



آزمون‌های سراسری گاج

گزینه‌دو رسدرا انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۳۹۹

دفترچه شماره ۳

آزمون شماره ۵

جمعه ۹۹/۰۶/۱۴

پاسخ‌های تشریحی

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۱۶۰	مدت پاسخگویی: ۱۷۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
			از	تا	
۱	فارسی ۲	۲۰	۱	۲۰	۱۵ دقیقه
۲	زبان عربی ۲	۲۰	۲۱	۴۰	۱۵ دقیقه
۳	دین و زندگی ۲	۲۰	۴۱	۶۰	۱۵ دقیقه
۴	زبان انگلیسی ۲	۲۰	۶۱	۸۰	۱۵ دقیقه
۵	ریاضیات	۱۰	۸۱	۹۰	۶۰ دقیقه
		۱۰	۹۱	۱۰۰	
		۱۰	۱۰۱	۱۱۰	
		۵	۱۱۱	۱۱۵	
		۵	۱۱۶	۱۲۰	
		۵	۱۲۱	۱۲۵	
		۵	۱۲۶	۱۳۰	
۶	فیزیک	۱۰	۱۳۱	۱۴۰	۳۰ دقیقه
		۱۰	۱۴۱	۱۵۰	
		۱۰	۱۵۱	۱۶۰	
۷	شیمی	۱۰	۱۶۱	۱۷۰	۲۰ دقیقه
		۱۰	۱۷۱	۱۸۰	
		۱۰	۱۸۱	۱۹۰	



آزمون‌های سراسر گاج

دروس	طراحان	ویراستاران علمی
فارسی	امیرنجات شجاعی مهدی نظری	اسماعیل محمدزاده مسیح گرچی - مریم نوری‌نیا
زبان عربی	بهرز حیدریکی	حسام حاج مؤمن - علیرضا شفیعی شاهو مرادیان - سید مهدی میرفتحی پریسا فیلو
دین و زندگی	مرتضی محسنی کبیر محمد رضایی‌نقا	بهاره سلیمی
زبان انگلیسی	امید یعقوبی‌فرد	مریم پارسائیان
ریاضیات	سیروس نصیری	مینا نظری
	بهرام غلامی	
	مفید ابراهیم‌پور	
فیزیک	ارسلان رحمانی	شادی تشکری - مروارید شاه‌حسینی
شیمی	پویا الفتی	ایمان زارعی - امین بابازاده رضیه قربانی - امیرشهریار قربانیان



فروشگاه مرکزی گاج: تهران - خیابان انقلاب
نبش بازارچه کتاب

اطلاع‌رسانی نام ۰۲۱-۶۴۲۰

نشانی اینترنتی www.gaj.ir



آماده‌سازی آزمون

مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعتی

بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری

برنامه‌ریزی و هماهنگی: مریم جمشیدی عینی - مینا نظری

ویراستاران فنی: بهاره سلیمی - ساناز فلاحی - مروارید شاه‌حسینی - مریم پارسائیان

سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی

صفحه‌آر: فرهاد عبدی

طراح شکل: فاطمه میناسرشت

حروف‌نگاران: پگاه روزبهانی - زهرا نظری‌زاد - سارا محمودنسب - الناز دارانی - مهناز کاظمی - مهسا هوشیار

امور چاپ: عباس جعفری



فارسی

۱۲ ۴ نغمهٔ حروف: بیت اول: تکرار (صامت‌های «ن» و «ب») / بیت

دوم: تکرار صامت «م» / بیت سوم: تکرار مصوّت کوتاه (ب) در مصراع اول و تکرار صامت «ب» و «ش» / حسن تعلیل: -

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) ایهام: مردم‌دار: ۱- اهل معاشرت ۲- دارای مردمک

پارادوکس: این که نرگس پُر خواب، بیدار باشد. / خفته‌ای بیدار (تصوّر این‌که خفته‌ای بیدار باشد، در جملهٔ «ور بُود»)

(۲) تضاد: خفته ≠ بیدار / بُود ≠ نیبُود

ایهام تناسب: شور: ۱- هیجان (معنی درست) ۲- نوعی مزه (معنی نادرست متناسب با شکر)

(۳) استعاره: نرگس: استعاره از چشم

تشبیه: نرگس (چشم) به فتنه / چشم به [چشم] آهو / چشم به [انسان] مست / لب به یاقوت / لب به لعل

۱۳ ۲ بررسی آرایه‌ها در گزینهٔ (۲):

جناس ناقص: گلخن و گلشن / ایهام تناسب: بوم: ۱- سرزمین (معنی درست)

۲- جغد (معنی نادرست، متناسب با باز) / تلمیح: اشاره به آیهٔ شریفهٔ ﴿أَنَا اللَّهُ وَأَنَا إِلِيهِ رَاجِعُونَ﴾ و عبارت «کَلَّ شَيْءٌ يَرْجِعُ إِلَىٰ أَسْوَءِ» / استعاره: گلخن: استعاره

از دنیا / گلشن: استعاره از عالم بالا / سلطان: استعاره از خداوند

۱۴ ۴ روضهٔ خلد اثری منثور از مجد خوافی است.

۱۵ ۳ اشاره به عقاید مذهبی، مراسم اجتماعی و جشن‌ها و آیین‌ها

جزء زمینهٔ ملی حماسه به شمار می‌روند. در این بیت نیز به دو جشن آیینی ایرانیان باستان یعنی «مهرگان» و «سده» اشاره شده است.

۱۶ ۴ مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینهٔ (۴): ستایش اخلاص /

ضرورت غلبه بر نفس

مفهوم سایر گزینه‌ها:

(۱) تقدیرگرایی

(۲) توصیه به قناعت

(۳) نکوهش غفلت و خطاکاری

۱۷ ۳ مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینهٔ (۳): برتری دانش و تدبیر

بر نیرومندی ظاهری

مفهوم سایر گزینه‌ها:

(۱) توصیف مصاف با حریف بی‌همتا

(۲) نیک‌بختی و کام‌یابی در گرو توفیق الهی است.

(۴) شایستگی و اهلیت، ملاک ارزشمندی سایر ویژگی‌های پسندیده است.

۱ ۱ معنی درست واژه‌ها: پایمردی: خواهشگری، میانجی‌گری،

شفاعت / چیرگی: استیلا، پیروزی، تسلط / خبیث: پلید، ناپاک، بدسیرت / کثیف: ناپاک، آلوده (در گذشته در معنی «غلیظ و فشرده» به کار می‌رفته است).

۲ ۲ واژهٔ «محضر» در این گزینه در معنی «محلّ حضور و پیشگاه» به کار رفته است و در سایر گزینه‌ها در معنی «استشهادنامه».

۳ ۳ واژهٔ «ابرش» در این گزینه ترکیبی است از «ابر (سحاب)» و

ضمیر «ش» و در سایر گزینه‌ها در معنی «اسبی که بر اعضای او نقطه‌ها باشد» به کار رفته است.

۴ ۱ املای واژه‌ها در تمامی بیت‌ها درست است.

۵ ۳ املای درست واژه: خاست (بلند شد)

۶ ۴ ترکیب‌های اضافی: دلجم / بند تنهایی / روز بهاران /

پایان صحبت / وفای حق‌گزاران / هلاک ما / قتل مور / پای سواران (۸ مضاف‌الیه)

۷ ۳ سپهر: نوعی ابزار دفاعی در جنگ (معنای قدیم) / بخش

محافظ وسایل نقلیه (معنای جدید)

۸ ۱ وابسته‌های پسین: عصر / خویش / خود / واژه / تازی (۵ وابسته)

۹ ۲ محتوای اثر / دچار اختلال

مضاف‌الیه مضاف‌الیه

۱۰ ۳ بررسی آرایه‌های گزینهٔ (۳):

تشبیه: یوسف گل (اضافهٔ تشبیهی) / نرگس به یعقوب

تلمیح: اشاره به داستان حضرت یعقوب و یوسف (ع)

کنایه: روشن شدن چشم کنایه از بینا شدن و خوشحالی فراوان از دیدار عزیزی ایهام: بو: ۱- شمیم و رایحه ۲- امید و آرزو

۱۱ ۱ جناس تام (بیت «د»): مردم (مردمک)، مردم (آدمیان)

کنایه (بیت «ج»): سررشته از دست شدن کنایه از اختیار کاری از دست خارج شدن پارادوکس (بیت «ه»): ننگ بودن نگونامی

ایهام تناسب (بیت «الف»): مجنون: ۱- دیوانه و شیفته (معنی درست) ۲- لقب قیس که عاشق لیلی بود. (معنی نادرست، متناسب با لیلی) /

شیرین: ۱- معشوق فرهاد (معنی درست) ۲- نوعی مزه (معنی نادرست، متناسب با شکر) / شکر: ۱- مادهٔ شیرین خوراکی (معنی درست) ۲- معشوقهٔ

خسرو و هووی شیرین (معنی نادرست، متناسب با فرهاد)

مجاز (بیت «ب»): سر (اول): مجاز از اندیشه



زبان عربی

■ درست‌ترین و دقیق‌ترین جواب را در ترجمه یا واژگان یا مفهوم مشخص کن
(۲۹ - ۲۱):

۱ ۲۱ ليعبدو: باید بپرستند؛ فعل امر غایب است. [رد گزینه (۳)]

رب: پروردگار [رد گزینه (۴)]

أطعمهم: خورا کشان داد [رد گزینه‌های (۲) و (۳)]

من جوع: در گرسنگی [رد گزینه (۲)]

آمنهم: ایمنشان کرد، به آن‌ها امنیت داد [رد گزینه‌های (۲) و (۳)]

۴ ۲۲ أوصت: وصیت کرد، وصیت کرده است [رد گزینه (۱)]

المرأة المسلمة: زن مسلمان [رد گزینه‌های (۲) و (۳)]

أن يكتب: (که) نوشته شود؛ مضارع مجهول است. [رد گزینه‌های (۱) و (۳)]

من أشهر: از مشهورترین [رد گزینه‌های (۲) و (۳)]

قبرها: قبر او [رد گزینه (۳)]

۳ ۲۳ أشاز: اشاره کرده‌اند [رد گزینه‌های (۱) و (۴)]

فريق: گروهی، جمعی [رد گزینه (۲)]

دراساتهم: پژوهش‌هایشان، بررسی‌های خود [رد گزینه (۱)]

محاولات: تلاش‌هایی. کوشش‌هایی [رد گزینه‌های (۱) و (۲)]

هدفها: هدفشان [رد گزینه‌های (۱) و (۲)]

مدّ جسور: کشیدن پل‌ها، گسترش پل‌ها [رد گزینه‌های (۲) و (۴)]

۳ ۲۴ ترجمه درست عبارت: و از کودکی‌اش به هر آنچه به شرف

ارتباط داشت، علاقه‌مند بود.

توجه: «ارتَبْتُ» فعل ماضی از باب «افتعال» است.

۴ ۲۵ ترجمه عبارت سؤال: «روزگار دو روز است؛ روزی به سود تو و

روزی به زیان تو!»؛ دورترین گزینه را در مفهوم معین کن:

مفهوم: بیت مطرح‌شده در گزینه (۴) گذرا و سریع بودن عمر و زندگی را بیان می‌دارد.

سایر گزینه‌ها مانند عبارت صورت سؤال بر ناپایداری دنیا و به یک حالت

نچرخیدن چرخ روزگار اشاره دارند.

۱ ۲۶ ترجمه عبارت سؤال: «بهترین کارها میانه‌ترین آن‌هاست.»

مفهوم: افراط و تفریط در هیچ کاری مطلوب نیست و میانه‌روی و اعتدال بهترین

روش در هر کاری است. این مفهوم فقط با مفهوم گزینه (۱) سازگاری ندارد.

۳ ۲۷ إكتسب: به دست آورد

ترجمه گزینه‌ها:

(۱) به شمار آورد، شمرد (۲) تشکیل داد

(۳) به دست آورد (۴) احساس ... کرد



- ۲) گازهای موجود در هوا میزان مشخصی دارند تا انسان سالم زندگی کند! (و نباید از این میزان بیشتر یا کم تر شوند).
- ۳) ریشه‌های درختان گاز اکسیژن را به خاک می‌دهند! (در متن بحثی درباره این موضوع نشده است).
- ۴) درختان به دی‌اکسید کربن در هوا نیاز دارند! (آن را از هوا می‌گیرند و اکسیژن تولید می‌کنند).

■ گزینه درست را در اعراب و تحلیل صرفی مشخص کن (۳۳ و ۳۴):

۳۳ دلائل رد سایر گزینه‌ها:

- ۱) للمخاطب ← للغائبة / مصدره: ترفیع ← مصدره: ارتفاع
- ۳) للمخاطب ← للغائبة / مجهول ← معلوم / مفعوله «نسبة» ← فاعله «نسبة»
- ۴) متعدّد ← لازم

۳۴ دلائل رد سایر گزینه‌ها:

- ۱) اسم المفعول ← مصدر
- ۲) اسم الفاعل ← مصدر / فاعل ← مفعول
- ۳) حروفه الأصلية «ر ج ف» ← حروفه الأصلية «ج ر ف» / فاعل ← مفعول
- گزینه مناسب را در پاسخ به سوالات زیر مشخص کن (۴۰ - ۳۵):

- ۳۵ «لا» در «لا یبأس» برای «نهی» و به معنای «نباید» است. در سایر گزینه‌ها «لا» برای منفی کردن فعل مضارع است.
- دقت کنید:** کسر در انتهای فعل «لا یبأس» عارضی است و تنها برای سهولت در خواندن آمده است.

ترجمه گزینه‌ها:

- ۱) خورشید را نمی‌بینم زیرا آسمان پر از ابرهاست.
- ۲) ای همکلاسی! آیا دوست نداری با من در کتابخانه درس بخوانی؟
- ۳) مؤمنان هرگز نباید از رحمت خدا ناامید شوند.
- ۴) ستمگر ادب نمی‌شود جز با بلا.

- ۳۶ از کلمه «أمس» به معنای «دیروز» متوجه می‌شویم که در جای خالی باید فعلی بیاید که معنای «ماضی» (گذشته) بدهد. «لم» معنای فعل مضارع را به «ماضی ساده منفی» یا «ماضی نقلی منفی» تبدیل می‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۲) «لا» برای منفی کردن فعل «مضارع» می‌آید.
- ۳) «لن» معنای فعل مضارع را به «مستقبل منفی» تبدیل می‌کند.
- ۴) «ل» معنای فعل مضارع را به «مضارع التزامی» تبدیل می‌کند.

- ۳۷ «لن یُسرف: اسراف نخواهد کرد»: لن + فعل مضارع ← ترجمه به آینده منفی

- ۲۸ قَدْ (کشید، گسترش داد) ≠ بَسَطَ (گسترش داد) ← مترادفاند، نه متضاد.

ترجمه سایر گزینه‌ها:

- ۱) دوست ≠ همکار
- ۴) ایمن کرد ≠ ترساند

۲۹ ترجمه گزینه‌ها:

- ۱) جوانی، جوانان
- ۲) تمدن
- ۳) بزرگسالی
- ۴) کودکی

■ متن زیر را با دقت بخوان سپس متناسب با آن به سوالات زیر پاسخ بده (۳۴ - ۳۰):

درختان به حفظ خاک و آب‌ها کمک می‌کنند و مانند مانعی در مقابل بادهای عمل می‌کنند. هم‌چنان که ریشه‌هایشان فرسایش خاک را با باران‌های زیاد منع می‌کنند. و انواع زیادی از درختان به توقف گسترش صحراها کمک کرده‌اند. از [جمله] این انواع، درختی در استرالیا با فایده متمایزش در سرعت رشدش در ماسه‌ها است. درختان هم‌چنین به حفظ توازن گازها و پاک کردن هوا کمک می‌کنند. به طوری که برگ‌های درختان گاز دی‌اکسید کربن را از هوا می‌مکند تا گاز اکسیژن را تولید کنند و آن را در هوا آزاد کنند و این دو فرایند برای بقای انسان ضروری‌اند و امکان ندارد که مردم در هوایی زندگی کنند که در آن میزان دی‌اکسید کربن بالا بیاید یا میزان اکسیژن در آن از حد معقول کم شود!

- ۳۰ با توجه به متن، این کلمه به معنای «می‌مکند، جذب می‌کنند» است.

ترجمه گزینه‌ها:

- ۱) اجازه می‌دهد (می‌دهند)
- ۲) در می‌آورد (می‌آورد)
- ۳) بالا می‌برد (می‌برند)
- ۴) می‌مکد (می‌مکند)

- ۳۱ متن از سخن نگفته است.

ترجمه و بررسی گزینه‌ها:

- ۱) میزان اکسیژن در هوا (متن فقط گفته که نباید اکسیژن هوا از حدی کم‌تر شود و از میزان آن در هوا سخن نگفته است).
- ۲) اهمیت درختان (کل متن درباره فواید و اهمیت درختان است).
- ۳) آلوده کننده هوا (در متن از گاز دی‌اکسید کربن سخن به میان آمده است).
- ۴) آن‌چه انسان در هوا به آن نیاز دارد. (منظور گاز اکسیژن است).

۳۲ ترجمه و بررسی گزینه‌ها:

- ۱) برخی از درختان به سرعت در خاک صحرا رشد می‌کنند! (همانند نمونه‌ای که در استرالیا یافت می‌شود).



بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) «لیحصل: برای این‌که به دست آورد»؛ لِـ (بیان علت) + فعل مضارع ← مضارع التزامی

(۲) «لأن يتحدثن: تا که سخن بگویند»؛ أن + فعل مضارع ← مضارع التزامی

(۴) «لا يجالس: نباید هم‌نشینی کند»؛ لا «ی نهی» + فعل مضارع ← نباید + مضارع التزامی

توجه: حرکت کسره (ـِ) در آخر فعل «يجالس» را کسره عارضی گویند. این حرکت زمانی است که دو ساکن به هم می‌رسند و برای راحت تلفظ کردن، ساکن حرف اول را به کسره تبدیل می‌کنند.

لا يجالس الإنسان ← لا يجالس الإنسان

۲۸ ۲ لم + مضارع ← ماضی ساده منفی / ماضی نقلی منفی؛
«لم يشارك: شرکت نکردند / شرکت نکرده‌اند»

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) «كان ... قد لعبوا: بازی کرده بودند»؛ كان + قد + فعل ماضی ← ماضی بعید

(۳) «كان ... أمر: دستور داده بود»؛ كان + فعل ماضی ← ماضی بعید

(۴) تَغَيَّرَ: فعل ماضی است نه مضارع.

دقت کنید: با توجه به فاعل (سلوك) نمی‌توان این فعل را به صورت مضارع (تَغَيَّرَ) خواند، چون در این صورت فاعل مذکر است و فعل مؤنث. فعل باید با فاعل از نظر جنس مطابقت کند. / شَجَّحَ: فعل ماضی است.

۳۹ ۴ «لام» امر پس از حروفی مانند «وَوَ»، «قَدْ» معمولاً ساکن می‌شود. «لام» در «فَلْيَقُلْ» ساکن بوده و «لام» امر است.

با توجه به ترجمه، «لام» در «ليصمت» نیز به معنای «باید» و «لام» امر است. ترجمه: هر کس به خدا و روز قیامت ایمان دارد، باید سخن خوبی بگوید یا باید ساکت بماند.

ترجمه و بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) بعد از «لِـ» اسم (الأعشاب) آمده، پس «لام» حرف جرّ است.

ترجمه: گیاهان دارویی فواید بسیاری در درمان بیماری‌ها دارند.

(۲) بعد از «لِـ» مصدر (تعلم) آمده که اسم است؛ پس «لام» حرف جرّ است.

ترجمه: برای یادگیری زبانی جدید شما باید بسیار تلاش کنید.

(۳) با توجه به ترجمه، «لِـ» قبل از فعل «أفتش» به معنای «تا، برای این‌که» است و «لام» امر نیست.

ترجمه: چند بار به کتابخانه رفتم تا دنبال موضوع مهمی بگردم.

۴۰ ۴ «لِـ» در این گزینه به معنای «تا» (از حروف ناصبه) است. در

سایر گزینه‌ها «لِـ» به معنای «باید» (از حروف جازمه) است.

ترجمه گزینه‌ها:

(۱) داروخانه‌دار گفت: دوستت باید به پزشک مراجعه کند.

(۲) باید با مردم به اندازه خردهایشان سخن بگوییم.

(۳) قاضی باید بین دو دشمن براساس عدالت داوری کند.

(۴) تا در شغلش پیشرفت کند، به شهری دور رفت.



دین و زندگی

۴۱ ۳ غیبت کبری از سال ۳۲۹ هجری قمری آغاز شده است و با شروع این دوره، بهره‌مندی مردم از امام زمان (عج) تنها منحصر به «ولایت معنوی» ایشان است که اموری هم‌چون حل بعضی از مشکلات علمی علما، هدایت باطنی افراد و ... نیز ثمره همین امر می‌باشند.

۴۲ ۱ آیه شریفه «وَلَقَدْ كَتَبْنَا فِي الزُّبُورِ مِنْ بَعْدِ الذِّكْرِ أَنَّ الْأَرْضَ يَرِثُهَا عِبَادِيَ الصَّالِحُونَ» به راستی در زبور، پس از ذکر (تورات) نوشته‌ایم که زمین را بندگان شایسته من به ارث می‌برند. بیانگر پیش‌بینی وراثت بندگان شایسته بر زمین، در آینده تاریخ می‌باشد که با توجه به ابتدای آیه، این حقیقت پس از تورات (ذکر) در زبور نیز مورد اشاره قرار گرفته است.

۴۳ ۲ کسی که در عصر غیبت تنها با گریه و دعا سر کند و در صحنه نبرد حق‌طلبان علیه مستکبران حضور نداشته باشد، در روز ظهور، به علت عدم آماده کردن خود و جامعه برای ظهور، مانند قوم موسی (ع) به امام مهدی (عج) خواهند گفت: «تو و پروردگارت بروید و بجنگید، ما این‌جا می‌نشینیم.»

۴۴ ۱ پیامبر اکرم (ص) درباره دوازده جانشین خود با مردم سخن گفته بود و امام مهدی (عج) را به عنوان آخرین امام و قیام‌کننده علیه ظلم و برپاکننده عدل در جهان معرفی کرده بود. امیرالمؤمنین علی (ع) و سایر امامان نیز از آن حضرت و مأموریتی که از جانب خدا دارد، یاد کرده بودند، به همین دلیل حاکمان بنی‌عباس درصدد بودند که مهدی موعود (عج) را به محض تولد به قتل برسانند و در بیان امام علی (ع) آمده است: «زمین از حجت خدا (امام) خالی نمی‌ماند، اما خداوند، به علت ستمگری انسان‌ها و زیاده‌روی‌شان در گناه، آنان را از وجود حجت در میانشان بی‌بهره می‌سازد.»

۴۵ ۴ با توجه به سخنان حضرت علی (ع) در رابطه با چگونگی امامت حضرت مهدی (عج) در عصر غیبت که می‌فرمایند: «حجت خداوند در میان مردم حضور دارد، از معابر و خیابان‌ها عبور می‌کند ... به نقاط مختلف می‌رود، سخن مردم را می‌شنود و بر جماعت مردم سلام می‌کند ...؛ تا این‌که زمان ظهور و وعده الهی و ندای آسمان فرا می‌رسد. هان! آن روز، روز شادی فرزندان علی و پیروان اوست.» روز شادی فرزندان علی (ع) و پیروان او، همان روز ظهور امام عصر (عج) است.

با توجه به آیه شریفه «وَتُرِيدُ أَنْ نَمُنَّ عَلَى الَّذِينَ اسْتَضَعُوا فِي الْأَرْضِ وَ نَجْعَلَهُمْ آيَةً وَ نَجْعَلَهُمُ الْوَارِثِينَ» ما می‌خواهیم بر مستضعفان زمین، منت نهیم و آنان را پیشوایان [مردم] قرار دهیم و آنان را وارثان [زمین] قرار دهیم. پیشوایی مردم در آینده تاریخ، وعده خداوند به مستضعفین است.

۴۶ ۴ براساس فرمان خداوند، همه افراد جامعه اسلامی نسبت به یکدیگر مسئول‌اند و مانند سوارشدگان در یک کشتی می‌باشند. بنابراین همه ما باید ناظر بر فعالیت‌های اجتماعی باشیم و در صورت مشاهده گناه وظیفه امر به معروف و نهی از منکر (نظارت همگانی) را با روش درست انجام دهیم. این مشارکت در نظارت همگانی سبب می‌شود که هدایت جامعه به سمت وظایف اسلامی برای رهبر جامعه آسان‌تر شود.

۴۷ ۲ حضرت علی (ع) در عهدنامه مالک اشتر حکیمانه و عالمانه مسئولیت کارگزاران را بیان کرده از جمله این‌که «عده‌ای افراد مورد اطمینان را انتخاب کن تا درباره وضع طبقات محروم تحقیق کنند و به تو گزارش دهند، سپس برای رفع مشکلات آن‌ها عمل کن ...، زیرا این گروه [افراد محروم] بیش از دیگران به عدالت نیازمندند.»

۴۸ ۴ سخت‌گیری حاکمان بنی‌عباس نسبت به امام دهم و یازدهم تا حدی شدت یافته بود که آن بزرگواران را در محاصره کامل قرار داده بودند (سخت‌گیری‌ها از زمان امامت دهمین امام یعنی؛ امام هادی (ع) شدت یافت)، علت این محاصره و سخت‌گیری شدید، آگاهی ایشان از رسالت حضرت مهدی (عج) از طریق روایات پیامبر اکرم (ص) و ائمه اطهار (ع) بوده است.

۴۹ ۳ برای تصمیم‌گیری صحیح در برابر قدرت‌های ستمگر دنیا اطلاع از شرایط سیاسی و اجتماعی جهان ضروری است که این موضوع از وظایف مردم نسبت به رهبری به افزایش آگاهی‌های سیاسی و اجتماعی اشاره می‌کند، کارگزاران همان مدیران و مسئولان جامعه‌اند که امروزه امور سه قوه مقننه، مجریه و قضائیه را به عهده دارند و در واقع، کارگزاران یاران و کمک‌کنندگان به رهبر می‌باشند.

۵۰ ۳ آیه شریفه «وَ مَا كَانَ الْمُؤْمِنُونَ لِيَنْفِرُوا كَآفَّةً فَلَوْلَا نَفَرَ مِنْ كُلِّ فِرْقَةٍ مِنْهُمْ طَائِفَةٌ لِيَتَفَقَّهُوا فِي الدِّينِ وَ لِيُنذِرُوا قَوْمَهُمْ إِذَا رَجَعُوا إِلَيْهِمْ لَعَلَّهُمْ يَحْذَرُونَ»؛ و نمی‌شود که مؤمنان همگی [برای آموزش دین] اعزام شوند (درستی گزینه ۲)، پس چرا از هر گروهی جمعی از آن‌ها اعزام نشوند تا دانش دین را [به طور عمیق] بیاموزند و آن‌گاه که به سوی قوم خویش بازگشتند (درستی گزینه ۱)، آن‌ها را هشدار دهند، باشد که آنان از [کیفر الهی] بترسند. بیانگر جبران مرجعیت دینی امام زمان (عج) است، نه استقرار آن (نادرستی گزینه ۳)، چرا که امام زمان (عج) غایب است و نمی‌تواند خود این مسئولیت را انجام دهد؛ هم‌چنین بذل لطف امام زمان (عج) به فقها نیز از دقت در آیه مستفاد نمی‌گردد.

توجه؛ مرجعیت دینی با مفتوح بودن باب اجتهاد و استنباط (تفقه) جبران می‌شود تا گره‌گشایی هر زمان وحی الهی و استمرار امامت (درستی گزینه ۴) تحقق یابد.



یکی دیگر از وظایف ولی فقیه، تصمیم‌گیری براساس مشورت است که وجود نهادهایی مانند: مجمع تشخیص مصلحت نظام، شورای عالی انقلاب فرهنگی، مجلس شورای اسلامی، شورای عالی امنیت ملی و ... در همین راستا است.

۵۷ ۳ فقیهی که رهبری جامعه اسلامی را بر عهده می‌گیرد، باید شرایط زیر را داشته باشد:

۱- باتقوا باشد.

۲- عادل باشد.

۳- زمان‌شناس باشد و بتواند احکام دین را متناسب با نیازهای روز به دست آورد.

۴- مدیر و مدبر باشد و بتواند جامعه را در شرایط پیچیده جهانی رهبری کند.

۵- شجاعت و قدرت روحی داشته باشد و بدون ترس و واهمه، در برابر زیاده‌خواهی دشمنان بایستد. در اجرای احکام دین از کسی نترسد و با قدرت، در مقابل تهدیدها بایستد و پایداری کند.

حکومت و رهبری فقیهی که شرایط فوق را دارد، مشروع است؛ یعنی دین به او اجازه رهبری مردم را داده است. در غیر این صورت، پیروی از دستورات وی حرام است.

۵۸ ۳ برای درک درست رهبری امام در عصر غیبت، ابتدا باید توجه کنیم که امام را از آن جهت «غایب» نامیده‌اند که ایشان از نظرها «غایب» است، نه این‌که در جامعه حضور ندارد. به عبارت دیگر باید درک صحیح نسبت به مفهوم غیبت داشته باشیم و حدیث شریفه امیرمؤمنان علی (ع) که می‌فرماید: «حجت خداوند در میان مردم حضور دارد، از معابر و خیابان‌ها عبور می‌کند ... به نقاط مختلف می‌رود، سخن مردم را می‌شنود ...» در راستای این مفهوم می‌باشد.

۵۹ ۴ این‌که انسان‌ها بهتر می‌توانند خدا را بندگی کنند، فرزندان صالح به جامعه تقدیم نمایند و خیرخواه دیگران باشند که بدین ترتیب انسان‌ها به هدفی که خدا در خلقت برای آن‌ها تعیین کرده، بهتر و آسان‌تر می‌رسند از ویژگی‌های جامعه مهدوی به فراهم شدن زمینه رشد و کمال برای همه اشاره می‌کند، که از دقت در آیه شریفه «يُغْبِثُؤنَّيْنِي لَا يُشْرِكُونَ بِي شَيْئًا» مستفاد می‌گردد.

۶۰ ۳ ولی فقیه باید: ۱- باتقوا باشد. ۲- عادل باشد. ۳- زمان‌شناس باشد تا بتواند احکام دین را متناسب با نیازهای روز به دست آورد. ۴- مدیر و مدبر باشد و بتواند جامعه را در شرایط پیچیده جهانی رهبری کند. ۵- شجاعت و قدرت روحی داشته باشد و در اجرای احکام دین (اسلام) از کسی نترسد و بدون ترس و واهمه، در برابر زیاده‌خواهی دشمنان بایستد و با قدرت در مقابل تهدیدها پایداری کند.

۵۱ ۲ مردم مسئولیت‌هایی نسبت به رهبر دارند که اولویت دادن به اهداف اجتماعی از جمله آن‌هاست. در برخی موارد که اهداف و آرمان‌های اجتماعی در برابر منافع فردی قرار می‌گیرند، باید بتوانیم از منافع فردی خود بگذریم و برای اهداف اجتماعی تلاش کنیم؛ مثلاً خرید کالاهای ایرانی سبب می‌شود که کارخانه‌های داخلی به تولید خود ادامه دهند و مانع بیکاری صدها هزار کارگر شوند. برای درک درست رهبری امام در عصر غیبت، ابتدا باید توجه کنیم که امام را «غایب» نامیده‌اند؛ زیرا ایشان از نظرها «غایب» است، نه این‌که در جامعه حضور ندارد.

۵۲ ۳ «تفقه» به معنای تلاش برای کسب معرفت عمیق است و به افرادی که به معرفت عمیق در دین می‌رسند و می‌توانند قوانین و احکام اسلام را از قرآن و روایات به دست آورند، «فقیه» می‌گویند. در زمان ائمه (ع) مردمانی در شهرهای دوردست بودند که به امامان دسترسی نداشتند و نمی‌توانستند احکام دین را از ایشان بشنوند و از فرمان‌های آنان مطلع شوند. فقیهان توسط ائمه (ع) تربیت می‌شدند تا به نقاط مختلف سفر کنند و پاسخ پرسش‌های مردم را براساس دانش خود از قرآن کریم و روایات بدهند.

۵۳ ۲ تشکیل نظام و حکومت اسلامی، بر پایه «مشروعیت» و «مقبولیت» استوار است.

۵۴ ۳ امام عصر عجل الله تعالی فرجه الشریف در پاسخ یکی از یاران خود به نام اسحاق بن یعقوب که درباره رویدادهای جدید (حوادث الواقعة) سؤال کرد و راه چاره پرسید فرمودند: «وَ اَمَّا الْحَوَادِثُ الْوَاقِعَةُ فَارْجِعُوا فِيهَا اِلَى زُوَاةِ حَدِيثِنَا ...»، و راه چاره را مراجعه به روایان حدیث فقها اعلام کردن که موضوع پاسخگویی به سوالات مردم متناسب با رویدادها و حوادث روز از ویژگی‌های فقها به زمان‌شناس بودن اشاره می‌کند.

۵۵ ۱ خداوند نعمت هدایت را با وجود امامان تمام و کامل گردانیده و راه رسیدن به رستگاری را برای انسان‌ها هموار ساخته است و مطابق آیه شریفه ۵۳ سوره انفال «ذَلِكَ بِأَنَّ اللَّهَ لَمْ يَكُ مُغْتَبَرًا نِعْمَةً أَنْعَمَهَا عَلَي قَوْمٍ حَتَّى يُغْتَبَرُوا مَا بِأَنْفُسِهِمْ وَ أَنَّ اللَّهَ سَمِيعٌ عَلِيمٌ» عامل تغییر نعمت خداوند خود انسان‌ها هستند که از عبارت شریفه «قَوْمٍ حَتَّى يُغْتَبَرُوا مَا بِأَنْفُسِهِمْ» مستفاد می‌گردد. توجه کنید که عبارت «لَمْ يَكُ مُغْتَبَرًا نِعْمَةً أَنْعَمَهَا» به تغییر نعمت اشاره می‌کند نه عامل تغییر نعمت.

۵۶ ۳ کشورهای بیگانه، به خصوص قدرت‌های بزرگ، همواره درصدد سلطه بر کشورهای دیگرند و در این راه از روش‌های مختلفی چون فشار اقتصادی و روانی استفاده می‌کنند. رهبر جامعه اسلامی در راستای عمل به وظیفه خود در قبال حفظ استقلال کشور و جلوگیری از نفوذ بیگانگان، با دعوت مردم به استقامت و پایداری و بستن راه‌های سلطه، تلاش می‌کند عزت و استقلال کشور از دست نرود.



زبان انگلیسی

۶۱ ۴ در صورتی که هوا خوب بماند، به راحتی می‌توانیم نقاشی خانه را تا یک‌شنبه تمام کنیم.

توضیح: بعد از فعل "finish" (تمام کردن، به پایان رساندن)، فعل دوم به صورت اسم مصدر (فعل ینگ) به کار می‌رود.

۶۲ ۴ A: تمایل دارید چیزی بخورید؟

B: نه، ممنون. همین الان نهار خوردم.

توضیح: هم "just" (تازه، همین الان) و هم "ever" (تا حالا، تاکنون) حتماً بین دو بخش فعل حال کامل قرار می‌گیرند؛ بنابراین فقط یکی از گزینه‌های (۳) و (۴) می‌تواند صحیح باشد.

دقت کنید: همراه زمان حال کامل و برای اشاره به عملی که از زمان انجام آن مدت بسیار اندکی گذشته است، از "just" و "recently" (اخیراً، به تازگی) استفاده می‌کنیم، نه "ever".

۶۳ ۴ جکی در ماه گذشته چندین بار تأخیر داشته است. به این خاطر است که رئیس چند دقیقه قبل به او هشدار داد.

توضیح: در جای خالی اول به عملی اشاره شده که از زمان مشخصی در گذشته تاکنون (در این تست «یک ماه اخیر») به تناوب انجام شده است؛ بنابراین در این مورد از فعل حال کامل (has / have + p.p.) استفاده می‌شود. اما با توجه به این‌که در جای خالی دوم، عمل در زمان مشخصی از گذشته (a few minutes ago) انجام شده و به پایان رسیده است، برای آن به فعل گذشته ساده (در این مورد "warned") نیاز داریم، نه فعل حال کامل.

۶۴ ۲ این شرکت از فیلترهای الکترونیکی استفاده می‌کند تا در طول ساعات کاری، مانع دسترسی کارکنانش به اینترنت شود.

(۱) تجربه کردن

(۲) جلوگیری کردن از، پیشگیری کردن از، مانع ... شدن

(۳) متعادل کردن؛ متوازن کردن؛ سبک و سنگین کردن

(۴) ارتباط برقرار کردن؛ [خبر و غیره] رساندن

۶۵ ۳ دکتر بارها و بارها به او گفته است که سیگار را ترک کند، اما به نظر می‌رسد او از انجام آن ناتوان است.

(۱) دور شدن (۲) [تلویزیون و غیره] خاموش کردن

(۳) ترک کردن؛ رها کردن (۴) مراقب بودن، مواظب بودن

۶۶ ۱ به نظر می‌رسد بسیاری از دانشجویان زبان دوم اعتقاد دارند که یادگیری زبان ظرف چند ماه قابل دستیابی است، در حالی که در واقع آن یک فرایند مادام‌العمر است.

(۱) حقیقت، واقعیت (۲) کارکرد، عملکرد

(۳) محصول (۴) بی‌نظمی؛ آشفتگی؛ اختلال

توضیح: در واقع (امر): "in reality"

۶۷ ۱ استفان بعد از این‌که از کارش در فروشگاه اخراج گردید، کاملاً افسرده شد.

(۱) افسرده، غمگین (۲) مطلق، کامل

(۳) مکرر، تکرارشونده (۴) غیرممکن

۶۸ ۲ او در طول دو ماه گذشته در رژیم بوده است چون که در طول زمستان خیلی وزن اضافه کرد.

(۱) عادت (۲) رژیم (غذایی)؛ غذا، خوراک

(۳) مورد، نمونه (۴) برنامه، طرح

۶۹ ۲ اندازه‌گیری کردن هوش دلفین‌ها دشوار است، اما ما می‌دانیم که آن‌ها مغزهای بسیار بزرگی دارند.

(۱) جلوگیری کردن از، پیشگیری کردن از، مانع ... شدن

(۲) اندازه‌گیری کردن، اندازه گرفتن

(۳) متعادل کردن؛ متوازن کردن؛ سبک و سنگین کردن

(۴) افزایش دادن؛ افزایش یافتن

۷۰ ۲ همسر هاوارد اخیراً بیمار بوده است، بنابراین فکر نمی‌کنم قادر باشند به مهمانی بیایند.

(۱) به سختی؛ به ندرت

(۲) اخیراً، به تازگی

(۳) در نهایت، بالاخره

(۴) به شکل مضری، به صورت زیان‌بخشی

در [سال] ۲۰۰۷، یک گزارش بر مشکل بزرگی در ایالات متحده تأکید کرد. مردم در حال چاق‌تر شدن بودند؛ و آن‌ها با سرعت هشداردهنده‌ای درشت‌هیکل‌تر می‌شدند. طبق [اعلام] مراکز آمریکایی کنترل و پیشگیری از بیماری‌ها، تقریباً ۱۰۰ میلیون فرد بزرگسال در ایالات متحده چاق بودند، یا به شدت اضافه وزن داشتند. این فقط بزرگسالان نبودند که در حال چاق شدن بودند. در ۲۰ سال پیش [از اعلام گزارش]، درصد کودکان چاق در ایالات متحده دو برابر شده بود. زمانی که گزارش منتشر شد، حدود ۲۵ میلیون کودک اضافه وزن داشتند. آن یعنی از هر سه کودک، یک نفر. اضافه وزن، در ادامه زندگی می‌تواند منجر به مشکلات جدی سلامتی، مانند بیماری قلبی و دیابت شود. مرض چاقی امروزه جدی‌ترین مشکل مربوط به رژیم غذایی است که روی سلامت بچه‌های آمریکایی تأثیر می‌گذارد.

۷۱ ۳

(۱) نگه داشتن؛ ادامه دادن (به) (۲) درست کردن؛ باعث ... شدن

(۳) کسب کردن، به دست آوردن (۴) بردن؛ گرفتن

توضیح: چاق شدن، وزن اضافه کردن "gain weight"



- ۷۶ ۲ نویسنده در مورد اثرات منفی تلویزیون اطلاعات می‌دهد تا
 (۱) خواننده را بترساند
 (۲) توضیح دهد چرا هفته‌ی تلویزیون - خاموش وجود دارد
 (۳) نشان دهد که در مورد آثار تلویزیون، شواهد کافی وجود ندارد
 (۴) خواننده را تشویق کند که به کتابخانه برود

۷۷ ۴ یک آمریکایی معمولی بیش از تماشا می‌کند.

- (۱) ۱۰ ساعت تلویزیون در روز (۲) ۶ ساعت تلویزیون در روز
 (۳) ۱ ساعت تلویزیون در روز (۴) ۴ ساعت تلویزیون در روز

- ۷۸ ۳ عبارت "in shape" (متناسب) در آخر پاراگراف چهارم به
 معنی "in good physical condition" می‌باشد.

- (۱) از نظر ذهنی سالم (۲) به لحاظ اجتماعی فعال
 (۳) در شرایط جسمی خوب (۴) با فعالیت‌های کافی

- ۷۹ ۴ نویسنده [در متن] نقل قول رابرت کیستن را گنجانده است تا

 (۱) به خواننده نمونه‌ای از یک شخص را که در هفته‌ی تلویزیون - خاموش شرکت
 کرده است، نشان دهد

- (۲) استدلالی را برای تماشای بیشتر تلویزیون بگنجاند
 (۳) توصیه‌ی کارشناسی را در مورد شکل‌های خوب ورزش بگنجاند
 (۴) در مورد این‌که چرا هفته‌ی تلویزیون - خاموش وجود دارد، اطلاعات بیشتری
 را ارائه کند

- ۸۰ ۴ در متن اطلاعات کافی وجود دارد تا به کدام‌یک از پرسش‌های
 زیر پاسخ دهد؟

- (۱) در قرن بیستم مردم چقدر زمان را در مقابل تلویزیون می‌گذرانند؟
 (۲) چند کشور در هفته‌ی تلویزیون - خاموش شرکت می‌کنند؟
 (۳) بعضی از برنامه‌هایی که بچه‌ها معمولاً در تلویزیون تماشا می‌کنند، چه
 چیزهایی هستند؟
 (۴) چه کسی مدیر اجرایی [برنامه‌ی] شبکه‌ی تلویزیون - خاموش است؟

- ۷۲ ۳ توضیح: اصولاً اعداد "hundred" (صد)، "thousand"
 (هزار)، "million" (میلیون) و "billion" (میلیارد) خودشان جمع بسته
 نمی‌شوند و به شکل ساده به کار می‌روند؛ مگر یک مورد خاص که بخواهیم از
 این اعداد برای کلی‌گویی به همراه "of" استفاده کنیم که در این صورت باید
 جمع بسته شوند.

۷۳ ۱

- (۱) درصد (۲) تجربه
 (۳) اطلاعات (۴) هرم

۷۴ ۳

- (۱) مناسب؛ شایسته (۲) متناسب؛ مربوط
 (۳) جدی؛ خطرناک (۴) احساسی، عاطفی؛ احساساتی

۷۵ ۲

- (۱) فشار (۲) بیماری، مریضی
 (۳) اندازه؛ اقدام (۴) سبک، طرز، شیوه

آیا می‌توانید یک هفته‌ی بدون تلویزیون را تصور کنید؟ [برنامه‌ی]
 شبکه‌ی تلویزیون - خاموش می‌خواهد شما دقیقاً این کار را انجام
 دهید؛ و تصور کنید [که] به جای تماشای تلویزیون، می‌توانید چه
 کاری را انجام دهید.

در نتیجه، مضمون هفته‌ی تلویزیون - خاموش «تصور کن» است. این
 مراسم از ۲۴ آوریل تا ۳۰ آوریل برگزار می‌شود. در طول این رویداد
 یک هفته‌ای، مسئولان (برگزارکنندگان) تلویزیون - خاموش امیدوارند که
 آگاهی [مردم] را در مورد اثرات زیان‌بار [تماشای] زیاد تلویزیون بالا ببرند.
 طبق [یافته‌های] ریل و ویزن و شبکه‌ی تلویزیون - خاموش، هر [بیننده‌ی]
 آمریکایی، به طور متوسط، هر روز بیش از چهار ساعت تلویزیون
 می‌بیند. در واقع، بچه‌ها زمان بیشتری را مقابل تلویزیون (۱،۰۲۳ ساعت
 در سال) به نسبت مدرسه (۹۰۰ ساعت در سال) می‌گذرانند!
 کارشناسان می‌گویند [گذراندن] زمان بسیار زیاد مقابل تلویزیون
 می‌تواند روی بچه‌ها اثر منفی بگذارد. بچه‌ها در مدرسه به خوبی
 فعالیت نمی‌کنند و به اندازه‌ی کافی ورزش نمی‌کنند تا متناسب بمانند.
 رابرت کیستن، مدیر اجرایی [برنامه‌ی] شبکه‌ی تلویزیون - خاموش امیدوار
 است که بچه‌ها تلویزیون را خاموش کنند و درگیر علائق دیگر شوند.
 کیستن به [مجله‌ی] ویکلی ریدر گفت «خاموش کردن تلویزیون به بچه‌ها
 اجازه می‌دهد جهان واقعی را ببینند. ما فکر می‌کنیم [که] اگر بچه‌ها
 تصمیم بگیرند که تلویزیون را برای یک هفته خاموش کنند، از کشفیات
 جدیدی [که] انجام خواهند داد، متعجب خواهند شد.»



از طرفی داریم:

$$\cosh = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (1) \rightarrow -\frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2} + k \Rightarrow k = 0$$

$$\Rightarrow h+k = \frac{5\pi}{6} + 0 = \frac{5\pi}{6}$$

اگر شعاع قاعده‌ی مخروط را با r ، ارتفاع آن را با h و شعاعقطاع را با l نشان دهیم، داریم:

$$\begin{cases} l = 5 \\ r^2 + h^2 = l^2 = 25 \\ r + h = 7 \end{cases}$$

$$r+h=7 \xrightarrow{\text{طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم.}} r^2+h^2+2rh=49$$

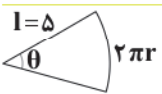
$$\Rightarrow 2rh = 49 - 25 = 24 \Rightarrow rh = 12 \quad (1)$$

$$r+h=7 \xrightarrow{(1)} r+\frac{12}{r}=7 \rightarrow r^2-7r+12=0$$

$$\Rightarrow (r-3)(r-4)=0 \Rightarrow \begin{cases} r=3 \\ r=4 \end{cases}$$

می‌دانیم محیط قاعده‌ی مخروط قائم، برابر طول کمان قطاع است، پس:

$$\theta = \frac{2\pi r}{l} \Rightarrow \begin{cases} \theta = \frac{2\pi(3)}{5} \text{ rad} \\ \theta = \frac{2\pi(4)}{5} \text{ rad} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \theta = \frac{2 \times 3 \times 180^\circ}{5} = 216^\circ \\ \theta = \frac{2 \times 4 \times 180^\circ}{5} = 288^\circ \end{cases}$$



$$\frac{1-\tan x}{1+\tan x} = \tan\left(\frac{\pi}{4}-x\right) \quad \text{می‌دانیم} \quad (2) \quad \text{و هم‌چنین}$$

$$\frac{1-\tan^2 x}{1+\tan^2 x} = \cos 2x \quad \text{با توجه به این دو رابطه داریم:}$$

$$\frac{1-\tan \frac{\pi}{12}}{1+\tan \frac{\pi}{12}} = \tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{12}\right) = \tan\left(\frac{3\pi-\pi}{12}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{1-\tan^2\left(\frac{\pi}{12}\right)}{1+\tan^2\left(\frac{\pi}{12}\right)} = \cos\left(2 \times \frac{\pi}{12}\right) = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1-\tan \frac{\pi}{12}}{1+\tan \frac{\pi}{12}} + \frac{1-\tan^2 \frac{\pi}{12}}{1+\tan^2 \frac{\pi}{12}} = \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{3}}{6}$$

$$4 \text{ رادیان در ناحیه‌ی سوم دایره‌ی مثلثاتی قرار دارد و در این} \quad (4) \quad (87)$$

ناحیه، سینوس هر زاویه منفی است، پس $-1 < \sin 4 < 0$ و در نتیجه $[\sin 4] = -1$ می‌باشد.

$$[\pi\sqrt{2}] = \left[\left(\frac{3}{14}\right)\left(\frac{1}{41}\right)\right] = \left[\frac{4}{41\dots}\right] = 4$$

پس جواب $(-1) \times 4 = -4$ می‌شود.

$$3 \quad (88) \quad \text{ابتدا همه‌ی نسبت‌های مثلثاتی را برحسب یک نسبت مثلثاتی}$$

(مثلاً کسینوس) می‌نویسیم.

می‌دانیم $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$ ، در نتیجه $\sin 5^\circ = \cos 4^\circ$ و داریم:

$$\cos 2^\circ \times \sin 5^\circ \times \cos 8^\circ = \cos 2^\circ \times \cos 4^\circ \times \cos 8^\circ$$

ریاضیات

$$l = r\theta \xrightarrow{\frac{r=10}{l=6}} 6 = 10\theta \Rightarrow \theta = 0.6 \text{ رادیان} \quad (4) \quad (81)$$

$$\frac{D}{180} = \frac{\text{rad}}{\pi} \Rightarrow \frac{D}{180} = \frac{0.6}{\pi} \Rightarrow D = \frac{180 \times 0.6}{\pi} = \frac{36}{\pi}$$

$$\Rightarrow D \approx \frac{36}{3.14} \approx 11.46^\circ$$

$$3 \quad (82)$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - \tan(-x) \sin(\pi - x) = \cos x + \frac{\sin x}{\cos x} \sin x$$

$$= \frac{\cos x \cos x + \sin x \sin x}{\cos x} = \frac{\cos(x-x)}{\cos x}$$

$$= \frac{\cos 2x}{\cos x} = \frac{\cos(x+x)}{\cos x} = \frac{\cos x \cos x - \sin x \sin x}{\cos x}$$

$$= \frac{(1-2\sin^2 x)\cos x - 2\sin^2 x \cos x}{\cos x}$$

$$= \frac{\cos x(1-2\sin^2 x - 2\sin^2 x)}{\cos x} = 1 - 4\sin^2 x = 4\cos^2 x - 3$$

$$4 \quad (83)$$

$$\sin \alpha = -\frac{1}{3} \xrightarrow{\text{در ربع چهارم}} \cos \alpha = \sqrt{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2}$$

$$= \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\cos \beta = \frac{\sqrt{3}}{3} \xrightarrow{\text{در ربع چهارم}} \sin \beta = -\sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2}$$

$$= -\sqrt{1 - \frac{3}{9}} = -\frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$= \left(-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) + \left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)\left(-\frac{\sqrt{6}}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{9} - \frac{4\sqrt{2}}{9}$$

$$= -\frac{5\sqrt{3}}{9} < 0 \Rightarrow \text{ربع سوم یا چهارم}$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$= \left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) - \left(-\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{\sqrt{6}}{3}\right) = \frac{2\sqrt{6}}{9} - \frac{\sqrt{6}}{9}$$

$$= \frac{\sqrt{6}}{9} > 0 \Rightarrow \text{ربع اول یا چهارم}$$

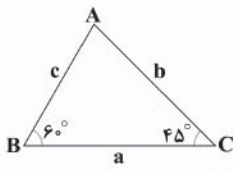
بنابراین $(\alpha + \beta)$ نیز در ربع چهارم قرار دارد.

$$3 \quad (84)$$

$$y = \cos(x+h) + k \begin{cases} \left(0, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \rightarrow -\frac{\sqrt{3}}{2} = \cosh + k \quad (1) \\ \left(\pi, \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \underbrace{\cos(\pi+h)}_{-\cosh} + k \quad (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1)-(2)} -\sqrt{3} = 2\cosh \Rightarrow \cosh = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\xrightarrow{0 < h < \pi} h = \frac{5\pi}{6}$$



۹۴ از قضیه‌ی کسینوس‌ها داریم:

$$\begin{cases} b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos 60^\circ \\ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos 45^\circ \end{cases}$$

حال طرفین دو رابطه‌ی فوق را با هم جمع می‌کنیم:

$$b^2 + c^2 = 2a^2 + b^2 + c^2 - ac - \sqrt{2}ab$$

$$\Rightarrow 2a^2 = ac + \sqrt{2}ab \Rightarrow 2a = c + \sqrt{2}b \quad (1)$$

از طرفی با استفاده از قضیه‌ی سینوس‌ها می‌توان نوشت:

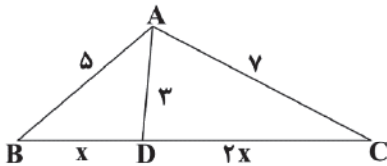
$$\frac{b}{\sin 60^\circ} = \frac{c}{\sin 45^\circ} \Rightarrow \frac{b}{c} = \frac{\sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\Rightarrow b = \frac{\sqrt{6}}{2}c \quad (2)$$

حال با جای‌گذاری رابطه‌ی (۲) در رابطه‌ی (۱) داریم:

$$2a = c + \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{6}}{2}c \right) \Rightarrow 2a = c + \sqrt{3}c \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}$$

۹۵ با توجه به قضیه‌ی استوارت داریم:



$$AD^2 \times BC + BD \times CD \times BC = CD \times AB^2 + BD \times AC^2$$

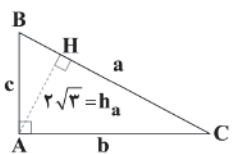
$$\Rightarrow 3^2 \times 3x + x \times 2x \times 3x = 2x \times 5^2 + x \times 7^2$$

$$\Rightarrow 27x + 6x^3 = 50x + 49x \Rightarrow 6x^3 = 72x$$

$$\Rightarrow x^2 = 12 \Rightarrow x = 2\sqrt{3}$$

۹۶ با توجه به تمرین ۱ صفحه‌ی ۶۵ کتاب درسی، اگر AH را با h_a نشان دهیم، $BC = a$ و $AB = c$ ، $AC = b$ در این صورت همواره داریم:

۹۷ بنا به قضیه‌ی کسینوس‌ها داریم:



$$\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \Rightarrow \frac{1}{h_a^2} = \frac{c^2 + b^2}{(bc)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{(2\sqrt{3})^2} = \frac{c^2 + b^2}{64}$$

$$\Rightarrow b^2 + c^2 = \frac{64}{12} = \frac{16}{3}$$

حال از اتحاد مربع دوجمله‌ای به دست می‌آوریم:

$$c + b = \sqrt{c^2 + b^2 + 2bc} = \sqrt{\frac{16}{3} + 2 \times 8} = \sqrt{\frac{64}{3}}$$

$$\Rightarrow AB + AC = \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

۹۷ بنا به فرض $a = 5$ و $b = 4$ ، $c = 6$ است. داریم:

$$b^2 + a^2 = 2m_c^2 + \frac{c^2}{2}, \quad a^2 + c^2 = 2m_b^2 + \frac{b^2}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} 2m_b^2 + \frac{b^2}{2} - 2m_c^2 - \frac{c^2}{2} = c^2 - b^2$$

$$\Rightarrow 2(m_b^2 - m_c^2) + \frac{b^2 - c^2}{2} = c^2 - b^2$$

با توجه به این‌که زاویه‌ها دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت ۲ تشکیل می‌دهند، می‌خواهیم

از رابطه‌ی $\sin 2\alpha = 2\cos\alpha \times \sin\alpha$ استفاده کرده و عبارت را ساده کنیم:

$$\cos 2^\circ \times \cos 4^\circ \times \cos 8^\circ = \frac{(2\sin 2^\circ \times \cos 2^\circ) \times \cos 4^\circ \times \cos 8^\circ}{2\sin 2^\circ}$$

$$= \frac{(\sin 4^\circ \times \cos 4^\circ) \times \cos 8^\circ}{\sin 2^\circ} = \frac{(\frac{1}{2}\sin 8^\circ) \times \cos 8^\circ}{\sin 2^\circ}$$

$$= \frac{\frac{1}{4}(\sin 8^\circ \times \cos 8^\circ)}{\sin 2^\circ} = \frac{\frac{1}{4}(\frac{1}{2}\sin 16^\circ)}{\sin 2^\circ} = \frac{\frac{1}{8}\sin 16^\circ}{\sin 2^\circ} = \frac{1}{8}$$

دلیل تساوی اخیر این است که 16° و 2° دو زاویه‌ی مکمل‌اند، پس $\sin 16^\circ = \sin 2^\circ$.

$$\tan 2\alpha = \tan(\alpha + \beta + \alpha - \beta)$$

$$= \frac{\tan(\alpha + \beta) + \tan(\alpha - \beta)}{1 - \tan(\alpha + \beta)\tan(\alpha - \beta)} = \frac{3 + 4}{1 - 3 \times 4} = \frac{7}{11}$$

$$\cot 2\alpha = \frac{1}{\tan 2\alpha} = \frac{1}{\frac{7}{11}} = \frac{11}{7}$$

$$\Rightarrow \tan 2\alpha + \cot 2\alpha = \frac{7}{11} + \frac{11}{7} = \frac{-121 - 49}{77} = -\frac{170}{77}$$

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{\text{Rad}}{\pi} \Rightarrow \frac{D}{180^\circ} = \frac{4}{\pi} \Rightarrow D = \frac{4 \times 180^\circ}{\pi} \approx \frac{4 \times 180^\circ}{3.14} \approx 228^\circ$$

$$= \frac{22^\circ}{3/14} = 22^\circ \Rightarrow \text{ربع سوم}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

$$= 2^2 + (\sqrt{3} + 1)^2 - 2 \times 2 \times (\sqrt{3} + 1) \times \cos 60^\circ$$

$$= 4 + 4 + 2\sqrt{3} - 4 \times (\sqrt{3} + 1) \times \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow c^2 = 8 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 2 = 6 \Rightarrow c = \sqrt{6}$$

۹۲ فرض کنیم $a = R$ در این صورت بنا به قضیه‌ی سینوس‌ها

داریم:

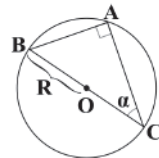
$$a = 2R \sin A \Rightarrow R = 2R \sin A$$

$$\Rightarrow \sin A = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{A} = 30^\circ \text{ یا } 150^\circ$$

۹۳ با توجه به فعالیت ۲ صفحه‌ی ۶۳ کتاب درسی، قطر دایره‌ی

محیطی هر مثلث قائم‌الزاویه برابر وتر مثلث است، بنابراین از قضیه‌ی

فیثاغورس داریم:



$$R = \frac{1}{2} \sqrt{AB^2 + AC^2}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{36 + 64} = \frac{1}{2} \sqrt{100} = 5$$

حال از آن‌جا که زاویه‌ی کوچک‌تر روبرو به ضلع کوچک‌تر مثلث است، از

قضیه‌ی سینوس‌ها داریم:

$$\frac{AB}{\sin \alpha} = 2R \Rightarrow \frac{6}{\sin \alpha} = 2 \times 5 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$



۱۰۹ ۳ اگر داده‌های گزینه‌ی (۳) را از کوچک به بزرگ مرتب کنیم داریم:

۲, ۱۱, ۱۵, ۱۷, ۱۷, ۱۹, ۲۳, ۳۲

اولاً مد و میانه در داده‌ها برابر ۱۷ می‌باشد، حال برای به دست آوردن میانگین داریم:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{4 \times (34)}{8} = \frac{34}{2} = 17$$

۱۱۰ ۱ می‌دانیم مجموع فراوانی‌های نسبی برابر یک است. بنابراین داریم:

$$0.06 + 0.14 + 0.22 + x + 0.34 = 1 \Rightarrow 0.76 + x = 1$$

$$\Rightarrow x = 1 - 0.76 \Rightarrow x = 0.24$$

مجموع \times فراوانی نسبی مسیره‌های با ۳ نفر مسافر = فراوانی مسیره‌های با ۳ نفر مسافر
مسیر $0.24 \times 50 = 12$

۱۱۱ ۴ تابعی صعودی‌اکید است که با افزایش x مقدار y نیز افزایش

یابد. در این تابع، طول نقاط $-1, 0, 1$ است که چون $-1 > 0 > 1$ است، پس:

$$-2 < x^2 + 3x < 4 \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 3x - 4 < 0 \Rightarrow (x-1)(x+4) < 0 & (1) \\ x^2 + 3x + 2 > 0 \Rightarrow (x+1)(x+2) > 0 & (2) \end{cases}$$

جواب نامعادله‌ی (۱) به صورت $(-4, 1)$ و جواب نامعادله‌ی (۲) به صورت $(-1, +\infty) \cup (-\infty, -2)$ می‌باشد که اشتراک جواب‌ها برابر $(-1, 1) \cup (-2, -4)$ می‌باشد.

۱۱۲ ۴ اگر نمودار تابع $f(x)$ را دو واحد به سمت راست و یک واحد

به بالا انتقال بدهیم، نمودار تابع $f(x-2)+1$ به دست می‌آید، پس:

$$g(x-1) = f(x-2) + 1 \xrightarrow{x=4}$$

$$g(3) = f(2) + 1 = 3(2)^2 + 1 + 1 = 14$$

۱۱۳ ۲ منظور سؤال، تابع ثابت (چندجمله‌ای از درجه‌ی صفر) می‌باشد.

$$y = x + x \sin 2x - x(\sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x)$$

$$y = x + x \sin 2x - x(1 + \sin 2x) = x - x = 0$$

۱۱۴ ۳ روش اول: اگر باقی‌مانده را به صورت

$$R(x) = ax^2 + bx + c \text{ در نظر بگیریم، آن‌گاه:}$$

$$x^5 = (x^3 - x)q(x) + ax^2 + bx + c$$

$$= x(x-1)(x+1)q(x) + ax^2 + bx + c$$

رابطه‌ی بالا یک اتحاد است و به‌ازای هر x برقرار است. اعدادی که مقسوم‌علیه را صفر می‌کنند، را انتخاب می‌کنیم:

$$x=0 \Rightarrow c=0$$

$$x=1 \Rightarrow 1 = a + b + c \xrightarrow{c=0} a + b = 1$$

$$x=-1 \Rightarrow 1 = a - b + c \xrightarrow{c=0} a - b = 1$$

$$\begin{cases} a + b = 1 \\ a - b = 1 \end{cases} \Rightarrow a = 1, b = 0 \Rightarrow R(x) = x^2$$

$$A = \{(پ, پ, پ, پ), (پ, پ, پ, د), (پ, د, پ, پ), (د, پ, پ, پ), (پ, پ, پ, د), (پ, پ, د, پ), (پ, د, پ, د), (د, پ, د, پ), (د, د, پ, پ)\} \Rightarrow n(A) = 4$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

توجه: البته برای محاسبه‌ی $n(A)$ می‌توانیم بگوییم انتخاب ۳ پسر از ۴

فرزند، یعنی $\binom{4}{3} = 4$ یا بگوییم:

$$n(A) = \frac{4!}{3!} = 4$$

تعداد کل فرزندان
تعداد فرزندان پسر

روش دوم: با توجه به مستقل بودن تولد فرزندان می‌توانیم بگوییم:

$$P((پ, پ, پ, د)) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow P(A) = \binom{4}{3} \times \frac{1}{16} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

تعداد حالات ۳ فرزند پسر داشتن

۱۰۷ ۳ جدول فراوانی مربوط به داده‌های نمودار به صورت زیر است:

حدود دسته	۳-۵	۵-۷	۷-۹	۹-۱۱	۱۱-۱۳
مرکز دسته	۴	۶	۸	۱۰	۱۲
فراوانی	۱	۴	۳	۱	۲

مد، داده‌ای است که بیش‌ترین فراوانی را دارد، پس مرکز دسته‌ی دوم، یعنی عدد ۶ مد است.

برای محاسبه‌ی میانه، ابتدا داده‌ها را به صورت صعودی مرتب کرده، سپس با توجه به این‌که تعداد آن‌ها برابر با ۱۱ است، میانه را به دست می‌آوریم:

$$4, 6, 6, 6, 6, \boxed{8}, 8, 8, 10, 12, 12$$

↓
 Q_p (میانه)

برای محاسبه‌ی میانگین از رابطه‌ی میانگین موزون استفاده می‌کنیم:

$$\bar{x}_w = \frac{(1 \times 4) + (4 \times 6) + (3 \times 8) + (1 \times 10) + (2 \times 12)}{1 + 4 + 3 + 1 + 2} = \frac{86}{11} = 7.81$$

با توجه به مقادیر به دست‌آمده، چون $6 < 7.81 < 8$ ، پس:

میانه $<$ میانگین $<$ مد

۱۰۸ ۲ اگر داده‌های جامعه‌ی A را با $\{x_1, x_2, \dots, x_{p_0}\}$ و

داده‌های جامعه‌ی B را با $\{y_1, y_2, \dots, y_{p_0}\}$ نمایش دهیم، داریم:

$$\sigma_A^2 = \frac{\sum_{i=1}^{p_0} (x_i - \bar{x})^2}{p_0} = 10 \Rightarrow \sum_{i=1}^{p_0} (x_i - \bar{x})^2 = 200$$

$$\sigma_B^2 = \frac{\sum_{i=1}^{p_0} (y_i - \bar{y})^2}{p_0} = 20 \Rightarrow \sum_{i=1}^{p_0} (y_i - \bar{y})^2 = 600$$

$$\sigma^2 \text{ جدید} = \frac{\sum_{i=1}^{p_0} (x_i - \bar{x})^2 + \sum_{i=1}^{p_0} (y_i - \bar{y})^2}{50} = \frac{200 + 600}{50} = 16$$

بنابراین انحراف معیار جامعه‌ی جدید برابر با $\sqrt{16} = 4$ خواهد شد.



بنابراین داریم:

$$g^{\vee}(\circ) - g(\vee) + 1 = f(g(\vee)) \Rightarrow k^{\vee} - k + 1 = g(\vee) \Rightarrow k^{\vee} - k + 1 = k \\ \Rightarrow k^{\vee} - 2k + 1 = 0 \Rightarrow (k-1)^{\vee} = 0 \Rightarrow k=1$$

$$g(f(-1)) = g(-1) = k = 1$$

و بنابراین:

۱۲۱) ۲ بررسی موارد:

(الف) صحیح است، خاصیت شرکت پذیری در ضرب ماتریس‌ها برقرار است.

$$A(BC) = (AB)C$$

(ب) صحیح است، خاصیت پخش ضرب نسبت به جمع برقرار است.

$$A(B+C) = AB+AC$$

(ج) ماتریس همانی، عضو خنثی در ضرب ماتریس‌ها است:

$$AIB = AB, BIA = BA$$

اما عمل ضرب ماتریس‌ها در حالت کلی تعویض پذیر نیست، پس «ج» ناصحیح است.

(د) ناصحیح است، در ضرب ماتریس‌ها خاصیت جابه‌جایی وجود ندارد.

$$A^{\vee}CA \neq A^{\vee}AC = A^{\vee}C$$

۱۲۲) ۳ روش اول: ماتریس‌های I و A تعویض پذیرند. توان‌های

مختلف P را محاسبه می‌کنیم و از رابطه‌ی $P^{\vee} = I - P$ استفاده می‌کنیم.

$$P^{\vee} = (P^{\vee})^{\vee} = (I - P)^{\vee} = I^{\vee} - 2IP + P^{\vee} = I - 2P + P^{\vee}$$

$$= I - 2P + I - P = 2I - 3P$$

$$P^{\vee} = P^{\vee}P^{\vee} = (I - P)(2I - 3P) = 2I^{\vee} - 2IP - 2PI + 3P^{\vee}$$

$$= 2I - 3P - 2P + 3(I - P) = 5I - 8P$$

پس $n=6$ صحیح است.روش دوم: طرفین رابطه‌ی $P^{\vee} = I - P$ را در P ضرب می‌کنیم:

$$P^{\vee} = P - P^{\vee} = P - I + P = 2P - I$$

$$P^{\vee} = 2P^{\vee} - P = 2(I - P) - P = 2I - 3P$$

$$P^{\vee} = 2P - 3P^{\vee} = 2P - 3(I - P) = 5P - 3I$$

$$P^{\vee} = 5P^{\vee} - 3P = 5(I - P) - 3P = 5I - 8P$$

بنابراین $n=6$ صحیح است.۱۲۳) ۳ ماتریس $A \times B$ را تشکیل می‌دهیم.

$$A \times B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & a & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & a \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 2+a^2 \end{bmatrix}$$

شرط لازم و کافی برای این که ماتریس A وارون پذیر باشد آن است که $|A| \neq 0$ باشد:

$$|A \times B| = 5(2+a^2) - 1 \neq 0 \Rightarrow 10 + 5a^2 - 1 \neq 0 \Rightarrow 9 + 5a^2 \neq 0$$

به ازای هر مقدار a، مخالف صفر می‌باشد.

۱۲۴) ۳ از رابطه‌ی داده شده $A^{\vee} = -A - I$ به دست می‌آید، از

طرفی A و I تعویض پذیرند، پس:

$$B = (A+I)^{\vee} = A^{\vee} + 2A + I$$

$$\xrightarrow{A^{\vee} = -A - I} B = -A - I + 2A + I \Rightarrow B = A \Rightarrow B^{-1} = A^{-1}$$

۱۲۵) ۴ طرفین رابطه $BA = A^{\vee m}$ را از راست در A^{-1} ضرب می‌کنیم:

$$BAA^{-1} = A^{\vee m}A^{-1} \Rightarrow B = A^{\vee m}A^{-1}$$

روش دوم: مقسوم‌علیه را برابر صفر قرار می‌دهیم و به رابطه‌ی $x^{\vee} = x$ می‌رسیم. اگر در مقسوم یعنی $x^{\Delta 0}$ به جای x^{\vee} عبارت x را قرار دهیم به باقی‌مانده خواهیم رسید.

$$x^{\Delta 0} = \left(\frac{x^{\vee}}{x}\right)^{\Delta 6} x^{\vee} = x^{\Delta 18} = \left(\frac{x^{\vee}}{x}\right)^{\Delta 6} = x^{\Delta 6} = \left(\frac{x^{\vee}}{x}\right)^{\Delta 2} = x^{\Delta 2}$$

۱۱۵) ۳

$$A(2, -3) \xrightarrow[\text{عرض نقطه 2 برابر}]{f(x+1)} (1, -3) \xrightarrow[\text{واحد به چپ}]{f(x+1)} (1, -6)$$

$$\xrightarrow[\text{واحد پایین}]{2f(x+1)-3} (1, -9)$$

۱۱۶) ۴

$$(1, a^{\vee} - 1), (1, 0) \in R \xrightarrow[\text{تابع}]{R} a^{\vee} - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ a=-1 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{a=1} R = \{(1, 0), (0, -1), (2, 1+b^{\vee}), (2, -1)\}$$

$$\Rightarrow 1+b^{\vee} = -1 \Rightarrow b^{\vee} = -2 \text{ (غ ق)}$$

$$\xrightarrow{a=-1} R = \{(1, 0), (0, 1), (0, b^{\vee} - 1), (2, -1)\}$$

$$\Rightarrow b^{\vee} - 1 = 1 \Rightarrow b^{\vee} = 2 \checkmark$$

$$\Rightarrow b^{\vee} - a = 2 - (-1) = 3$$

۱۱۷) ۳ کافی است نمودار f را روی محور yها تصویر کنیم:

$$f \text{ برد} = (-\infty, 2]$$

۱۱۸) ۱

برای به دست آوردن $f(5)$ ، ابتدا باید ببینیم که $2x+1$

به ازای چه مقداری از x برابر 5 می‌شود:

$$2x+1=5 \Rightarrow 2x=4 \Rightarrow x=2$$

بنابراین اگر $x=2$ را جای‌گذاری کنیم، داریم:

$$f(2x+1) = x + \frac{1}{x} \xrightarrow{x=2} f(5) = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

همچنین برای به دست آوردن $f(3)$ نیز باید ببینیم که $2x+1$ به ازای چه مقداری از x برابر 3 می‌شود:

$$2x+1=3 \Rightarrow 2x=2 \Rightarrow x=1$$

بنابراین اگر $x=1$ را جای‌گذاری کنیم، داریم:

$$f(2x+1) = x + \frac{1}{x} \xrightarrow{x=1} f(3) = 1 + 1 = 2$$

$$\frac{f(5)}{f(3)} = \frac{\frac{5}{2}}{2} = \frac{5}{4}$$

در نتیجه:

۱۱۹) ۳

$$-1 \leq x < 1 \Rightarrow \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x-1 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x < 1 \end{cases} \Rightarrow 2x+3 > 0$$

$$\Rightarrow y = \frac{|x-1|}{-} - \frac{|2x+3|}{+} + \frac{|x+1|}{+} = -x+1 - (2x+3) + x+1$$

$$\Rightarrow y = -2x-1$$

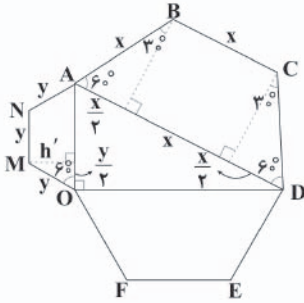
$$f \text{ همانی} \Rightarrow f(x) = x$$

۱۲۰) ۱

$$g \text{ ثابت} \Rightarrow g(x) = k$$



۱۲۸ ۳ همه‌ی دوزنقه‌های متساوی‌الساقین دارای زاویه‌ی ۱۲۰° و ۶۰° متشابه‌اند.
در نتیجه مساحت دوزنقه‌ی روی وتر برابر با مجموع مساحت‌های دو دوزنقه‌ی دیگر است:



$$S_{ABCD} = S_{OMNA} + S_{ODEF} \Rightarrow 15\sqrt{3} = S_{OMNA} + 3\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow S_{OMNA} = 15\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 12\sqrt{3} \quad (*)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{BC}{AD} = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2} &\Rightarrow \frac{MN}{OA} = \frac{1}{2} \Rightarrow OA = 2MN = 2y \\ h' = \frac{\sqrt{3}}{2}y & \end{aligned} \right. \quad (**)$$

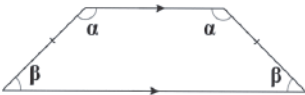
$$\xrightarrow{(*), (**)} S_{OMNA} = \frac{1}{2}h'(MN + OA) = 12\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(\frac{\sqrt{3}}{2}y)(y + 2y) = 12\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \frac{3\sqrt{3}}{4}y^2 = 12\sqrt{3} \Rightarrow y^2 = \frac{12 \times 4 \sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = 16$$

$$\Rightarrow y = 4 \Rightarrow OA = 2y = 8$$

۱۲۹ ۳ دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین، دو جفت زاویه‌ی مساوی دارد اما متوازی‌الاضلاع نیست.



$$h_a + h_b = h_c \quad (*)$$

$$h_a \times 2 = h_b \times 3 = h_c \times c \Rightarrow \begin{cases} h_a = \frac{c}{2}h_c \\ h_b = \frac{c}{3}h_c \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{c}{2}h_c + \frac{c}{3}h_c = h_c \Rightarrow \frac{5c}{6}h_c = h_c \Rightarrow c = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$$

محیط = $2 + 3 + 1\frac{1}{5} = 6\frac{1}{5}$

۱۳۰ ۱

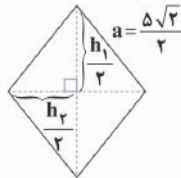
$$A^{-1} = \frac{1}{-4-9} \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} = \frac{1}{13}A$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 & 0 \\ 0 & 13 \end{bmatrix} = 13I$$

$$\Rightarrow A^{2m} = (A^2)^m = (13I)^m \Rightarrow A^{2m} = 13^m I^m = 13^m I$$

$$B = A^{2m} \left(\frac{1}{13}A\right) = \frac{1}{13} (A^2)^m A = \frac{1}{13} \times 13^m \times IA = 13^{m-1} \times A$$

۱۲۶ ۴



$$S = \frac{h_1 \times h_2}{2} = 10 \Rightarrow h_1 h_2 = 20$$

$$\left(\frac{h_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{h_2}{2}\right)^2 = \left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{h_1^2 + h_2^2}{4} = \frac{50}{4} \Rightarrow h_1^2 + h_2^2 = 50$$

$$(h_1 - h_2)^2 = h_1^2 + h_2^2 - 2h_1 h_2 = 50 - 2(20) = 10$$

$$\xrightarrow{h_1 > h_2} h_1 - h_2 = \sqrt{10} \quad (1)$$

$$(h_1 + h_2)^2 = h_1^2 + h_2^2 + 2h_1 h_2 = 50 + 2(20) = 90$$

$$\xrightarrow{h_1 > h_2 > 0} h_1 + h_2 = \sqrt{90} = 3\sqrt{10} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow 2h_1 = \sqrt{10} + 3\sqrt{10} \Rightarrow 2h_1 = 4\sqrt{10} \Rightarrow h_1 = 2\sqrt{10}$$

$$\xrightarrow{h_1 + h_2 = 3\sqrt{10}} h_2 = \sqrt{10} \Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{2\sqrt{10}}{\sqrt{10}} = 2$$

روش دوم:

$$\left(\frac{h_1}{h_2}\right)^2 + h_2^2 = 50 \Rightarrow \frac{400}{h_2^2} + h_2^2 = 50$$

$$\xrightarrow{\times h_2^2} 400 + h_2^4 - 50h_2^2 = 0 \xrightarrow{h_2^2 = t}$$

$$t^2 - 50t + 400 = 0 \Rightarrow (t-10)(t-40) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t=10 \Rightarrow h_2^2=10 \Rightarrow h_2=\sqrt{10} \Rightarrow h_1 = \frac{20}{\sqrt{10}} = 2\sqrt{10} \\ t=40 \Rightarrow h_2^2=40 \Rightarrow h_2=\sqrt{40} \Rightarrow h_1 = \frac{20}{\sqrt{40}} = \sqrt{10} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{h_1 > h_2} \frac{h_1}{h_2} = \frac{2\sqrt{10}}{\sqrt{10}} = 2$$

۱۲۷ ۳

$$\text{مساحت ناحیه‌ی بیرونی} = \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{13}{2} + 14 - 1 = 6\frac{1}{2} + 13 = 19\frac{1}{2}$$

$$\text{مساحت ناحیه‌ی درونی} = \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{1}{2} + 2 - 1 = 1\frac{1}{2} + 1 = 2\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \text{مساحت ناحیه‌ی سایه‌زده} = 19\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2} = 17$$



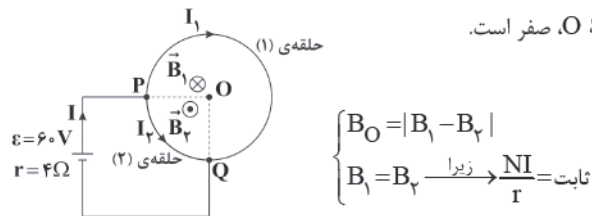
دقت کنید که حداقل بزرگی میدان مغناطیسی خواسته شده است، در تساوی بالا تنها مقادیر مجهول، B و $\sin \theta$ هستند، پس میدان وقتی حداقل بزرگی خود را دارا است که $\sin \theta$ بیشترین مقدار خود، یعنی یک را دارا باشد، به عبارت دیگر زمانی که ذره عمود بر میدان مغناطیسی از آن عبور کند، کمترین بزرگی میدان برای غلبه بر نیروی وزن نیاز است:

$$|q|vB \times 1 = mg \Rightarrow B = \frac{mg}{|q|v} = \frac{10^{-3} \times 10}{4 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^4}$$

$$= \frac{10^{-2}}{20 \times 10^{-2}} = \frac{1}{20} = 0.05 T$$

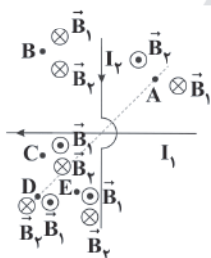
حلقه داده شده به دو قسمت نامساوی تقسیم شده است، حلقه‌های ناقص (۱) و (۲) تولید میدان‌های مغناطیسی در خلاف جهت یکدیگر می‌نمایند.

با توجه به رابطه $B = \frac{\mu_0 NI}{2r}$ ، حاصل ضرب NI برای دو حلقه (۱) و (۲) ثابت است. شعاع حلقه‌ها هم یکسان است، بنابراین میدان مغناطیسی برآیند در نقطه O ، صفر است.



وقتی جریان الکتریکی در سیمولوه برقرار می‌شود، سیمولوه مانند یک آهنربای میله‌ای عمل می‌کند که یک سر آن قطب N و سر دیگر آن قطب S می‌شود. (به کمک قاعده دست راست می‌توانیم قطب‌ها را مشخص کنیم). بنابراین در خارج از سیمولوه جهت میدان مغناطیسی از قطب N به S و در داخل از قطب S به N است. خطوط میدان مغناطیسی در داخل سیمولوه متراکم‌تر است، بنابراین میدان مغناطیسی در داخل سیمولوه قوی‌تر است. همچنین این خطوط در نقاط دور از لبه‌ها تقریباً موازی و هم فاصله هستند، بنابراین میدان مغناطیسی در داخل سیمولوه یکنواخت است.

همان‌طور که در شکل زیر می‌بینید، در نقطه A ، جهت \vec{B}_1 درون سو و جهت \vec{B}_2 برون سو است. با توجه به این‌که جهت میدان مغناطیسی برآیند در نقطه A درون سو شده است، می‌توانیم نتیجه بگیریم که $B_1 > B_2$ است. و با توجه به این‌که فاصله نقطه A تا دو سیم یکسان است، نتیجه می‌گیریم که $I_1 > I_2$ است. در ادامه جهت میدان مغناطیسی ناشی از دو سیم را در نقاط B, C, D, E به صورت زیر تعیین می‌کنیم:

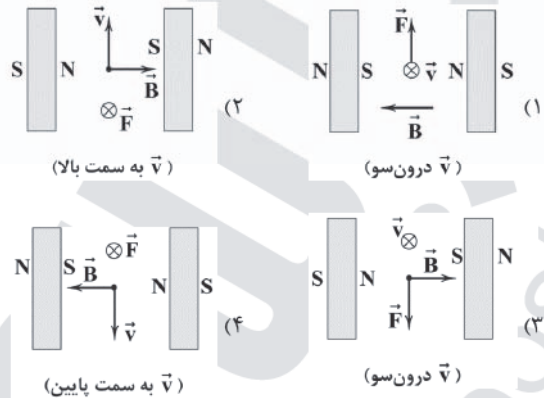


فیزیک

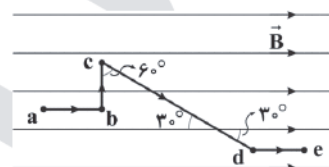
۱۳۱ | ۳

ابتدا باید قطب‌های آهنربا را به درستی مشخص کنیم، سپس توجه کنیم که جهت میدان مغناطیسی از قطب N به سمت قطب S آهنربای دیگر می‌باشد در نهایت به کمک قانون دست راست جهت درست \vec{v} را مشخص می‌کنیم.

بررسی گزینه‌ها:



با توجه به شکل زیر، قطعه سیم‌های ab و de با بردار میدان مغناطیسی هم جهت هستند. بنابراین نیروی مغناطیسی وارد بر آن‌ها صفر است. اما قطعه سیم bc بر میدان مغناطیسی عمود است ($\theta = 90^\circ$) و قطعه سیم cd با میدان مغناطیسی، زاویه 30° درجه می‌سازد.



$$F_{ab} = F_{de} = IlB \sin 0^\circ = 0$$

$$F_{bc} = Il_{bc} B \sin 90^\circ = 4 \times 4.0 \times 10^{-2} \times 5 \times 1 = 8 N$$

$$F_{cd} = Il_{cd} B \sin 30^\circ = 4 \times 10.0 \times 10^{-2} \times 5 \times \frac{1}{2} = 10 N$$

توجه: چون نیرو یک کمیت برداری است بنابراین برای محاسبه نیروی برآیند باید جهت نیرو را در نظر گرفت. مطابق با قاعده دست راست جهت نیروی \vec{F}_{bc} درون سو \otimes و جهت نیروی \vec{F}_{cd} برون سو \odot است. بنابراین چون $F_{cd} > F_{bc}$ است، جهت نیروی برآیند برون سو بوده و اندازه آن برابر است با:

$$F_t = F_{cd} - F_{bc} = 10 - 8 = 2 N$$

برای این‌که ذره منحرف نشود، نیروی مغناطیسی باید نیروی وزن را خنثی کند:

$$F = |q|vB \sin \theta \Rightarrow |q|vB \sin \theta = mg$$

$$F = mg$$



$$\Rightarrow \mu_0 \frac{N_1 I_1}{\ell_1} = \mu_0 \frac{N_2 I_2}{\ell_2} \xrightarrow{\ell_1 = 2\ell_2} \frac{N_1 I_1}{2} = N_2 I_2$$

$$\Rightarrow \frac{1000 I_1}{2} = 2000 I_2 \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{4000}{1000} = 4$$

۱۴۰) مواد پارامغناطیسی در حضور میدان‌های مغناطیسی قوی، خاصیت مغناطیسی ضعیف و موقت پیدا می‌کنند.

۱۴۱) برای این‌که کرم خاکی کاملاً از لوله خارج شود باید فاصله اولیه‌اش تا لوله، طول لوله و طول خودش را طی کند.

$$v = 9 \frac{\text{cm}}{\text{s}}, L = \text{طول لوله} \Rightarrow v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 9 = \frac{12 + 8 + L}{2}$$

$$\Rightarrow L = 180 - 20 = 160 \text{ cm} = 1.6 \text{ m}$$

۱۴۲) برای این‌که شتاب متوسط یک متحرک مثبت باشد، باید سرعت ثانویه آن بیشتر از سرعت اولیه آن باشد. با توجه به گزینه‌های داده‌شده، تنها سرعت متحرک در لحظه t_4 بیشتر از سرعت در لحظه t_3 است. بنابراین در این بازه زمانی شتاب متوسط متحرک، مثبت است.

$$v_4 > v_3 \Rightarrow a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} > 0 \Rightarrow a_{av} > 0$$

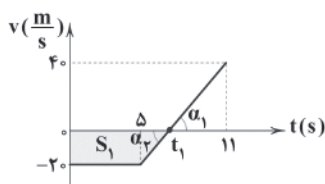
نکته:

۱۴۳) می‌دانیم در حرکت متحرک روی خط راست اگر متحرک تغییر جهت ندهد، جابه‌جایی و مسافت طی‌شده و در نتیجه سرعت متوسط و تندی متوسط برابر است. حال لحظه‌ای که سرعت متحرک صفر می‌شود را به دست می‌آوریم:

$$v = t^2 - 4t + 4 \Rightarrow v = (t-2)^2$$

$t = 2\text{s}$ ریشه مضاعف و v همواره مثبت و هیچ‌گاه تغییر جهت نمی‌دهد، بنابراین جابه‌جایی و مسافت طی‌شده با هم برابر است در نتیجه: $S_{av} = |\bar{v}_{av}|$

۱۴۴) با توجه به نمودار سرعت - زمان متحرک از لحظه $t = 5\text{s}$ به بعد شتاب حرکت، ثابت است.



$$\tan \alpha_1 = \tan \alpha_2 \Rightarrow \frac{40}{11-t_1} = \frac{20}{t_1-5} \Rightarrow t_1 = 7\text{s}$$

در لحظه $t_1 = 7\text{s}$ سرعت متحرک صفر می‌شود.

عبور مجدد از نقطه شروع، یعنی این‌که از لحظه $t = 0$ تا آن زمان، $\Delta x = 0$ باشد، یعنی Δx در جهت منفی و مثبت محور x هم‌اندازه شوند.

$$|\Delta x_1| = S_1 = \frac{v+5}{2} \times 20 = 120 \text{ m}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{40 - (-20)}{11 - 5} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

با توجه به شکل، در نقطه B جهت هر دو میدان درون‌سو است و جهت میدان مغناطیسی برآیند نیز درون‌سو می‌باشد و عبارت «الف» درست است. در نقطه C با توجه به این‌که $I_1 > I_2$ است و C به سیم I_1 نزدیک‌تر است، قطعاً $B_1 > B_2$ است و جهت میدان برآیند برون‌سو بوده و عبارت «ب» هم درست است. در نقطه D نیز با توجه به این‌که فاصله‌ها یکسان بوده و $B_1 > B_2$ است، جهت میدان برآیند برون‌سو بوده و عبارت «ج» نادرست می‌باشد. اما در مورد جهت میدان مغناطیسی در نقطه E نمی‌توان اظهارنظر کرد، زیرا از یک طرف $I_1 > I_2$ است و از طرف دیگر فاصله نقطه E تا سیم (۲) کم‌تر از فاصله آن تا سیم (۱) است. بنابراین نمی‌توان اندازه \vec{B}_1 و \vec{B}_2 را مقایسه کرد و عبارت «د» نادرست می‌باشد.

۱۳۷) بزرگی میدان سیم‌لوله از رابطه $B = \frac{\mu_0 NI}{\ell}$ به دست می‌آید، با وصل کردن دو سیم‌لوله مشابه به هم، هر دو مقدار N و ℓ دو برابر می‌شود، در نتیجه مقدار نهایی کسر، تغییری نمی‌کند.

از طرف دیگر هم، طبق رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ با دو برابر شدن طول سیم، مقاومت آن دو برابر می‌شود و داریم:

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow I = \frac{2V}{2R} \Rightarrow I \text{ تغییری نمی‌کند.}$$

پس باز هم تغییری در مقدار نهایی B ایجاد نمی‌شود.

۱۳۸)

نکته: اگر از دو سیم موازی، جریان‌های هم‌سو عبور کنند، دو سیم یک‌دیگر را می‌ریزند و اگر جریان‌های ناهم‌سو عبور کنند، دو سیم یک‌دیگر را می‌رانند.

با توجه به قاعده دست راست، جهت میدان ناشی از سیم a در محل سیم b درون‌سو است، بنابراین نیروی وارد بر سیم b از طرف سیم a به سمت چپ می‌باشد.

همچنین جهت میدان مغناطیسی ناشی از سیم b در محل سیم a برون‌سو است، بنابراین نیروی وارد بر سیم a از طرف سیم b به سمت راست است. پس دو سیم همدیگر را جذب می‌کنند.

۱۳۹) با توجه به صورت سؤال، باید میدان مغناطیسی برآیند حاصل

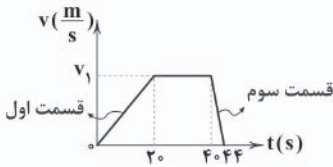
از دو سیم‌لوله صفر شود، یعنی جهت دو میدان مخالف یک‌دیگر بوده و اندازه‌های آن‌ها با هم برابر باشند. مطابق شکل، چون جهت جریان در دو سیم‌لوله، مخالف یک‌دیگر است، بنابراین جهت میدان در داخل آن‌ها نیز مخالف یک‌دیگر است.

$$B_t = B_1 - B_2 = 0 \Rightarrow B_1 = B_2$$



۱۴۷ ۳ نمودار سرعت - زمان اتومبیل را رسم می‌کنیم، بنابراین ابتدا باید مدت زمانی که اتومبیل ترمز می‌کند را محاسبه کنیم.

$$\begin{cases} \text{در قسمت اول} & v_1 = a_1 t + v_0 \xrightarrow{t=2\text{s}} v_1 = 20a + 0 \\ \text{در قسمت سوم} & v_3 = a_3 t' + v_0 \Rightarrow 0 = (-5a)t' + 20a \Rightarrow t' = 4\text{s} \end{cases}$$



مساحت زیر نمودار سرعت - زمان نشان‌دهنده جابه‌جایی متحرک است، بنابراین:

$$S = \frac{4+2}{2} \times v_1 = 12a \Rightarrow v_1 = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

اکنون اندازه شتاب a را محاسبه می‌کنیم.

$$v_1 = at + v_0 \Rightarrow 40 = 20a + 0 \Rightarrow a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

۱۴۸ ۱ نمودار، سهمی است. پس با توجه به متقارن بودن نمودار، در لحظه $t = 12\text{s}$ متحرک دوباره به مکان 36 متری مبدأ می‌رسد. حال با استفاده از معادله مکان - زمان، شتاب متحرک را محاسبه می‌کنیم.

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow -36 = \frac{1}{2} a \times 6^2 + 6v_0 \Rightarrow -36 = 18a + 6v_0 \quad (1)$$

در لحظه $t = 6\text{s}$ سرعت متحرک صفر است:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = 6a + v_0 \Rightarrow v_0 = -6a \quad (2)$$

از (۱) و (۲) نتیجه می‌شود که $a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و $v_0 = -12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. مکان اولیه متحرک در 36 متری مبدأ است.

$$x = \frac{1}{2} \times 2t^2 - 12t + 36 \Rightarrow x = t^2 - 12t + 36$$

۱۴۹ ۳ با استفاده از رابطه سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت، ابتدا پیدا می‌کنیم که اتومبیل پس از ترمز کردن چه مسافتی را طی می‌کند تا بایستد:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 40^2 = 2 \times (-4) \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = 50\text{m}$$

$$\text{فاصله محل توقف تا مانع} = 55 - 50 = 5\text{m}$$

اتومبیل در 5 متری مانع متوقف می‌شود.

۱۵۰ ۲ در حرکت با شتاب ثابت در t ثانیه m می‌توان از

$$\text{رابطه } \Delta x = \left(n - \frac{1}{2}\right) at^2 + v_0 t \text{ استفاده کرد. بنابراین:}$$

$$\Delta x_1 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) 4 \times 3^2 + 3v_0 = 18 + 3v_0$$

$$\Delta x_2 = \left(3 - \frac{1}{2}\right) \times 4 \times 3^2 + 3v_0 = 90 + 3v_0$$

$$\Delta x_2 - \Delta x_1 = \frac{1}{2} a (\Delta t)^2 = \Delta (\Delta t)^2 = 120$$

(Δx_2 ، جابه‌جایی از لحظه $t_1 = 7\text{s}$ به بعد است.)

$$\Rightarrow (\Delta t)^2 = 24 \Rightarrow \Delta t = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}\text{s}$$

۱۴۵ ۱ با توجه به نمودار، حرکت متحرک از دو قسمت تشکیل شده است، ابتدا سرعت را در پایان مرحله اول و در پایان مرحله دوم به دست می‌آوریم:

$$v_1 = a_1 t + v_0 \Rightarrow v_1 = 2 \times 5 + 0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_2 = a_2 t + v_1 \Rightarrow v_2 = -1 \times 10 + 10 = 0$$

حال می‌توانیم با استفاده از رابطه مستقل از شتاب، جابه‌جایی متحرک در دو مرحله را به دست آوریم:

$$\Delta x_{0-5} = \frac{v_0 + v_1}{2} \cdot \Delta t = \frac{0 + 10}{2} \times 5 = 25\text{m}$$

$$\Delta x_{5-15} = \frac{v_1 + v_2}{2} \cdot \Delta t = \frac{10 + 0}{2} \times 10 = 50\text{m}$$

چون تا پایان ثانیه 15 ، جهت حرکت متحرک عوض نشده است، داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_{0-5} + \Delta x_{5-15}}{\Delta t_{0-5} + \Delta t_{5-15}} = \frac{25 + 50}{5 + 10} = \frac{75}{15} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱۴۶ ۳ می‌دانیم حداکثر فاصله بین دو متحرک قبل از این‌که مجدداً

به هم برسند، زمانی اتفاق می‌افتد که سرعت دو متحرک با یکدیگر برابر شود. اگر شتاب دو متحرک را a_A و a_B فرض کنیم داریم:

$$v_A = a_A t + v_{0A} = a_A t + 3$$

$$v_B = a_B t + v_{0B} = a_B t + 9$$

در لحظه $t = 5\text{s}$ سرعت دو متحرک با یکدیگر برابر است و فاصله بین دو متحرک، به بیشینه خود می‌رسد، بنابراین:

$$v_A = v_B \xrightarrow{t=5\text{s}} 5a_A + 3 = 5a_B + 9 \Rightarrow a_A - a_B = 1/2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

اگر نقطه شروع حرکت را مبدأ مکان فرض کنیم، مکان اولیه هر دو متحرک یکسان است، بنابراین داریم:

$$|x_A - x_B| = \left| \frac{1}{2} a_A t^2 + v_{0A} t - \left(\frac{1}{2} a_B t^2 + v_{0B} t \right) \right|$$

$$= \left| \frac{1}{2} a_A t^2 + v_{0A} t - \frac{1}{2} a_B t^2 - v_{0B} t \right|$$

$$= \left| \frac{1}{2} (a_A - a_B) t^2 + v_{0A} t - v_{0B} t \right|$$

$$= \left| \frac{1}{2} \times 1/2 \times 5^2 + 3 \times 5 - 9 \times 5 \right| = 15\text{m}$$

مشاهده می‌شود که از لحظه $t = 5\text{s}$ به بعد فاصله دو متحرک رو به کاهش است تا سرانجام در لحظه $t = 10\text{s}$ مجدداً به هم می‌رسند.



۱۵۷ ۳ در انتقال گرما از طریق همرفت، گرما با جابه‌جایی بخشی از ماده منتقل می‌شود. به همین دلیل است که انتقال گرما در مایعات و گازها معمولاً به این شکل صورت می‌پذیرد.

۱۵۸ ۳ آهنگ انتقال گرما در طول دو میله یکسان است، پس:

$$H_{\text{مس}} = H_{\text{آهن}} \Rightarrow \left(\frac{Q}{t}\right)_{\text{مس}} = \left(\frac{Q}{t}\right)_{\text{آهن}}$$

$$= k_{\text{مس}} \frac{A(T_H - T_L)_{\text{مس}}}{L_{\text{مس}}} = k_{\text{آهن}} \frac{A(T_H - T_L)_{\text{آهن}}}{L_{\text{آهن}}}$$

سطح مقطع دو میله یکسان است، پس:

$$k_{\text{مس}} \frac{(T_H - T_L)_{\text{مس}}}{L_{\text{مس}}} = k_{\text{آهن}} \frac{(T_H - T_L)_{\text{آهن}}}{L_{\text{آهن}}}$$

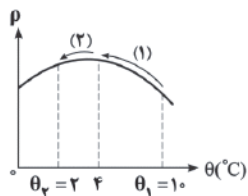
$$\Rightarrow \frac{400 \cdot (100 - \theta)}{50} = \frac{80(\theta - 0)}{40}$$

$$\Rightarrow 1600000 - 16000\theta = 4000\theta$$

$$\Rightarrow 1600000 = 20000\theta \Rightarrow \theta = 80^\circ\text{C}$$

۱۵۹ ۳ با توجه به نمودار زیر که تغییرات چگالی آب را برحسب دما

نشان می‌دهد، از دمای 10°C تا 4°C چگالی آب افزایش و از دمای 4°C تا 2°C چگالی آن کاهش می‌یابد و در نتیجه گزینه (۳) صحیح است.



۱۶۰ ۱ با توجه به شکل زیر می‌بینیم که در یک دمای ثابت (T_1)

مقدار P_1 بیشتر از مقدار P_2 است. حال رابطه گازهای کامل را برای این گاز

می‌نویسیم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \quad T_1 = T_2 \rightarrow P_1 V_1 = P_2 V_2$$

$$\xrightarrow{P_2 > P_1} V_1 > V_2$$

حال با تفاضل Δx های به دست آمده می‌توان تغییرات جابه‌جایی آن را به دست آورد.

$$\Delta x_p - \Delta x_1 = 90 + 270 - 18 - 270 = 72\text{m}$$

۱۵۱ ۴

$$\frac{x}{\theta} \left| \begin{matrix} 30 & 150 \\ 20 & 80 \end{matrix} \right. \quad x = a\theta + b$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 30 = 20a + b \\ 150 = 80a + b \end{cases} \Rightarrow a = 2, b = -10 \Rightarrow x = 2\theta - 10$$

۱۵۲ ۱ رابطه انبساط سطحی را با فرض $\theta_0 = 0$ برای صفحه در دو

دمای θ_1 و θ_2 می‌نویسیم:

$$\frac{A_p}{A_1} = \frac{A_0 [1 + 2\alpha(\theta_p - 0)]}{A_0 [1 + 2\alpha(\theta_1 - 0)]} = \frac{1 + 2\alpha\theta_p}{1 + 2\alpha\theta_1} \xrightarrow{+2} \frac{A_p}{A_1} = \frac{\frac{1}{2} + \alpha\theta_p}{\frac{1}{2} + \alpha\theta_1}$$

۱۵۳ ۳ توجه کنید که دمای اولیهٔ گرماسنج، همان دمای آب درون آن

است و باید از رابطهٔ تعادل گرمایی استفاده کنیم:

$$m_1 c_1 (\theta - \theta_1) + m_2 c_2 (\theta - \theta_2) + C(\theta - \theta_3) = 0$$

$$\Rightarrow 0.1 \times 4200 \times (30 - 20) + 0.5 \times 4200 \times (30 - 50) + C(30 - 20) = 0$$

$$\Rightarrow 4200 - 22000 + 10C = 0 \Rightarrow 10C = 27800 \Rightarrow C = 2780 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

۱۵۴ ۱ گرمای جسم اول را با Q_1 ، گرمای جسم دوم را با Q_2 و گرمای

تلف‌شده را با Q_3 نشان می‌دهیم. جمع جبری این گرماها برابر با صفر است:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$$

$$m_1 c_1 (\theta - \theta_1) + m_2 c_2 (\theta - \theta_2) + Q_3 = 0$$

$$\left[\frac{1}{2} \times 6000 \times (60 - 80) \right] + \left[1 \times 4000 \times (60 - 40) \right] + Q_3 = 0$$

$$\Rightarrow -6000 + 8000 + Q_3 = 0 \Rightarrow Q_3 = -2000\text{J} = -2 \times 10^3\text{J}$$

۱۵۵ ۳ تفسنج نوری به عنوان دماسنج معیار، برای اندازه‌گیری

دماهای بالا (بیش از 1100°C) انتخاب شده است.

۱۵۶ ۲ تمامی کمیت‌ها را برای هر دو حالت و با تبدیل واحد می‌نویسیم:

$$\begin{cases} T_1 = 127 + 273 = 400\text{K} \\ P_1 = 5\text{atm} \end{cases} \quad \begin{cases} T_2 = 47 + 273 = 320\text{K} \\ P_2 = ? \end{cases}$$

طبق معادلهٔ حالت گاز کامل داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} \Rightarrow \frac{\Delta V_1}{n_1 \times 400} = \frac{P_2 V_2}{n_2 \times 320}$$

$$\xrightarrow{V_1 = V_2} \frac{\Delta}{\frac{1}{2} n_1} = \frac{P_2}{\frac{1}{2} \times 320} \Rightarrow P_2 = 2\text{atm}$$



۴ ۱۶۴ بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) چهره آشکار رد پای غذا نشان می‌دهد که سالانه حدود ۳۰٪ غذایی که در جهان فراهم می‌شود به زباله تبدیل می‌شود یا از بین می‌رود.

۲) از آن‌جا که جمعیت جهان، رشد اقتصادی، سطح رفاه و ... رو به افزایش است، تقاضا برای غذا نیز پیوسته افزایش می‌یابد.
۳) لیکوپن فعالیت رادیکال‌ها را کاهش می‌دهد.

۲ ۱۶۵ عبارتهای «پ» و «ت» درست هستند.

ساختارهای a و b به ترتیب مربوط به پلی‌اتن شاخه‌دار (پلی‌اتن سبک) و پلی‌اتن بدون شاخه (پلی‌اتن سنگین) است.

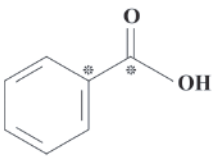
بررسی عبارتهای نادرست:

آ) جاذبه بین مولکولی در هر دو نوع پلی‌اتن از نوع نیروهای وان‌دروالس است و البته این جاذبه در پلی‌اتن سنگین، قوی‌تر است.

ب) پلی‌اتن سنگین (ساختار b) استحکام بیشتری نسبت به پلی‌اتن سبک (ساختار a) داشته و به همین دلیل برای ساخت درب بطری‌های آب معدنی از پلی‌اتن سنگین استفاده می‌شود.

۴ ۱۶۶ • بنزوئیک اسید، نوعی نگهدارنده است که سرعت واکنش‌های شیمیایی که منجر به فساد مواد غذایی می‌شود را کاهش می‌دهد.

- بنزوئیک اسید در تمشک و توت‌فرنگی وجود دارد.
- بنزوئیک اسید ($C_6H_5CO_2H$) یک ترکیب آروماتیک است.
- ساختار بنزوئیک اسید به صورت زیر است و در آن دو اتم کربن (در شکل با * مشخص شده است) وجود دارد که با هیچ اتم هیدروژنی پیوند ندارند.



۴ ۱۶۷ هر چهار عبارت پیشنهادشده در مورد مالتوز درست هستند. قند موجود در جوانه گندم (مالتوز) مطابق واکنش زیر به گلوکز تبدیل می‌شود:



۲ ۱۶۸ پلی‌سیانواتن پلیمری است که در تولید نوعی پتو (پتوی آکرلیک) به کار می‌رود. ساختار این پلیمر به صورت زیر است:



۳ ۱۶۹ به جز عبارت «ب»، سایر عبارتهای درست هستند.

پلی‌استیرن $(-C_8H_8-)_n$ ، برخلاف پلی‌اتن یک هیدروکربن سیرنشده است.

شیمی

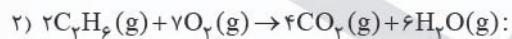
۲ ۱۶۱ معادله موازنه‌شده واکنش سوختن کامل هر چهار هیدروکربن

در زیر آمده است:

بررسی گزینه‌ها:



$$\bar{R}_{واکنش} = \bar{R}_{CH_4}$$



$$\bar{R}_{واکنش} = \frac{\bar{R}_{C_2H_6}}{2}$$



$$\bar{R}_{واکنش} = \bar{R}_{C_3H_8}$$



$$\bar{R}_{واکنش} = \bar{R}_{C_2H_4}$$

۴ ۱۶۲ بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) کلسترول یکی از مواد آلی موجود در غذاهای جانوری (نه گیاهی!) است.
۲) مقدار اضافی آن در دیواره رگ‌ها رسوب می‌کند، فرایندی که منجر به گرفتگی رگ‌ها و سکت می‌شود.

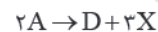
۳) کلسترول یک الکل سیرنشده است، اما فاقد حلقه بنزنی بوده و نمی‌توان آن را یک ترکیب آروماتیک به شمار آورد.

۴ ۱۶۳ در بازه زمانی صفر تا ۳ دقیقه، تغییر غلظت A، D و X به

ترتیب -0.6 ، m و $+0.9$ و در بازه زمانی صفر تا ۶ دقیقه، تغییر غلظت این سه ماده به ترتیب -0.9 ، $+0.45$ و $+1$ است، از این دو مورد می‌توان

نتیجه گرفت که ضریب A، $\frac{2}{3}$ ضریب X و ۲ برابر ضریب D است. ضمناً A،

واکنش‌دهنده و دو ماده دیگر، فراورده هستند. به این ترتیب معادله موازنه‌شده واکنش مورد نظر به صورت زیر خواهد بود:



$$0-3 \text{ min: } \frac{|\Delta[A]|}{2} = \frac{\Delta[D]}{1} \Rightarrow \frac{0.6}{2} = \frac{m}{1} \Rightarrow m = 0.3 \text{ mol.L}^{-1}$$

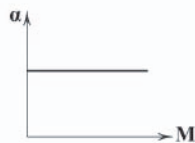
$$0-6 \text{ min: } \frac{|\Delta[A]|}{2} = \frac{\Delta[X]}{3} \Rightarrow \frac{0.9}{2} = \frac{n}{3} \Rightarrow n = 1.35 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$0-6 \text{ min: } \bar{R}_{واکنش} = \bar{R}_D = \frac{0.45 \text{ mol.L}^{-1}}{(6 \times 60) \text{ s}}$$

$$= 1.25 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$



۱۷۵ ۲ به جز نمودار «ب» سایر نمودارها درست رسم شده‌اند. شکل درست نمودار «ب» که رابطه میان α و M یک اسید قوی را نشان می‌دهد به صورت زیر است:



۱۷۶ ۳ به جز عبارت «آ»، سایر عبارات درست هستند.

ساختار داده شده، مربوط به مولکول یک چربی (استر اسید چرب) است که به دلیل غلبه بخش ناقطبی بر بخش قطبی آن، در ترکیبات ناقطبی مانند بنزین حل می‌شود، اما در حلال‌های قطبی مانند آب نامحلول است. در مورد نادرستی عبارت «آ» باید گفت، نیروی بین مولکولی غالب در چربی‌ها از نوع وان‌دروالسی، ولی در اوره از نوع پیوند هیدروژنی است.

۱۷۷ ۳

- محلول‌های لوله بازکن و شیشه پاک‌کن، خاصیت بازی داشته و به ترتیب شامل سدیم هیدروکسید و آمونیاک هستند.
- جوهرنمک خاصیت اسیدی دارد و محلولی شامل هیدروکلریک اسید است.

۱۷۸ ۳ بررسی موارد:

- ذره‌های موجود در سوسپانسیون برخلاف محلول، نور را پخش می‌کنند.
- سوسپانسیون همانند کلویید جزو مخلوط‌های ناهمگن است.
- محلول همانند کلویید یک مخلوط پایدار به شمار می‌آید.

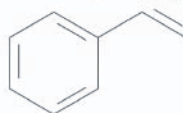
۱۷۹ ۳ بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) شماری از صابون‌های مایع با فرمول کلی RCOONH_4 از چهار عنصر نافلز (C, H, O, N) تشکیل شده‌اند.
(۲) هیدروکلریک اسید ترشح شده از دیواره معده، فعالیت آنزیم‌ها برای تجزیه مواد غذایی را افزایش می‌دهد.
(۴) نوعی از پاک‌کننده که به شکل پودر عرضه می‌شود، شامل مخلوط پودر آلومینیم و سدیم هیدروکسید است.

۱۸۰ ۳ پاک‌کننده‌های خورنده مانند جوهرنمک، سدیم هیدروکسید و سفیدکننده‌ها، برخلاف صابون و پاک‌کننده‌های غیرصابونی با آلاینده‌ها واکنش می‌دهند.

۱۸۱ ۲ موارد «آ» و «ب» درست هستند. کربن دی‌اکسید را می‌توان به جای رها کردن در هواکره در مکان‌های عمیق و امن در زیر زمین ذخیره و نگهداری کرد. سنگ‌های متخلخل در زیر زمین، میدان‌های قدیمی گاز و چاه‌های قدیمی نفت که خالی از این مواد هستند، جاهای مناسبی برای دفن این گاز به شمار می‌آیند.

دقت کنید: پلی اتن یک هیدروکربن سیرشده است، زیرا هر اتم کربن در آن با چهار پیوند اشتراکی یگانه به چهار اتم دیگر متصل است. با توجه به فرمول مولکولی استیرن (C_8H_8) و فرمول مولکولی سرگروه هیدروکربن‌های آروماتیک، یعنی بنزن (C_6H_6)، درستی عبارت «پ» تأیید می‌شود. برای درستی عبارت «ت» نیز به ساختار استیرن توجه کنید:



۱۷۰ ۴ استرها را می‌توان به صورت $\text{R}-\overset{\text{O}}{\parallel}{\text{C}}-\text{O}-\text{R}'$ نمایش داد که در آن، R' یک گروه هیدروکربنی و R یک گروه هیدروکربنی یا اتم هیدروژن است.

۱۷۱ ۱ مقیاسه pH و $[\text{H}_3\text{O}^+]$ در بخش‌های نشان داده شده در شکل سؤال به صورت زیر است:

معده > بزاق دهان > خون > محتویات روده کوچک: pH:
(c) (a) (b) (d)

معده < بزاق دهان < خون < محتویات روده کوچک: $[\text{H}_3\text{O}^+]$

۱۷۲ ۴ مقیاسه میان ثابت یونش اسیدی برای استیک اسید (CH_3COOH)، فورمیک اسید (HCOOH) و هیدروسیانیک اسید (HCN) به صورت زیر است:



با فرض این‌که دما و غلظت هر سه محلول یکسان باشد، مقیاسه میان رسانایی الکتریکی سه محلول نیز مشابه K_a آن‌ها خواهد بود.

۱۷۳ ۳ Na_2O باز آرنیوس است، زیرا با حل شدن در آب، غلظت یون OH^- را افزایش می‌دهد.

HCl ، N_2O_5 و SO_3 اسید آرنیوس هستند، زیرا با حل شدن در آب، غلظت یون H_3O^+ را افزایش می‌دهند.

۱۷۴ ۴ ابتدا غلظت یون هیدروکسید در محلول آمونیاک را محاسبه می‌کنیم:

$$[\text{OH}^-] = M \cdot \alpha = 0.2 \times 0.04 = 8 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

از آن‌جا که pH آب خالص در دمای T برابر با 6/4 است، می‌توان نتیجه گرفت که در این دما غلظت H_3O^+ و نیز OH^- در آب خالص یکسان و هر کدام برابر با $10^{-6/4}$ است.

$$[\text{H}_3\text{O}^+][\text{OH}^-] = 10^{-6/4} \times 10^{-6/4} = 10^{-12/8}$$

به این ترتیب غلظت یون هیدرونیوم در محلول آمونیاک برابر است با:

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{10^{-12/8}}{[\text{OH}^-]} = \frac{10^{-12/8}}{8 \times 10^{-3}} = \frac{10^{1/2-14}}{8 \times 10^{-3}} = \frac{(10^{1/2})^4 \times 10^{-14}}{8 \times 10^{-3}} = \frac{2^4 \times 10^{-14}}{8 \times 10^{-3}} = 2 \times 10^{-11}$$



۱۸۸ ۴ مطابق داده‌های سؤال، غلظت یون کربنات (CO_3^{2-}) ناشی از انحلال K_2CO_3 در آب دریاچه برابر با ۷۵ ppm است. ابتدا حساب می‌کنیم در هر تن یا همان 10^6 g از آب دریاچه، چند گرم یون کربنات (مربوط به K_2CO_3) حل شده است:

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم } \text{CO}_3^{2-}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 75 = \frac{x \text{ g CO}_3^{2-}}{10^6 \text{ g}} \times 10^6$$

$$\Rightarrow x = 75 \text{ g CO}_3^{2-}$$

اکنون حساب می‌کنیم به ازای ۷۵ گرم یون کربنات K_2CO_3 ، چند گرم یون پتاسیم وجود دارد:

$$? \text{ g K}^+ = 75 \text{ g CO}_3^{2-} \times \frac{1 \text{ mol CO}_3^{2-}}{60 \text{ g CO}_3^{2-}} \times \frac{1 \text{ mol K}_2\text{CO}_3}{1 \text{ mol CO}_3^{2-}}$$

$$\times \frac{2 \text{ mol K}^+}{1 \text{ mol K}_2\text{CO}_3} \times \frac{39 \text{ g K}^+}{1 \text{ mol K}^+} = 97.5 \text{ g K}^+$$

۱۸۹ ۳ عبارتهای «آ» و «ب» درست هستند.

بررسی عبارتهای نادرست:

پ) هر چند هر مول منیزیم هیدروکسید (Mg(OH)_2) شامل ۳ مول یون (Mg^{2+} ، 2OH^-) است، اما منیزیم هیدروکسید در آب نامحلول بوده و با مخلوط کردن یک مول از آن با مقداری آب، عملاً یونی تولید نمی‌شود. ت) اگر جریان برق را از منیزیم کلرید مذاب (مایع) عبور دهیم، این ترکیب به فلز منیزیم و گاز کلر تجزیه می‌شود:



۱۹۰ ۳ عبارتهای «آ» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارتهای نادرست:

ب) نسبت شمار اتم‌ها به شمار عنصرها در آمونیوم سولفات ($(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$) برابر با $\frac{15}{4}$ و در آهن (III) نیترات ($\text{Fe(NO}_3)_3$) برابر با $\frac{13}{3}$ است.

پ) هر واحد فرمولی از آمونیوم سولفات ($(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$) شامل دو یون آمونیوم (2NH_4^+) و یک یون سولفات (SO_4^{2-}) است. از آن‌جا که در هر کدام از یون‌های سازنده این ترکیب، چهار پیوند کووالانسی وجود دارد، در مجموع شمار پیوندهای کووالانسی برابر با ۱۲ خواهد بود:



۱۸۲ ۳ موارد اول و سوم با دیدگاه توسعه پایدار هم‌خوانی دارند. تولید پلاستیک‌های زیست تخریب‌پذیر و استفاده از بنزین به جای زغال‌سنگ در راستای اهداف توسعه پایدار است.

۱۸۳ ۴ انرژی پرتوهای گسیل‌شده از زمین کمتر از انرژی پرتوهای خورشیدی است که به زمین می‌رسد و در نتیجه طول موج آن‌ها بلندتر است.

۱۸۴ ۲ انجام این واکنش در جهت برگشت با آزاد شدن پرتوهای فرسوخ همراه است.

۱۸۵ ۳ دمای جوش فرآورده واکنش یعنی آمونیاک در حدود 34°C است و در مقایسه با دو واکنش‌دهنده دیگر، نیتروژن (196°C) و هیدروژن (253°C) بسیار بالاتر است. به این ترتیب هابر توانست با کاهش دما و مایع کردن آمونیاک، آن را از مخلوط واکنش جدا کند.

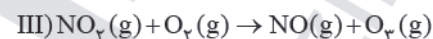
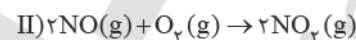
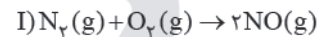
بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) هابر، مخلوط واکنش را سرد کرد و در نتیجه آمونیاک مایع از واکنش‌دهنده‌های گازی شکل جدا شد.

۲) شرایط بهینه انجام واکنش، دمای 450°C و فشار 200 atm با حضور کاتالیزور Fe است.

۴) هابر واکنش میان گازهای هیدروژن و نیتروژن را بارها در دماها و فشارهای گوناگون انجام داد تا بتواند شرایط بهینه آن را پیدا کند.

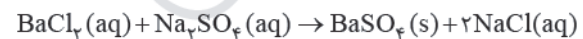
۱۸۶ ۱ معادله موازنه‌شده واکنش‌های مورد نظر به صورت زیر است:



اگر ضرایب واکنش (III) را در عدد ۲ ضرب کرده و سپس آن را با واکنش‌های (I) و (II) جمع کنیم، به واکنش زیر می‌رسیم:



۱۸۷ ۳ به‌جز عبارت «پ»، سایر عبارتهای درست هستند. معادله موازنه‌شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



بررسی عبارتهای:

آ) در این واکنش رسوب سفیدرنگ BaSO_4 تولید می‌شود. در واکنش میان محلول‌های NaCl و AgNO_3 ، رسوب سفیدرنگ AgCl تشکیل می‌شود. ب) با توجه به تشکیل رسوب رنگی باریم سولفات، از این واکنش می‌توان برای شناسایی یون باریم در محلول آبی استفاده کرد.

پ) واکنش مورد نظر سریع انجام می‌شود.

ت) به معادله واکنش نگاه کنید.