}$ خواهد بود، طبق قانون کولن داریم:

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q'_1||q'_2|}{|q_1||q_2|} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{2 \times 2}{4 \times 4} = \frac{4}{16} \Rightarrow F' = \frac{1}{4}F$$

حالت سوم: اگر فرض کنیم بار دو کره $4\mu\text{C}$ و $6\mu\text{C}$ است، بنابراین بار هر کره پس از تماس نیز برابر با $4\mu\text{C}$ خواهد بود، بنابراین:

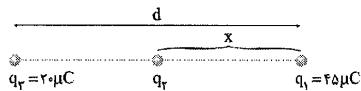
$$\frac{F'}{F} = \frac{|q'_1||q'_2|}{|q_1||q_2|} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{6 \times 6}{4 \times 4} = \frac{36}{16} \Rightarrow F' = \frac{9}{4}F$$

حالت سوم: اگر فرض کنیم بار دو کره $4\mu\text{C}$ و $6\mu\text{C}$ است، بنابراین بار هر کره پس از تماس نیز برابر با $4\mu\text{C}$ خواهد بود، بنابراین:

$$F' = F$$

با توجه به حالت‌های اول، دوم و سوم، گزینه (۴) صحیح است.

۱۹۴ فاصله بین دو بار q_1 و q_2 را d فرض می‌کنیم و در نتیجه فاصله‌ها را پارامتری محاسبه می‌کنیم.



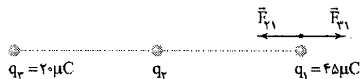
با توجه به این‌که برابری نیروهای وارد بر بار q_2 نیز صفر است:

$$F_{12} = F_{22} \Rightarrow k \frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2} = k \frac{|q_2||q_2|}{r_{22}^2} \Rightarrow \frac{4\Delta}{x^2} = \frac{20}{(d-x)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{x^2} = \frac{5}{(d-x)^2} \Rightarrow \frac{2}{x} = \frac{\sqrt{5}}{d-x} \Rightarrow 2(d-x) = \sqrt{5}x$$

$$\Rightarrow 2d - 2x = \sqrt{5}x \Rightarrow x = \frac{2d}{\sqrt{5} + 2}$$

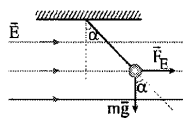
حال با بررسی شرایط تعادل بر روی بار q_1 می‌توان فهمید بار q_2 منفی است، بنابراین:



$$F_{11} = F_{21} \Rightarrow k \frac{|q_2||q_1|}{r_{11}^2} = k \frac{|q_2||q_1|}{r_{21}^2} \Rightarrow \frac{|q_2|}{x^2} = \frac{20}{d^2}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_2|}{x^2} = \frac{20}{d^2} \Rightarrow |q_2| = \frac{20}{d^2} \times x^2 \Rightarrow q_2 = -\frac{36}{5}\mu\text{C}$$

۱۹۵ رابطه کلی زاویه انحراف آونگ از خط عمود با اندازه میدان به شکل زیر است:



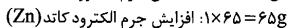
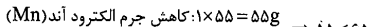
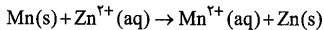
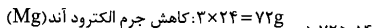
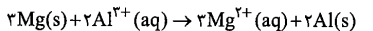
$$\tan \alpha = \frac{F_E}{mg} = \frac{E|q|}{mg}$$

برای مقایسه دو حالت خواهیم داشت:

$$\frac{\tan \alpha_2}{\tan \alpha_1} = \frac{E_2}{E_1} \Rightarrow \frac{\tan 45^\circ}{\tan 60^\circ} = \frac{E_2}{E_1} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



۲۰۵) واکنش کلی هر کدام از سلول‌ها و میزان تغییر جرم
الکترودهای آندی و کاتدی آن‌ها در زیر آمده است:



۲۰۶) عدد اکسایش اتم‌های C، H، Na و O در جوش شیرین به
ترتیب برابر با +۱، +۱، +۱، +۴ و -۲ است.

بررسی سایر گزینه‌ها.

(۱) عدد اکسایش اتم‌های اکسیژن در SrO_2 برابر با -۱ است.

(۲) عدد اکسایش اتم‌های هیدروژن در BaH_2 برابر با -۱ است.

(۳) عدد اکسایش یکی از اتم‌های اکسیژن در KO_2 برابر با -۱ است.

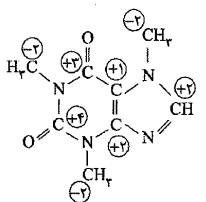
۲۰۷) در ترکیب داده شده عدد اکسایش اتم‌های O، H و N به
ترتیب برابر با +۱، -۲ و -۳ است.

فرمول ساختاری گسترده ترکیب

موردنظر $(C_8H_{10}N_4O_4)$ به صورت

مقابل است. عدد اکسایش اتم‌های کربن

نیز در آن نشان داده شده است:



بنابراین در بین ۷ عدد اکسایش مطرح شده در صورت سؤال، فقط عدد
اکسایش صفر در این ترکیب وجود ندارد.

۲۰۸) جابجایی اطراف الکتروند سمت چپ سلول، نشان دهنده
وجود گاز کلر است، گاز کلر در آند، از اکسایش یون‌های Cl^- تولید می‌شود. به
این ترتیب Y و X به ترتیب آند و کاتد سلول به شمار می‌آیند. از طرفی در
باتری (سلول گالوانی)، a و b به ترتیب آند (قطب منفی) و کاتد (قطب مثبت)
هستند. اکنون می‌توان نتیجه گرفت که جهت حرکت الکترون‌ها در مدار خارجی
از آند (یعنی همان Y) به سمت کاتد (یعنی همان X) است.

۲۰۹) عبارت‌های «ا» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) در سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن که با غشای مبادله‌کننده هیدرونیوم
کار می‌کند، یون‌های هیدروکسید (OH^-) حضور ندارند.

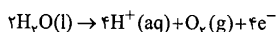
(پ) F، E و G به ترتیب آند با کاتالیزور، کاتد با کاتالیزور و غشای مبادله‌کننده
یون هیدرونیوم را نشان می‌هند.

۲۱۰) فقط عبارت «ب» نادرست است.

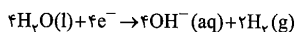
آب خالص رسانایی الکتریکی ناچیزی دارد، از این رو برای برقکافت آن باید اندکی
الکترولیت به آب افزود.

نیپواکنش‌های آندی و کاتدی مربوط به برقکافت آب به صورت زیر است:

نیپواکنش آندی (قطب مثبت):



نیپواکنش کاتدی (قطب منفی):



۱۹۹) ابتدا تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی بار را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta U_E = -E|q| \cos \theta = -10^2 \times 2 \times 10^{-6} \times 0.1 \times \cos 180^\circ$$

$$\Delta U_E = 2 \times 10^{-5} J$$

حال با استفاده از رابطه $\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q}$ تغییرات پتانسیل الکتریکی را محاسبه
می‌کنیم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} = \frac{2 \times 10^{-5}}{-2 \times 10^{-6}} = -10 V$$

$$\Delta V = V_B - V_A \Rightarrow -10 = V_B - 100 \Rightarrow V_B = 90 V$$

۲۰۰) با توجه به اصل پاستگی بار الکتریکی، حتماً باید مجموع بارها
در ابتدا و در انتها یعنی هنگام باز بودن کلید و بسته بودن کلید با یک‌دیگر
برابر باشند:

$$q'_A + q'_B = q_A + q_B \Rightarrow q'_A + q'_B = 4 \mu C$$

تنها این مطلب در گزینه (۴) صدق می‌کند.

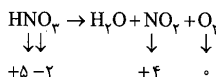
شیمی

۲۰۱) بررسی عبارت‌های نادرست:

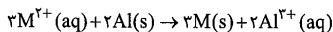
(ب) کاتیون‌های مس (Cu^{2+}) هیچ تمایلی ندارند که به سمت نیم‌سلول آندی
(روی) حرکت کنند.

(پ) در قطب مثبت (کاتد) سلول گالوانی، یون‌های فلزی کاهش می‌یابند.

۲۰۲) فقط واکنش (پ) از نوع اکسایش - کاهش است. عدد اکسایش
O و N در این واکنش تغییر کرده است:



۲۰۳) معادله موازنه شده واکنش کلی سلول «Al - M» به صورت
زیر است:



در سلول گالوانی استاندارد، غلظت اولیه هر کدام از الکترولیت‌ها $1 \text{ mol} \cdot L^{-1}$
است. از طرفی در سلول مورد نظر، فلزهای Al و M به ترتیب نقش آند و
کاتد را دارند.

$$\frac{\text{لیتر محلول } \times \text{ مولاریته } Al^{3+}}{\text{جرم مولی } \times \text{ ضریب}} = \frac{\text{جرم } M \text{ (کاتد)}}{\text{ضریب}}$$

$$\Rightarrow \frac{53/766 \text{ gM}}{2 \times x} = \frac{(1 \frac{A}{V}) \times (1 \text{ mol} \cdot L^{-1}) Al^{3+} \times 0.4 L}{2}$$

$$\Rightarrow x = 112 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

۲۰۴) فقط عبارت «آ» درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) پسماندهای الکترونیکی به دلیل داشتن مواد شیمیایی گوناگون، سمی
هستند.

(پ) دفن کردن پسماندهای الکترونیکی، همانند رها کردن آن‌ها در طبیعت،
محیط زیست را آلوده می‌کند.

(ت) سال‌هاست که مواد و فلزهای ارزشمند و گران قیمت موجود در پسماندهای
الکترونیکی، بازیافت می‌شوند.



بررسی عبارت‌های نادرست:

آ) از آن‌جا که نیم‌عمر ^{99}TC کم است، بسته به نیاز آن را با یک مولد هسته‌ای تولید و سپس مصرف می‌کنند.

ت) یون یدید با یونی که حاوی ^{99}TC است، اندازه مشابهی دارد.

۴ ۲۲۰) بررسی عبارت‌های نادرست:

آ) با تعریف amu، شیمی‌دان‌ها موفق شدند جرم اتمی عناصرها و هم‌چنین جرم ذره‌های زیراتمی را اندازه‌گیری کنند.

ب) طول موج نور حاصل از شعله فلز سدیم (رنگ زرد)، کم‌تر از طول موج نور حاصل از شعله فلز لیتیم (رنگ سرخ) است.

۲ ۲۲۱) کنترل تلویزیون‌ها با پرتوهای فرسوخ کار می‌کند که انرژی این پرتوها در مقایسه با ریزموج‌ها بیش‌تر و طول موج آن‌ها بیش‌تر از 700nm است.

۳ ۲۲۲) مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$\text{M}^{2+} \begin{cases} p=3^{\circ} \\ n-e=7 \Rightarrow n=25 \quad e=28 \quad [{}_{25}^{65}\text{M}^{2+}] \\ p-e=2 \end{cases}$$

از آن‌جا که جرم الکترون‌ها در حدود $\frac{1}{1836}$ جرم هر کدام از ذره‌های پروتون و نوترون است، می‌توان نوشت:

$$\frac{\text{جرم الکترون‌ها}}{\text{جرم یون}} = \frac{28 \times \frac{1}{1836}}{25} = \frac{14}{65000}$$

۴ ۲۲۳) حجم استوانه برابر است با:

$$V = \pi r^2 h = \pi (2\text{cm})^2 (1\text{cm}) = 4\pi \text{cm}^3 \approx 12.57 \text{cm}^3$$

$$V_{\text{H}_2\text{O}} = V_{\text{C}_6\text{H}_{14}} = \frac{96}{14} = 6.86 \text{mL}$$

$$? \text{molH}_{[\text{H}_2\text{O}]} = 6.86 \text{mL} \times \frac{1 \text{molH}_2\text{O}}{18 \text{g}} \times \frac{2 \text{molH}}{1 \text{molH}_2\text{O}} = 0.76 \text{molH}$$

$$? \text{molH}_{[\text{C}_6\text{H}_{14}]} = 6.86 \text{mL} \times \frac{0.64 \text{g}}{1 \text{mL}} \times \frac{1 \text{molC}_6\text{H}_{14}}{98 \text{g}} \times \frac{14 \text{molH}}{1 \text{molC}_6\text{H}_{14}} = 0.47 \text{molH}$$

$$\text{مجموع شمار مول‌های هیدروژن} = 0.76 + 0.47 = 1.23 \text{molH}$$

$$\text{مجموع شمار اتم‌های هیدروژن} = 1.23 \text{molH} \times 6.022 \times 10^{23} = 7.4 \times 10^{23} \text{atomH}$$

۳ ۲۲۴) نخست جرم اتمی میانگین عنصرهای M و X را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{M} = 10 \times \left(\frac{6}{100}\right) + 10 \times \left(\frac{4}{100}\right) = 10.4 \text{amu}$$

$$\bar{X} = 16 \times \left(\frac{9}{100}\right) + 17 \times \left(\frac{1}{100}\right) = 16.1 \text{amu}$$

به این ترتیب جرم مولکولی ترکیب M_pX برابر خواهد بود با:

$$2(10.4/16) + 16/16 = 2.31 \text{amu}$$

۳ ۲۲۵) عبارت‌های «آ» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) ایزوتوپ مورد نظر همان ^2H است که نیم‌عمر آن بیش‌تر از ۱۰ سال است. ب) شمار نوترون‌ها تأثیری بر روی واکنش‌پذیری ایزوتوپ‌های یک عنصر ندارد.

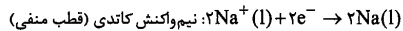
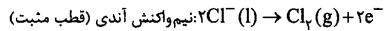
۳ ۲۱۱) هنگامی‌که به سلول‌های الکترولیتی، ولتاژ معینی اعمال شود، یون‌ها به سوی الکترود با بار ناهم‌نام حرکت می‌کنند.

۴ ۲۱۲) عبارت‌های «آ» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) برق‌کافت سدیم کلرید مذاب، منجر به تولید فلز سدیم می‌شود. در کل این فرایند و در سلول الکترولیتی مورد نظر، مولکول‌های آب حضور ندارند.

پ) معادله نیم‌واکنش‌های انجام‌شده در سلول الکترولیتی که طی آن فلز سدیم تولید می‌شود به صورت زیر است:



$$\frac{\text{جرم ماده در قطب مثبت}}{\text{جرم ماده در قطب منفی}} = \frac{1 \text{molCl}_2}{2 \text{molNa}} = \frac{71 \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}}{2(23 \text{g} \cdot \text{mol}^{-1})} = 1.54$$

۱ ۲۱۳) بررسی عبارت‌های نادرست:

پ) مراحل تهیه فلز منیزیم از آب دریا، شامل چند واکنش شیمیایی است که فقط مورد آخر (برق‌کافت) از نوع اکسایش-کاهش است.

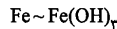
ت) فرآورده کاتدی سلول الکترولیتی موجود در این فرایند (منیزیم مذاب) در مقایسه با الکترولیت مذاب (منیزیم کلرید)، چگالی کم‌تری دارد.

۳ ۲۱۴) • تفاوت emf واکنش خوردگی آهن در محیط خنثی با

محیط $\text{pH} = 0$ برابر با تفاوت E° نیم‌واکنش‌های (a) و (b) که معادل $0.82\text{V} - 0.40\text{V} = 0.42\text{V}$ است، می‌باشد.

• فلزهای نجیبی مانند طلا و پلاتین حتی در محیط‌های اسیدی اکسایش نمی‌یابند.

۳ ۲۱۵) فرآورده نهایی خوردگی آهن، $\text{Fe}(\text{OH})_3$ است.



$$\begin{bmatrix} 56 & 107 \\ 89.6 \times \frac{2}{100} & x \end{bmatrix} \Rightarrow x = 24/24 \text{Fe}(\text{OH})_3$$

(جرم آهن خورده‌شده) - (جرم رسوب) = افزایش جرم جسم آهنی

$$= (24/24) - \left(89.6 \times \frac{2}{100}\right) = 16/92 \text{g}$$

۲ ۲۱۶) آهن و منیزیم فراوان‌ترین عنصرهای فلزی سازنده سیاره زمین هستند.

۴ ۲۱۷) اغلب هسته‌هایی که نسبت شمار نوترون‌ها به پروتون‌های آن‌ها برابر یا بیش از ۱/۵ باشد، ناپایدارند و با گذشت زمان متلاشی می‌شوند:

$$\frac{N}{Z} \geq \frac{3}{2} \quad \text{یا} \quad \frac{A-Z}{Z} \geq \frac{3}{2}$$

۳ ۲۱۸) عنصرهای A، X و M به ترتیب همان عنصرهای He، H و

Li هستند که شمار خطوط موجود در طیف نشری خطی اتم‌های آن‌ها به ترتیب برابر با ۴، ۹ و ۶ خط است.

۳ ۲۱۹) نخستین عنصر ساخت بشر، ^{23}TC است که عبارت‌های

«ب» و «پ» درباره آن درست هستند.



(ناخالص) $x = ۳۶/۲۵g MnO_۲ \Rightarrow$

جرم ناخالصی‌ها $= ۳۶/۲۵ \times \frac{۴۰}{۱۰۰} = ۱۴/۵g$

۱ ۲۳۱ بررسی عبارت‌هاک نادرست:

پ) فلزهای مس و پلاتین واکنش‌پذیری کمی دارند و در نتیجه این فلزها در حالت عنصری، پایدارتر از ترکیب‌های آن‌ها هستند.

ت) در تولید لامپ چراغ‌های جلوی خودروها، از هالوزن‌ها استفاده می‌شود. در گروه هالوزن‌ها از بالا به پایین، نیروی جاذبه بین مولکولی، قوی‌تر و واکنش‌پذیری عناصر کم می‌شود.

۴ ۲۳۲ آرایش الکترونی اتم هر کدام از عنصرهای جدول دوره‌ای، به یکی از دو زیرلایه s و p ختم می‌شود.

۳ ۲۳۳ روش گیاه پالایی برای استخراج فلزهای روی و نیکل مقرون به صرفه نیست.

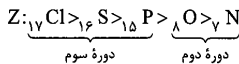
۲ ۲۳۴ به‌جز عبارت «ب»، سایر عبارت‌ها در مورد فلزهای قلیایی درست هستند.

فلز قلیایی لیتیم (Li) با تشکیل کاتیون Li^+ به آرایش دوتایی He می‌رسد.

۱ ۲۳۵ بررسی عبارت‌هاک نادرست:

ب) از واکنش آهن با هیدروکلریک اسید، گاز هیدروژن تولید می‌شود.
ت) جلای نقره‌ای فلز سدیم در مجاورت هوا به سرعت از بین می‌رود و سطح آن کدر می‌شود.

رتیب عدد اتمی عنصرهای داده‌شده به صورت زیر است:

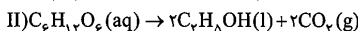
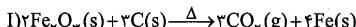


• در یک دوره از چپ به راست، واکنش‌پذیری عناصر نافلزی افزایش و گروه‌های نافلزی از بالا به پایین، واکنش‌پذیری این عناصر، کاهش می‌یابد.

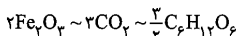
• در یک دوره از چپ به راست، شعاع اتمی عناصر، کاهش و در یک گروه از بالا به پایین، شعاع اتمی، افزایش می‌یابد.

۴ ۲۳۷ اتم هر کدام از عنصرهای گروه ۱۴ جدول دوره‌ای دارای حداقل سه زیرلایه دو الکترونی هستند و تمامی این عناصر در دما و فشار اتاق به حالت جامدند.

۴ ۲۳۸ معادله موازنه شده واکنش‌های مورد نظر به صورت زیر است:



اگر ضرایب واکنش (II) را در عدد $\frac{۳}{۲}$ ضرب کنیم، ضریب ماده مشترک دو واکنش ($CO_۲$) یکسان شده و در این صورت می‌توان از تناسب زیر استفاده کرد:

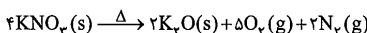


$$\frac{Fe_۲O_۳ \times \text{جرم مولی} \times \frac{R_۲}{۱۰۰}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{C_۶H_{1۲}O_۶ \times \text{جرم مولی} \times \frac{R_۱}{۱۰۰}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}$$

$$\Rightarrow \frac{۱۵۰g Fe_۲O_۳ \times \frac{P}{۱۰۰} \times \frac{R_۱}{۱۰۰}}{۲ \times ۱۶۰} = \frac{۱۲۰g C_۶H_{1۲}O_۶ \times \frac{۷۵}{۱۰۰} \times \frac{R_۱}{۱۰۰}}{\frac{۳}{۲} \times ۱۸۰}$$

$$\Rightarrow \%P = \%۷۱/۱$$

۳ ۲۳۹ مطابق داده‌های سؤال، معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



ابتدا از روی چگالی اکسیژن، حجم مولی گازها را در شرایط واکنش به دست می‌آوریم:

$$\frac{۳۲g \cdot mol^{-1}}{v} = ۰/۵g \cdot L^{-1} \Rightarrow \text{جرم مولی} = \text{چگالی گاز} \times \text{حجم مولی}$$

$$\Rightarrow v = ۶۴L \cdot mol^{-1}$$

$$\frac{۳۰/۳g KNO_۳ \times \frac{۸۰}{۱۰۰}}{۴ \times ۱۰۱} = \frac{\text{لیتر گازها}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{۳۰/۳g KNO_۳ \times \frac{۸۰}{۱۰۰}}{۴ \times ۱۰۱} = \frac{x L gas}{(۲+۵) \times ۶۴}$$

$$\Rightarrow x = ۲۶/۸۸L gas$$

۱ ۲۳۰ مطابق داده‌های سؤال، معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



$$\frac{MnO_۲ \times \text{جرم مولی} \times \frac{P}{۱۰۰}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{لیتر گاز کلر (STP)}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}$$

$$\Rightarrow \frac{xg MnO_۲ \times \frac{۶۰}{۱۰۰}}{۱ \times ۸۷} = \frac{۵/۶L Cl_۲}{۱ \times ۲۲/۴}$$