



504D

۱۸۷- عنصرهای با عدد اتمی ۵۳، ۳۷ و ۱۵ به ترتیب یون‌های ، و را تشکیل می‌دهند. (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)



۱۸۸- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- (آ) بسیاری از ترکیب‌های شیمیایی در ساختار خود هیچ یونی ندارند و ذره‌های سازنده‌ی آن‌ها مولکول‌ها هستند.
 (ب) گاز کلر، خاصیت رنگ‌بری و گندزدایی دارد.
 (پ) فلز سدیم به آسانی با چاقو بریده می‌شود.
 (ت) ذره‌های سازنده‌ی هیدروژن کلرید و سدیم کلرید به ترتیب مولکول و یون هستند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۸۹- چه تعداد از عبارتهای زیر در مورد گرافیت درست است؟

- (آ) آلوتروپی از کربن است که از آن در مغز مداد استفاده می‌شود.
 (ب) نخستین بار که قطعه‌ی بزرگی از گرافیت خالص کشف شد، مردم آن زمان فکر می‌کردند که گرافیت از قلع تشکیل شده است.
 (پ) گرافیت خالص بسیار سخت است و برای کاهش سختی می‌توان آن را با خاک رس مخلوط کرد.
 (ت) کم‌تر از صد سال پیش گرافیت خالص کشف شد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۹۰- کدام یک از عبارتهای زیر درست هستند؟

- (آ) میان دو اتم Cl در مولکول Cl_2 و دو اتم O در مولکول O_2 ، به ترتیب یک و دو جفت الکترون پیوندی (اشتراکی) وجود دارد.
 (ب) در سدیم فسفید، شمار کاتیون‌ها، ۳ برابر شمار آنیون‌ها است.
 (پ) ترکیب‌های یونی از ذره‌های باردار تشکیل شده‌اند و از لحاظ الکتریکی، خنثی نیستند.
 (ت) آرایش الکترون - نقطه‌ای اتم‌ها برای توضیح و پیش‌بینی رفتار اتم‌ها توسط لینوس اراشه شد.

(۱) «آ»، «ب» (۲) «آ»، «پ» (۳) «ب»، «ت» (۴) «پ»، «ت»



آزمون‌های سراسر گاج

گزینه دروس را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۹۹-۱۳۹۸

دفترچه شماره ۳

آزمون شماره ۳

جمعه ۹۸/۰۵/۱۱



پاسخ‌های تشریحی

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۱۶۰	مدت پاسخگویی: ۱۷۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی. تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
			از	تا	
۱	فارسی ۲	۲۰	۱	۲۰	۱۵ دقیقه
۲	زبان عربی ۲	۲۰	۲۱	۴۰	۱۵ دقیقه
۳	دین و زندگی ۲	۲۰	۴۱	۶۰	۱۵ دقیقه
۴	زبان انگلیسی ۲	۲۰	۶۱	۸۰	۱۵ دقیقه
۵	ریاضیات	۱۰	۸۱	۹۰	۶۰ دقیقه
		۱۰	۹۱	۱۰۰	
		۱۰	۱۰۱	۱۱۰	
		۵	۱۱۱	۱۱۵	
		۵	۱۱۶	۱۲۰	
		۵	۱۲۱	۱۲۵	
		۵	۱۲۶	۱۳۰	
۶	فیزیک	۱۰	۱۳۱	۱۴۰	۳۰ دقیقه
		۱۰	۱۴۱	۱۵۰	
		۱۰	۱۵۱	۱۶۰	
۷	شیمی	۱۰	۱۶۱	۱۷۰	۲۰ دقیقه
		۱۰	۱۷۱	۱۸۰	
		۱۰	۱۸۱	۱۹۰	

برای اطلاع از نتایج آزمون و زمان دقیق اعلام آن در کانال تلگرام گاج عضو شوید.

@Gaj_ir



آزمون‌های سراسر گاج

دروس	طراحان	ویراستاران علمی
فارسی	امیرنجات شجاعی - مهدی نظری	اسماعیل محمدزاده مسیح گرچی - مریم نوری‌نیا
زبان عربی	بهرز حیدریگی	حسام حاج مؤمن - پریسا فیلو شاهو مرادیان - سیدمهدی میرفتحی
دین و زندگی	مرتضی محسنی کبیر	بهاره سلیمی
زبان انگلیسی	امید یعقوبی فرد - بهروز کلانتری	پریسا فیلو - مریم پارسائیان
ریاضیات	سعید صبحی - علی منظمی محسن زارعی - مسعود طایفه	ندا فرهنگتی - بگانه افتخار سودابه آزاد
فیزیک	ارسلان رحمانی - علی امانت	محمدجواد دهقان - محمدحسین جوان مروارید شاه‌حسینی
شیمی	پویا الفتی	امیرشهریار قربانیان - ایمان زارعی امین بابازاده - رضیه قربانی



دفتر مرکزی تهران، خیابان انقلاب، بین چهارراه ولیعصر (عج) و خیابان فلسطین، شماره ۹۱۹

اطلاع‌رسانی و ثبت نام ۰۲۱-۶۴۲۰

نشانی اینترنتی www.gaj.ir



آماده‌سازی آزمون

مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعتی

بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری

برنامه‌ریزی و هماهنگی: مریم جمشیدی عینی - مینا نظری

ویراستاران فنی: بهاره سلیمی - ساناز فلاحی - آمنه قلی‌زاده - مروارید شاه‌حسینی - مریم پارسائیان

سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی

طراح شکل: فاطمه میناسرشت

حروف‌نگاران: پگاه روزبهانی - زهرا نظری‌زاد - سارا محمودنسب - نرگس اسودی - فرهاد عیدی - الناز دارانی

امور چاپ: عباس جعفری



فارسی

- ۱) ۱) معنی درست واژه‌ها: رایب: بیرق، پرچم، دِرَفش / جهد: کوشش، رنج بردن / سرشت: فطرت، آفرینش، طبع / موسم: زمان، هنگام
- ۲) ۲) معنی درست واژه‌ها: آماس: ورم، تورم؛ (آماس کردن: گنجایش پیدا کردن، متورم شدن) / نقطه: نمَد، پارچه‌ای کُلُفت که از پشم یا کُرک مالیده می‌سازند و از آن جامه و کلاه و فرش درست می‌کنند. / پالیز: باغ، بوستان، گلزار
- ۳) ۴) معنی درست واژه: نفایس: جمعِ نفیسه، چیزهای نفیس و

گران‌بها

- ۴) ۴) املاي درست واژه: طین: گل
- ۵) ۱) املاي درست واژه: نقض: شکستن (نغز: خوب، نیکو)
- ۶) ۲) مرصاد العباد من المبدأ الی المعاد: نجم‌الدین رازی (معروف به دایه)

۷) ۳) تذکرة الاولیا (منثور): عطار

۸) ۱) آرایه‌ی پارادوکس در سایر گزینه‌ها:

۲) حاضر غایب (۳) بحر آتش

۴) پنهان بودن در عین پیدا بودن

۹) ۴) بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) تشبیه معشوق به دود

۲) تشبیه معشوق به آرزوی تنگ‌دلان / تشبیه معشوق به دوستی سنگ‌دلان

۳) تشبیه وصال به باغ / فراق به داغ

۱۰) ۱) استعاره: نرگس: استعاره از چشم / گل: استعاره از گونه /

مروارید: استعاره از اشک

۱۱) ۴) فعل «گرفتن» در این گزینه و بیت سؤال در معنی «مؤاخذه

کردن» به کار رفته است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) خوردن

۳) فرض کردن

۱۲) ۳) درد و رنج و محنت (معطوف)

۱۳) ۲) بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) تقدّم فعل بر متمّم: شاد و خندان آمدم از کوی دوست

۳) تقدّم فعل بر متمّم: شاد و خندان دلبرم آمد به بر

تقدّم فعل بر مفعول: گر تو داری دیدهای

۴) تقدّم فعل بر مفعول: شاد و خندان گفتم این اسرار را

تقدّم فعل بر مفعول و متمّم: تا ببینی اندر او دیدار را

۱۴) ۳) مفهوم گزینه‌ی (۳): عشق، پنهان‌کردنی نیست.

مفهوم مشترک بیت سؤال و سایر گزینه‌ها: هر کس، محرم راز عشق نیست.

۱۵) ۱) مفهوم گزینه‌ی (۱): قدرتمندی عین نیازمندی‌ست.

مفهوم مشترک عبارت سؤال و سایر گزینه‌ها: ترک تعلّقات دنیوی

۱۶) ۲) مفهوم گزینه‌ی (۲): دعوت به پندپذیری

مفهوم مشترک بیت سؤال و سایر گزینه‌ها: پندناپذیری عاشق

۱۷) ۳) مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه‌ی (۳): اغتنام فرصت

مفهوم سایر گزینه‌ها:

۱) بی‌تعلقی و آزادگی (۲) نکوهش وابستگی به دنیا

۴) دعوت به تحمل سختی‌ها

۱۸) ۳) مفهوم گزینه‌ی (۳): هرکسی لیاقت و ظرفیت قبول عشق را ندارد.

مفهوم مشترک بیت سؤال و سایر گزینه‌ها: وارستگی و بی‌تعلقی

۱۹) ۴) مفهوم مشترک عبارت سؤال و گزینه‌ی (۴): ایمان به مشیت

الهی / توکل و تسلیم در برابر حق

مفهوم سایر گزینه‌ها:

۱) خودشناسی مقدمه‌ی خداشناسی است.

۲) نکوهش بدرفتاری با نیکان

۳) تشخیص نیک و بد تنها در سایه‌ی عنایت خداوند ممکن است.

۲۰) ۲) مفهوم گزینه‌ی (۲): بی‌رحمی و بی‌وفایی معشوق

مفهوم مشترک بیت سؤال و سایر گزینه‌ها: وفاداری عاشق

زبان عربی

■ درست‌ترین و دقیق‌ترین جواب را در ترجمه، لغات، مفهوم یا گفت‌وگوها مشخص کن (۳۰ - ۲۱):

۲۱) ۳) یُمْکُنْ: امکان دارد، فعل مضارع است. [رد گزینه‌های (۱) و (۴)]

أَنْ تَحْصُلُوا: (که) دست یابید، به دست آورید [رد گزینه‌های (۱) و (۲)]

مقدار مِنَ الزَّيْتِ: مقداری از روغن‌ها، جمع است. [رد گزینه (۱)]

تَلْکَ الشَّجَرَةِ: آن درخت [رد گزینه‌های (۲) و (۴)]

لَا یُسْتَب: باعث (سبب) نمی‌شود [رد گزینه (۴)]

غَازَات: گازها؛ جمع است. [رد گزینه (۱)]

۲۲) ۱) قَدْ یُنْسَى: گاهی فراموش می‌شود؛ فعل مضارع مجهول است.

[رد سایر گزینه‌ها]

جوزات البَلُوطِ السَّلیمَةِ: دانه‌های سالم بلوط؛ ترکیب وصفی - اضافی است.

[رد گزینه‌های (۳) و (۴)]

یَدْفِنُهَا السَّنْجَابُ: سنجاب آن‌ها را دفن می‌کند [رد گزینه‌های (۲) و (۴)]

۲۳) ۳) مَا مِنْ رَجُلٍ: هیچ مردی نیست («ما» نافیقه + مِنْ + اسم

نکره) [رد گزینه‌های (۱) و (۴)]

غَرَسَ: نهالی، یک نهال؛ نکره است. [رد گزینه‌های (۱) و (۴)]

کَتَبَ: نوشت؛ فعل ماضی است. [رد گزینه (۲)]

مِنْ الْأَجْرِ: از پاداش [رد گزینه‌های (۲) و (۴)]

یَخْرُجُ: درمی‌آید، خارج می‌شود؛ فعل مضارع لازم است. [رد گزینه‌های (۱) و (۲)]

ثَمَرُ ذَلِكَ الْغَرَسِ: میوه آن نهال [رد گزینه‌های (۱) و (۲)]

۲۴) ۲) تَرْجُمَةُ کَلِمَاتٍ مَهْمٍ: سئیل: پرسیده شد / أَيْ الْمَالِ: کدام مال /

خَیْرٌ: بهتر / زُرْعٌ: کشتی که / زُرْعٌ: کاشته است

اشتباهات بارز سایر گزینه‌ها:

۱) سؤال پرسیدند (← پرسیده شد؛ «سئیل» مجهول است)، خوب (← بهتر؛

«خیر» این‌جا اسم تفضیل و به معنای «بهتر» است)، بکار (← کاشته است؛

«زرع» ماضی است).

۳) «سؤال»ی اضافی است، چه مالی (← «کدام مال» دقیق‌تر است)، خوب

(← بهتر)، «آن» اضافی است، کاشته باشد (← کاشته است)

۴) پیامبرمان (← پیامبر)، چه مالی (← کدام مال)، بهترین (← بهتر)، اقدام

به کاشت آن کند (← کاشته است)



۲۵ ۲ تبدأ حیاتها: زندگی اش شروع می‌شود؛ «حیات» فاعل است،
نه مفعول. [رد سایر گزینه‌ها]

غصونها: شاخه‌های آن، شاخه‌های [رد گزینه‌های (۳) و (۴)]

۲۶ ۲ ترجمه صحیح: و کشاورزان از آن مانند پرچینی اطراف
مزرعه‌ها استفاده کرده‌اند.

یادآوری: قد + فعل ماضی ← ترجمه به ماضی نقلی

۲۷ ۱ ترجمه گزینه‌ها:

(۱) شاخه: دانه گردو یا بلوط ← الجوزة

(۲) رو برگرداندن: میل کردن صورت به پشت

(۳) نهال: آن چه از درخت یا غیر آن در زمین می‌روید.

(۴) چراغدان: صندوقی شیشه‌ای که چراغ در آن گذاشته می‌شود.

۲۸ ۴ ترجمه عبارت سؤال: نتیجه مسابقه چیست؟

ترجمه گزینه‌ها:

(۱) بین تیم «الصدقة» و «السعادة».

(۲) دو هفته قبل مساوی شدند.

(۳) یکی از مهاجمان تیم «الصدقة» گلی خواهد زد.

(۴) برای بار دوم بدون گل مساوی شده‌اند.

۲۹ ۳ ترجمه عبارت سؤال: «هر دانش‌آموزی باید (که) به
آدبی در حضور آموزگارش و مهم‌ترینشان این است که از دستوراتش و
در سخن گفتن از او»

ترجمه گزینه‌ها:

(۱) ارتباط دارد - پیروی کند - روی برگرداند

(۲) پایبند باشد - مچ‌گیری نکند - عجله نکند

(۳) پایبند باشد - نافرمانی نکند - پیشی نگیرد

(۴) آگاه شود - دوری نکند - آهسته صحبت نکند

۳۰ ۴ ترجمه عبارت سؤال: دانشمندی که از علمش سود برده
می‌شود، بهتر از هزار عابد (عبادت‌کننده) است.

مفهوم: این عبارت به اهمیت سودرسانی به مردم اشاره دارد و با گزینه (۴)
مناسبت دارد.

ترجمه گزینه‌ها:

(۱) ساعتی تفکر بهتر از عبادت هفتاد سال است.

(۲) زیبایی علم، انتشار آن و ثمره‌اش، عمل کردن به آن است.

(۳) دانشمند بدون عمل مانند درخت بدون میوه است.

(۴) محبوب‌ترین بندگان خدا نزد خدا سودمندترین آن‌ها برای بندگان است.
■ متن زیر را با دقت بخوان سپس متناسب با آن به سوالات پاسخ بده

(۳۵ - ۳۱):

بالای کوه‌های یخی پیرامونش متمایز می‌شود تا با آن‌ها پر شود. در
فصل تابستان، باغ نزدیک به دریاچه زیر آب می‌رود و مردم به جز
غواص‌ها نمی‌توانند باغ را ببینند. آن (باغ) در عمق حدوداً ده متری
یافت می‌شود و در جایگاه بالایی در فهرست بهترین اماکن زیر آب
می‌آید [قرار می‌گیرد]. سبزه‌های موجود زیر آب همراه با درختان باغ
در رنگ سبز دریاچه انعکاس می‌یابد و منظره طبیعی زیبایی را تشکیل
می‌دهد. بسیاری از گردشگران برای لذت بردن از دیدن دریاچه‌های
جالب به اتریش سفر می‌کنند.

۳۱ ۳ مهم‌ترین ویژگی کشور اتریش چیست؟

ترجمه گزینه‌ها:

(۱) از هر دریا و اقیانوسی دور نیست.

(۲) با جریان آب‌ها از کوه‌های پیرامونش متمایز می‌شود.

(۳) عبور رود «دانوب» از بین شهرهایش.

(۴) در وسط قاره اروپا قرار دارد.

۳۲ ۴ براساس متن [گزینه] درست را برای جای خالی انتخاب کن:

«گردشگران به کشور اتریش برای می‌روند.»

ترجمه گزینه‌ها:

(۱) انجام مسابقات ورزشی در فصل زمستان

(۲) دیدن آثار تاریخی در آن

(۳) دیدن مکان‌های موجود زیر آب

(۴) لذت بردن از دیدن دریاچه‌های زیبا

۳۳ ۲ ترجمه گزینه‌ها:

(۱) دریاچه سبز در بسیاری از کشورهای اروپایی قرار دارد.

(۲) عمق دریاچه سبز در طول سال تغییر می‌کند.

(۳) در کشور اتریش فقط یک دریاچه وجود دارد.

(۴) دریاچه سبز از مهم‌ترین آثار گردشگری اندک در اتریش است.

۳۴ ۱ «مرتبة علیا» موصوف و صفت هستند که «علیا» نقش صفت را

دارد. «التمتع» هم پس از حرف جر «لی» آمده و مجرور به حرف جرّ است.

دلایل رد سایر گزینه‌ها:

(۲) اسم الفاعل ← مصدر

(۳) مذکر (اولی) ← مؤنث («علیا» بر وزن «فعلی»، مؤنث اسم تفضیل
«أفعل» است.)

(۴) باب تفعیل ← باب تفعل

■ گزینه درست را در پاسخ به سؤال‌های زیر مشخص کن (۴۰ - ۳۵):

۳۵ ۳ «قشم» معرفة به علم هست.

بررسی گزینه‌ها:

(۱) در این گزینه «اللاعب»، «الإیرانی» و «المسابقة» معرّف به «ال» هستند.

دقت کنید: «الإیرانی» صفت است و نمی‌تواند معرفة از نوع علم باشد.

(۲) «الحمد»، «العالمین» و «العالم» معرّف به «ال» هستند.

(۳) «قشم» معرفة از نوع علم و «الشجرة» و «الجميلة» معرّف به «ال» هستند.

(۴) «الطبيعة» و «الخالق» معرّف به «ال» هستند.

۳۶ ۲ در گزینه (۲) در جار و مجرور «بسرعة» کلمه «سرعة» اسم

نکره است. در بقیه گزینه‌ها هیچ اسم نکره‌ای نیامده است.

کشور اتریش بسیاری از مناطق گردشگری را دربر دارد که بسیاری از
گردشگران آرزوی دیدن آن‌ها را دارند. با وجود دوری‌اش از دریاها و
اقیانوس‌ها به طوری که در وسط قاره اروپا قرار دارد اما به عبور رود
«دانوب» متمایز می‌شود که از کنار بسیاری از کشورهای گردشگری
اروپایی دیگر می‌گذرد که از مهم‌ترین آن‌ها آلمان، اکراین، پرتغال و ...
است. از مهم‌ترین آثار گردشگری که در کشور اتریش وجود دارد،
«دریاچه سبز» است. در آغاز فصل بهار، این دریاچه با جریان آب‌ها از

۴۴ ۲ نزول این آیه برای آن بود که مردم با چشم ببینند و از زبان پیامبر بشنوند تا امکان مخفی کردن آن نباشد.

با نزول این آیه، رسول خدا (ص) دریافت که چنین واقعه‌ای رخ داده است و کسی در رکوع صدقه داده است و خداوند قصد دارد او را معرفی کند، با شتاب و در حالی که آیه را می‌خواند و مردم را از آن آگاه می‌کرد، به مسجد آمد.

۴۵ ۲ پیامبر اکرم (ص) پس از سیزده سال تلاش برای هدایت مردم مکه، با دعوت مردم مدینه، به این شهر هجرت کرد و به فرمان خداوند، حکومت اسلامی را بنا نهاد، این حکومت به تدریج گسترش یافت و در مدت ده سال، سراسر شبه جزیره عربستان را فرا گرفت. آن حضرت در مدت این ده سال، به گونه‌ای زندگی کرد که در همه‌ی زمینه‌های فردی و اجتماعی، از جمله در جایگاه رهبری، از سوی خداوند به عنوان الگو و اسوه‌ی انسان‌ها شد: **لَقَدْ كَانَ لَكُمْ فِي رَسُولِ اللَّهِ أُسْوَةٌ حَسَنَةٌ لِّمَن كَانَ يَرْجُو اللَّهَ وَ الْيَوْمَ الْآخِرَ وَ ذَكَرَ اللَّهَ كَثِيرًا**؛ قطعاً برای شما در رسول خدا سرمشق نیکویی است، برای کسی که به خداوند و روز رستاخیز امید دارد و خدا را بسیار یاد می‌کند.

۴۶ ۲ همان‌طور که قرآن و پیامبر از هم جدا نمی‌شوند، قرآن و اهل بیت نیز همواره با هم‌اند. همان‌طور که قرآن همیشگی است، وجود معصوم نیز در کنار آن همیشگی است، در صورتی مسلمان گمراه نمی‌شود که هم قرآن و هم عترت را در کنار هم داشته باشد. نمی‌توان برای هدایت و سعادت اخروی، فقط از یکی از دو یادگار پیامبر پیروی کرد؛ بلکه باید هر دو در کنار هم باشند و از هر دو پیروی کرد. پیامبر اکرم (ص) به طور مکرر، از جمله در روزهای آخر عمر خود، می‌فرمود: **«أَنْتَ تَارِكٌ فَيَكُمُ الثَّقَلَيْنِ كِتَابُ اللَّهِ وَ عِترَتِي أَهْلُ بَيْتِي مَا إِنْ تَمَسَّكْتُمْ بِهِمَا لَنْ تَضَلُّوا أَبَدًا وَ إِنَّهُمَا لَنْ يَفْتَرِقَا حَتَّى يَرِدَا عَلَيَّ الْخَوْصَ»**.

با توجه به توضیحات کتاب درسی و صراحت حدیث ثقلین و هم‌چنین حدیث **«عَلَيٌّ مَعَ الْقُرْآنِ وَ الْقُرْآنُ مَعَ عَلِيٍّ»**، ارتباط معنایی این دو حدیث آشکار است، لذا گزینه‌ی (۲) صحیح می‌باشد.

۴۷ ۳ یکی از اهداف ارسال پیامبران آن بود که مردم، جامعه‌ای بر پایه‌ی عدل بنا کنند و روابط مردمی و زندگی اجتماعی خود را براساس قوانین عادلانه بنا نهند. این هدف بزرگ بدون وجود یک نظام حکومتی سالم میسر نیست.

ابن ابی‌الحدید که از دانشمندان بزرگ اهل سنت است، شرح مفصلی بر نهج‌البلاغه نوشته که امروزه در چندین جلد، چاپ شده است، در مقدمه‌ی کتاب خود می‌گوید: **«به حق، سخن علی را از سخن خالق (قرآن) فروتر و از سخن مخلوق (دیگر انسان‌ها) برتر خوانده‌اند...»**

۴۸ ۴ دانش امیرالمؤمنین متصل به دانش پیامبر بود و دانش پیامبر نیز از وحی الهی سرچشمه می‌گرفت. پیامبر اکرم در همین باره فرمود: **«أَنَا مَدِينَةُ الْعِلْمِ وَ عَلِيٌّ بَابُهَا فَمَنْ أَرَادَ الْعِلْمَ فَلْيَأْتِهَا مِنْ بَابِهَا**؛ من شهر علم هستم و علی در آن است. هر کس می‌خواهد به این علم برسد، باید از در آن وارد شود.» بنابراین حدیث مذکور ارتباط مفهومی با علم بی‌کران امام علی (ع) دارد. از آن‌جا که امام همه‌ی مسئولیت‌های پیامبر اکرم جز دریافت و ابلاغ وحی را دارد؛ بنابراین باید همان صفات و ویژگی‌های پیامبر را نیز داشته باشد تا مردم به وی اطمینان کنند و راهنمایی‌های او را بپذیرند. از جمله‌ی این ویژگی‌ها «عصمت» است. البته تشخیص عصمت برای انسان‌ها ممکن نیست؛ یعنی انسان‌ها نمی‌توانند تشخیص دهند که چه کسی معصوم است و مرتکب هیچ گناهی نمی‌شود. بنابراین، همان‌طور که پیامبر از طرف خدا معرفی و معین می‌شود، تنها خداوند است که می‌تواند فرد شایسته‌ی مقام امامت را معرفی کند و به مردم بشناساند.

۳۷ ۱ اگر خبر اسمی نکره و بدون صفت باشد، غالباً به صورت معرفه ترجمه می‌شود. (در حقیقت نیازی نیست که به صورت نکره ترجمه‌اش کنیم.) در گزینه (۱) «مخبوء» خبر و نکره است ولی به صورت معرفه ترجمه می‌شود. ترجمه: انسان زیر زبانش پنهان است؛ پس سخن بگویند تا شناخته شوید.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- «عجائب» نکره است ولی چون صفت دارد (ثبیت) به صورت نکره ترجمه می‌شود (ضمن این‌که اصلاً «عجائب» مبتدای مؤخر است).
- ترجمه: در دریا شگفتی‌هایی هست که قدرت آفریدگار را برای ما ثابت می‌کنند.
- «نوع» اسم نکره‌ای است که به صورت نکره هم ترجمه می‌شود.
- ترجمه: نوعی از این درخت در شهر نیکشهر وجود دارد.
- «صلاة» اسم نکره‌ای است که به صورت نکره ترجمه می‌شود.
- ترجمه: پروردگارا، من از نمازی که بالا نمی‌رود به تو پناه می‌برم.

۲۸ ۴ بررسی گزینه‌ها:

- «فی الحلم» خبری است که زودتر از مبتدا آمده و «انار» مبتدا و نکره است.
 - «فقیه» مبتدا و نکره است.
 - «عالِم» مبتدا و نکره است.
 - «نوح» مبتدا و معرفه از نوع علم است.
- توجه: اسم‌های علم حتی اگر تنوین بگیرند، باز هم معرفه حساب می‌شوند.

۳۹ ۲ بررسی گزینه‌ها:

- «قوم نوح: قوم نوح» ترکیب اضافی و «نوح» مضاف‌الیه و معرفه به علم است. اسم‌های علم حتی اگر تنوین بگیرند، معرفه حساب می‌شوند.
- «ذکر اقوال: ذکر سخنانی» ترکیب اضافی و «اقوال» مضاف‌الیه و نکره است.
- «شواطئ کیش: ساحل‌های کیش» ترکیب اضافی و «کیش» مضاف‌الیه و معرفه به علم است.
- «عقول المستمعین: خردهای شنوندگان» ترکیب اضافی و «المستمعین» مضاف‌الیه و معرفه به «ال» است.

۴۰ ۲ «علی» با وجود این‌که می‌تواند تنوین بگیرد ولی چون «اسم علم» (اسم خاص) است، معرفه به شمار می‌آید. در این گزینه «اسم نکره» نداریم.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- أحد (یکی): اسم نکره
- غاباٹ جمیلہ (دو تا): اسم نکره
- طالب مشاغب (دو تا): اسم نکره

دین و زندگی

۴۱ ۳ با توجه در متن کتاب درسی متوجه می‌شویم که هدایت معنوی با لیاقت و ظرفیت افراد متناسب است.

۴۲ ۱ قرآن کریم، هدایتگر مردم در همه‌ی امور زندگی است و ممکن نیست نسبت به این دو مسئولیت مهم که به شدت در سرنوشت جامعه‌ی اسلامی تأثیرگذار است، بی‌تفاوت باشد. هم‌چنین پیامبر اکرم (ص) آگاه‌ترین مردم نسبت به اهمیت و جایگاه این مسئولیت‌هاست و نمی‌تواند از کنار چنین مسئله‌ی مهمی با سکوت و بی‌توجهی بگذرد. در حقیقت، بی‌توجهی به این مسئله‌ی بزرگ، خود دلیلی بر نقص دین اسلام است؛ و این در حالی است که دین اسلام کامل‌ترین دین الهی است.

۴۳ ۱ آیه‌ی انذار - حدوداً ۳ سال بعد از بعثت این آیه بر پیامبر نازل شد.



۴۹ ۴ ولّی و سرپرست حقیقی انسان‌ها خداست و به همین جهت، فرمان‌برداری و اطاعت از دستورات او و کسانی که خودش معین کرده، ضروری و واجب است.

۵۰ ۱ کسانی که به مردم فرمان می‌دهند و قانون‌گذاری می‌کنند، در حالی که فرمان و قانونشان نشأت‌گرفته از فرمان الهی نیست، «طاغوت» نامیده می‌شوند. پذیرش حکومت «طاغوت» و انجام دستورات وی بر مسلمانان حرام است. بنابراین، لازم است در جامعه، حکومتی وجود داشته باشد که «طاغوتی» نباشد؛ یعنی مورد پذیرش خداوند باشد و دستورات الهی را که در قرآن و روایات آمده است، به اجرا درآورد.

با توجه به متن کتاب درسی حدیث شریف «هرگاه از پیامبر سؤال می‌کردم، پاسخم را می‌داد و اگر در حضورش سکوت می‌کردم، ایشان پیشگام می‌شد و از دانش خود مرا بهره‌مند می‌ساخت.» با فضیلت «علم بی‌کران» امام علی (ع) ارتباط معنایی دارد.

۵۱ ۲ معمولاً وقتی آیهای نازل می‌شد و پیامبر حکم کلی موضوعی را بیان می‌فرمود، یاران نزد رسول خدا می‌آمدند و جزئیات حکم را می‌پرسیدند.

وقتی که آیهی «یا ایُّها الذّین آمنوا اَطِيعُوا اللّٰهَ وَاَطِيعُوا الرّسولَ وَاُولی الامرِ مِنْكُمْ... ای مؤمنان، از خدا اطاعت کنید و از رسول و ولّی امرتان اطاعت کنید...» نازل شد، جابر بن عبدالله انصاری نزد رسول خدا (ص) آمد و گفت: «یا رسول الله، ما خدا و رسول او را شناخته‌ایم. لازم است «اولی الامر» را نیز بشناسیم.»

۵۲ ۱ رسول خدا (ص) با انجام وظایف عبودیت و بندگی در مسیر قرب الهی به مرتبه‌ای از کمال نائل شد که می‌توانست عالم غیب و ماورای طبیعت را مشاهده کند و به اذن الهی در عالم خلقت تصرف نماید.

یکی از ابعاد سیره‌ی پیامبر (ص) در رهبری جامعه، محبت و مدارا با مردم بود. رفتار رسول خدا (ص) با مردم به قدری محبت‌آمیز بود که مردم، ایشان را پدر مهربان خود می‌دانستند و در سختی‌ها به ایشان پناه می‌بردند. معمولاً اطرافیان یک رهبر برای این‌که خود را به او نزدیک کنند، عیب دیگران را نزد او بازگو می‌کنند، اما رسول خدا (ص) به یاران خود می‌فرمود: «بدی‌های یک‌دیگر را پیش من بازگو نکنید؛ زیرا دوست دارم با دلی پاک و خالی از کدورت با شما معاشرت کنم.»

۵۳ ۱ روزی فردی از قبایل صاحب نام مدینه، دزدی کرد و جرم او ثابت شد. رؤسای قبیله فکر می‌کردند که رسول خدا (ص) به دلیل جایگاهی که قبیله‌ی این فرد دارد وی را مجازات نخواهد کرد، اما با کمال تعجب دیدند که پیامبر می‌خواهد حکم را اجرا کند. این رفتار پیامبر (ص) در راستای تلاش برای برقراری عدالت و برابری بود.

۵۴ ۲ مطابق با صفحه‌ی ۵۳ کتاب درسی، آموزش این علوم از طریق آموختن معمولی نبود، بلکه به صورت الهام بر روح و جان حضرت علی (ع) بوده است.

پیامبران با این‌که مانند ما انسان‌ها غریزه و اختیار دارند، در مقام عمل به دستورات الهی دچار گناه نمی‌شوند زیرا کسی گناه می‌کند که هوی و هوس بر او غلبه کند و کسی که حقیقت‌گناه و معصیت را مشاهده می‌کند، محبت خدا را با هیچ چیز عوض نمی‌کند.

۵۵ ۴ خداوند در آیهی «یا ایُّها الذّین آمنوا اَطِيعُوا اللّٰهَ وَاَطِيعُوا الرّسولَ وَاُولی الامرِ مِنْكُمْ...» طرح و برنامه‌ی خود را برای جامعه‌ی بعد از دوران پیامبر (ص) معرفی می‌کند. براساس این برنامه، افرادی که از علم و عصمت برخوردارند (اولی الامر)، باید رهبری جامعه را به دست بگیرند.

از آن‌جا که امام همدی مسئولیت‌های پیامبر (ص) به‌جز در یافت و ابلاغ وحی را دارد، بنابراین باید همان صفات و ویژگی‌های پیامبر را داشته باشد تا مردم به وی اطمینان کنند.

۵۶ ۳ در یکی دو قرن اخیر دشمنان اسلام با یک نقشه‌ی دقیق و برنامه‌ریزی شده، همبستگی مسلمانان را به دشمنی با یک‌دیگر تبدیل کرده و اختلافات معمولی اقوام و مذاهب اسلامی را بزرگ جلوه دادند. یکی از نتایج زبان‌بار این اختلاف‌ها، تجزیه‌ی کشورهای بزرگ اسلامی به کشورهای کوچک در سده‌ی اخیر بود تا قدرتهای استعمارگر به راحتی بتوانند بر آن‌ها سلطه پیدا کنند و ذخایر آنان را به تاراج ببرند. این سیاست اکنون نیز از سوی این قدرتهای استعماری در کشورهای منطقه در حال اجرا است.

۵۷ ۴ معمولاً اطرفیان یک رهبر برای این‌که خود را به او نزدیک کنند، عیب دیگران را نزد او بازگو می‌کنند.

پیامبر اکرم (ص) پس از سیزده سال تلاش برای هدایت مردم مکه، با دعوت مردم مدینه، به این شهر هجرت کرد و به فرمان خداوند حکومت اسلامی را بنا نهاد.

۵۸ ۳ این سخن امام خمینی (ره) درباره‌ی ضرورت اجرای احکام اجتماعی اسلام است و قبل از جمله‌ای که در متن سؤال آمده، ایشان فرموده است: «مذهب اسلام هم‌زمان با این‌که به انسان می‌گوید که خدا را عبادت کن و چگونه عبادت کن، به او می‌گوید چگونه زندگی کن و روابط خود را با سایر انسان‌ها چگونه باید تنظیم کنی و حتی جامعه‌ی اسلامی با سایر جوامع چگونه روابطی باید برقرار نماید...»

۵۹ ۲ پیامبر (ص) آن قدر برای هدایت مردم شبانه‌روز تلاش کرد که خداوند در این باره خطاب به مسلمانان فرمود: «رنج شما برای او سخت و دشوار است و بر [هدایت] شما حریص (به شدت علاقه‌مند) است.»

رسول خدا (ص) هم با فقر مبارزه می‌کرد و به دنبال جامعه‌ای آباد و دور از محرومیت بود و هم با کوچک شمردن فقیران و بینوایان به مخالفت برمی‌خاست. به آسانی با فقیرترین و محروم‌ترین مردم می‌نشست و صمیمانه با آن‌ها گفت‌وگو می‌کرد. آنان نیز رسول خدا (ص) را همدل و همراز خود می‌یافتند. آن حضرت به یاران خود می‌فرمود: «به من ایمان نیاورده است کسی که شب را با شکم سیر بخوابد و همسایه‌اش گرسنه باشد.» که این امر نشان‌دهنده‌ی مبارزه با فقر و محرومیت از سیره‌ی پیامبر (ص) در رهبری جامعه است.

۶۰ ۳ بعد از نزول آیه‌ی انذار، پیامبر (ص) با ۴۰ نفر از بزرگان بنی‌هاشم درباره‌ی اسلام سخن گفت اما تنها امام علی (ع) که در آن زمان نوجوانی بیش نبود، اعلام آمادگی و وفاداری کرد.

با توجه به آیه‌ی شریفه‌ی «تطهیر» و روایت ام سلمه از نزول این آیه، پیامبر (ص)، امام علی (ع)، حضرت فاطمه (س)، امام حسن و امام حسین (ع) از هرگونه گناه و پلیدی دور هستند و در سخنان دیگر پیامبر (ص)، امامان بعدی هم جزء اهل بیت شمرده شده‌اند.



زبان انگلیسی

۶۸ ۳ او به دنبال شغلی می‌گردد که در آن بتواند از توانایی زبان

خارجی‌اش استفاده کند.

- (۱) ابزار، وسیله
- (۲) علامت، نشانه
- (۳) توانایی
- (۴) بحث، گفت‌وگو

۶۹ ۴ اگرچه به دانش عمیق او از تاریخ ایران احترام می‌گذاشتم،

[اما] او معلم خیلی کارآمدی نبود.

- (۱) اصرار کردن، تأکید کردن
- (۲) مبادله کردن، معاوضه کردن
- (۳) شکایت کردن، گله کردن
- (۴) احترام گذاشتن به، محترم شمردن

۷۰ ۴ تاکنون، پیشرفت خیلی خوب بوده است. بنابراین، مصمم

هستیم که کار سر وقت کامل خواهد شد.

- (۱) با این حال، با وجود این
- (۲) در هر صورت
- (۳) با این حال، با وجود این
- (۴) بنابراین، از این رو

مهم‌ترین مخترع در تاریخ آمریکا، توماس آلوا ادیسون برای اختراعاتش دارای ۱۰۹۳ حق ثبت اختراع (حق قانونی) بود؛ بیش‌ترین تعدادی که برای یک شخص ثبت شده است. مشهورترین اختراعاتش شامل روش‌تایی الکتریکی (لامپ رشته‌ای)، گرامافون و پیشرفت‌های کلیدی در تلگراف، تلفن و تصویرهای متحرک بود. ادیسون گفت که «نبوغ، ۲ درصد استعداد و ۹۸ درصد پشتکار است»؛ این نوع پشتکار منجر به بزرگ‌ترین کار [های] او شد، ادیسون خودش را با یک تیم بااستعداد از مهندسان، مکانیک‌ها و صنعتگران برای ساخت یکی از اولین آزمایشگاه‌های تحقیقاتی محدود کرده بود. او هم‌چنین یک تاجر برجسته بود و برای توسعه‌ی محصولاتش پول جمع‌آوری می‌کرد.

۷۱ ۲

- (۱) موضوع
- (۲) شخص، فرد
- (۳) محدوده، طیف
- (۴) ناحیه، منطقه

۷۲ ۴

- (۱) وجود داشتن، بودن
- (۲) خلق کردن، به وجود آوردن؛ باعث ... شدن
- (۳) خدمت کردن
- (۴) شامل ... بودن

۷۳ ۳

- (۱) مأموریت
- (۲) جزء؛ [در جمع] جزئیات
- (۳) بهبود، پیشرفت
- (۴) اختراع، ابداع

۷۴ ۲ توضیح: در صورتی‌که فاعل و مفعول جمله‌ای هر دو به یک

شخص اشاره داشته باشند، به جای مفعول از ضمائر انعکاسی استفاده می‌شود. ضمیر انعکاسی مناسب برای "Edison" (ادیسون)، "himself" می‌باشد.

۶۱ ۴ او وقت آزاد اندکی دارد. او حتی به ندرت می‌تواند به مادرش

زنگ بزند!

توضیح: "time" (free) یک اسم غیرقابل شمارش است و بنابراین قبل از آن نمی‌توانیم از "a few" و "a few" استفاده کنیم. دقت کنید که "a" و "little" هر دو همراه اسامی غیرقابل شمارش به کار می‌روند. اما "little" به جمله مفهوم منفی می‌دهد و نشان‌دهنده‌ی کمبود شدید است، در حالی‌که "a little" معنی مثبتی دارد و کمبود شدید اسم را نشان نمی‌دهد.

۶۲ ۳ در داخل سونا آن‌قدر حرارت بود که مجبور شدیم بیرون برویم

و دوش بگیریم.

بعد از: there is / are / was / were. حتماً باید از اسم استفاده کنیم با توجه به این‌که heat (حرارت، گرما) اسم است، اما hot (گرم) صفت می‌باشد. در بین گزینه‌های موجود فقط گزینه‌های (۱) و (۳) می‌توانند صحیح باشند. البته چون که heat یک اسم غیرقابل شمارش می‌باشد، پیش از آن از much استفاده می‌کنیم، نه many.

۶۳ ۳ هشتاد و پنج درصد از تمام اطلاعات کامپیوترها در سراسر

جهان به انگلیسی است.

توضیح: در بین دو بخش اعداد دوقسمتی بیست و یک تا نود و نه حتماً باید از یک خط کوچک استفاده کنیم. دقت کنید که "information" (اطلاعات) یک اسم غیرقابل شمارش است و S جمع نمی‌گیرد.

۶۴ ۴ کیت در بین همکلاسی‌هایش محبوب نیست، چرا که همیشه

بقیه‌ی دانش‌آموزان را مسخره می‌کند.

- (۱) حیرت‌انگیز، شگفت‌انگیز
- (۲) صادق، رو راست
- (۳) قطعی، مطلق
- (۴) محبوب

۶۵ ۳ فکر می‌کنم اگر با متکلم بومی انگلیسی بیش‌تر صحبت کنم،

مهارت‌های انگلیسی‌ام به سرعت بهتر خواهد شد.

- (۱) شاگرد؛ نوآموز
- (۲) متفکر
- (۳) متکلم؛ گوینده
- (۴) مخترع

۶۶ ۱ اگرچه ببر یک گونه‌ی در معرض خطر است، هنوز در بعضی از

بخش‌های جهان شکار می‌شود.

- (۱) در معرض خطر
- (۲) محبوب
- (۳) احتمالی، محتمل
- (۴) خوش‌شانس

۶۷ ۴ غرب شهر تا حد زیادی توسط بمباران آسیب ندید، اما طرف

شرقی کاملاً ویران شد.

- (۱) از نظر فرهنگی
- (۲) عمیقاً، به شدت
- (۳) به علاوه، علاوه بر این
- (۴) تا حد زیادی، عمدتاً



۲ ۷۵

۱) سبک زندگی

۲) تحقیق، پژوهش

۳) خلق، ایجاد

۴) وجود

قبل از این که کاغذ اختراع شود، مردم روی موادی مانند بامبو، ابریشم، پوست حیوانات و قالب‌های چوبی می‌نوشتند یا طراحی می‌کردند. حتی بعضی فرهنگ‌ها از اِسکنه (مُغار) برای حکاکی علامت‌ها روی تکه‌های سنگ استفاده می‌کردند. اِqlام نوشتن گران و استفاده برای آن‌ها سخت بود و افراد کمی بلد بودند که بخوانند. بنابراین افراد کمی می‌نوشتند، تمام این [شرایط] به لطف مردی به نام تسای لون تغییر کرد.

تسای لون در سال ۷۵ پس از میلاد به عنوان خدمه‌ی قصر در امپراطوری چین شروع به کار کرد. خدمات او به امپراطور با چندین ترفیع پاداش داده شد. مهم‌ترین ترفیع تسای لون در سال ۸۹ صورت گرفت، زمانی که او به عنوان مسئول ساخت کاغذ منصوب شد. کاغذ قبل از آن در چین وجود داشت، اما پروسه‌ی ساخت آن سخت، و کیفیت کاغذ [هم] پایین بود. تسای لون شروع به آزمایش مواد گوناگون و روش‌های مختلف تبدیل آن مواد به کاغذ کرد.

در سال ۱۰۵، تسای لون یک روش ساخت (تولید) کاغذ از پوست درخت، بامبو، پارچه‌های کهنه و تور ماهیگیری را به امپراطور نشان (ارائه) داد. کاغذ تسای لون محکم‌تر و ارزان‌تر از هر کاغذی بود که قبلاً درست شده بود. امپراطور خوشحال شد و به تسای لون ثروت هنگفتی داد.

به خاطر روش ساخت کاغذ تسای لون، فرهنگ چینی در طول چندین قرن بعد با سرعت بیش‌تری رشد کرد. آن به این دلیل است که ایده‌ها (افکار) راحت‌تر به اشتراک گذاشته می‌شدند و افراد بیش‌تری یاد گرفتند که بخوانند. استفاده از کاغذ خارج از چین گسترش پیدا کرد، [و] به سایر فرهنگ‌ها کمک کرد تا ایده‌ها (افکار)شان را ثبت و منتشر کنند. امروزه، تسای لون در چین به عنوان یک قهرمان ملی در نظر گرفته می‌شود. اما کل دنیا می‌بایست قدردان این سازنده‌ی کاغذ (مخترع کاغذ) باهوش چینی باشند.

۲ ۷۶

۱) نتیجه‌ی آزمایش‌های تسای لون با مواد مختلف چه بود؟

۱) شیوه‌ای جدید برای درست کردن کاغذ

۲) تولید انبوه اِسکنه (مُغار)های سنگی (ابزاری برای تراش دادن چوب، سنگ و غیره ...)

۳) ثروت بسیار برای همه

۴) شهرت برای امپراطور

۳ ۷۷

بعد از این که تسای لون به عنوان مسئول کار [تولید کاغذهای

بهبتر] منصوب شد، چند سال طول کشید تا او کاغذ بهتری را کشف کند؟

۱) ۸۹ سال

۲) ۱۰۵ سال

۳) ۱۶ سال

۴) ۳۰ سال

۴ ۷۸

کدام یک از موارد زیر تأثیر کشف تسای لون نیست؟

۱) اِqlام نوشتن ارزان‌تر

۲) کاغذ در دسترس‌تر

۳) مدارک بادوام‌تر

۴) رشد کندتر فرهنگ‌ها

۳ ۷۹

تسای لون چگونه ثروتمند شد؟

۱) او به عنوان نویسنده پول درآورد.

۲) او پوست درخت و بامبو فروخت.

۳) امپراطور برای کارش به او پاداش داد.

۴) او فروشنده‌ی کاغذ شد.

۲ ۸۰

کدام یک از دلایل زیر، باعث شد تسای لون در مورد شیوه‌های

بهبتر تولید کاغذ تحقیق کند؟

۱) کاغذ هنوز وجود نداشت.

۲) کاغذ گران و دارای کیفیت پایین بود.

۳) خانواده‌اش صاحب فروشگاه چاپ بود.

۴) امپراطور به هر کسی که می‌توانست کاغذ تولید کند، وعده‌ی ثروت داد.

ریاضیات

۴ ۸۱

$$x \neq 2: g(x) = \frac{2x(x-2)}{x-2} = 2x = f(x)$$

$$x=2 \Rightarrow f(2) = g(2) \Rightarrow 4 = 2 - a \Rightarrow a = -2$$

۱ ۸۲ برای رسم $y = 1 - \sqrt{x+1}$ کافی است نمودار $y = -\sqrt{x}$ را

یک واحد به چپ و ۱ واحد به بالا انتقال دهیم.

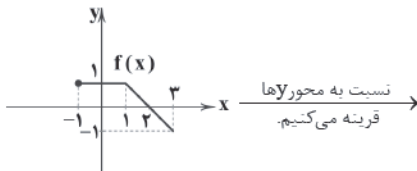
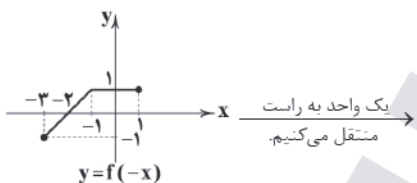
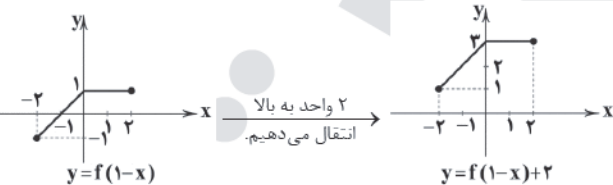


۲ ۸۳

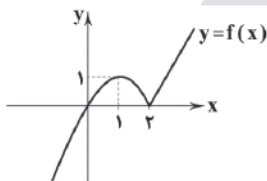
$$\begin{cases} 4 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 4 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2 \\ [x] = 0 \Rightarrow 0 \leq x < 1 \Rightarrow x \in \mathbb{R} - [0, 1) \end{cases}$$

اشتراک می‌گیریم. دامنه $[-2, 2] - [0, 1)$ شامل اعداد صحیح $-2, -1, 0, 1, 2$ می‌باشد. $\Rightarrow [-2, 0) \cup [1, 2]$

۳ ۸۴

نسبت به محورهای
قرینه می‌کنیم.یک واحد به راست
منتقل می‌کنیم.۲ واحد به بالا
انتقال می‌دهیم.

۲ ۸۵

نمودار f را رسم می‌کنیم:بنابراین کم‌ترین مقدار a برابر با ۲ می‌باشد، زیرا تابعدر $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ وارون‌پذیر است.



$$\Rightarrow \alpha = \frac{3 \times 90}{r^2} = \frac{270}{(3\sqrt{2})^2} = \frac{270}{18} = 15^\circ$$

$$\Rightarrow L = \frac{\pi r}{180} \cdot \alpha = \frac{\pi \cdot (3\sqrt{2})}{180} \cdot 15 = \frac{\pi\sqrt{2}}{4} \Rightarrow L = \frac{\pi\sqrt{2}}{4}$$

با استفاده از تمرین ۱ صفحه ۱۶ کتاب برای زوایای \hat{M} و \hat{N} داریم:

$$\hat{M} = \frac{\widehat{AB} - \widehat{AC}}{2}, \hat{N} = \frac{\widehat{AB} - \widehat{BD}}{2}$$

$$\Rightarrow \hat{M} + \hat{N} = \frac{\widehat{AB} - \widehat{AC} + \widehat{AB} - \widehat{BD}}{2} = \frac{2\widehat{AB} - (\widehat{AC} + \widehat{BD})}{2} \quad (1)$$

$$\hat{F} = \frac{\widehat{BD} + \widehat{AC}}{2} \Rightarrow 60^\circ = \frac{\widehat{BD} + \widehat{AC}}{2} \Rightarrow \widehat{AC} + \widehat{BD} = 120^\circ \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow 30^\circ + 50^\circ = \frac{2\widehat{AB} - (120^\circ)}{2}$$

$$\Rightarrow \widehat{AB} = \frac{160^\circ + 120^\circ}{2} = \frac{280^\circ}{2} = 140^\circ \Rightarrow \widehat{AB} = 140^\circ$$

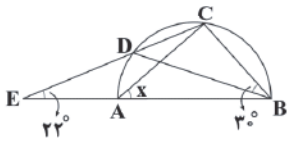
با توجه به این که کمان کامل یک دایره برابر 360° است، بنابراین:

$$\widehat{AB} + \widehat{DC} + \widehat{AC} + \widehat{BD} = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{DC} = 360^\circ - \widehat{AB} - (\widehat{AC} + \widehat{BD})$$

$$\Rightarrow \widehat{DC} = 360^\circ - 140^\circ - 120^\circ \Rightarrow \widehat{DC} = 100^\circ$$

۱ ۹۳



$$\widehat{BAC} = \frac{\widehat{BC}}{2} \Rightarrow x = \frac{\widehat{BC}}{2} \Rightarrow \widehat{BC} = 2x$$

$$\widehat{CBD} = \frac{\widehat{CD}}{2} \Rightarrow 30^\circ = \frac{\widehat{CD}}{2} \Rightarrow \widehat{CD} = 60^\circ$$

\hat{E} زاویه ی برخورد امتداد دو وتر AB و CD است، پس داریم:

$$\hat{E} = \frac{\widehat{BC} - \widehat{AD}}{2} \Rightarrow 22^\circ = \frac{2x - (180^\circ - \widehat{BC} - \widehat{CD})}{2}$$

$$\Rightarrow 44^\circ = 2x - (180^\circ - 2x - 60^\circ)$$

$$\Rightarrow 44^\circ = 4x - 180^\circ + 60^\circ \Rightarrow 4x = 120^\circ + 44^\circ = 164^\circ$$

$$\Rightarrow x = \frac{164^\circ}{4} = 41^\circ$$

۲ ۹۴

دایره ها از مرکز یکدیگر می گذرند، پس شعاع آن ها برابر است. شعاع دو دایره را R فرض می کنیم. بنا به رابطه ی طولی امتداد وترها در دایره ی سمت چپ داریم:

$$NB \times MN = NP \times NQ \Rightarrow R \times 2R = x \times (x + 2R)$$

$$\Rightarrow x^2 + 2Rx - 2R^2 = 0 \Rightarrow x = -R \pm \sqrt{3R^2}$$

$$\xrightarrow{x > 0} x = \sqrt{3}R - R$$

$$\frac{NQ}{MN} = \frac{2R + x}{2R} = \frac{2R + \sqrt{3}R - R}{2R} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2}$$

$$x \leq 0: y = x^2 + 1, y \geq 1 \Rightarrow x^2 = y - 1$$

۴ ۸۶

$$\xrightarrow{x \leq 0} x = -\sqrt{y-1}, y \geq 1 \Rightarrow f^{-1}(x) = -\sqrt{x-1}, x \geq 1$$

$$x > 0: y = 1 - x \Rightarrow y = 1 - x < 1 \Rightarrow x = 1 - y, y < 1$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = 1 - x, x < 1$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \begin{cases} -\sqrt{x-1} & x \geq 1 \\ 1-x & x < 1 \end{cases}$$

۱ ۸۷

$$y = \frac{x-a}{bx+1} \Rightarrow bxy + y = x - a \Rightarrow bxy - x = -y - a$$

$$\Rightarrow x(by-1) = -y-a \Rightarrow x = \frac{-y-a}{by-1} = \frac{y+a}{-by+1}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+a}{-bx+1} = f(x) \Rightarrow \begin{cases} -a = a \\ -b = b \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = b = 0 \Rightarrow a + b = 0$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{-1, 1, 2, 5\}$$

۳ ۸۸

$$f \circ g = \{(-1, -1), (1, 1), (2, 1), (5, -1)\}$$

$$\Rightarrow \text{fog برد} = \{1, -1\}$$

۴ ۸۹

$$D = D_f \cap D_g = \{1, 2, -3, 0\} \cap \{x \leq 1\} = \{0, 1, -3\}$$

$$(f+g)(0) = f(0) + g(0) = 1 + 2(1) = 3$$

$$(f+g)(1) = f(1) + g(1) = 2 + 2(0) = 2$$

$$(f+g)(-3) = f(-3) + g(-3) = (-1) + 2\sqrt{1+3} = (-1) + 4 = 3$$

$$\Rightarrow (f+g) \text{ برد} = \{3\} \Rightarrow \text{تنها شامل یک عضو است.}$$

۱ ۹۰

برای محاسبه ی $f(-1)$ باید معادله ی خط گذرا از نقاط $(0, 0)$ و $(-2, 3)$ را بنویسیم:

$$m = \frac{3-0}{-2-0} = -\frac{3}{2} \Rightarrow f(x) = -\frac{3}{2}x$$

$$\xrightarrow{x=-1} f(-1) = -\frac{3}{2}(-1) = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow (f+g)(-1) = f(-1) + g(-1) = \frac{3}{2} + 0 = \frac{3}{2}$$

$$g(0) = 1 \Rightarrow \text{fog}(0) = f(g(0)) = f(1)$$

از طرفی داریم:

$$\text{برای محاسبه ی } f(1) \text{ باید معادله ی خط گذرا از } (0, 0) \text{ و } (2, 3) \text{ را}$$

بنویسیم:

$$m = \frac{3-0}{2-0} = \frac{3}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x \xrightarrow{x=1} f(1) = \frac{3}{2}$$

$$\text{بنابراین: } \text{fog}(0) = f(1) = \frac{3}{2}$$

بنابراین:

$$\frac{(f+g)(-1)}{1+\text{fog}(0)} = \frac{\frac{3}{2}}{1+\frac{3}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{2}} = \frac{3}{5}$$

و در نتیجه داریم:

۳ ۹۱

اگر زاویه ی مرکزی قطاعی از دایره بر حسب درجه مساوی α باشد، در این صورت طول کمان مقابل به زاویه ی α و مساحت قطاع آن از روابط زیر محاسبه می شوند:

$$L = \frac{\pi r}{180} \cdot \alpha$$

$$S = \frac{\pi r^2}{360} \cdot \alpha \Rightarrow \frac{r^2}{1} = \frac{\pi r^2}{360} \cdot \alpha$$



۱۰۰ ۳ با استفاده از تمرین صفحه‌ی ۳۰ کتاب، اندازه‌ی هر ضلع n ضلعی‌های محیطی و محاطی از روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$(1) \quad \text{اندازه‌ی هر ضلع } n \text{ ضلعی محاطی} = 2r \sin \frac{18^\circ}{n}$$

$$(2) \quad \text{اندازه‌ی هر ضلع } n \text{ ضلعی محیطی} = 2r \tan \frac{18^\circ}{n}$$

$$(1) \quad \xrightarrow{n=6} 12 = 2r \sin \frac{18^\circ}{6} = 2r \sin 3^\circ = 2r \times \frac{1}{4} \Rightarrow r = 12$$

$$\text{اندازه‌ی هر ضلع شش‌ضلعی محیطی} = 2 \times 12 \tan \frac{18^\circ}{6} = 24 \tan 3^\circ$$

$$\Rightarrow \text{اندازه‌ی هر ضلع} = 24 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 8\sqrt{3}$$

۱۰۱ ۲ ترکیب شرطی معادل ترکیب فصلی به صورت $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ می‌باشد. داریم:

$$(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q) \equiv (\sim p \vee q) \wedge (\sim p \vee \sim q) \\ \equiv \sim p \vee (q \wedge \sim q) \equiv \sim p \vee F \equiv \sim p$$

در گزاره‌ی اخیر از عکس قانون پخشی استفاده شده است. با در نظر گرفتن این‌که گزاره‌ی $q \wedge \sim q$ همواره نادرست است، ارزش گزاره‌ی اخیر همان ارزش گزاره‌ی $\sim p$ می‌باشد، یعنی گزاره‌ی مفروض، هم‌ارز گزاره‌ی $\sim p$ است.

۱۰۲ ۱ **یادآور:** برای نقیض کردن گزاره‌های همراه با سورها داریم:

$$\begin{cases} \sim (\forall x : p(x)) \equiv \exists x : \sim p(x) \\ \sim (\exists x : p(x)) \equiv \forall x : \sim p(x) \end{cases}$$

بنابراین گزاره‌ی داده‌شده در صورت مسئله به صورت زیر نقیض می‌گردد:

$$\forall A, \exists B : (B \not\subseteq A)$$

دقت داشته باشید که نقیض $B \subseteq A$ به صورت $A \subseteq B$ نخواهد بود، چرا که دلیلی ندارد از بین دو مجموعه‌ی فرضی حتماً یکی زیرمجموعه‌ی دیگری باشد.

۱۰۳ ۴ **روش اول:** طبق تعریف هرگاه مجموعه‌ی اعداد طبیعی به سه

قسمت افراز گردد، این ۳ قسمت با هم اشتراکی نخواهند داشت. بنابراین گزینه‌های قابل قبول است که به دو مجموعه‌ی A و B تعلق نداشته باشد. اگر مجموعه‌های A و B را با نوشتن چند تا از اعضایشان مشخص کنیم گزینه‌های یک، دو و سه در این مجموعه‌ها دیده می‌شوند:

$$A = \{5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, \dots\}$$

$$B = \{3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, 31, 35, 39, 43, \dots\}$$

بررسی گزینه‌ها:

$$1) 29 = 4 \times 7 + 1 = 4k + 1 \in A$$

$$2) 31 = 4 \times 8 - 1 = 4k - 1 \in B$$

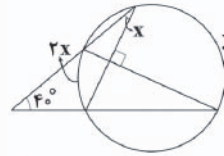
$$3) 43 = 4 \times 11 - 1 = 4k - 1 \in B$$

$$4) 22 = 4 \times 5 + 2 = 4k + 2 \notin A, B \Rightarrow 22 \in C$$

روش دوم:

نکته: تمام اعداد اول بزرگ‌تر از ۲ به صورت $4k \pm 1$ می‌باشند. دقت کنید عکس جمله‌ی ذکرشده الزاماً برقرار نیست، اما هر عدد اول بزرگ‌تر از ۲ یا به صورت $4k + 1$ و یا $4k - 1$ است.

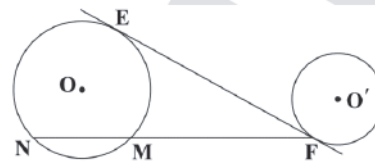
گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) هر سه اعداد اول می‌باشند، بنابراین به فرم $4k + 1$ یا $4k - 1$ هستند، در نتیجه عضو مجموعه‌های A و B خواهند بود.



$$\begin{cases} 40^\circ = \frac{y-2x}{r} \Rightarrow y-2x = 8^\circ \\ 90^\circ = \frac{y+2x}{r} \Rightarrow y+2x = 18^\circ \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} \\ (y+2x) - (y-2x) = 18^\circ - 8^\circ = 10^\circ \\ \Rightarrow 4x = 10^\circ \Rightarrow x = 2.5^\circ$$

۹۶ ۳

$$EF^2 = OO'^2 - (R+R')^2 = 13^2 - 5^2 = 144 \Rightarrow EF = 12$$



حال بنا به رابطه‌ی طولی مماس و قطعات قاطع داریم:

$$EF^2 = MF \times NF \Rightarrow 144 = 2MN \times 2MN \Rightarrow 6MN^2 = 144 \\ \Rightarrow MN^2 = 24 \Rightarrow MN = 2\sqrt{6} \\ \Rightarrow NF = MF + MN = 2MN = 4\sqrt{6}$$

۹۷ ۴

رأس‌های مربع از نقطه‌ی تلاقی قطرهای یک فاصله است. پس دایره‌ای به مرکز این نقطه از رأس‌های آن می‌گذرد، لذا مربع یک چهارضلعی محاطی است. استدلال فوق برای مستطیل نیز درست است، پس مستطیل نیز یک چهارضلعی محاطی است. دو وتر موازی در یک دایره، تشکیل یک دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین می‌دهند، پس چهارضلعی محاطی فرض، می‌تواند دوزنقه باشد، اما لوزی با زاویه‌ی 60° نمی‌تواند چهارضلعی محاطی باشد، زیرا عمودمنصف‌های اضلاع آن هم‌رس نیستند.

۹۸ ۲

مساحت هر مثلث محیط بر دایره به شعاع R از رابطه‌ی $S = RP$ محاسبه می‌شود که در آن P نصف محیط مثلث و R شعاع دایره‌ی محاطی داخلی مثلث است:

با استفاده از تمرین ۵ صفحه‌ی ۲۹ کتاب، شعاع دایره‌ی محاطی داخلی برحسب شعاع‌های دایره‌های محاطی خارجی از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{R} \\ \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{1}{R} \Rightarrow \frac{4 \times 5 + 2 \times 5 + 2 \times 4}{40} = \frac{1}{R} \\ \Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{38}{40} \Rightarrow R = \frac{40}{38} = \frac{20}{19} \\ \Rightarrow S = 8R = 8 \times \frac{20}{19} = \frac{160}{19}$$

۹۹ ۲

هر چهارضلعی بر دایره محیط است اگر و تنها اگر مجموع دو ضلع روبه‌روی هم، با مجموع دو ضلع دیگر برابر باشد. بنابراین:

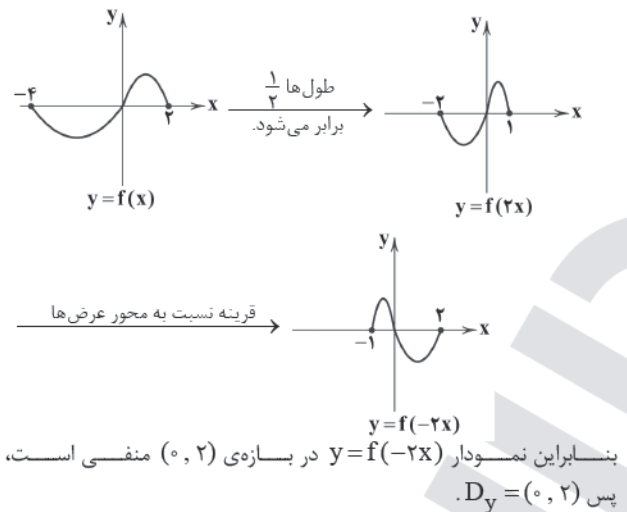
$$AB + DC = AD + BC \\ AB = 4, AD = 6 \Rightarrow 4 + DC = 6 + BC \\ \Rightarrow |BC - DC| = |4 - 6| = 2$$



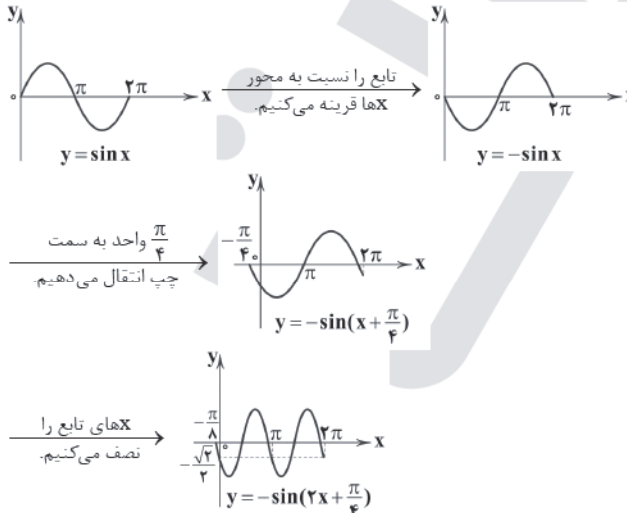
۱ ۱۰۹ می‌دانیم هر گزاره‌ی شرطی، هم‌ارز با عکس نقیض خودش است. یعنی: $(p \Rightarrow q) \equiv (\sim q \Rightarrow \sim p)$
ضمناً گزاره‌ی شرطی $p \Rightarrow q$ هم‌ارز با گزاره‌ی فصلی $\sim p \vee q$ است. بنابراین داریم: $(\sim q \Rightarrow \sim p) \wedge (p \vee q) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (p \vee q)$
 $\equiv (\sim p \vee q) \wedge (p \vee q) \equiv (\sim p \wedge p) \vee q \equiv F \vee q \equiv q$
چون گزاره‌ی $\sim p \wedge p$ همیشه نادرست است، لذا ارزش گزاره‌ی فصلی $(\sim p \wedge p) \vee q$ همان ارزش گزاره‌ی q می‌باشد.

۳ ۱۱۰ این مجموعه دارای ۴ عضو است. توجه کنید که $\{a, b\} = \{b, a, a\} = \{b, a\}$ زیرا تکرار و ترتیب نوشتن اعضا در مجموعه‌ها اهمیتی ندارد. پس داریم: $A = \{\{a\}, \{b\}, \{b, a\}, b\}$
چون زیرمجموعه‌های سره‌ی شامل عضو $\{a\}$ را می‌خواهیم، پس ابتدا $\{a\}$ را کنار می‌گذاریم. سپس زیرمجموعه‌های سره از $\{b\}, \{b, a\}, b$ را به دست می‌آوریم که تعداد آن‌ها برابر است با: $2^3 - 1 = 7$
توجه: زیرمجموعه‌های شامل عضو $\{a\}$ قطعاً ناتهی هستند و نیازی به اعمال شرط «ناتهی» در انتخاب زیرمجموعه‌های $\{b\}, \{b, a\}, b$ نداریم.

۳ ۱۱۱ تابع داده‌شده زمانی تعریف می‌شود که $-f(-2x) > 0$ و در نتیجه $f(-2x) < 0$ باشد. بنابراین به کمک تبدیل‌ها، نمودار $y = f(-2x)$ را رسم می‌کنیم:



۳ ۱۱۲ با استفاده از تبدیل‌ها، نمودار تابع $y = -\sin(2x + \frac{\pi}{4})$ را از روی نمودار $y = \sin x$ رسم می‌کنیم:

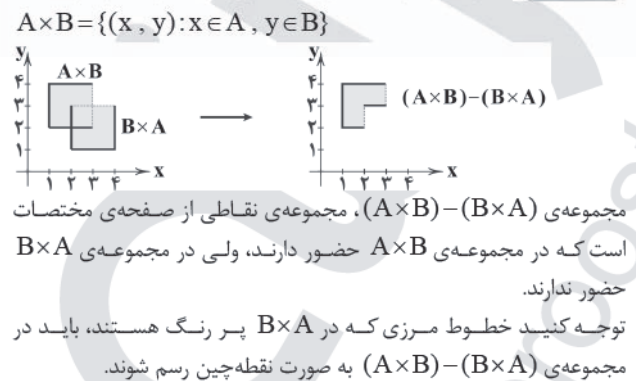


۱ ۱۰۴ با توجه به خواص مجموعه‌ها خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} & [(A \cap B' \cap C') \cup (B \cup C) \cap A] \\ & \quad \text{عکس دموگران} \\ & = [A \cap (B' \cap C')] \cup [(B \cup C) \cap A] \\ & = [A \cap (B \cup C)'] \cup [(B \cup C) \cap A] \\ & \quad \text{فاکتورگیری} \quad \text{جابه‌جایی} \\ & = A \cap [(B \cup C)' \cup (B \cup C)] = A \cap U = A \end{aligned}$$

به یاد داشته باشیم اجتماع هر مجموعه با متمم همان مجموعه برابر مجموعه‌ی مرجع خواهد بود.

۳ ۱۰۵ با توجه به تعریف حاصل ضرب دکارتی دو مجموعه خواهیم داشت:



۳ ۱۰۶ بررسی گزینه‌ها:

۱ و ۲) هرگاه $A \subseteq B$ باشد، اجتماع دو مجموعه برابر مجموعه‌ی بزرگ‌تر یعنی B و اشتراک دو مجموعه برابر مجموعه‌ی کوچک‌تر یعنی A می‌باشد، عکس این مطلب هم به وضوح برقرار است، پس گزینه‌های (۱) و (۲) قضیه‌های دوشروطی می‌باشند.

۳) یک قضیه‌ی شرطی است و عکس قضیه لزوماً برقرار نیست.

$A = B \Rightarrow A \cup C = B \cup C$
 $A \cup C = B \cup C \not\Rightarrow A = B$
به عنوان مثال نقض $\{4\}, B = \{5\}, C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
هرگاه اجتماع دو مجموعه با اشتراک آن‌ها برابر باشد، آن‌گاه دو مجموعه با هم برابرند و برعکس، پس گزینه‌ی (۴) نیز قضیه‌ی دوشروطی است.

۲ ۱۰۷

$$\begin{aligned} & A' \cap [(B \cup A)' \cup B'] = A' \cap [(B' \cap A') \cup B'] \\ & \quad \text{دموگران} \\ & = A' \cap [(B' \cap A') \cup B'] = A' \cap B' = A' - B \end{aligned}$$

جذب = B'

۴ ۱۰۸ $A \times B = B \times A \xrightarrow{A, B \neq \emptyset} A = B$

$\Rightarrow \{x-1, 4, z\} = \{y+2, 6, -4\}$

$$1) \begin{cases} y+2=4 \\ x-1=6 \\ z=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=2 \\ x=7 \\ z=-4 \end{cases} \Rightarrow x+y+z=5$$

$$2) \begin{cases} y+2=4 \\ x-1=-4 \\ z=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=2 \\ x=-3 \\ z=6 \end{cases} \Rightarrow x+y+z=5$$

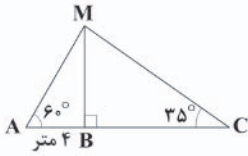
$\xrightarrow{(1), (2)} \max(x+y+z) = 5$



بنابراین مساحت متوازی‌الاضلاع با داشتن دو قطر و زاویه‌ی بین آن‌ها برابر است با:

$$S_{ABCD} = 4S_{\Delta OBC} \Rightarrow S_{ABCD} = 4 \times \frac{15\sqrt{3}}{4} = 15\sqrt{3}$$

مطلوب مسئله، $AM + MC$ است: **۱۱۷**



$$\Delta ABM: \cos 60^\circ = \frac{AB}{AM} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{4}{AM} \Rightarrow AM = 8$$

$$\sin 60^\circ = \frac{MB}{AM} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{MB}{8} \Rightarrow MB = 4\sqrt{3}$$

$$\Delta BMC: \sin 35^\circ = \frac{MB}{MC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{MC} \Rightarrow MC = 12$$

$$AM + MC = 8 + 12 = 20$$

۱۱۸ چون زوایای 5° و 4° متمم یکدیگر هستند، می‌توانیم به جای $\cos 5^\circ$ بنویسیم $\sin 4^\circ$ و به جای $\cot 5^\circ$ هم بنویسیم $\tan 4^\circ$. بنابراین:

$$\left(\frac{1}{1 - \sin 4^\circ} + \frac{1}{1 + \sin 4^\circ} \right) - 2 \tan^2 4^\circ$$

$$= \frac{(1 + \sin 4^\circ) + (1 - \sin 4^\circ)}{(1 - \sin 4^\circ)(1 + \sin 4^\circ)} - 2 \tan^2 4^\circ$$

$$= \frac{2}{1 - \sin^2 4^\circ} - 2 \tan^2 4^\circ = \frac{2}{\cos^2 4^\circ} - 2 \frac{\sin^2 4^\circ}{\cos^2 4^\circ}$$

$$= \frac{2 - 2 \sin^2 4^\circ}{\cos^2 4^\circ} = \frac{2(1 - \sin^2 4^\circ)}{\cos^2 4^\circ} = \frac{2 \cos^2 4^\circ}{\cos^2 4^\circ} = 2$$

نکته: اگر زوایای α و β متمم هم باشند ($\alpha + \beta = 90^\circ$)، آن‌گاه داریم:

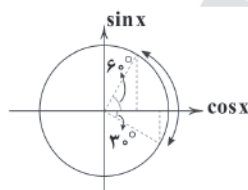
$$\sin \alpha = \cos \beta, \cos \alpha = \sin \beta, \tan \alpha = \cot \beta, \cot \alpha = \tan \beta$$

۱۱۹ اگر $3^\circ < \alpha < 15^\circ$ باشد، آن‌گاه $3^\circ < 2\alpha < 30^\circ$ خواهد بود.

با توجه به دایره‌ی مثلثاتی زیر، در این محدوده از زاویه‌ی 2α ، حدود $\cos 2\alpha$ برابر است با: حداقل مقدار $\cos 2\alpha$ که در $2\alpha = 30^\circ$ رخ می‌دهد.

$$\frac{1}{2} < \cos 2\alpha \leq 1$$

حداکثر مقدار $\cos 2\alpha$ که در 0° رخ می‌دهد.



$$\cos 2\alpha = \frac{m}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{m}{2} \leq 1 \Rightarrow -2 < m < -1$$

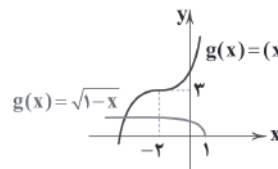
$$-1 \leq f(x) \leq 2 \Rightarrow -1 \leq f\left(\frac{x}{3}\right) \leq 2 \Rightarrow -6 < -3f\left(\frac{x}{3}\right) \leq 3$$

$$\Rightarrow -\frac{16}{3} \leq -3f\left(\frac{x}{3}\right) + \frac{2}{3} \leq \frac{11}{3} \Rightarrow 0 \leq -2f\left(\frac{x}{3}\right) + \frac{2}{3} \leq \frac{16}{3}$$

بنابراین برد تابع به صورت $R_y = [0, \frac{16}{3}]$ می‌باشد که شامل ۶ عدد صحیح $0, 1, 2, 3, 4, 5$ است.

۱۱۴ به روش هندسی معادله را حل می‌کنیم. برای این منظور نمودار توابع $f(x) = x^3 + 6x^2 + 12x + 11 = (x+2)^3 + 3$ و $g(x) = \sqrt{1-x}$ را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم.

برای رسم نمودار $f(x)$ ، نمودار $y = x^3$ را دو واحد به سمت چپ و ۳ واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم و برای رسم نمودار تابع $g(x)$ ، نمودار $y = \sqrt{x}$ را یک واحد به سمت چپ انتقال می‌دهیم تا نمودار $y = \sqrt{x+1}$ به دست آید، سپس نمودار حاصل را نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم:



همان‌طور که مشخص است دو نمودار در یک نقطه هم‌دیگر را قطع می‌کنند.

۱۱۵ روش اول: تابع را به صورت ساده‌تر نوشته، سپس وارون آن را تعیین می‌کنیم:

$$y = 2(x^2 + 3x^2 + 3x + 1) - 1$$

$$\Rightarrow y = 2(x+1)^2 - 1 \Rightarrow (x+1)^2 = \frac{y+1}{2}$$

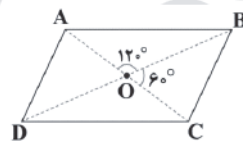
$$\sqrt{y} \rightarrow x+1 = \sqrt{\frac{y+1}{2}} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{y+1}{2}} - 1 \Rightarrow y = \sqrt{\frac{x+1}{2}} - 1$$

روش دوم (عددگذاری): نقطه‌ی $(1, 15)$ روی نمودار تابع y واقع است، پس باید نقطه‌ی $(15, 1)$ روی نمودار y^{-1} باشد. تنها گزینه‌ای که این نقطه در آن صدق می‌کند، گزینه‌ی (۴) است.

۱۱۶ یادآوری: در متوازی‌الاضلاع، قطرها هم‌دیگر را نصف می‌کنند.

هم‌چنین می‌دانیم قطره‌های متوازی‌الاضلاع آن را به چهار مثلث معادل (هم‌مساحت) تقسیم می‌کند.

$$S_{ABCD} = 4S_{\Delta OBC}$$



از طرفی دو زاویه‌ی $\hat{A}OB$ و $\hat{B}OC$ مکمل یکدیگرند، بنابراین $\hat{B}OC = 60^\circ$ است و داریم:

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow S_{\Delta OBC} = \frac{1}{2} \times OB \times OC \times \sin 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{BD}{2} \times \frac{AC}{2} \times \sin 60^\circ = \frac{1}{8} \cdot BD \cdot AC \cdot \sin 60^\circ$$

$$= \frac{1}{8} \times 10 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15\sqrt{3}}{4}$$



۱۲۵ ۳ ماتریس‌های A و B را معلوم می‌کنیم:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

حال ماتریس BA را به دست می‌آوریم:

$$BA = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \end{bmatrix}_{2 \times 3} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 7 & 19 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 1 + 5 + 7 + 19 = 32$$

۱۲۶ ۴

$$\frac{x-1}{3} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2(x-1) = 3 \times 3 \Rightarrow x-1 = \frac{9}{2} \Rightarrow x = 1 + \frac{9}{2} = \frac{11}{2}$$

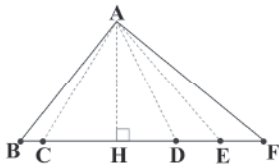
$$\frac{y}{x} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2y = 3x \xrightarrow{x = \frac{11}{2}} 2y = 3\left(\frac{11}{2}\right) = \frac{33}{2}$$

$$\Rightarrow y = \frac{\frac{33}{2}}{2} = \frac{33}{4}$$

$$\frac{z}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow 3z = 2 \times 2 \Rightarrow z = \frac{4}{3}$$

$$2x + 4y + 3z = 2\left(\frac{11}{2}\right) + 4\left(\frac{33}{4}\right) + 3\left(\frac{4}{3}\right) = 11 + 33 + 4 = 48$$

۱۲۷ ۲ ارتفاع همه‌ی مثلث‌های ABC, ACD, ADE, ADF و AEF برابر AH است. پس نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر با نسبت قاعده‌های آن‌هاست.



بررسی گزینه‌ها:

$$1) \frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta AEF}} = \frac{BC}{EF} = \frac{BC}{2BC} = \frac{1}{2}$$

$$2) \frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta ACD}} = \frac{BC}{CD} = \frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{3}CD)}{\frac{1}{3}CD} = \frac{1}{6} \quad \checkmark$$

$$3) \frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta ADF}} = \frac{BC}{DF} = \frac{BC}{DE+EF} = \frac{BC}{2BC+2BC} = \frac{BC}{4BC} = \frac{1}{4}$$

$$4) \frac{S_{\Delta ACD}}{S_{\Delta ADE}} = \frac{CD}{DE} = \frac{\frac{1}{3}CD}{\frac{1}{3}CD} = \frac{1}{3} = 3$$

۱۲۸ ۱

$$\Delta ABC \text{ در } EF \parallel BC \text{ : تعمیم تالس در } \Rightarrow \frac{AF}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC} = \frac{1}{3} (*)$$

$$\Delta ABF \text{ در } EG \parallel BF \text{ : تعمیم تالس در } \Rightarrow \frac{AG}{AF} = \frac{AE}{AB} = \frac{1}{3} (**)$$

$$\Rightarrow \frac{AG}{AC} = \frac{AG}{AF} \times \frac{AF}{AC} \stackrel{(*), (**)}{=} \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{AG}{AC} = \frac{1}{9} \Rightarrow AC = 9AG$$

۱۲۰ ۲

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \Rightarrow 1 + \frac{1}{9} = \frac{1}{\cos^2 \theta} \Rightarrow \cos^2 \theta = \frac{9}{10}$$

$$\Rightarrow \cos \theta = \pm \frac{3}{\sqrt{10}} \xrightarrow{\text{ربع دوم}} \cos \theta = \frac{-3}{\sqrt{10}}$$

$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta = 1 - \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow \sin \theta = \pm \frac{1}{\sqrt{10}} \xrightarrow{\text{ربع دوم}} \sin \theta = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\Rightarrow \sin \theta \cdot \cos \theta = \left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right) \cdot \left(\frac{-3}{\sqrt{10}}\right) = \frac{-3}{10} = -\frac{3}{10}$$

تک تک درایه‌های A را به دست می‌آوریم:

$$A = \begin{bmatrix} 1^2+1 & 1^2+2 & 1^2+3 \\ 2^2+1 & 2^2+2 & 2^2+3 \end{bmatrix}_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 27$$

۱۲۲ ۱ با توجه به این که $3A + B = I$ می‌باشد، مقادیر a و b را به

دست می‌آوریم:

$$3A + B = I \Rightarrow 3 \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & a \\ 0 & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 9 \\ 0 & 9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & a \\ 0 & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 9+a \\ 0 & 9+b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 9+a=0 \Rightarrow a=-9 \\ 9+b=1 \Rightarrow b=-8 \end{cases}$$

حال ماتریس A-B را به دست می‌آوریم:

$$A-B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & a \\ 0 & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3-a \\ 0 & 3-b \end{bmatrix} \xrightarrow{a=-9, b=-8}$$

$$A-B = \begin{bmatrix} 3 & 12 \\ 0 & 11 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{بزرگ‌ترین درایه، ۱۲ است.}$$

۱۲۳ ۴ چون $A(B-C)$ تعریف شده است، پس دو ماتریس B و Cهم‌مرتبه یعنی $n \times m$ بوده و تعداد ستون‌های A نیز باید با تعداد سطرهای B-C برابر باشد. یعنی ماتریس A از مرتبه $p \times n$ می‌باشد. حال تک تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$A_{p \times n} + B_{n \times m} \quad (*) \quad B_{n \times m} C_{n \times m} \quad (1)$$

$$A_{p \times n} C_{n \times m} \quad (2) \quad C_{n \times m} A_{p \times n} \quad (3)$$

۱۲۴ ۲ درایه‌های بیرون قطر اصلی ماتریس AB باید صفر باشند تا

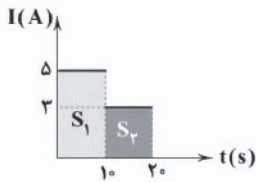
ماتریس AB قطری شود، بنابراین داریم:

$$AB = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bullet & -8+2a \\ b-3 & \bullet \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -8+2a=0 \Rightarrow a=4 \\ b-3=0 \Rightarrow b=3 \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 = 16 + 9 = 25$$



$$\Delta q = ne \Rightarrow n = \frac{\Delta q}{e} = \frac{80}{1/6 \times 10^{-19}} = 50 \times 10^{19}$$



۴ ۱۳۳ در یک رسانای فلزی با افزایش دما تعداد حامل‌های بار تقریباً ثابت می‌ماند، ولی ارتعاشات کاتوره‌ای اتم‌ها و یون‌های آن افزایش می‌یابد و در نتیجه مقاومت رسانا افزایش می‌یابد و لذا با کاهش دما مقاومت رسانا نیز کاهش می‌یابد.

اما در یک نیم‌رسانا با افزایش دما تعداد حامل‌های بار افزایش یافته و تأثیر افزایش تعداد حامل‌های بار، بیش‌تر از تأثیر افزایش برخورددهای کاتوره‌ای اتم‌ها و یون‌ها می‌باشد در نتیجه مقاومت یک نیم‌رسانا با افزایش دما، کاهش می‌یابد.

۳ ۱۳۴ یک رسانای اهمی در دمای ثابت از قانون اهم پیروی می‌کند، یعنی مقاومت الکتریکی یک رسانا در ولتاژهای مختلف و جریان‌های مختلف در دمای ثابت، مقدار ثابتی است.

۳ ۱۳۵ $R = \overline{ab} \times 10^n$ مقدار مقاومت ترکیبی با توجه به کدهای رنگی ترانس

$$\Rightarrow R = 47 \times 10^3 \Omega = 47k\Omega$$

$a = 4, b = 7, n = 3$

۲ ۱۳۶ در تاریکی مطلق، لامپ خاموش است. اما با طلوع خورشید و افزایش نور تابیده‌شده به I.D.R مقاومت آن کاهش یافته و جریان الکتریکی مدار افزایش می‌یابد و در نتیجه شدت نور لامپ نیز افزایش خواهد یافت.

۳ ۱۳۷ همان‌طور که می‌دانید آمپرسنج باید به صورت متوالی و ولت‌سنج باید به صورت موازی در مدار بسته شود. به این نکته نیز دقت کنید که ولت‌سنج باید به دو سر لامپ یا مقاومت الکتریکی موردنظر وصل شود تا اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن را نشان دهد. بنابراین مدار رسم‌شده در گزینه‌ی (۳) درست می‌باشد.

۱ ۱۳۸ توجه: چون دمای جسم کاهش یافته است، علامت ΔT باید منفی باشد.

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)] \Rightarrow R = R_0 [1 + \alpha(T - T_0)]$$

$$\Delta T = T - T_0 = -10^\circ K, R = 1/6 R_0 \Rightarrow 1/6 R_0 = R_0 [1 - \alpha \times 10]$$

$$\Rightarrow 1/6 = 1 - 10\alpha \Rightarrow 0/6 = -10\alpha$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{0/6}{-10} = -6 \times 10^{-3} K^{-1}$$

۴ ۱۳۹ طبق قانون اهم داریم:

$$R_1 = \frac{V_1}{I_1}$$

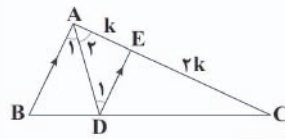
$$V_2 = V_1 + \frac{V_0}{100} V_1 = 1/2 V_1$$

$$R_2 = R_1 + 5$$

$$I_2 = I_1 - \frac{60}{100} I_1 = 0/4 I_1$$

$$R_2 = \frac{V_2}{I_2} \Rightarrow R_1 + 5 = \frac{1/2 V_1}{0/4 I_1} \Rightarrow R_1 + 5 = \frac{1/2}{0/4} R_1$$

$$\Rightarrow R_1 + 5 = 2R_1 \Rightarrow 5 = R_1 \Rightarrow R_1 = \frac{5}{2} = 2/5 \Omega$$



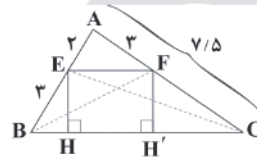
$$\left. \begin{aligned} AD \text{ نیمساز} &\Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ AD, DE \parallel AB \text{ مورب} &\Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{D}_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{D}_1$$

$$AE = \frac{1}{3} AC \Rightarrow CE = \frac{2}{3} AC \quad (1)$$

$$\Delta ADE : \hat{A}_2 = \hat{D}_1 \Rightarrow AE = DE \quad (2)$$

$$DE \parallel AB \Rightarrow \frac{DE}{AB} = \frac{CE}{AC} \quad \text{تعمیم تالس}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{DE}{CE} \stackrel{(2)}{=} \frac{AE}{CE} \stackrel{(1)}{=} \frac{1/3 AC}{2/3 AC} = \frac{1}{2}$$



$$\left\{ \begin{aligned} \frac{AE}{BE} &= \frac{2}{3} \\ \frac{AF}{FC} &= \frac{3}{7/5-3} = \frac{3}{4/5} = \frac{3 \times 5}{4} = \frac{15}{4} = \frac{3 \times 5}{4} = \frac{3}{4} \end{aligned} \right. \Rightarrow \frac{AE}{BE} = \frac{AF}{FC}$$

عکس تالس $\rightarrow EF \parallel BC \Rightarrow EH = FH'$

$$\Rightarrow \frac{S_{\Delta BEC}}{S_{\Delta BFC}} = \frac{EH \times BC}{FH' \times BC} = \frac{EH}{FH'} = 1$$

فیزیک

۳ ۱۳۱

$$R = \rho \frac{L}{A} \left\{ \begin{aligned} (1) \text{ شکل } R_1 &= \rho \frac{L}{A} = \rho \frac{L}{A} \\ (2) \text{ شکل } R_2 &= \rho \frac{1/5 L}{A} = 1/5 \rho \frac{L}{A} \\ (3) \text{ شکل } R_3 &= \rho \frac{L}{2A} = 1/2 \rho \frac{L}{A} = 0/5 \rho \frac{L}{A} \\ (4) \text{ شکل } R_4 &= \rho \frac{0/5 L}{A} = 0/5 \rho \frac{L}{A} \end{aligned} \right.$$

$$R_2 > R_1 > R_3 = R_4$$

۳ ۱۳۲ توجه: مساحت زیر نمودار جریان الکتریکی برحسب زمان ($I-t$) برابر با مقدار بار الکتریکی شارش‌شده از هر مقطع عرضی مدار در زمان مشخص است.

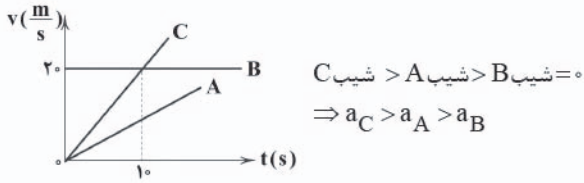
$$S_1 = I_1 \Delta t_1, S_2 = I_2 \Delta t_2$$

$$\Delta q = S_1 + S_2 = (10 \times 5) + (10 \times 3) = 50 + 30 = 80 C$$

$$\Rightarrow |\bar{a}_{av}| = \left| \frac{\Delta v}{\Delta t} \right| = \frac{20 - 11}{2 - 1} = 9 \frac{m}{s^2}$$

۱۴۵ ۲ برای پاسخ به این سؤال، به موارد زیر توجه کنید:

۱- هر سه نمودار سرعت - زمان به صورت خطی می‌باشند و شیب آن‌ها ثابت است، بنابراین شتاب هر سه متحرک در طول حرکتشان ثابت است.

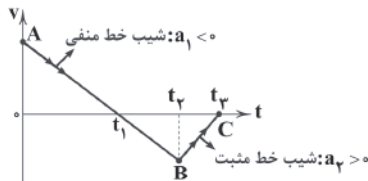


۲- با توجه به ثابت بودن شتاب، رابطه‌ی فوق در هر بازه‌ی زمانی دلخواه نیز در مورد شتاب متوسط سه متحرک برقرار است و در 10° ثانیه‌ی اول حرکت داریم:

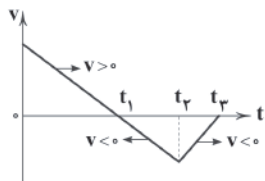
$$(a_{av})_C > (a_{av})_A > (a_{av})_B = 0$$

۱۴۶ ۳ ابتدا باید دقت شود که نمودار سرعت - زمان متحرک داده‌شده است و با توجه به آن می‌توان گفت:

(۱) از لحظه‌ی صفر تا t_1 شیب نمودار سرعت - زمان منفی بوده و در نتیجه شتاب متحرک در این بازه‌ی زمانی، مقداری منفی است.



(۲) از لحظه‌ی t_1 تا t_3 نمودار سرعت - زمان زیر محور زمان (t) است و سرعت متحرک در این بازه‌ی زمانی منفی است.

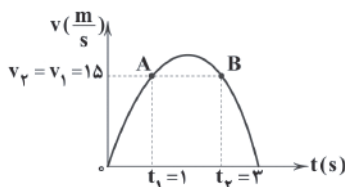


دقت کنید: از لحظه‌ی $t = 0$ تا لحظه‌ی t_1 ، شیب پاره‌خط AB همواره منفی است، یعنی برخورد این پاره‌خط با محور زمان، تغییری در منفی بودن علامت شتاب ایجاد نمی‌کند (چرا؟).

۱۴۷ ۲ با توجه به نمودار سرعت - زمان داده‌شده، سرعت متحرک در دو لحظه‌ی t_1 و t_2 یکسان بوده و با توجه به تعریف شتاب متوسط $(|\bar{a}_{av}| = \frac{\Delta v}{\Delta t})$ ، بزرگی شتاب متوسط در این بازه‌ی زمانی صفر است.

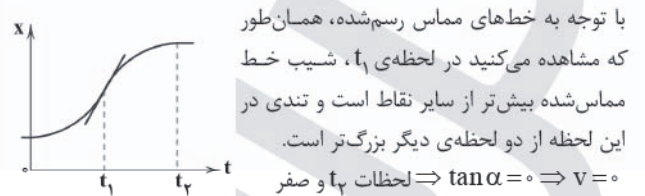
$$|\bar{a}_{av}| = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{15 - 15}{2 - 1} = 0 \Rightarrow |\bar{a}_{av}| = \frac{15 - 15}{2 - 1} = 0$$

دقت کنید: می‌دانیم شیب خط AB نیز برابر شتاب متوسط متحرک از t_1 تا t_2 است. با توجه به صفر بودن شیب این خط، $|\bar{a}_{av}|$ در این بازه‌ی زمانی صفر است.



۱۴۰ ۱ عبارات «ج» و «ه» نادرست هستند. هنگامی که به دو سر یک سیم فلزی اختلاف پتانسیل الکتریکی اعمال می‌شود، الکترون‌ها با سرعت متوسطی موسوم به سرعت سوق بسیار آهسته در خلاف جهت میدان الکتریکی سوق پیدا می‌کنند و جهت قراردادی جریان الکتریکی برخلاف جهت سوق الکترون‌ها است.

۱۴۱ ۲ اندازه‌ی سرعت متحرک (تندی) در لحظه‌ای بزرگ‌تر است که شیب خط مماس رسم‌شده بر نمودار مکان - زمان در آن نقطه بیش‌تر باشد (یعنی خط مماس با محور افقی، زاویه‌ی بزرگ‌تری می‌سازد).



۱۴۲ ۲ با در دست داشتن نمودار سرعت - زمان برای مشخص کردن لحظه‌ی تغییر جهت متحرک، کافی است لحظه‌ای را بیابیم که نمودار، محور زمان را قطع کرده و تغییر علامت می‌دهد، بنابراین در شکل زیر، متحرک تنها در لحظه‌ی t_1 تغییر جهت می‌دهد.

۱۴۳ ۳ (۱) طبق صورت سؤال، تندی متحرک در لحظه‌ی $t = 10^\circ$ ، برابر اندازه‌ی سرعت متوسط متحرک در بازه‌ی $t_1 = 5s$ تا $t_2 = 12s$ است و داریم:

$$\tan \alpha = \text{شیب مماس} = v = \frac{16}{4} = 4 \frac{m}{s}$$

(۲) در صورتی که متحرک در لحظه‌ی $t = 12s$ در مکان X' باشد، با محاسبه‌ی اندازه‌ی سرعت متوسط از لحظه‌ی $t_1 = 5s$ تا $t_2 = 12s$ داریم:

$$v_{av} = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{X' - 8}{7} = 4 \Rightarrow X' = 36m$$

۱۴۴ ۳ **گام اول:** با توجه به بردار سرعت داده‌شده در پایان ثانیه‌ی دوم ($t = 2s$)، مقدار b را به دست می‌آوریم:

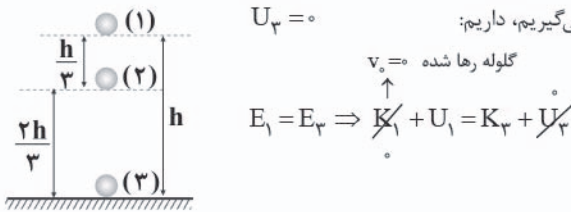
$$v = 2t^2 + bt + 6 \xrightarrow{t=2s, v=20} 2 \times (2)^2 + b \times 2 + 6 = 20 \Rightarrow b = 3$$

گام دوم: حال برای محاسبه‌ی اندازه‌ی شتاب متوسط در ثانیه‌ی دوم ($1s \leq t \leq 2s$)، به راحتی می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} t_1 = 1s \Rightarrow v_1 = 2 \times (1)^2 + 3 \times 1 + 6 = 11 \frac{m}{s} \\ t_2 = 2s \Rightarrow v_2 = 20 \frac{m}{s} \end{cases}$$



۱۵۳ ۴ گلوله در شرایط خلأ رها می‌شود، پس پایستگی انرژی مکانیکی در این مسئله صدق می‌کند. سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل در نظر می‌گیریم، داریم:



$$\Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_3^2 \Rightarrow v_3^2 = 2gh \quad (I)$$

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_1^2 + mg\frac{2h}{3}$$

$$\Rightarrow gh = \frac{1}{2}v_1^2 + g\frac{2h}{3} \Rightarrow \frac{1}{2}v_1^2 = gh - g\frac{2h}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}v_1^2 = g(h - \frac{2h}{3}) \Rightarrow \frac{1}{2}v_1^2 = \frac{gh}{3} \Rightarrow v_1^2 = \frac{2gh}{3} \quad (II)$$

$$(I), (II) \Rightarrow (\frac{v_1}{v_3})^2 = \frac{\frac{2gh}{3}}{\frac{2gh}{1}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{v_1}{v_3} = \sqrt{\frac{1}{3}}$$

۱۵۴ ۴ تندی گلوله ثابت است، پس طبق قضیه کار و انرژی جنبشی، کار خالص نیروهای وارد بر آن صفر است، در نتیجه بزرگی نیروی ثابت F باید برابر اندازه‌ی نیروی وزن باشد:

$$F = mg = 4N$$

$$W_{mg} = -mg|\Delta h| \quad (I) \quad \text{کار نیروی وزن برابر است با:}$$

برای محاسبه‌ی Δh از رابطه‌ی تندی داریم:

$$\frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} = \text{تندی} \Rightarrow \Delta h = 5 \times 4 = 20m \quad (II)$$

$$(I), (II) \Rightarrow W_{mg} = -4 \times 20 = -80J$$

$$\Delta U = -W_{mg} \Rightarrow \Delta U = +80J$$

$$\Delta U = U_B - U_A \Rightarrow 80 = U_B - 40 \Rightarrow U_B = 120J \quad \text{از طرفی:}$$

۱۵۵ ۱ از رابطه‌ی کار و انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم:

$$W_t = K_f - K_i$$

ابتدا حرکت گلوله از حال سکون بوده و در آخر هم توسط فنر متوقف شده است:

$$W_t = 0 - 0 \Rightarrow W_t = 0$$

$$\Rightarrow W_t = W_{\text{وزن}} + W_{F_N} + W_{\text{فنر}} + W_{\text{اصطکاک}} = 0$$

$$\Rightarrow W_{\text{وزن}} + W_{\text{فنر}} + W_{\text{اصطکاک}} = 0$$

از رابطه‌ی کار و انرژی پتانسیل کشسانی داریم:

$$W_{\text{فنر}} = -\Delta U_{\text{کشسانی}}$$

فنر فشرده شده است، پس تغییر انرژی پتانسیل کشسانی مثبت است:

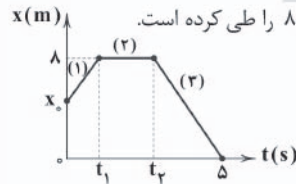
$$W_{\text{فنر}} = -12J$$

$$mg\Delta h + (-12) + W_{\text{اصطکاک}} = 0$$

$$\frac{\Delta h = (\frac{7+10}{100}) \times \frac{1}{2}}{\Delta h = d \sin 30^\circ} \rightarrow (4 \times 10 \times 0/4) - 12 + W_{\text{اصطکاک}} = 0$$

$$\Rightarrow 16 - 12 + W_{\text{اصطکاک}} = 0 \Rightarrow W_{\text{اصطکاک}} = -3J$$

۱۴۸ ۴ این متحرک از لحظه‌ی شروع حرکت تا لحظه‌ی t_1 مسافت $(\lambda - x_0)$ را طی کرده است. از طرفی از لحظه‌ی t_1 تا t_2 ساکن بوده و از لحظه t_2 تا لحظه‌ی $t = 5s$ از مکان $x = 8m$ به مبدأ مکان رسیده است و در نتیجه در این بازه‌ی زمانی مسافت $8m$ را طی کرده است.



$$\Delta s = (\lambda - x_0) + 0 + 8 = 16 - x_0$$

$$s_{av} = \frac{\text{مسافت طی شده}}{\text{زمان}}$$

$$\Rightarrow 2 = \frac{16 - x_0}{5} \Rightarrow x_0 = 6m$$

۱۴۹ ۴ شتاب متوسط متحرک همواره با تغییرات سرعت متحرک هم جهت است.

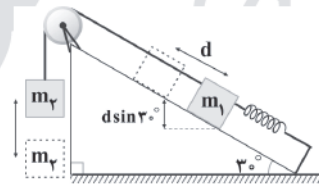
۱۵۰ ۱ عبارت (ج) هرگز نمی‌تواند رخ دهد. طبق رابطه‌ی

$\bar{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ ، اگر سرعت جسمی ثابت باشد، تغییرات آن صفر بوده و شتاب حرکت صفر می‌شود. از سوی دیگر سایر عبارات‌های مطرح شده می‌توانند رخ دهند.

۱۵۱ ۱ انرژی جنبشی یک کمیت نرده‌ای است، بنابراین جهت سرعت، تأثیری در مقدار آن ندارد، در نتیجه:

$$\left. \begin{aligned} K_A &= \frac{1}{2}m_A v_A^2 = \frac{1}{2}(\frac{m}{2})(v^2) = mv^2 \\ K_B &= \frac{1}{2}m_B v_B^2 = \frac{1}{2}(\frac{m}{4})(2v)^2 = mv^2 \\ K_C &= \frac{1}{2}m_C v_C^2 = \frac{1}{2}(m)(2v)^2 = 2mv^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow K_A = K_B < K_C$$

۱۵۲ ۲ در شکل زیر هنگامی که جسم m_p به اندازه‌ی d پایین می‌آید، انرژی پتانسیل گرانشی آن به اندازه‌ی $m_p g d$ کاهش می‌یابد. هم‌چنین جسم m_1 به اندازه‌ی d روی سطح شیب‌دار به زاویه‌ی 30° بالا رفته و انرژی پتانسیل گرانشی آن به اندازه‌ی $m_1 g \times d \sin 30^\circ$ افزایش می‌یابد (تغییر انرژی پتانسیل گرانشی به مقدار جابه‌جایی در راستای قائم بستگی دارد). از طرفی چون فنر نیز به اندازه‌ی d کشیده می‌شود، انرژی پتانسیل کشسانی $U_{\text{فنر}}$ در آن ذخیره می‌شود.



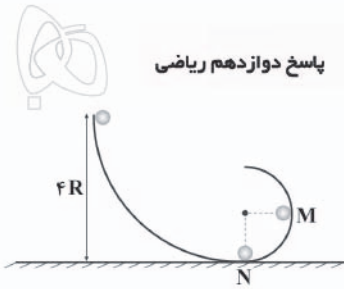
در نهایت می‌دانیم که اندازه‌ی تغییر انرژی پتانسیل مجموعه و تغییر انرژی جنبشی مجموعه با هم برابر است. چون مجموعه در ابتدا و انتهای حرکت ساکن است، بنابراین تغییر انرژی جنبشی مجموعه صفر بوده و داریم:

$$K_{t_1} = K_{t_2} = 0 \Rightarrow |\Delta K| = |\Delta U| \rightarrow \Delta U = 0$$

$$\Rightarrow +m_1 g d \sin 30^\circ - m_p g d + U_{\text{فنر}} = 0$$

$$\frac{U_{\text{فنر}} = 2/25J}{\rightarrow 1 \times 10 \times d \times \frac{1}{2} - 2 \times 10 \times d + 2/25 = 0}$$

$$\Rightarrow 2/25 = 15d \Rightarrow d = \frac{15}{100}m = 15cm$$



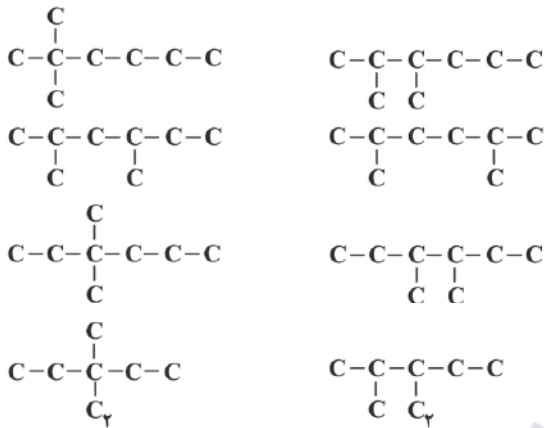
انرژی درونی گلوله و محیط به اندازه‌ی کار نیروی اصطکاک، یعنی $4mgR$ ، افزایش می‌یابد. توصیه می‌شود این تست را با کمک رابطه‌ی $W_f = E_p - E_1$ نیز بررسی کنید.

شیمی

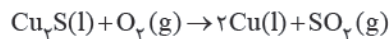
۱۶۱ ۴ فرمول عمومی آلکان‌ها به صورت C_nH_{2n+2} است. مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$\frac{2n+2}{n} = 2.75 \Rightarrow n = 8$$

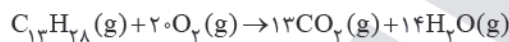
بنابراین آلکان موردنظر C_8H_{18} است و ۸ ساختار با ۲ شاخه‌ی فرعی می‌توان برای آن در نظر گرفت:



۱۶۲ ۲ از سوختن زغال سنگ، همانند واکنش زیر که برای تولید مس خام در مجتمع صنعتی مس سرچشمه استفاده می‌شود، گاز SO_2 به دست می‌آید:



۱۶۳ ۱ ترکیب ۵- اتیل - ۲، ۲، ۶- تری متیل اوکتان یک آلکان ۱۳ کربنه با فرمول $C_{13}H_{28}$ و معادله‌ی واکنش سوختن کامل آن به صورت زیر است:



$$?L O_2 = 8L C_{13}H_{28} \times \frac{20L O_2}{1L C_{13}H_{28}} = 160L O_2$$

۱۶۴ ۱ فقط عبارت «ب» درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

آ و ب) این واکنش پس از مدت کوتاهی انجام می‌شود و نیازی به استفاده از کاتالیزگر ندارد.

ت) ۱، ۲- دی برمواتان در دمای اتاق به حالت مایع است.

۱۶۵ ۲ موارد «ب» و «پ» درست نام‌گذاری شده‌اند.

نام درست ترکیب‌های «۲- اتیل هگزان» و «۲، ۲، ۴- متیل هگزان» به ترتیب «۳- متیل هپتان» و «۲، ۲، ۴- تری متیل هگزان» است.

۱۶۶ ۳ به جز عبارت (ت)، بقیه‌ی عبارت‌ها درست هستند.

دانشمندان اجزای بنیادی جهان مادی را ماده و انرژی می‌دانند.

۲ ۱۵۶



از تعریف کار و برابر بودن اندازه‌ی کار و جابه‌جایی داریم:

$$W = (F \cos \theta) d \Rightarrow W_1 = W_2$$

$$\Rightarrow F_1 \cos \theta_1 d_1 = F_2 \cos \theta_2 d_2 \xrightarrow{d_1 = d_2} F_1 \cos \theta_1 = F_2 \cos \theta_2$$

با توجه به شکل متوجه می‌شویم که هرچه طناب کوتاه‌تر باشد θ بزرگ‌تر است، پس:

دقت کنید: با افزایش θ بین صفر تا 90° ، $\cos \theta$ کاهش می‌یابد.

۱۵۷ ۲ چون شخص ۳۰ پله بالا رفته و ۱۰ پله پایین آمده است، پس کل جابه‌جایی فرد در راستای قائم برابر ۲۰ پله است:

$$\Delta h = 20 \times h_{\text{پله}} = 20 \times 20 = 400 \text{ cm} = 4 \text{ m}$$

کار شخص برای غلبه بر نیروی وزن و با افزایش انرژی پتانسیل گرانشی صورت گرفته است:

$$W_{\text{شخص}} + W_{\text{وزن}} = \Delta K$$

$$\xrightarrow{\text{سرعت ثابت}} W_{\text{شخص}} + W_{\text{وزن}} = 0 \Rightarrow W_{\text{شخص}} - mg\Delta h = 0$$

$$\Rightarrow W_{\text{شخص}} = mg\Delta h = 90 \times 10 \times 4 = 3600 \text{ J}$$

$$\bar{P} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{3600}{3} = 1200 \text{ W}$$

۱۵۸ ۱ کار انجام‌شده توسط ورزشکار در هر مرحله را محاسبه می‌کنیم:

مرحله‌ی اول: ورزشکار یک نیروی رو به بالا به وزنه وارد می‌کند، چون حرکت یکنواخت است، نیروی واردشده برابر وزن وزنه است:

$$F = mg = 80 \times 10 = 800 \text{ N}$$

$$W = F \cos \theta d = 800 \times 1 \times \frac{1}{4} = 200 \text{ J}$$

نیرو و جابه‌جایی هم‌راستا هستند: $\cos 0^\circ = 1$

مرحله‌ی دوم: در این مرحله وزنه جابه‌جا نمی‌شود، یعنی $d = 0$ است:

$$W = Fd = F \times 0 = 0$$

مرحله‌ی سوم: در این مرحله نیز حرکت یکنواخت است، نیروی واردشده باید برابر وزن وزنه و به سمت بالا باشد. پس در این حالت نیروی ورزشکار به سمت بالا و جابه‌جایی به سمت پایین است، در نتیجه زاویه‌ی بین نیرو و جابه‌جایی 180° است:

$$W = F \cos \theta d = 800 \times (-1) \times \frac{1}{4} = -200 \text{ J}$$

۱۵۹ ۱ در مدت زمان برابر، ماشین B کار مفید بیشتری انجام داده است، پس توان آن بیش‌تر است، اما برای بازده:

$$\left. \begin{array}{l} \text{بازده A} = \frac{30}{40} \times 100 = 75\% \\ \text{بازده B} = \frac{25}{50} \times 100 = 50\% \end{array} \right\} \Rightarrow \text{بازده A} > \text{بازده B}$$

۱۶۰ ۴ با توجه به قضیه‌ی کار و انرژی جنبشی نقاط A و N می‌توان نوشت:

$$W_t = \Delta K = K_f - K_i = 0 \Rightarrow W_{mg} + W_{fk} = 0$$

$$\Rightarrow W_{fk} = -W_{mg} = -mg(4R)$$



پ) درست - جرم مولی روغن زیتون ($C_{57}H_{104}O_6$) در مقایسه با چربی ذخیره شده در کوهان شتر ($C_{57}H_{110}O_6$)، به اندازه‌ی جرم مولی ۶ اتم هیدروژن کم‌تر است.

ت) درست - در شیمی یازدهم خواندید از دیدگاه شیمیایی در ساختار روغن در مقایسه با چربی، پیوندهای دوگانه‌ی بیش‌تری وجود داشته و واکنش‌پذیری آن‌ها نیز بیش‌تر است.

۱۷۳ ۴ فرمول کربوکسیلیک اسیدی که در آن گروه R شامل ۱۴ اتم کربن است به صورت $C_{14}H_{28}COOH$ و فرمول صابون جامد به دست آمده از آن به صورت $C_{14}H_{27}COONa$ خواهد بود که جرم مولی صابون برابر است با:

$$M_w = 14(12) + 29 + 12 + 2(16) + 23 = 264 \text{ g.mol}^{-1}$$

۱۷۴ ۳ ذره‌های سازنده‌ی کلوتیدها، توده‌های مولکولی هستند. بنابراین عبارت «ت»، نادرست است.

۱۷۵ ۲ هر چقدر مقدار منیزیم کلرید موجود در آب یا به عبارتی غلظت محلول بیش‌تر باشد، ارتفاع کف ایجاد شده در اثر حل کردن صابون، کم‌تر است (حذف گزینه‌های ۱ و ۳). از طرفی رابطه‌ی میان غلظت یون منیزیم و ارتفاع کف صابون، یک رابطه‌ی غیرخطی است (حذف گزینه‌ی ۴).

۱۷۶ ۳ بررسی عبارت‌هاک نادرست:

آ) صابون مراغه در حدود ۱۵۰ سال قدمت دارد.
ب) برای تهیه‌ی صابون مراغه پیه گوسفند و سود سوزآور را در دیگ‌های بزرگ با آب برای چندین ساعت می‌جوشانند.
پ) پس از قالب‌گیری مواد جوشانده شده، آن‌ها را در آفتاب خشک می‌کنند.

۱۷۷ ۴ بررسی عبارت‌هاک نادرست:

آ) صابون گوگردار برای از بین بردن جوش صورت و قارچ‌های پوستی استفاده می‌شود.
ب) به منظور افزایش خاصیت ضدعفونی‌کنندگی و میکروب‌کشی صابون‌ها به آن‌ها ماده‌ی شیمیایی کلردار اضافه می‌کنند.
پ) برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی مواد شوینده به آن‌ها نمک‌های فسفات می‌افزایند.

۱۷۸ ۳ بررسی عبارت‌هاک:

آ) نادرست - شماری از پاک‌کننده‌ها مانند جوهرنمک، سرکه سفید و ... جزو اسیدها طبقه‌بندی می‌شوند.

ب) درست - خاصیت بازی محلول غلیظ سود بسیار بیش‌تر از صابون است. کاغذ pH در محلول بازهای قوی به رنگ بنفش و در محلول بازهای ضعیف‌تر به رنگ آبی درمی‌آید.

پ) درست - محلول جوهرنمک ($HCl(aq)$)، خاصیت اسیدی و خاصیت بازی $C_{12}H_{25}C_6H_4SO_3Na$ که یک پاک‌کننده‌ی غیرصابونی است، خاصیت بازی دارد. بنابراین رنگ کاغذ pH در محلول اول، سرخ و در محلول دوم، آبی خواهد بود.

ت) درست - سرکه‌ی سفید خاصیت اسیدی ملایم دارد و کاغذ pH در حضور آن به رنگ قرمز مایل به نارنجی درمی‌آید.

۱۷۹ ۲ آهک (CaO) خاصیت بازی داشته و برای کاهش میزان اسیدی بودن خاک به آن آهک می‌افزایند.

۱۶۷ ۳ بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) واکنش‌پذیری روغن، بیش‌تر از چربی است.

۲) هر کدام از واکنش‌های انجام شده در بدن انسان، آهنگ ویژه‌ی دارند.

۴) یکای اندازه‌گیری دما در SI، کلوین (K) است.

۱۶۸ ۳ فقط رابطه‌ی «پ» درست است.

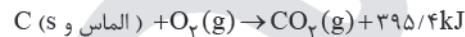
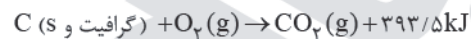
بررسی سایر موارد:

$$\text{آ) } \frac{\text{ظرفیت گرمایی یک مول گاز اکسیژن (O}_2\text{)}}{\text{ظرفیت گرمایی ویژه‌ی گاز اکسیژن (O}_2\text{)}} = 2 \times 16$$

$$\text{ب) } \frac{\text{ظرفیت گرمایی ویژه‌ی آهن}}{\text{ظرفیت گرمایی یک مول آهن}} = \frac{1}{56}$$

$$\text{ت) } \frac{\text{ظرفیت گرمایی ویژه‌ی نقره}}{\text{ظرفیت گرمایی ۲۰ گرم نقره}} = \frac{1}{20}$$

۱۶۹ ۲ گرافیت و الماس دو آلوتروپ کربن هستند که فرآورده‌ی واکنش سوختن کامل آن‌ها، گاز کربن دی‌اکسید است:



گرمای حاصل از سوختن یک مول گرافیت، کم‌تر از یک مول الماس است. به عبارت دیگر برای این‌که گرمای حاصل از سوختن مقداری گرافیت و مقداری الماس با هم برابر باشد، باید جرم نمونه‌ی گرافیت بیش‌تر باشد. کم‌تر بودن گرمای سوختن مولی گرافیت در مقایسه با الماس نشان می‌دهد که سطح انرژی گرافیت پایین‌تر بوده و پایدارتر است.

۱۷۰ ۴ عبارت‌های «ب» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت‌هاک نادرست:

آ) ساختار داده شده مربوط به ترکیب آلی موجود در زردچوبه است.

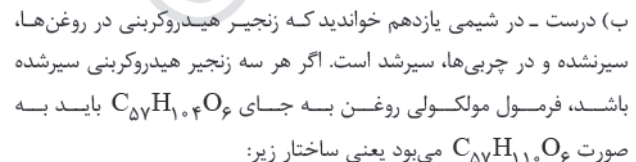
پ) فرمول مولکولی ترکیب موردنظر به صورت $C_{13}H_{16}O$ است، در صورتی که بنزآلدئید دارای فرمول مولکولی C_7H_6O است.

۱۷۱ ۱

۱۷۲ ۴ بررسی عبارت‌هاک:

آ) درست - فرمول تقریبی روغن زیتون به صورت $C_{57}H_{104}O_6$ است. از آن‌جا که در ساختار نشان داده شده سه گروه عاملی $-C(=O)-O-$ و سه اتم کربن متصل به هر کدام از این گروه‌ها مشخص شده است، مجموع شمار اتم‌های کربن در زنجیره‌های هیدروکربنی برابر با ۵۱ خواهد بود.

ب) درست - در شیمی یازدهم خواندید که زنجیر هیدروکربنی در روغن‌ها، سیرنشده و در چربی‌ها، سیرشده است. اگر هر سه زنجیر هیدروکربنی سیرشده باشند، فرمول مولکولی روغن به جای $C_{57}H_{104}O_6$ باید به صورت $C_{57}H_{110}O_6$ می‌بود یعنی ساختار زیر:

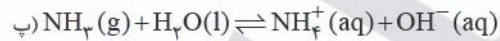
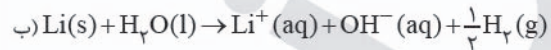
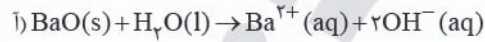




۱۹۰ | ۱ بررسی عبارتهای نادرست:

پ) هر ترکیب یونی از لحاظ بار الکتریکی خنثی است؛ زیرا مجموع بار الکتریکی کاتیون‌ها با مجموع بار الکتریکی آنیون‌ها برابر است. (ت) آرایش الکترون - نقطه‌ای اتم‌ها توسط لوویس ارائه شد.

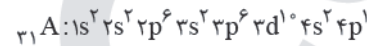
۱۸۰ | ۲ سه مورد «آ»، «ب» و «پ» جزو بازهای آرنیوس طبقه‌بندی می‌شوند. مطابق نظریه‌ی آرنیوس، باز ماده‌ای است که با حل شدن در آب، غلظت یون هیدروکسید ($\text{OH}^- (\text{aq})$) را در آن افزایش می‌دهد. طبق نظریه‌ی آرنیوس، آب نه خاصیت اسیدی و نه خاصیت بازی دارد. متانول (CH_3OH) نیز در آب به صورت مولکولی حل می‌شود و یون پدید نمی‌آورد. معادله‌ی واکنش سه گونه‌ی دیگر با آب به صورت زیر است:



۱۸۱ | ۲ در طیف نشری خطی اتم هیدروژن، رنگ‌های قرمز، سبز، آبی و بنفش به ترتیب مربوط به انتقال الکترون از $n=3$ ، $n=4$ ، $n=5$ و $n=6$ به $n=2$ است.

۱۸۲ | ۴ حداکثر شمار زیرلایه‌ها در لایه‌ی الکترونی n م برابر با n و حداکثر شمار الکترون‌های آن لایه برابر با $2n^2$ است.

۱۸۳ | ۲ آرایش الکترونی اتم عنصر A به صورت زیر است:



(د) شمار الکترون‌های $l \geq 1$ (زیرلایه‌های d و p) $6+6+10+1=23$

(پ) شمار الکترون‌های $n=4$ $2+1=3$

نسبت مورد نظر برابر با $\frac{23}{3}$ است.

۱۸۴ | ۴ بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) آرایش الکترونی اتم عنصرهای دسته‌های d و p به ترتیب به زیرلایه‌های p و s ختم می‌شود.

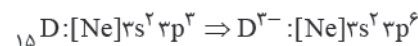
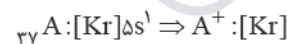
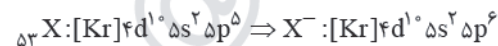
(۲) هر کدام از اتم‌های ${}_{25}\text{Mn}$ و ${}_{53}\text{I}$ دارای ۷ الکترون ظرفیتی هستند.

(۳) شمار الکترون‌های ظرفیتی شماری از اتم‌های عنصرهای دسته‌ی d بیشتر از ۸ است. به عنوان نمونه اتم ${}_{29}\text{Cu}$ دارای ۱۱ الکترون ظرفیتی است.

۱۸۵ | ۱ مطابق قاعده‌ی آفبا، هنگام افزودن الکترون به زیرلایه‌ها، نخست زیرلایه‌های نزدیک‌تر به هسته پر می‌شود که دارای انرژی کم‌تری هستند و سپس زیرلایه‌های بالاتر پر خواهند شد.

۱۸۶ | ۳ ساختار لوویس مولکول گاز کلر به صورت $\text{Cl}-\text{Cl}:$ است.

۱۸۷ | ۱



۱۸۸ | ۴ هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند.

۱۸۹ | ۱ فقط عبارت «آ» درست است.

بررسی عبارتهای نادرست:

ب و ت) در قرن شانزدهم میلادی قطعه‌ی بزرگی از گرافیت خالص کشف شد. به دلیل شکل ظاهری گرافیت، مردم در آن زمان می‌پنداشتند که گرافیت از سرب تشکیل شده است.

پ) گرافیت خالص بسیار نرم است.