

دفترچه شماره ۲

آزمون شماره ۱۵

جمعه ۹۷/۱۱/۵



آزمون‌های سراسر گاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۹۸-۱۳۹۷

پاسخ‌های تشریحی

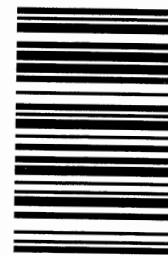
پایه دهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۱۱۰	مدت پاسخگویی: ۱۲۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
			از	تا	
۱	فارسی ۱	۱۰	۱	۱۰	۱۰ دقیقه
۲	عربی، زبان قرآن ۱	۱۰	۱۱	۲۰	۱۰ دقیقه
۳	دین و زندگی ۱	۱۰	۲۱	۳۰	۱۰ دقیقه
۴	زبان انگلیسی ۱	۱۰	۳۱	۴۰	۱۰ دقیقه
۵	ریاضی ۱	۲۰	۴۱	۶۰	۴۰ دقیقه
	هندسه ۱	۱۰	۶۱	۷۰	
۶	فیزیک ۱	۲۰	۷۱	۹۰	۲۵ دقیقه
۷	شیمی ۱	۲۰	۹۱	۱۱۰	۲۰ دقیقه

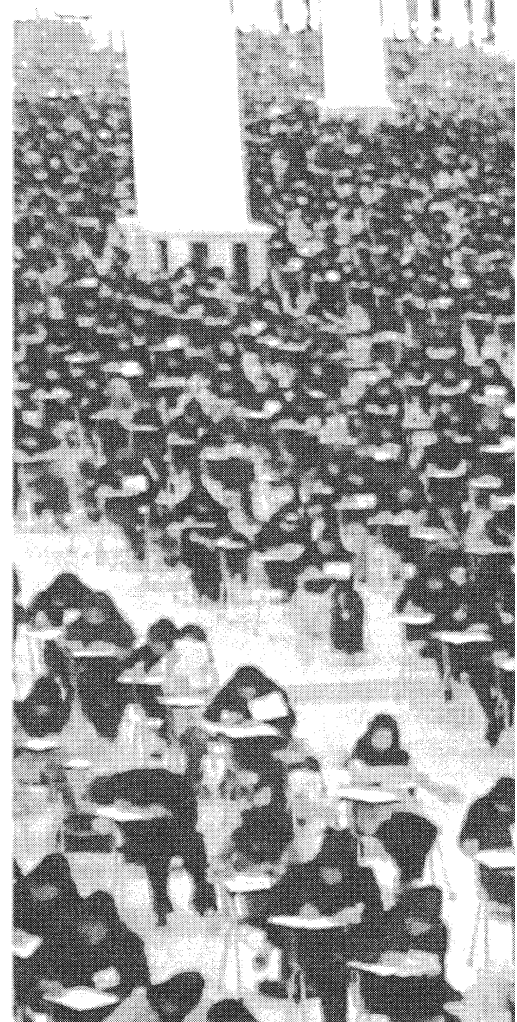


برای اطلاع از نتایج آزمون و زمان دقیق اعلام آن در کانال تلگرام گاج عضو شوید. @Gaj_ir



آزمون‌های سراسر گاج

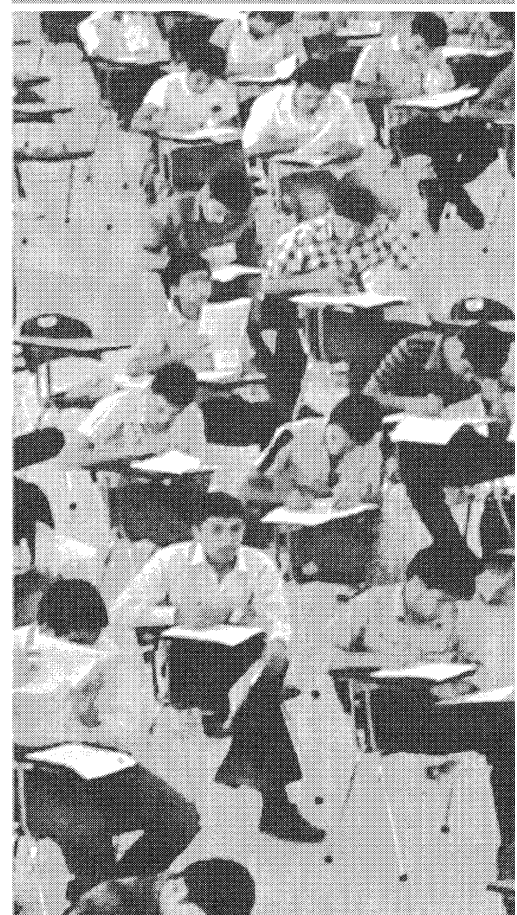
دروس	طراحان	ویراستاران علمی
فارسی	امیرنجات شجاعی - مهدی نظری	ابوالفضل مزرعتی - اسماعیل محمدزاده مسیح گرجی - مریم نوری‌نیا
زبان عربی	راضیه یادگاری	حسام حاج مؤمن - شاهو مرادیان سید مهدی میرفتحی - منیژه خسروی
دین و زندگی	محمد رضا عابدی شاهرودی	بهاره سلیمی
زبان انگلیسی	امید یعقوبی فرد	پریسا فیلو
ریاضیات	ریاضی ۱	ندا فرهختی - سبحان سیف‌الهی راد امید حیدری - بهروز درزاده
	هندسه ۱	ندا فرهختی
فیزیک	علی امانت	محمدحسین جوان وحید فتاحی - مروارید شاه‌حسینی
شیمی	مریم تمدنی	ایمان زارعی - امین بابازاده رضیه قربانی - امیرشهریار قربانیان



دفتر مرکزی تهران، خیابان انقلاب، بین
چهارراه ولیعصر (عج) و
خیابان فلسطین، شماره ۹۱۹

اطلاع‌رسانی و ثبت نام ۰۲۱-۶۴۲۰

نشانی اینترنتی www.gaj.ir



آماده‌سازی آزمون

مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعتی

بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری

برنامه‌ریزی و هماهنگی: مریم جمشیدی عینی - مینا نظری

ویراستاران فنی: بهاره سلیمی - ساناز فلاحی - آمنه قلی‌زاده - مروارید شاه‌حسینی - مریم پارسائیان

مدیر فنی: مهرداد شمسی

سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی

طراح شکل: فاطمه میناسرشت

حروف‌نگاران: پگاه روزبهانی - زهرا نظری‌زاد - سارا محمودنسب - نرگس اسودی - فرهاد عبدی

امور چاپ: عباس جعفری

حقوق دانش‌آموزان در آزمون‌های سراسری گاج

داوطلب گرامی؛ با سلام در اینجا شما را با بخشی از حقوق خود در آزمون‌های سراسری گاج آشنا می‌نمایم:

- ۱- اطلاعات شناسنامه‌ای و آموزشی شما مانند نام، نام خانوادگی، جنسیت و گروه آزمایشی بایستی به صورت صحیح در بالای پاسخ‌برگ درج شده باشد.
- ۲- آزمون‌های سراسری گاج باید راس ساعت اعلام شده در دفترچه، شروع و خاتمه یابد.
- ۳- محل برگزاری آزمون باید از لحاظ سرمایش و گرمایش، نور کافی، نظافت و سایر موارد در حد مطلوب و استاندارد باشد.
- ۴- سؤالات آزمون‌های سراسری گاج بایستی نزدیک‌ترین سؤالات به کنکور سراسری باشد و عاری از هرگونه اشکال علمی و تایپی باشد.
- ۵- در هنگام برگزاری آزمون باید تغذیه رایگان دریافت نمایید.
- ۶- بعد از هر آزمون و به هنگام خروج از جلسه آزمون بایستی پاسخ‌نامه‌ی تشریحی هر آزمون را دریافت نمایید.
- ۷- کارنامه‌ی هر آزمون بایستی در همان روز آزمون به روش‌های ذیل تحویل شما گردد:
 - مراجعه به سایت گاج به نشانی www.gaj.ir
 - مراجعه به نمایندگی.
- ۸- خدمات مشاوره‌ای رایگانی که در طی ۱ مرحله آزمون (ویژه داوطلبان آزاد) ارائه می‌گردد شامل:
 - برگزاری جلسه مشاوره حضوری به صورت انفرادی حداقل یکبار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.
 - تماس تلفنی حداقل ۲ بار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.
 - تماس تلفنی با اولیا حداقل یکبار در هر فاز [آزمون‌های سراسری گاج در چهار فاز تابستانه، ترم اول، ترم دوم و جامع برگزار می‌گردد].
 - بررسی کارنامه آزمون توسط رابط تحصیلی در هر آزمون.

چنانچه در هر یک از موارد فوق کمبود و یا نقصی مشاهده نمودید لطفاً بلافاصله با تلفن ۰۲۱-۶۴۲۰+ تماس حاصل نموده و مراتب را اطلاع دهید.



در گاج، بهترین صدا،

صدای دانش‌آموز است.



فارسی

۱ ۳ معنی درست واژه‌ها: خیره: سرگشته، حیران، فرومانده، لجوج، بیهوده / ورطه: مهلکه، زمین پست، هلاکت / هنگامه: غوغا، دادوفریاد، شلوغی، جمعیت مردم / تیمار: غم، حمایت و نگاهداشت، توجه؛ تیمار داشتن: غم‌خواری و محافظت از کسی که بیمار باشد یا به بلا و رنجی گرفتار شده باشد؛ پرستاری و خدمت کردن

۲ ۳ معنی درست واژه‌ها: زقعه: نامه / بیغوله: کنج، گوشه‌ای دور از مردم / کایدان: جمع کاید، حيله‌گران / لثیمی: پستی، فرومایگی / حضيض: جای پست در زمین یا پایین کوه، فرود / وقب: هر فرورفتگی اندام چون گودی چشم / مولع: شیفته، بسیار مشتاق، آزمند

۳ ۴ محض: خالص، ناب

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) هنوزت ناز گرد چشم خواب‌آلود می‌گردد: هنوز ناز گرد چشم خواب‌آلودت می‌گردد.
۲) ای که روز و شب همی خوانم: ای که روز و شب تو را همی خوانم.
۴) افتادت سر و کار: سر و کارت افتاد

۵ ۳ تضاد (بیت «د»): آتش ≠ آب

جناس (بیت «ه»): مست و دست

تشخیص (بیت «ب»): جان‌بخشی به رخ، زلف، لب، چشم و همین‌طور به روز، شب، شهید، سم

حسن تعلیل (بیت «ج»): شاعر دلیل پنهان شدن ماه را در پشت ابر، شرمندگی‌اش از دیدن تیغ شاه و کمان ابروی معشوق می‌داند.

۶ ۱ مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه‌ی (۱): توصیف‌ناپذیری خداوند

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) تنها سخن ارزشمند، سخن گفتن از معشوق است.

۳) پرداختن به توصیف و ستایش ممدوح

۴) ستایش زیبایی‌های معشوق و گله از خلق‌وخوی دگرگون او

۷ ۳ مفهوم گزینه‌ی (۳): توصیه به خوش‌باشی / ستایش ممدوح

مفهوم مشترک بیت سؤال و سایر گزینه‌ها: ناپایداری دنیا

۸ ۲ مفهوم مشترک عبارت سؤال و گزینه‌ی (۲): ناپایداری دنیا

مفهوم سایر گزینه‌ها:

۱) پیامبران در پی امور آخرت و افراد نادان در پی دنیا هستند.

۳) بی‌خبری ظاهر از باطن

۴) بی‌سروسامانی عاشقان / تقابل عشق و عقل

۹ ۴ مفهوم مشترک عبارت سؤال و گزینه‌ی (۴): توصیه به حق‌شناسی

مفهوم سایر گزینه‌ها:

۱) تنها صاحب‌دلان از عهده‌ی شناخت خداوند برمی‌آیند. / خدانشناسی نشانه‌ی غفلت است.

۲) عنایت خداوند موجب کمال است.

۳) عدم امکان شناخت راز پروردگار / تنها خداوند از حقیقت خود آگاه است.

۱۰ ۴ مفهوم گزینه‌ی (۴): ستایش ظاهر و باطن ممدوح

مفهوم مشترک عبارت سؤال و سایر گزینه‌ها: ترجیح باطن بر ظاهر

زبان عربی

■ درست‌ترین و دقیق‌ترین جواب را در ترجمه یا مفهوم یا واژگان مشخص کن (۱۶ - ۱۱):

۱۱ ۱ اُرسِلوا: بفرستید؛ فعل امر است. [رد گزینه‌های (۲) و (۳)]

لِدَعْوَتِهِمْ اِی دَعْوَتُهُمْ؛ ضمیر «هم» باید ترجمه شود. [رد گزینه‌های (۲) و (۴)]

۱۲ ۳ اِعْتَصَمَ: چنگ زد؛ فعل ماضی است. [رد سایر گزینه‌ها]

یَنْابِيعُ: چشمه‌ها؛ جمع است و مفرد آن «یَنْبوع» است. [رد گزینه (۴)]

۱۳ ۴ طَعَامُ الْوَاحِدِ: غذای یک نفر؛ دقت کنید ترکیب اضافی است، نه

وصفی، پس نمی‌تواند به صورت «یک غذا» ترجمه شود؛ در واقع «طعام الشخص الواحد» بوده است. [رد گزینه‌های (۱) و (۲)]

يَكْفِي: کافی است، کافی می‌شود؛ فعل مضارع مثبت است. [رد گزینه‌های (۲) و (۳)]

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) عَقَائِدُ: باورها / لَا أُسْبُ: دشنام نمی‌دهم

ترجمه: همانا من دوستی صمیمی هستم و به عقاید (باورهای) دوستم دشنام نمی‌دهم.

۲) يَنْمُو: رشد می‌کند / يَصْبِرُ: می‌شود

ترجمه: کودک رشد می‌کند و جوانی دانا می‌شود.

۳) اِحْتَفَلَ: جشن گرفت / مَفْرُوشَةٌ: پوشیده، فرش شده

ترجمه: روزی را جشن گرفت که زمین پوشیده از ماهی‌ها می‌شد.

۱۵ ۳ ترجمه آیه شریفه: (بدی را) به روشی که نیکوتر است، دور کن.

مفهوم: همه گزینه‌ها به‌جز گزینه (۳) به این مطالب اشاره دارند که جواب بدی را با خوبی باید داد.

۱۶ ۴ در این گزینه هیچ کلمه مترادفی وجود ندارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) حَاوِلٌ = اِجْتَهَد (تلاش کن)

۲) تَحَيَّرْنَا = تَعَجَّبْنَا (شگفت‌زده شدیم)

۳) الْعُدَاوَةُ = الدَّشْمَنُ (دشمنی)

■ گزینه مناسب را در پاسخ به سؤالات زیر مشخص کن (۲۰ - ۱۷):

۱۷ ۱ «تَعَاوَنَ» فعل ماضی از باب «تفاعُل» است.

ترجمه: هم‌شاگردی‌ها قبل از آموختن درس‌ها یک‌دیگر را شناختند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) تَخْتَلَفَ: فعل مضارع از باب «افتعال»

۳) تَتَعَرَّفُ: فعل مضارع از باب «تفعَّل» / تتساقط: فعل مضارع از باب «تفاعُل»

۴) يَنْزِلُ: فعل مضارع

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) الثامنة و النصف

۲) السابعة و خمسون دقيقة / الثامنة إلا عشر دقائق

۴) الحادية عشرة و عشرون دقيقة

۱۹ ۲ «تَقَدَّمَ» از باب «تفعَّل» دارای دو حرف زائد است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) يُشَارِكُونَ (از باب «مفاعلة»): دارای یک حرف زائد

۳) تَقَدَّمَ (فعل مضارع از باب «تفعَّل»): دارای یک حرف زائد

۴) أَجْلَسُوا (فعل امر از باب «إفعال»): دارای یک حرف زائد

۲۰ ۳ ترجمه گزینه‌ها:

$$۱) 25 \times 3 = 75$$

$$۲) 34 + 59 = 93$$

$$۳) 67 - 49 = 18$$

$$۴) 76 \div 2 = 38$$



دین و زندگی

۲۱ ۲ در صفحه‌ی ۱۵ کتاب درسی آمده است که انسان نیز مانند موجودات دیگر، از این قاعده‌ی کلی جدا نیست و قطعاً هدفی از آفرینش او وجود داشته است (هدفمندی آفرینش) و گام نهادن او در این دنیا، فرصتی است که برای رسیدن به آن هدف به او داده شده است.

۲۲ ۴ در صفحه‌ی ۲۹ کتاب درسی آمده است که خداوند ما را صاحب اراده و اختیار آفرید و مسئول سرنوشت خویش قرار داد. سپس راه رستگاری و راه شقاوت را به ما نشان داد تا با استفاده از سرمایه‌ی عقل، راه رستگاری را برگزینیم و از شقاوت دوری کنیم و سپس در ترجمه‌ی آیه‌ی ۳ سوره‌ی انسان آمده است که «ما راه را به او نشان دادیم یا سپاسگزار خواهد بود و یا ناسپاس».

۲۳ ۳ در صفحه‌ی ۴۲ کتاب درسی و در ترجمه‌ی آیه‌ی ۶۴ سوره‌ی عنکبوت آمده است که «این زندگی دنیا، جز سرگرمی و بازی نیست». حدیث شریفه‌ی «من مرگ را جز سعادت و زندگی با ظالمان را جز ننگ و خواری نمی‌بینم» مربوط به آیه‌ی ۶۹ سوره‌ی مائده است. احادیث آمده در سایر گزینه‌ها با آیه‌ی صورت سؤال ارتباط معنایی دارند.

۲۴ ۱ در صفحه‌های ۵۶ و ۵۷ کتاب درسی و در بحث معاد لازمه‌ی حکمت الهی، آیه‌ی ۱۱۵ سوره‌ی مؤمنون آورده شده است که نشان‌دهنده‌ی حکمت الهی است.

۲۵ ۳ در صفحه‌ی ۶۶ کتاب درسی آمده است که رسول خدا (ص) به بزرگان لشکر کفار و کشته‌شدگان جنگ بدر گفت: «آن چه پروردگاران به ما وعده داده بود حق یافتیم، آیا شما نیز آن چه پروردگارتان وعده داده بود، حق یافتید؟»

۲۶ ۲ در صفحه‌ی ۷۷ کتاب درسی آمده است که رسول خدا (ص) نیز شاهد و ناظر بر همه‌ی پیامبران و امت‌هاست و عبارت «یعلمون ما تفعلون» می‌داند آن چه را که انجام می‌دهید» اشاره به فرشتگان الهی از شاهدان قیامت دارد که مربوط به مرحله‌ی دوم قیامت است.

۲۷ ۳ در صفحه‌ی ۷۷ کتاب درسی و در ترجمه‌ی آیات ۱۰ تا ۱۲ سوره‌ی انفطار آمده است که «بی‌گمان برای شما نگهبانانی هستند که منظور فرشتگان است» و این آیه مربوط به حضور شاهدان و گواهان در مرحله‌ی دوم قیامت است.

۲۸ ۴ در صفحه‌ی ۷۷ کتاب درسی و در ترجمه‌ی آیه‌ی ۶۵ سوره‌ی یس آمده است که «امروز بر دهانشان مهر می‌نهم، و دست‌هایشان با ما سخن می‌گوید و پاهایشان شهادت می‌دهد درباره‌ی آن چه انجام داده‌اند».

۲۹ ۴ در صفحه‌ی ۷۵ کتاب درسی آمده است که بار دیگر بانگ سهمناکی در عالم می‌پیچد و حیات مجدد انسان‌ها آغاز می‌شود که این واقعه مربوط به زنده شدن همه‌ی انسان‌ها در مرحله‌ی دوم قیامت است، هم‌چنین آیه‌ی شریفه‌ی «يَوْمَ تَرْجُفُ الْأَرْضُ وَالْجِبَالُ وَكَانَتِ الْجِبَالُ كَثِيبًا مَّهِيلًا» در آن روز که زمین و کوه‌ها سخت به لرزه درآیند... مربوط به واقعه‌ی تغییر در ساختار زمین و آسمان‌ها در مرحله‌ی اول قیامت است.

۳۰ ۳ در صفحه‌ی ۷۶ کتاب درسی و در انتهای بحث دادن نامه‌ی اعمال از وقایع قیامت، آمده است با دیدن نامه‌ی اعمال، برخی بدکاران به انکار اعمال ناشایست خود روی می‌آورند تا جایی که برای نجات خود از مهلکه به دروغ سوگند می‌خورند که چنین اعمالی انجام نداده‌اند، در این هنگام، خداوند شاهدان و گواهانی را حاضر می‌کند، که با وجود آن‌ها دیگر انکار کردن میسر نیست.

زبان انگلیسی

۳۱ ۳ A: «می‌بخشید، باید با یک نفر در مورد اتاق هتل‌مان صحبت کنم. متأسفانه برای چهار نفر واقعاً خیلی کوچک است». B: «آن آقا در پیشخوان خدمات کمکتان خواهد کرد». توضیح: برای بیان تصمیمات آنی و بدون برنامه‌ریزی قبلی از زمان آینده‌ی ساده (در این سؤال "will help") استفاده می‌شود.

۳۲ ۳ تمرین را در پنج دقیقه تمام کردم. آن آسان‌ترین تکلیفی بود [که] معلم تاکنون به ما داده است.

توضیح: با توجه به مفهوم جمله و این‌که گوینده یک تمرین را به عنوان آسان‌ترین تمرین مورد اشاره قرار داده است، در جای خالی به صفت عالی نیاز داریم که شکل صحیح آن در گزینه‌ی (۳) به کار رفته است.

۳۳ ۲ شاتل فضایی مانند راکت به مدار [زمین] می‌رود و مانند هواپیما به زمین بازمی‌گردد.

(۱) سیستم، نظام (۲) مدار
(۳) بینش؛ دید (۴) طبیعت؛ ذات

۳۴ ۴ در پی یک آتش‌سوزی که کل یک ساختمان آپارتمانی را تخریب کرد بیش از چهار نفر خانه‌ی خود را از دست داده‌اند.

(۱) به خطر انداختن، در معرض خطر قرار دادن
(۲) قرار دادن، گذاشتن
(۳) جمع‌آوری کردن؛ وصول کردن
(۴) تخریب کردن، ویران کردن

۳۵ ۳ فکر می‌کنم مقدار خاصی از نگرانی در مورد کار بسیار طبیعی است، ولی باید آن را تحت کنترل نگه دارید.

(۱) خطرناک (۲) فزاینده، رو به افزایش
(۳) طبیعی؛ ذاتی (۴) حفاظتی، دفاعی

کاغذ یکی از مهم‌ترین محصولات می‌باشد که تاکنون توسط بشر اختراع شده است. استفاده‌ی گسترده از زبان نوشتاری بدون ماده‌ای ارزان و کاربردی برای نوشتن بر روی [آن] امکان‌پذیر نمی‌شد. اختراع کاغذ به این معنا بود که افراد بیش‌تری می‌توانستند آموزش ببینند، زیرا کتاب‌های بیش‌تری می‌توانستند پ و توزیع شوند. کاغذ همراه با [استفاده از] ماشین چاپ، روش بسیار مهمی را برای منتقل کردن دانش فراهم کرد.

شما هر ساله چقدر کاغذ استفاده می‌کنید؟ احتمالاً شما نمی‌توانید آن پرسش را به سرعت پاسخ دهید. در [سال] ۱۹۹۰، استفاده‌ی جهان از کاغذ حدود یک کیلوگرم برای هر نفر در سال بود. در حال حاضر برخی کشورها تا مقدار ۵۰ کیلوگرم کاغذ برای هر نفر در یک سال استفاده می‌کنند. کشورهایی مانند ایالات متحده، انگلستان و سوئد کاغذ بیش‌تری را نسبت به کشورهای دیگر استفاده می‌کنند.

کاغذ مانند خیلی از چیزهای دیگری که ما امروزه استفاده می‌کنیم، ابتدا در چین درست شد. در مصر و غرب، کاغذ قبل از سال ۱۴۰۰ به صورت خیلی متداول مورد استفاده قرار نمی‌گرفت. مصری‌ها روی نوعی از ماده‌ی ساخته‌شده از یک گیاه آبزی می‌نوشتند. اروپایی‌ها چندصد سال از پارشمن (کاغذ پوستی) استفاده می‌کردند. پارشمن (کاغذ پوستی) بسیار محکم بود؛ آن از پوست حیوانات جوان خاصی درست می‌شد. ما مهم‌ترین حقایق (وقایع) تاریخ اروپا را از سوابقی که روی پارشمن (کاغذ پوستی) حفظ شده بود (مانده بود)، فراگرفته‌ایم.



۴۳ ۱ از الگوی داده شده پیداست که مجموع هر دو جمله متوالی، جمله بعدی از دنباله را می‌سازد:



$$\Rightarrow \begin{cases} a_{10} = 55 \\ a_9 = 34 \end{cases} \Rightarrow a_{10} - a_9 = 55 - 34 = 21$$

به عبارت دیگر:

$$a_{10} = a_9 + a_8 \Rightarrow a_{10} - a_9 = a_8 = 21$$

۴۴ ۲

$$a'_1 = a_2, a'_2 = a_3, a'_3 = a_4 \xrightarrow[\text{دنباله‌ی هندسی}]{\text{خاصیت واسطه‌ی هندسی در}} a'_4 = a_5 a_6$$

$$\Rightarrow (a_1 + 5d)^2 = (a_1 + d)(a_1 + 7d)$$

$$\Rightarrow a_1^2 + 10a_1d + 25d^2 = a_1^2 + 8a_1d + 7d^2$$

$$\Rightarrow 2a_1d + 18d^2 = 0 \Rightarrow d(2a_1 + 18d) = 0 \xrightarrow{d \neq 0} 2a_1 + 18d = 0$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{-18d}{2} = -9d$$

$$\Rightarrow \underbrace{-8d}_{\times \frac{1}{2}} \underbrace{-4d}_{\times \frac{1}{2}} \underbrace{-2d}_{\times \frac{1}{2}} \Rightarrow q = \frac{1}{2}$$

$$a_5 = a_1 + 4d = -9d + 4d = -5d$$

$$a'_5 = a'_4 q^4 = (-8d)\left(\frac{1}{2}\right)^4 = -8d \times \frac{1}{16} = -\frac{d}{2} \Rightarrow \frac{a_5}{a'_5} = \frac{-5d}{-\frac{d}{2}} = 10$$

۴۵ ۲

$$30^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ \Rightarrow 60^\circ \leq 2\alpha \leq 90^\circ \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \leq \sin 2\alpha \leq 1$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \leq \frac{m-3}{2} \leq 1 \xrightarrow{\times 2} \sqrt{3} \leq m-3 \leq 2$$

$$\xrightarrow{+3} 3 + \sqrt{3} \leq m \leq 5$$

۴۶ ۲ به ازای هر زاویه دلخواه θ داریم:

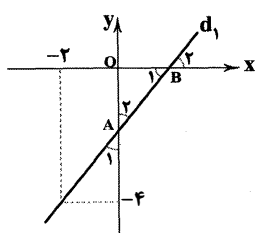
$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \cos^2 \theta + \left(-\frac{1}{4}\right)^2 = 1$$

$$\Rightarrow \cos^2 \theta = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16} \Rightarrow \cos \theta = \pm \frac{\sqrt{15}}{4}$$

چون که θ در ناحیه سوم مثلثاتی می‌باشد، بنابراین $\cos \theta = -\frac{\sqrt{15}}{4}$ ، پس داریم:

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{\frac{1}{16}}{\frac{15}{16}} = \frac{1}{15}$$

۴۷ ۳ ابتدا شکل را کامل می‌کنیم:



۴۶ ۱ کدامیک از موارد زیر در مورد اختراع کاغذ ذکر نشده است؟

(۱) مشاغل بیش‌تری از قبل می‌توانستند فراهم شوند.

(۲) افراد بیش‌تری از قبل می‌توانستند آموزش ببینند.

(۳) کتاب‌های بیش‌تری می‌توانستند چاپ و توزیع شوند.

(۴) روش‌های بیش‌تری می‌توانستند برای تبادل دانش به کار روند.

۴۷ ۱ مصری‌ها چه زمانی به صورت گسترده شروع به استفاده از کاغذ کردند؟

(۱) حدود [سال] ۱۴۰۰ [میلادی]

(۲) حدود [سال] ۱۹۰۰ [میلادی]

(۳) حدود [سال] ۴۰۰ [میلادی]

(۴) حدود [سال] ۹۰۰ [میلادی]

۴۸ ۲ کدامیک از کشورهای زیر کاغذ بیش‌تری را برای هر نفر در یک سال استفاده می‌کند؟

(۱) چین (۲) سوئد

(۳) مصر (۴) ژاپن

۴۹ ۲ طبق متن «پارشمن، کاغذ پوستی» چه [چیزی] بود؟

(۱) پوست حیوانات جوان

(۲) نوعی کاغذ درست‌شده از پوست [برخی] حیوانات جوان خاص

(۳) کاغذی که توسط کشورهای اروپایی استفاده می‌شود.

(۴) کاغذ مورد استفاده توسط مصریان باستان

۵۰ ۳ ایده‌ی اصلی متن چیست؟

(۱) امروزه کاغذ بیش‌تر و بیش‌تری مورد مصرف قرار می‌گیرد.

(۲) کاغذ افراد را قادر می‌سازد تا آسان‌تر آموزش ببینند.

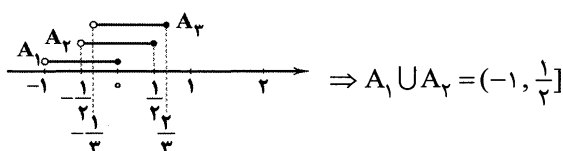
(۳) اختراع کاغذ برای بشر اهمیت زیادی دارد.

(۴) کاغذ به حفظ سوابق تاریخی بسیار کمک می‌کند.

ریاضیات

۴۱ ۴

$$A_1 = (-1, 0] \quad , \quad A_2 = \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] \quad , \quad A_3 = \left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right]$$



$$\Rightarrow (A_1 \cup A_2) - A_3 = \left(-1, \frac{1}{2}\right] - \left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right] = \left(-1, -\frac{1}{3}\right]$$

۴۲ ۴

$$\begin{aligned} & (B \cap C) \cup \overbrace{(A - B)}^{A \cap B'} \cup \overbrace{(B - C)}^{B \cap C'} \\ &= ((B \cap C) \cup (B \cap C')) \cup (A \cap B') \\ &= (B \cap \overbrace{(C \cup C')}^U) \cup (A \cap B') \\ &= B \cup (A \cap B') = (B \cup A) \cap \underbrace{(B \cup B')}_U = B \cup A \xrightarrow{\text{متهم}} A' \cap B' \end{aligned}$$



۵۱ ۱ با توجه به $6x - 2 < 0$ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} 6x < 2 &\Rightarrow x < \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \\ A &= \sqrt{(9-27x)} \sqrt{\frac{(x^3 - x^2 + \frac{x}{3} - \frac{1}{27})}{-27}} \\ &= \sqrt{(9-27x)} \sqrt{\frac{(x - \frac{1}{3})^3}{(-3)^3}} = \sqrt{(9-27x)} \times \frac{(x - \frac{1}{3})}{-3} \\ &= \sqrt{27(\frac{1}{3} - x) \cdot (\frac{1}{3} - x)} = \sqrt{9(\frac{1}{3} - x)^2} = 3|\frac{1}{3} - x| \\ x < \frac{1}{3} &\Rightarrow 3(\frac{1}{3} - x) = 1 - 3x \end{aligned}$$

۵۲ ۲

$$2^{\textcircled{1}}, \sqrt[3]{2^{\textcircled{2}}}, \sqrt[4]{2^{\textcircled{3}}}, \sqrt[5]{2^{\textcircled{4}}}, \dots$$

توان هایی که با دایره مشخص شده، تشکیل دنباله ی مثلثی با جمله ی

عمومی $t_n = \frac{n(n+1)}{2}$ می دهند، پس در دنباله ی داده شده داریم:

$$a_n = \sqrt[2]{\frac{n(n+1)}{2}} = \frac{n(n+1)}{2n} = \frac{n+1}{2} \quad (n \geq 2), a_1 = 2$$

$$a_n = 64 \Rightarrow 64 = \frac{n+1}{2} \Rightarrow 2^6 = \frac{n+1}{2} \Rightarrow \frac{n+1}{2} = 2^6 \Rightarrow \frac{n+1}{2} = 64 \Rightarrow n+1 = 128 \Rightarrow n = 127$$

$$\Rightarrow n+1 = 12 \Rightarrow n = 11$$

قبل از جای گذاری مقادیر، بهتر است عبارت را ساده کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{x^2 + xy^2 - x^2y - y^2}{x^2 - xy^2 - yx^2 + y^2} &= \frac{x(x^2 + y^2) - y(x^2 + y^2)}{x(x^2 - y^2) - y(x^2 - y^2)} \\ &= \frac{(x-y)(x^2 + y^2)}{(x-y)(x^2 - y^2)} = \frac{x^2 - xy + y^2}{x - y} \\ &= \frac{(1-\sqrt{2})^2 - (1-\sqrt{2})(-1-\sqrt{2}) + (-1-\sqrt{2})^2}{1-\sqrt{2} - (-1-\sqrt{2})} \\ &= \frac{(3-2\sqrt{2}) + (1-2) + (3+2\sqrt{2})}{1-\sqrt{2} + 1 + \sqrt{2}} = \frac{5}{2} \end{aligned}$$

۵۴ ۲

با دسته بندی شروع می کنیم:

$$\begin{aligned} x^2 + 4y^2 - 4xy - 2x + 4y &= (x-2y)^2 - 2(x-2y) \\ x-2y &= a \Rightarrow a^2 - 2a \end{aligned}$$

در صورت تشخیص روش دسته بندی و استفاده از اتحاد و فاکتورگیری، این مسئله به راحتی قابل حل است.

۵۵ ۲

$$\begin{aligned} x^6 - 5x^4 - 36x^2 &= x^2(x^4 - 5x^2 - 36) \\ &= x^2(x^2 - 9)(x^2 + 4) = x^2(x-3)(x+3)(x^2 + 4) \end{aligned}$$

می دانیم که $\hat{A}_1 = 30^\circ$ می باشد، بنابراین $\hat{A}_2 = 30^\circ$ است. در مثلث AOB با توجه به مجموع زوایای داخلی می توان فهمید که:

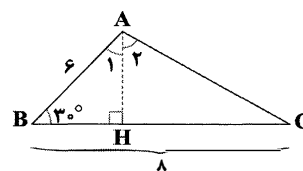
$$\hat{O} + \hat{A}_2 + \hat{B}_1 = 180^\circ \Rightarrow \hat{B}_1 = 60^\circ \Rightarrow \hat{B}_2 = 60^\circ$$

پس خط d_1 با جهت مثبت محور طول ها زاویه ی 60° می سازد.

$$m = \tan 60^\circ = \sqrt{3} \Rightarrow y + 4 = \sqrt{3}(x + 2)$$

$$\Rightarrow d_1: y = \sqrt{3}x + (2\sqrt{3} - 4) \xrightarrow{x=0} y = 2\sqrt{3} - 4$$

۴۸ ۴ مثلث ABC را رسم می کنیم:



مثلث ABH یک مثلث قائم الزاویه می باشد، بنابراین می توان دریافت که $\hat{A}_1 = 60^\circ$ می باشد.

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC \cdot \sin \hat{B} = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \frac{1}{2} = 12$$

در مثلث ABH می توان نوشت:

$$\sin 30^\circ = \frac{AH}{AB} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{AH}{6} \Rightarrow AH = 3$$

$$S_{\Delta ABH} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AH \cdot \sin \hat{A}_1 = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta ABH}} = \frac{12}{\frac{9\sqrt{3}}{2}} = \frac{24}{9\sqrt{3}} = \frac{8}{3\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{9}$$

۴۹ ۴ روش اول:

$$\left(\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x}\right)^2 (\cos^2 x) = \left(\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x}\right)^2 (\cos^2 x)$$

$$= \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} \cdot \cos^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$$

$$(\tan^2 x + \cot^2 x + 2)(\cos^2 x)$$

روش دوم:

$$= (1 + \tan^2 x + 1 + \cot^2 x)(\cos^2 x)$$

$$= \left(\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x}\right)(\cos^2 x) = 1 + \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} = 1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$$

۵۰ ۲ روش اول:

کافیست که تک تک جملات صورت و مخرج را بر $\cos \alpha$ تقسیم کنیم.

$$\frac{\sin \alpha + 2 \cos \alpha}{2 \sin \alpha - 3 \cos \alpha} = \frac{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + 2}{\frac{2 \sin \alpha}{\cos \alpha} - 3} = \frac{\tan \alpha + 2}{2 \tan \alpha - 3} = \frac{4}{1} = 4$$

روش دوم:

با توجه به اطلاعات سؤال داریم:

$$\tan \alpha = 2$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 2 \Rightarrow \sin \alpha = 2 \cos \alpha \quad (1)$$

$$\frac{\sin \alpha + 2 \cos \alpha}{2 \sin \alpha - 3 \cos \alpha} \stackrel{(1)}{=} \frac{2 \cos \alpha + 2 \cos \alpha}{2(2 \cos \alpha) - 3 \cos \alpha} = \frac{4 \cos \alpha}{\cos \alpha} = 4$$

از طرفی داریم:

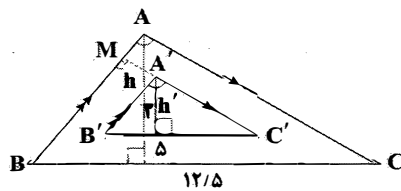
$$MN \parallel BC \xrightarrow[\text{و مورب}]{\text{خطوط موازی}} \begin{cases} \hat{M}_1 = \hat{B} \\ \hat{N}_1 = \hat{C} \end{cases} \Rightarrow \Delta_{AMN} \sim \Delta_{ABC}$$

$$\Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = k$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\Delta_{AMN}}}{S_{\Delta_{ABC}}} = k^2 \xrightarrow{(*)} k^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow k = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow BC = 2MN$$

با امتداد ضلع $A'C'$ و تقاطع آن با AB در نقطه M



$$\begin{cases} MC' \parallel AC \text{ و مورب } AB \Rightarrow \hat{A} = \hat{M} \\ A'B' \parallel AB \text{ و مورب } MC' \Rightarrow \hat{A}' = \hat{M} \end{cases} \Rightarrow \hat{A} = \hat{A}'$$

و به طور مشابه $\hat{B} = \hat{B}'$ و $\hat{C} = \hat{C}'$ است.

بنابراین دو مثلث ABC و $A'B'C'$ متشابه‌اند و در نتیجه:

روش اول:

$$\frac{S_{\Delta_{A'B'C'}}}{S_{\Delta_{ABC}}} = \left(\frac{B'C'}{BC}\right)^2 = \left(\frac{\Delta}{12/5}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

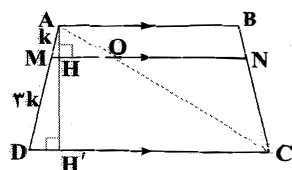
$$\Rightarrow S_{\Delta_{ABC}} = \frac{9}{16} S_{\Delta_{A'B'C'}} = \frac{9}{16} \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 5\right) = \frac{9 \times 5}{4}$$

$$= \frac{125}{4} = 31.25$$

روش دوم:

$$\frac{h'}{h} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{\Delta}{12/5} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{h'}{h} = \frac{1}{2} \Rightarrow h = \Delta$$

$$\Rightarrow S_{\Delta_{ABC}} = \frac{1}{2} h \times BC = \frac{1}{2} \times \Delta \times 12/5 = 2/5 \times 12/5 = 31.25$$



$$AB = \frac{1}{3} CD$$

$$\Delta_{AMO} \sim \Delta_{ADC} \Rightarrow \frac{AO}{AH} = \frac{OM}{CD} = \frac{OA}{AC} = \frac{AM}{AD} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} OM = \frac{1}{4} CD \\ AH = \frac{1}{4} AH' \end{cases}$$

چون معادله ریشه‌ی مضاعف دارد باید $\Delta = 0$ باشد (شرط اول) و چون ریشه‌ی مضاعف آن مثبت است باید $x = \frac{-b}{2a} = \frac{m}{6} > 0$ باشد (شرط دوم).

$$\Delta = b^2 - 4ac \xrightarrow{\Delta=0} \Delta = m^2 - 4(2)(4) = 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 48 = 0 \Rightarrow m^2 = 48 \Rightarrow m = \pm \sqrt{48} = \pm 4\sqrt{3}$$

با توجه به شرط دوم، m باید مثبت باشد، بنابراین $m = 4\sqrt{3}$ قابل قبول می‌باشد.

چون معادله دارای دو ریشه‌ی حقیقی متمایز است، پس $\Delta > 0$:

$$\Delta = b^2 - 4ac = k^2 - 4(-2)(-8) \xrightarrow{\Delta>0} k^2 - 64 > 0$$

می‌توانیم با استفاده از گزینه‌ها مقدار موردنظر را پیدا کنیم.

$$1) k = 10 \Rightarrow 100 - 64 > 0 \quad \checkmark$$

$$2) k = 7 \Rightarrow 49 - 64 < 0 \quad \times$$

$$3) k = 8 \Rightarrow 64 - 64 = 0 \quad \times$$

$$4) k = 9 \Rightarrow 81 - 64 > 0 \quad \checkmark$$

چون کم‌ترین مقدار k خواسته شده است، پس $k = 9$ می‌باشد.

$$\begin{aligned} & a \begin{matrix} 4a+3 \\ a \end{matrix} \quad a.(4a+3) = 45 \\ & \Rightarrow 4a^2 + 3a - 45 = 0 \\ & \Delta = 9 - 4(4)(-45) = 9 + 720 = 729 \end{aligned}$$

$$a_1 = \frac{-3+27}{8} = \frac{24}{8} = 3 \quad \checkmark$$

$$a_2 = \frac{-3-27}{8} = \frac{-30}{8} \quad \times$$

$$\text{عرض: } a = 3 \quad \text{طول: } 4a+3 = 12+3 = 15$$

$$\text{محیط} = 2(3+15) = 36$$

با توجه به شکل مشخص است که این معادله دارای یک

ریشه‌ی مضاعف است، پس:

$$\Delta = 0 \Rightarrow a^2 - 4b = 0 \Rightarrow a^2 = 4b \quad (*)$$

از طرفی مقدار ریشه‌ی مضاعف برابر 4 می‌باشد، بنابراین:

$$x = \frac{a}{4} = 4 \Rightarrow a = 16 \quad (**)$$

$$(*), (**) \Rightarrow 64 = 4b \Rightarrow b = 16 \Rightarrow a+b = 16+16 = 32$$

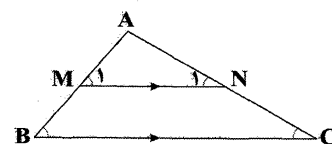
اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله‌ی متناظر باشند، داریم:

$$y = a(x-x_1)(x-x_2)$$

$$\Rightarrow y = a(x-1)(x-3) \Rightarrow y = a(x^2 - 4x + 3)$$

$$(-3, 0) \Rightarrow -3 = a(0 - 0 + 3) \Rightarrow a = -1$$

$$\text{معادله‌ی سهمی: } y = -x^2 + 4x - 3$$



$$S_{\Delta_{AMN}} = S_{BMNC} \Rightarrow S_{\Delta_{AMN}} = \frac{1}{2} S_{\Delta_{ABC}} \quad (*)$$



۱ ۶۸

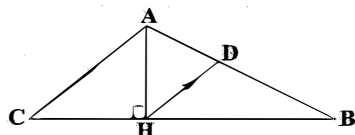
$$CH = \frac{2}{3}BH = \frac{2}{3} \times 6 = 4$$

$$BC = BH + CH = 6 + 4 = 10$$

$$DH \parallel AC \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{DH}{AC} = \frac{BH}{BC} \Rightarrow \frac{3}{AC} = \frac{6}{10}$$

$$\Rightarrow AC = \frac{3 \times 10}{6} = 5$$

$$\triangle ACH \text{ در فیثاغورس: } AH^2 = AC^2 - CH^2 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9 \\ \Rightarrow AH = \sqrt{9} = 3$$



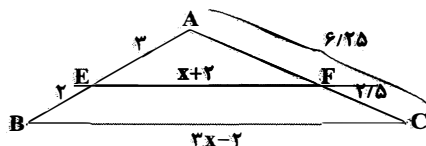
۲ ۶۹

$$AB = 3x + 3 = 3(x+1) = 3AM$$

$$AC = 3x + 6 = 3(x+2) = 3AN$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{A} = \hat{A} \\ \frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB} = \frac{1}{3} = k \end{cases} \Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{NM}{BC} = k$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\Delta x - 1} = \frac{1}{3} \Rightarrow \Delta x - 1 = 24 \Rightarrow \Delta x = 25 \Rightarrow x = 5$$



$$AF = AC - FC = 6/25 - 2/5 = 3/25$$

$$\begin{cases} \frac{AE}{AB} = \frac{3}{3+2} = \frac{3}{5} \\ \frac{AF}{AC} = \frac{3/25}{6/25} = \frac{1/5}{2/5} = \frac{1}{2} = \frac{3}{6} \end{cases}$$

بنابراین $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$ و در نتیجه بنا به عکس قضیه تالس $EF \parallel BC$ است و در نتیجه طبق تعمیم قضیه تالس داریم:

$$\frac{EF}{BC} = \frac{AE}{AB} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{x+2}{3x-2} = \frac{3}{5} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 5(x+2) = 3(3x-2) \\ \Rightarrow 5x+10 = 9x-6 \Rightarrow 9x-5x = 10+6 \Rightarrow 4x = 16$$

$$\Rightarrow x = \frac{16}{4} = 4$$

فیزیک

۳ ۷۱ هنگام مدل سازی یک پدیده فیزیکی می توان برخی از

اثرهای جزئی را نادیده گرفت (نه اثرهای مهم تر و تعیین کننده را).

۲ ۷۲ مقدار ماده و جریان الکتریکی از کمیت های اصلی و نیوتون و

پاسکال از یکاهای فرعی می باشند.

$$\frac{ON}{AB} = \frac{OC}{AC} = \frac{NC}{BC} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow ON = \frac{3}{4}AB = \frac{3}{4}(\frac{3}{4}CD) = \frac{9}{16}CD$$

$$\Rightarrow MN = OM + ON = \frac{1}{4}CD + \frac{9}{16}CD = \frac{13}{16}CD$$

$$\frac{S_{ABNM}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{2}(AB+MN) \times AH}{\frac{1}{2}(AB+CD) \times AH'}$$

$$= \frac{(\frac{3}{4}CD + \frac{13}{16}CD) \times (\frac{1}{4}AH')}{(\frac{3}{4}CD + CD) \times AH'} = \frac{\frac{25}{16}CD \times \frac{1}{4}AH'}{\frac{7}{4}CD \times AH'} = \frac{25}{64}$$

$$= \frac{25}{64} = \frac{25 \times 1}{64 \times 1} = \frac{25}{64}$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{P}{P'} = k \xrightarrow{k = \frac{3}{5}} \frac{7/5}{a'} = \frac{3}{5} \Rightarrow a' = \frac{7/5 \times 5}{3} = 7/3$$

$$\Rightarrow a' = \frac{7/5 \times 5}{3} = 7/3$$

۲ ۶۵ از هر نقطه ی خارج یا روی یک خط، فقط یک عمود بر آن خط می توان رسم کرد.

۳ ۶۶ دو دایره ی هم مساحت، شعاع های یکسان دارند ($S = \pi r^2$). در نتیجه محیط های برابر دارند ($P = 2\pi r$).

مثال نقض بقیه ی گزینه ها:

(۱) دوزنقه ی متساوی الساقین دو ضلع موازی و دو ضلع مساوی دارد (اما متوازی الاضلاع نیست).

(۲) در مثلثی به زوایای 20° ، 70° و 90° ، اندازه ی کوچک ترین زاویه ی (20°) از ثلث بزرگ ترین زاویه ($\frac{90^\circ}{3} = 30^\circ$) کوچک تر است.

(۴) نادرست است. کایت، چهارضلعی است که قطرش عمود منصف قطر دیگر آن است (اما لوزی نیست).

۲ ۶۷ نیمساز زوایای یک مثلث هم رسند، بنابراین OC نیز نیمساز زاویه ی C است، داریم:

$$\begin{aligned} \hat{C} &= 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) \\ &\Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - (2 \times 30^\circ + 2 \times 20^\circ) \\ &\Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - (60^\circ + 40^\circ) = 80^\circ \\ &\Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{C}_2 = \frac{80^\circ}{2} = 40^\circ \Rightarrow \triangle OAC: \hat{\alpha} = 180^\circ - (\frac{\hat{A}}{2} + \frac{\hat{C}}{2}) \\ &\Rightarrow \alpha = 180^\circ - (\frac{30^\circ}{2} + \frac{40^\circ}{2}) = 110^\circ \end{aligned}$$

۷۳ بررسی گزینه‌ها: ۴

۱) $0.046pC = 0.046 \times 10^{-12} C = 4.6 \times 10^{-14} C$ ✗

۲) $47kg = 47 \times 10^3 g = 4.7 \times 10^4 g$ ✗

۳) $4\mu J = 4 \times 10^{-6} J$ ✗

۴) $30 \times 10^{-15} \mu s = 30 \times 10^{-15} \times 10^{-6} s = 30 \times 10^{-21} s$
 $= 3.0 \times 10^{-20} s$ ✓

۷۴ ۳

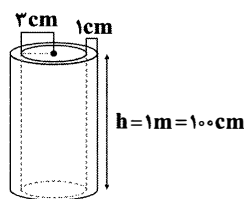
به طور کلی، خطای اندازه‌گیری در ابزارهای مدرج، $\pm \frac{1}{4}$ برابر دقت آن ابزار و در ابزارهای رقمی، ± 1 برابر دقت آن ابزار است.

۷۵ ۱

تعداد افراد $\times$ تعداد روزهای سال $\times$ صرفه‌جویی هر فرد = آب ذخیره‌شده
 $\Rightarrow$ آب ذخیره‌شده $= 5 \times 365 \times 70,000,000 = 5 \times 3/65 \times 10^2 \times 7 \times 10^7$
 $\Rightarrow$ آب ذخیره‌شده $= 10^1 \times 10^2 \times 10^8 = 10^{11}$

۷۶ ۲

برای به دست آوردن جرم یک متر از لوله، ابتدا باید حجم آن را محاسبه کنیم. حجم لوله برابر تفاضل حجم استوانه‌ی بزرگ و استوانه‌ی توخالی است:



$V = V_{\text{کل}} - V_{\text{توخالی}} = \pi r^2 h - \pi r'^2 h = \pi h (r^2 - r'^2)$

$\Rightarrow V = 3 \times 100 \times (4^2 - 1^2) = 7100 \text{ cm}^3 \times \frac{10^{-6} \text{ m}^3}{1 \text{ cm}^3}$

$\Rightarrow V = 2/1 \times 10^{-3} \text{ m}^3$

$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 4 \times 10^3 = \frac{m}{2/1 \times 10^{-3}}$

$\Rightarrow m = 4 \times 10^3 \times 2/1 \times 10^{-3} = 8/4 \text{ kg}$

۷۷ ۴

با استفاده از رابطه‌ی انرژی جنبشی داریم:

$K = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow 1350 \times 10^6 = \frac{1}{2} \times 300 \times v^2 \Rightarrow 2700 \times 10^6 = 300 v^2$

$\Rightarrow 9 \times 10^6 = v^2 \Rightarrow v = 3000 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3 \frac{\text{km}}{\text{s}}$

۷۸ ۴

ابتدا نیروی خالص را به کمک قانون دوم نیوتون محاسبه می‌کنیم:

$F = ma \Rightarrow F = 2 \times 9 = 18 N$

کار نیروی خالص همان کار کل خواهد بود:

$W_t = F.d = 18 \times 5 = 90 J$

کار نیروی وزن برابر است با:

$W_g = mgd \cos 0^\circ = 2 \times 10 \times 5 \times 1 = 100 J$

کار کل برابر جمع جبری کار تمام نیروها است که در این جا تنها نیروی وزن و مقاومت هوا را شامل می‌شود:

$W_t = W_g + W_f \Rightarrow 90 = 100 + W_f \Rightarrow W_f = -10 J$

۷۹ ۳

از رابطه‌ی انرژی جنبشی داریم:

$K = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow K_1 = \frac{1}{2} \times 4 \times (3)^2 = 18 J$

از رابطه‌ی کار و انرژی جنبشی داریم:

$W_t = K_f - K_1 \Rightarrow 14 = K_f - 18 \Rightarrow K_f = 32 J$

$\Rightarrow K_f = \frac{1}{2} mv_f^2 \Rightarrow 32 = \frac{1}{2} mv_f^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times v_f^2$

$\Rightarrow v_f^2 = 16 \Rightarrow v_f = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

۸۰ ۱

برای حل این‌گونه سؤالات از رابطه‌ی کار و انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم:

$W_t = K_f - K_1$

ابتدا حرکت گلوله از حال سکون بوده و در آخر هم توسط فنر متوقف شده است:

$\Rightarrow W_t = W_{\text{وزن}} + W_{\text{فنر}} + W_{\text{اصطکاک}} = 0$

$\Rightarrow W_{\text{وزن}} + W_{\text{فنر}} + W_{\text{اصطکاک}} = 0$

از رابطه‌ی کار و انرژی پتانسیل کشسانی داریم:

$W_{\text{فنر}} = -\Delta U_{\text{کشسانی}}$

فنر فشرده شده است، پس تغییر انرژی پتانسیل کشسانی مثبت است:

$W_{\text{فنر}} = -13 J$

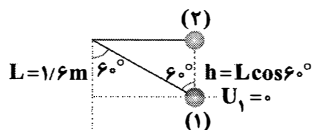
$mg\Delta h + (-13) + W_{\text{اصطکاک}} = 0$

$\Delta h = \left(\frac{70 + 10}{100} \right) \times \frac{1}{2} \rightarrow (4 \times 10 \times 0/4) - 13 + W_{\text{اصطکاک}} = 0$
 $\Delta h = d \sin 30^\circ$

$\Rightarrow 16 - 13 + W_{\text{اصطکاک}} = 0 \Rightarrow W_{\text{اصطکاک}} = -3 J$

۸۱ ۲

چون از مقاومت هوا صرف‌نظر شده است، انرژی مکانیکی پایسته است:



$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$

$\frac{1}{2} mv_1^2 + 0 = \frac{1}{2} mv_2^2 + mgh \xrightarrow{\times 2} v_1^2 = v_2^2 + 2gh$

کم‌ترین مقدار v خواسته شده است، پس باید تندی در نقطه‌ی (۲) صفر شود:

$v_2 = 0 \Rightarrow v_1^2 = 2gh \Rightarrow v_1 = \sqrt{2gh}$

$\Rightarrow v_1 = \sqrt{2 \times 10 \times 1/6 \times \frac{1}{2}} = \sqrt{16} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

۸۲ ۳

انرژی جنبشی اولیه‌ی جسم برابر است با:

$K_1 = \frac{1}{2} mv^2$

انرژی جنبشی جسم در برگشت به نقطه‌ی شروع برابر است با:

$K_f = \frac{1}{2} m \left(\frac{v}{3} \right)^2 \Rightarrow K_f = \frac{1}{18} mv^2$

اختلاف انرژی‌ها برابر است با:

$\Delta K = K_f - K_1 = \frac{1}{18} mv^2 - \frac{1}{2} mv^2 = mv^2 \left(\frac{1-9}{18} \right)$

$= -\frac{4}{18} mv^2 = -\frac{4}{9} \times \frac{1}{2} mv^2 = -\frac{4}{9} K_1 \Rightarrow \frac{\Delta K}{K_1} = -\frac{4}{9}$



شیمی

۹۱ بررسی سایر گزینه‌ها، ۲

(۱) فراوان‌ترین عنصر سازنده‌ی سیاره‌ی زمین، آهن است.

(۳) ایزوتوپ ${}^6\text{Li}$ در مقایسه با ${}^7\text{Li}$ ناپایدارتر است.

(۴) توده‌های سرطانی، یاخته‌هایی هستند که رشد غیرعادی و سریع دارند.

۹۲ ۱

$$\text{H}_3\text{PO}_4^- \begin{cases} n = 2(1-1) + (31-15) + 4(16-8) = 48 \\ p = 2(1) + 15 + 4(8) = 49 \\ e = p + 1 = 49 + 1 = 50 \end{cases}$$

$$\Rightarrow |e - n| = 50 - 48 = 2$$

۹۳ ۳ عدد اتمی عنصری که در دوره‌ی ششم و گروه ششم جدول

جای دارد به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$Z = [\text{عدد اتمی پنجمین گاز نجیب}]$$

$$+ [\text{شمار عنصرهای دسته‌ی f در دوره‌ی ششم}] + 6 = 54 + 14 + 6 = 74$$

۹۴ ۳ به شکل صفحه‌ی ۲۷ کتاب درسی شیمی دهم مراجعه کنید.

۹۵ ۳ فرمول شیمیایی پتاسیم سولفید به صورت K_2S است و

به‌ازای تشکیل یک مول از آن، ۲ مول الکترون بین K و S مبادله می‌شود.

$$\begin{aligned} ?e^- &= 0.5 \text{ mol K}_2\text{S} \times \frac{2 \text{ mol } e^-}{1 \text{ mol K}_2\text{S}} \times \frac{6.02 \times 10^{23} e^-}{1 \text{ mol } e^-} \\ &= 6.02 \times 10^{23} e^- \end{aligned}$$

۹۶ ۱ چهار عنصر Be، B، C و Ne از دوره‌ی دوم جدول،

به طور معمول یون تک‌اتمی تشکیل نمی‌دهند.

۹۷ ۴ فرض کنیم ۱g از هر کدام از دو نمونه‌ی CH_4 و SiBr_4 در

دسترس باشد.

$$? \text{ mol C} = 1 \text{ g CH}_4 \times \frac{1 \text{ mol CH}_4}{16 \text{ g CH}_4} \times \frac{1 \text{ mol C}}{1 \text{ mol CH}_4} = \frac{1}{16} \text{ mol C}$$

$$? \text{ mol Br} = 1 \text{ g SiBr}_4 \times \frac{1 \text{ mol SiBr}_4}{348 \text{ g SiBr}_4} \times \frac{2 \text{ mol Br}}{1 \text{ mol SiBr}_4}$$

$$= \frac{1}{87} \text{ mol Br}$$

$$\frac{\text{atom C}}{\text{atom Br}} = \frac{\text{mol C}}{\text{mol Br}} = \frac{\frac{1}{16}}{\frac{1}{87}} = 5.4375$$

۹۸ ۴ به طور کلی اکسیدهای نافلزی را اکسیدهای اسیدی می‌نامند.

آرایش الکترونی اتم‌های نافلزی موجود در دوره‌ی سوم جدول مانند P، S و Cl به زیرلایه‌ی ۳p ختم شده و در اتم آن‌ها، ۵ زیرلایه (۱s/۲s/۲p/۳s/۳p) از الکترون اشغال شده است.

۹۹ ۳ عنصر A همان Cr ۲۴ است که جزو عناصر دسته‌ی d

طبقه‌بندی می‌شود:

$${}_{24}\text{Cr}: [\text{Ar}] 3d^5 4s^1$$

۱۰۰ ۳ برای پر کردن بالون‌های هواشناسی از گاز سبک هلیوم استفاده

می‌شود.

۸۳ ۱ در مدت زمان برابر، ماشین B کار مفید بیشتری انجام داده است، پس توان آن بیش‌تر است، اما برای بازده:

$$\left. \begin{aligned} A \text{ بازده} &= \frac{3}{4} \times 100 = 75\% \\ B \text{ بازده} &= \frac{3.5}{5} \times 100 = 70\% \end{aligned} \right\} \Rightarrow A \text{ بازده} > B \text{ بازده}$$

۸۴ ۳ ذرات جسم جامد به سبب نیروهای الکتریکی که به یک‌دیگر وارد می‌کنند، در کنار یک‌دیگر می‌مانند.

۸۵ ۳ وقتی شیشه نرم می‌شود، فاصله‌ی بین مولکول‌ها در مرز قطعات کاهش می‌یابد و با توجه به کوتاه برد بودن نیروهای بین‌مولکولی، این کاهش فاصله سبب می‌شود که قطعات به هم بچسبند.

۸۶ ۱ فشار در عمق h دریاچه از ابطه‌ی مقابل محاسبه می‌شود:

$$P = P_0 + \rho gh, P = 2P_0$$

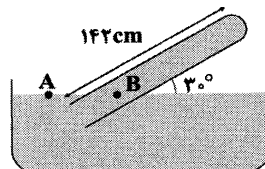
$$\Rightarrow 2P_0 = P_0 + \rho gh \Rightarrow P_0 = \rho gh$$

$$\rho_{\text{آب}} = 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \rightarrow 10^5 = 10^3 \times 10 \times h \Rightarrow h = 10 \text{ m}$$

۸۷ ۴ فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع برابر است:

$$\begin{aligned} P_A &= P_B \Rightarrow \rho_1 gh_1 = \rho_2 gh_2 \\ \Rightarrow \rho_1 h_1 &= \rho_2 h_2 \\ \Rightarrow \rho_1 \times 20 &= \rho_2 \times 30 \Rightarrow 2\rho_1 = 3\rho_2 \\ \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

۸۸ ۲ فشار نقاط هم‌تراز یکسان است:



$$(I) \text{ فشار ته لوله } P_A = P_B \Rightarrow P_0 = P + \text{ستون قائم جیوه}$$

$$P_0 = \text{ستون قائم جیوه} = 142 \times \sin 30^\circ = 142 \times \frac{1}{2} = 71 \text{ cmHg} \quad (II)$$

$$(I), (II) \rightarrow 76 = 71 + P' \Rightarrow P' = 5 \text{ cmHg}$$

$$P' = \rho gh$$

$$P' = \frac{5}{100} \times 10 \times 13600 = 6800 \text{ Pa}$$

$$F = P' \cdot A = 6800 \times 1/5 \times 10^{-4} = 1/72 \text{ N}$$

۸۹ ۱ فشار آب با افزایش عمق افزایش می‌یابد، پس پیکان‌های

نشان‌دهنده‌ی نیرو با افزایش عمق بزرگ‌تر می‌شوند.

۹۰ ۳ فشار در دو نقطه‌ی A و B برابر است. (دقت کنید که جواب به کیلوپاسکال خواسته شده، پس تبدیل واحد داریم.)



$$P_A = P_B \Rightarrow P_1 + \rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}} = P_2 + \rho_{\text{آب}} gh_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow P_1 + (13600 \times 10 \times 0/1) = P_2 + (1000 \times 10 \times 0/36)$$

$$\Rightarrow P_1 + 13600 = P_2 + 3600 \Rightarrow P_1 = P_2 - 10000$$

۱۰۱) ۱ با توجه به مقایسه‌ی نقطه‌ی جوش گازهای نیتروژن، اکسیژن و آرگون که به صورت $O_2 < Ar < N_2$ است، در فرایند تقطیر هوای مایع، نخست گاز N_2 ، سپس گاز Ar و در نهایت گاز O_2 جدا می‌شود.

۱۰۲) ۱ هر چهار مورد اشاره شده به کمک اکسیژن انجام می‌شود.

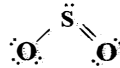
۱۰۳) ۴ اغلب فلزها در شرایط مناسب با گاز اکسیژن می‌سوزند.

۱۰۴) ۲ با توجه به معادله‌ی موازنه‌شده‌ی واکنش مورد نظر که در زیر آمده است، ضریب مولی HF بزرگ‌تر از سایر گونه‌ها است:



۱۰۵) ۲ زنگ زدن وسایل آهنی و فولادی، سالانه هزینه‌های هنگفتی را به اقتصاد کشورها تحمیل می‌کند. فراموش نکنید که آلومینیم در برابر خوردگی مقاوم است.

۱۰۶) ۴ هر چهار عبارت پیشنهاد شده در مورد SO_2 درست هستند. برای تأیید درستی عبارت «پ» به ساختار زیر توجه کنید:

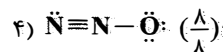
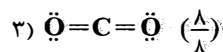
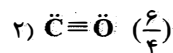
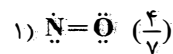


۱۰۷) ۱ بررسی عبارت‌هاک نادرست:

ب) مقایسه‌ی واکنش‌پذیری سه فلز آلومینیم، روی و آهن به صورت $Al > Zn > Fe$ است.
ت) مقایسه‌ی شماره‌ی گروه سه عنصر آلومینیم، روی و آهن به صورت $Al > Zn > Fe$ است.
(۸) (۱۲) (۱۳)

۱۰۸) ۳ آهک یک اکسید بازی است و با افزودن آن به خاک، مقدار pH خاک، افزایش می‌یابد.

۱۰۹) ۲ در زیر ساختار لوویس هر چهار مولکول و نسبت مورد نظر آورده شده است:



۱۱۰) ۳ در دمای اتاق، تفاوت pH محلول لوله بازکن و قهوه به تقریب برابر با ۸ بوده که بیش‌تر از سایر محلول‌های اشاره شده است.