



نام طراحان	نام درس	اختصاصی
محمد مصطفی ابراهیمی - کاظم اجلالی - محمد پیمانی - سید عادل حسینی - طاهر دادستانی میلاد سجادی لاریجانی - علی شهرابی - سعید علم پور - حمید علیزاده	ریاضی پایه و حسابان ۲	
امیر حسین ابومحبوب - مرتضی بهجت - جواد حاتمی - حسین حاجیلو - محمد خندان - یاسین سپهر محمد هجری	هندسه	
امیر حسین ابومحبوب - علی جهانگیری - سید امیر ستوده - مرتضی فهیم علوی - محمد جواد محسنی محمد هجری	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	
بابک اسلامی - عبدالرضا امینی نسب - زهره آقامحمدی - سید ابوالفضل خالقی - محمد علی راست پیمان سیوان سعیدی - حمید سلیم پور - سعید شرق - سعید طاهری بروجنی - سیاوش فارسی - محسن قندچلر پیمان کامیار - علیرضا گونه - غلامرضا محبی - حسین مخدومی - سید علی میرنوری - شادمان ویسی	فیزیک	
ساسان اسماعیل پور - امیرعلی برخوردار یون - حمید ذبحی - جعفر رحیمی - مبینا شرافتی پور میلاد شیخ الاسلامی خیایوی - محمد عظیمیان زواره - حسن لشکری - محمد حسن محمدزاده مقدم - طاها مهدوی محمد وزیری - محمد رضا یوسفی	شیمی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلالی	امیر حسین ابومحبوب حسین حاجیلو	امیر حسین ابومحبوب	مصطفی کیانی	محمد وزیری
گروه ویراستاری	مرضیه گودرزی علی ارجمند علیرضا رفیعی	علی ارجمند سید عادل حسینی	علی ارجمند سید عادل حسینی	حمید زرین کفش سجاد شهرابی فراهانی امیر حسین برادران	مبینا شرافتی پور علی علمداری ایمان حسین نژاد
مسئول درس	سید عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	بابک اسلامی	محمد حسن محمدزاده مقدم

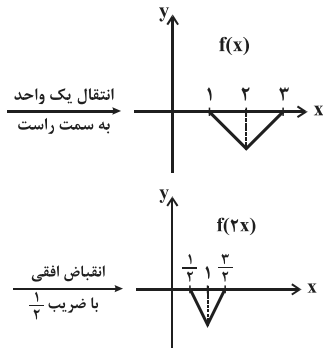
گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: فاطمه رسولی نسب مسئول دفترچه: آتیه اسفندیاری
حروف نگار	حسن خرم جو
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

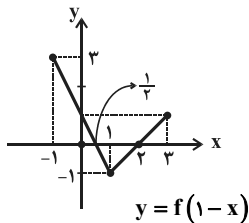


(مسأله ۲- تابع، صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

(ظاهر درستانی)

۸۴-

با انتقال نمودار تابع f به اندازه یک واحد به سمت چپ و سپس قرینه کردن آن نسبت به محور y ها، نمودار تابع $y = f(1-x)$ به دست می‌آید.



حال داریم:

$$D_g = \{x \mid f(1-x) \geq 0\} \Rightarrow D_g = \left[-1, \frac{1}{3}\right] \cup [2, 3]$$

(مسأله ۲- تابع، صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

(علی شهبازی)

۸۵-

ابتدا دامنه و برد تابع $y = f(x)$ را حساب می‌کنیم:

$$-2 < x \leq 3 \Rightarrow -3 < x-1 \leq 2 \Rightarrow D_f = (-3, 2]$$

$$-1 \leq 2f(x-1) < 2 \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq f(x-1) < 1$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} \leq f(x) < 1 \Rightarrow R_f = \left[-\frac{1}{2}, 1\right)$$

حال دامنه و برد تابع $y = -f\left(\frac{x}{2}\right) + 4$ را حساب می‌کنیم:

$$-3 < \frac{x}{2} \leq 2 \Rightarrow -6 < x \leq 4 \Rightarrow \text{دامنه: } D = (-6, 4]$$

$$-\frac{1}{2} \leq f(x) < 1 \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq f\left(\frac{x}{2}\right) < 1 \Rightarrow -1 < -f\left(\frac{x}{2}\right) \leq \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 3 < -f\left(\frac{x}{2}\right) + 4 \leq \frac{9}{2} \Rightarrow \text{برد: } R = \left(3, \frac{9}{2}\right]$$

$$\Rightarrow R \cap D = \left(3, \frac{9}{2}\right] \cap (-6, 4] = \left(3, \frac{9}{2}\right]$$

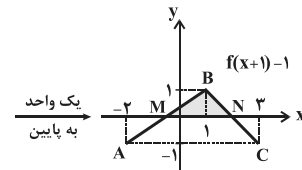
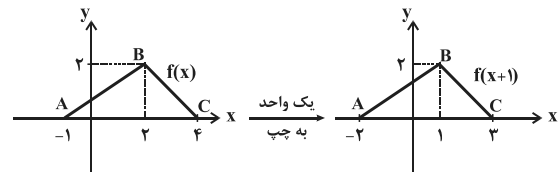
(مسأله ۲- تابع، صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

حسابان ۲

۸۱-

(میلار سبازی لاریبانی)

برای رسم نمودار تابع $y = f(x+1) - 1$ داریم:



طبق قضیه تالس طول پاره خط MN ، نصف طول پاره خط AC است و

$$MN = \frac{5}{2} \Rightarrow S_{\triangle MBN} = \frac{1}{2}(1)\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{5}{4}$$

داریم:

(مسأله ۲- تابع، صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

(سیرعادل مسینی)

۸۲-

$$y = x^2 - 1 \xrightarrow[\text{به چپ}]{\text{انتقال یک واحد}} y = (x+1)^2 - 1$$

$$\xrightarrow[\text{ضرب } \frac{1}{3}]{\text{انقباض با}} y = (2x+1)^2 - 1 \xrightarrow[\text{محور } y \text{ ها}]{\text{قرینه نسبت به}} y = (-2x+1)^2 - 1$$

$$= (2x-1)^2 - 1 = 4x^2 - 4x$$

حال تابع به دست آمده را با خط $y = x$ تلاقی می‌دهیم. داریم:

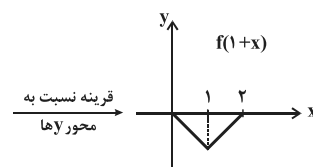
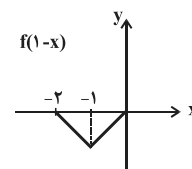
$$4x^2 - 4x = x \Rightarrow 4x^2 - 5x = x(4x-5) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{5}{4} \end{cases}$$

(مسأله ۲- تابع، صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

(مهمرمضطی ابراهیمی)

۸۳-





۸۶-

(علی شهبازی)

نقطه $(3, -2)$ روی تابع $y = -f(x-1)$ است، پس داریم:

$$-2 = -f(3-1) \Rightarrow f(2) = 2$$

$2x+1$ را مساوی ۲ قرار می‌دهیم:

$$2x+1=2 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$$

در تابع دوم، به جای x ، $\frac{1}{2}$ قرار می‌دهیم:

$$y = 2f\left(2x+1\right) - 1 \xrightarrow{x=\frac{1}{2}} y = 2f\left(\frac{1}{2}\right) - 1 = 3$$

پس نقطه (a, b) به صورت $\left(\frac{1}{2}, 3\right)$ در می‌آید و داریم:

$$a+b = \frac{1}{2} + 3 = 3\frac{1}{2}$$

(مسئله ۲- تابع، صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۸۷-

(سید عادل حسینی)

ابتدا مراحل تبدیل نمودار $y = f(x)$ را به $y = 2f(2+3x) - 1$

به دست می‌آوریم:

$$f(x) \xrightarrow[\text{به سمت چپ}]{\text{انتقال واحد ۲}} f(2+x) \xrightarrow[\text{باضرب } \frac{1}{3}]{\text{انقباض افقی}} f(2+3x)$$

$$\xrightarrow[\text{باضرب ۲}]{\text{انبساط عمودی}} 2f(2+3x) \xrightarrow[\text{به سمت پایین}]{\text{انتقال واحد ۱}} y = 2f(2+3x) - 1$$

اگر مراحل فوق را از نمودار تابع $y = 2f(2+3x) - 1$ به صورت معکوس

انجام دهیم، به نمودار تابع $y = f(x)$ خواهیم رسید. بنابراین ترتیب مراحل

گفته شده در گزینه «۱» درست است.

(مسئله ۲- تابع، صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۸۸-

(عمید علیزاده)

ضابطه تابع جدید به صورت زیر خواهد بود:

$$y = \begin{cases} |2(x-1) - 3| - 2 & ; x-1 \geq 1 \\ (x-1)^2 - (x-1) - 2 & ; x-1 < 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = \begin{cases} |2x-5| - 2 & ; x \geq 2 \\ x^2 - 3x & ; x < 2 \end{cases}$$

محل تلاقی نمودار این تابع را با محور x ها به دست می‌آوریم:

$$\Rightarrow \begin{cases} |2x-5| - 2 = 0 \Rightarrow 2x-5 = \pm 2 \xrightarrow{x \geq 2} x = 3\frac{1}{2} \\ x^2 - 3x = 0 \xrightarrow{x < 2} x = 0 \end{cases}$$

در نتیجه فاصله نقاط برخورد نمودار جدید با محور x ها $3\frac{1}{2}$ خواهد بود.

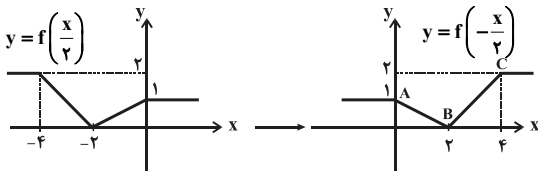
(مسئله ۲- تابع، صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۸۹-

(سعید علم‌پور)

اگر طول نقاط تابع $y = f(x)$ را دو برابر کرده و سپس آن را نسبت به

محور y ها قرینه کنیم، نمودار تابع $y = f\left(-\frac{x}{2}\right)$ حاصل می‌شود.



$$AB = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$$

$$BC = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$

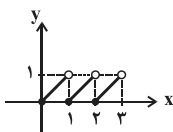
$$\Rightarrow AB + BC = 2\sqrt{2} + \sqrt{5}$$

(مسئله ۲- تابع، صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۹۰-

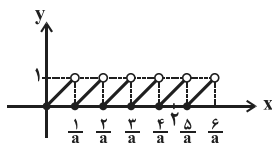
(کلام ایملی)

نمودار تابع $y = x - [x]$ به صورت زیر است:



بنابراین برای رسم نمودار تابع f کافی است طول نقاط روی نمودار تابع بالا

را بر a تقسیم کنیم.



مطابق شکل فوق پنجمین نقطه مشترک نمودار تابع f و محور x ها نقطه‌ای

به طول $\frac{4}{a}$ است و ششمین نقطه، نقطه‌ای به طول $\frac{5}{a}$ است. بنابراین:

$$\frac{4}{a} \leq 2 < \frac{5}{a} \xrightarrow{a > 0} 4 \leq 2a < 5 \Rightarrow 2 \leq a < \frac{5}{2}$$

(مسئله ۲- تابع، صفحه‌های ۱ تا ۱۲)



حسابان ۲ (آزمون گواه)

۹۱-

(سؤال ۸ کتاب آبی حسابان ۲)

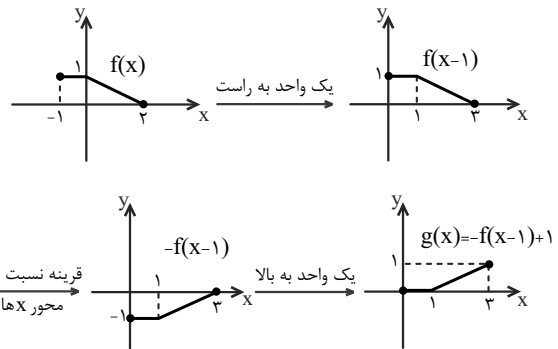
برای رسم نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x-2}$ ، کافی است ابتدا نمودار تابع $g(x) = -1 + \sqrt{x+1}$ را ۳ واحد به راست انتقال دهیم تا نمودار تابع $y_1 = -1 + \sqrt{x-2}$ حاصل شود. سپس نمودار تابع y_1 را یک واحد به بالا انتقال دهیم تا نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x-2}$ به دست آید.

(حسابان ۲- تابع، صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۹۲-

(سؤال ۲۴ کتاب آبی حسابان ۲)

برای تشکیل تابع g به ترتیب زیر عمل می‌کنیم:

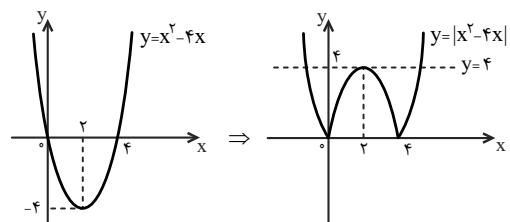


(حسابان ۲- تابع، صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۹۳-

(سؤال ۳۴ کتاب آبی حسابان ۲)

ابتدا نمودار تابع $y = x^2 - 4x$ را رسم می‌کنیم و سپس قسمت‌های منفی نمودار را نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم:



بنابراین $k = 4$ می‌باشد.

(حسابان ۲- تابع، صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۹۴-

(سؤال ۴۲ کتاب آبی حسابان ۲)

برای تبدیل هر نقطه روی نمودار $f(x)$ به نقطه متناظر آن روی نمودار $-2f(x+1) + 1$ ، به طول نقطه (-1) واحد اضافه می‌شود، عرض آن -2 برابر شده و سپس یک واحد به آن اضافه می‌شود.

$$A(x_0, y_0) \xrightarrow{-2f(x+1)+1} A'(x_0 - 1, -2y_0 + 1)$$

(حسابان ۲- تابع، صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۹۵-

(سؤال ۴۴ کتاب آبی حسابان ۲)

انتقال افقی روی برد تابع تأثیر ندارد اما انتقال‌های عمودی و انقباض (انقباض) عمودی برد تابع را تغییر می‌دهند و دقیقاً همان تغییرات روی برد اعمال می‌شود.

$$R_f = [-\sqrt{5}, 1] \Rightarrow -\sqrt{5} \leq f(x) \leq 1$$

در انتقال افقی
برد تغییر نمی‌کند.

$$\rightarrow -\sqrt{5} \leq f(x+1) \leq 1$$

$$\xrightarrow{x(-\sqrt{2})} -\sqrt{2} \leq -\sqrt{2}f(x+1) \leq \sqrt{10}$$

$$\xrightarrow{-3} -\sqrt{2} - 3 \leq -\sqrt{2}f(x+1) - 3 \leq \sqrt{10} - 3$$

$$\Rightarrow -\sqrt{2} - 3 \leq g(x) \leq \sqrt{10} - 3$$

$$\Rightarrow R_g = [-\sqrt{2} - 3, \sqrt{10} - 3]$$

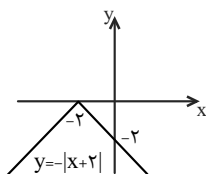
از آنجا که $1 < \sqrt{10} - 3 \leq g(x) \leq -\sqrt{2} - 3 < -5$ است، برد تابع g شامل پنج عدد صحیح $-4, -3, -2, -1$ و صفر است.

(حسابان ۲- تابع، صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

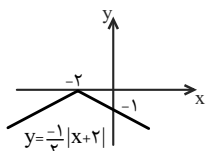
۹۶-

(سؤال ۴۹ کتاب آبی حسابان ۲)

نمودار تابع $y = 1 - \frac{1}{4}|x+2|$ را به کمک نمودار تابع $y = |x|$ رسم می‌کنیم.



عرض هر نقطه
برابر می‌شود.
 $\frac{1}{4}$





-۹۹

(سؤال ۷۰ کتاب آبی مسابان ۲)

برای آن که نمودار با ضریب ۲ در راستای محور x ها منبسط شود، باید در ضابطه تابع، x را بر ۲ تقسیم کنیم و برای آن که نمودار تابع ۳ واحد به سمت بالا منتقل شود، باید ضابطه را با ۳ جمع کنیم. برای یافتن محل تقاطع دو نمودار جدید و اولیه باید ضابطه‌های توابع جدید و اولیه را با هم برابر قرار دهیم.

$$f\left(\frac{x}{2}\right) + 3 = f(x) \Rightarrow \left(\frac{x}{2}\right)^2 - 1 + 3 = x^2 - 1$$

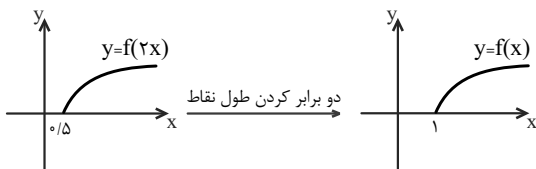
$$\Rightarrow \frac{x^2}{4} + 3 = x^2 \Rightarrow \frac{3}{4}x^2 = 3 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

(مسابان ۲- تابع، صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

-۱۰۰

(سؤال ۷۴ کتاب آبی مسابان ۲)

از آنجا که $f\left(\frac{2x}{3}\right) = f(x)$ است، با دو برابر کردن طول نقاط تابع $y = f(2x)$ ، نمودار تابع $f(x)$ حاصل می‌شود. بنابراین:



بنابراین دامنه تابع $f(x)$ بازه $[1, +\infty)$ است. از طرفی دامنه

تابع $f(x) = \sqrt{ax+b}$ برابر است با:

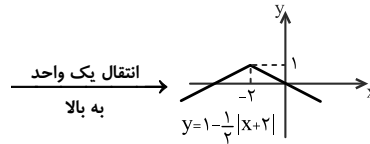
$$ax + b \geq 0 \Rightarrow ax \geq -b$$

$$\xrightarrow{a \text{ مثبت}} x \geq \frac{-b}{a} \Rightarrow D_f = \left[\frac{-b}{a}, +\infty\right)$$

بنابراین $\frac{-b}{a} = 1$ و در نتیجه $a = -b$ است. توجه کنید چون a مثبت است،

پس گزینه (۲) صحیح است.

(مسابان ۲- تابع، صفحه‌های ۱ تا ۱۲)



بنابراین نمودار تابع از ناحیه اول محورهای مختصات عبور نمی‌کند.

(مسابان ۲- تابع، صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

-۹۷

(سؤال ۵۷ کتاب آبی مسابان ۲)

با توجه به نمودار، دامنه تابع f ، بازه $[-4, 6]$ است، دامنه توابع $f(-x)$ و $f(2x-4)$ را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$-4 \leq -x \leq 6 \xrightarrow{x(-1)} -6 \leq x \leq 4$$

$$\Rightarrow D_{f(-x)} = [-6, 4]$$

$$-4 \leq 2x - 4 \leq 6 \xrightarrow{+4} 0 \leq 2x \leq 10 \xrightarrow{+2} 0 \leq x \leq 5$$

$$\Rightarrow D_{f(2x-4)} = [0, 5]$$

بنابراین دامنه تابع $g(x) = f(-x) + f(2x-4)$ برابر است با:

$$D_g = D_{f(-x)} \cap D_{f(2x-4)} = [-6, 4] \cap [0, 5] = [0, 4]$$

پس دامنه تابع g شامل ۵ عدد صحیح است.

(مسابان ۲- تابع، صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

-۹۸

(سؤال ۶۳ کتاب آبی مسابان ۲)

برای یافتن جواب‌های معادله $f(2x) = 0$ ، کافی است جواب‌های

معادله $f(x) = 0$ را بر ۲ تقسیم کنیم. محل تلاقی نمودار f با محور x ها،

جواب‌های معادله $f(x) = 0$ است، بنابراین ۱، ۲، ۳- جواب‌های

معادله $f(x) = 0$ و در نتیجه $\frac{1}{2}$ ، $\frac{2}{2}$ و $\frac{-3}{2}$ جواب‌های

معادله $f(2x) = 0$ هستند، بنابراین:

$$f(2x) = 0 \text{ : مجموع جواب‌های معادله } = 1 + \left(\frac{-1}{2}\right) + \left(\frac{-3}{2}\right) = -1$$

(مسابان ۲- تابع، صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

ریاضی ۱

$$\Rightarrow (b-1)^2 = 0 \Rightarrow b = 1$$

$$\Rightarrow a + b = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

(ریاضی ۱- تابع، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۳)

(ممنبر پیمانی)

۱۰۵-

$$R_f = [-2, 7]$$

$$\Rightarrow -2 \leq y = f(x) \leq 7 \Rightarrow -2 \leq \Delta x - 3 \leq 7$$

$$\Rightarrow 1 \leq \Delta x \leq 10 \Rightarrow \frac{1}{5} \leq x \leq 2$$

$$\Rightarrow D_f = \left[\frac{1}{5}, 2 \right]$$

این بازه شامل دو عدد صحیح ۱ و ۲ است.

(ریاضی ۱- تابع، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۳)

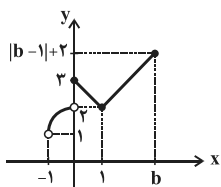
(ممید علیزاده)

۱۰۶-

ابتدا نمودار تابع $y = f(x)$ را رسم می‌کنیم و سپس از روی شکل، برد آن

را تعیین می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2 & ; -1 < x < 0 \\ |x-1| + 2 & ; 0 \leq x \leq b \end{cases}$$



با توجه به نمودار داریم:

$$R_f = (1, |b-1| + 2] = (a, 4] \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ |b-1| + 2 = 4 \Rightarrow |b-1| = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b-1 = 2 \Rightarrow b = 3 \\ b-1 = -2 \Rightarrow b = -1 \end{cases} \text{ غ.ق.ق.}$$

$$\Rightarrow a - b = 1 - 3 = -2$$

(ریاضی ۱- تابع، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

(ظاهر دارستانی)

۱۰۱-

عضو ۲ از مجموعه اول به دو عضو a و -1 مرتبط شده است. برای تابع بودن لازم است که $a = -1$ باشد. در این صورت عضو -1 نیز به دو عضو ۲ و $b+1$ مرتبط خواهد شد. بنابراین باید $b = 1$ باشد.

$$\Rightarrow a + b = 0$$

(ریاضی ۱- تابع، صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

(سیرعزل مسینی)

۱۰۲-

تابع f شامل ۳ زوج مرتب است و مجموعه دامنه آن نیز سه عضوی است. بنابراین باید یکی از دو حالت زیر برقرار باشد:

$$\begin{cases} 2a - b = 2 \\ a + 4b = 5 \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} 2a - b = 5 \\ a + 4b = 2 \end{cases} \Rightarrow 3a + 3b = 7$$

(ریاضی ۱- تابع، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸)

(سعید علم‌پور)

۱۰۳-

$$f(f(a+1)) = 5 \Rightarrow \begin{cases} f(a+1) = 4 \Rightarrow a+1 = 3 \Rightarrow a = 2 \\ f(a+1) = -2 \Rightarrow a+1 = -5 \Rightarrow a = -6 \end{cases} \text{ یا}$$

$$\Rightarrow a = \text{حاصل ضرب مقادیر } a = (2)(-6) = -12$$

(ریاضی ۱- تابع، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸)

(ممید علیزاده)

۱۰۴-

با توجه به اینکه تابع $y = x$ همانی است، خواهیم داشت:

$$fa + b = fa^2 + b + 1 \Rightarrow fa^2 - fa + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (fa - 1)^2 = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{f}$$

$$fa + b^2 = 2b + 1 \xrightarrow{a = \frac{1}{f}} 2 + b^2 = 2b + 1 \Rightarrow b^2 - 2b + 1 = 0$$

مقدار c برابر با $f(0)$ است:

$$\Rightarrow c = 4 - 1 = 3$$

$$\Rightarrow f(c) = f(3) = |3 - 4| - 1 = 1 - 1 = 0$$

(ریاضی ۱- تابع، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

(کلام ایلالی)

-۱۰۹

اگر فرض کنیم $f(x) = ax + b$ باشد، داریم:

$$f(1) = a + b = 2 \Rightarrow b = 2 - a$$

$$f(-1) = -a + b \Rightarrow f(f(-1)) = f(-a + b) = a(-a + b) + b$$

$$= -a^2 + ab + b = -8$$

$$\Rightarrow -a^2 + a(2 - a) + 2 - a = -8 \Rightarrow -a^2 + 2a - a^2 + 2 - a = -8$$

$$\Rightarrow 2a^2 - a - 10 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ a = \frac{5}{2} \end{cases}$$

چون شیب نمودار f منفی است، $a = \frac{5}{2}$ قابل قبول نیست. بنابراین داریم:

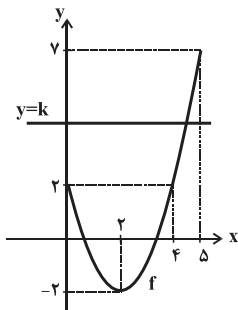
$$a = -2 \Rightarrow b = 4 \Rightarrow f(x) = -2x + 4 \Rightarrow f(2) = 0$$

(ریاضی ۱- تابع، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

(کلام ایلالی)

-۱۱۰

نمودار تابع f به صورت زیر است:



اگر خط $y = k$ و نمودار تابع f در یک نقطه مشترک باشند، k می‌تواند

مقادیر $-2, 2, 4, 5, 6$ و 7 را داشته باشد.

(ریاضی ۱- تابع، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

-۱۰۷

(علی شهرایی)

f یک تابع سه ضابطه‌ای است که هر سه ضابطه آن خطی هستند. ضابطه هر

کدام را می‌نویسیم:

$$\text{ضابطه اول: } A(-2, 3), B(-3, 0) \Rightarrow m = \frac{3-0}{-2+3} = 3$$

$$y - 0 = 3(x + 3) \Rightarrow y = 3x + 9$$

$$\text{ضابطه دوم} \xrightarrow{\text{تابع ثابت}} y = 3$$

$$\text{ضابطه سوم: } C(1, 3), D(5, 0) \Rightarrow m = \frac{3-0}{1-5} = -\frac{3}{4}$$

$$y - 0 = -\frac{3}{4}(x - 5) \Rightarrow y = -\frac{3}{4}x + \frac{15}{4}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} 3x + 9 & ; x < -2 \\ 3 & ; -2 \leq x \leq 1 \\ -\frac{3}{4}x + \frac{15}{4} & ; x > 1 \end{cases}$$

حال مقدار $f(11)$ و $f\left(-\frac{8}{3}\right)$ را حساب می‌کنیم:

$$11 > 1 \Rightarrow f(11) = -\frac{3}{4}(11) + \frac{15}{4} = -\frac{9}{2}$$

$$-\frac{8}{3} < -2 \Rightarrow f\left(-\frac{8}{3}\right) = 3\left(-\frac{8}{3}\right) + 9 = 1$$

$$\Rightarrow f(11) + f\left(-\frac{8}{3}\right) = -\frac{9}{2} + 1 = -\frac{7}{2} = -3\frac{1}{2}$$

(ریاضی ۱- تابع، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

-۱۰۸

(علی شهرایی)

با توجه به شکل، $-b$ برابر با -1 است و در نتیجه $b = 1$ است.

ضابطه تابع به صورت $f(x) = |x + a| - 1$ در آمده است. نقطه $(5, 0)$ را

در ضابطه قرار می‌دهیم:

$$f(5) = |5 + a| - 1 = 0 \Rightarrow |5 + a| = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5 + a = 1 \Rightarrow a = -4 \\ 5 + a = -1 \Rightarrow a = -6 \end{cases} \text{ غ.ق. (با توجه به شکل)}$$

$$\Rightarrow f(x) = |x - 4| - 1$$



هندسه ۳

۱۱۱

(یاسین سپهر)

ماتریس A را به صورت زیر تشکیل می‌دهیم:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2(1) & 2-3 & 3-3 \\ 2+1-1 & 2(2) & 3-3 \\ 3+1-1 & 3+2-1 & 2(3) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \\ 3 & 4 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \text{مجموع درایه‌های } A = 20$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها، صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۱۱۲

(مهمان فخران)

هیچ کدام از روابط داده شده در حالت کلی برقرار نیست.

«الف»: به عنوان مثال نقض، اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ و

$B \neq C$ باشد، آنگاه $AB = AC = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ است ولی $B \neq C$

می‌باشد.

«ب»: رابطه تنها زمانی برقرار است که دو ماتریس A و B تعویض پذیر باشند.

«پ»: به عنوان مثال نقض، اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$

باشند، آنگاه $AB = \bar{O}$ است ولی $A \neq \bar{O}$ و $B \neq \bar{O}$ می‌باشد.

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها، صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۱۱۳

(یاسین سپهر)

دو ماتریس هم مرتبه با هم برابرند هرگاه درایه‌های نظیر به نظیر برابر داشته باشند. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} x + 2y = -2 \\ 2x + 3y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -3 \end{cases}$$

$$y - 1 = t + 1 \xrightarrow{y = -3} t + 1 = -4 \Rightarrow t = -5$$

$$-t + 1 = z \xrightarrow{t = -5} z = 6$$

با توجه به مقادیر به دست آمده داریم:

$$x + y + z + t = 2$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها، صفحه ۱۳)

۱۱۴

(مهمان هجری)

$$A^2 = \begin{bmatrix} -\tan x & \frac{1}{\cos x} \\ \frac{-1}{\cos x} & \tan x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\tan x & \frac{1}{\cos x} \\ \frac{-1}{\cos x} & \tan x \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \tan^2 x - \frac{1}{\cos^2 x} & -\frac{\tan x}{\cos x} + \frac{\tan x}{\cos x} \\ \frac{\tan x}{\cos x} - \frac{\tan x}{\cos x} & -\frac{1}{\cos^2 x} + \tan^2 x \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \tan^2 x - (1 + \tan^2 x) & 0 \\ 0 & -(1 + \tan^2 x) + \tan^2 x \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I$$

بنابراین برای ماتریس‌های A^{1° ، A^2 و A^5 داریم:

$$A^{1^\circ} = (A^2)^5 = (-I)^5 = -I$$

$$A^2 = A^6 \times A = (A^2)^3 \times A = (-I)^3 \times A = -IA = -A$$

$$A^5 = A^6 \times A = (A^2)^3 \times A = (-I)^3 \times A = IA = A$$

$$A^{1^\circ} + A^2 + A^5 = -I - A + A = -I$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۱۱۵

(مهمان هجری)

$$A^2 = \begin{bmatrix} a & 1 \\ -1 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & 1 \\ -1 & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^2 - 1 & 2a \\ -2a & a^2 - 1 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = A^2 \times A = \begin{bmatrix} a^2 - 1 & 2a \\ -2a & a^2 - 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & 1 \\ -1 & a \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a^3 - 3a & 3a^2 - 1 \\ -3a^2 + 1 & a^3 - 3a \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های ماتریس A^3 برابر صفر است، بنابراین داریم:

$$(a^3 - 3a) + (3a^2 - 1) + (-3a^2 + 1) + (a^3 - 3a) = 0$$

$$\Rightarrow 2(a^3 - 3a) = 0 \Rightarrow 2a(a^2 - 3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 0 \text{ ق.ق.غ} \\ a^2 - 3 = 0 \Rightarrow a^2 = 3 \Rightarrow a = \pm\sqrt{3} \end{cases}$$

بنابراین حاصل ضرب مقادیر ممکن برای a برابر است با:

$$\sqrt{3} \times (-\sqrt{3}) = -3$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)



۱۱۶-

(امیرمسین ابومیبوب)

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & -x & -1 \\ -1 & 1 & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x \\ x \end{bmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x-2 & 2x+3 & x+3 \\ -1 & 1 & x \\ x & x & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x \\ x \end{bmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow x(x-2) - (2x+3) + x(x+3) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 2x - 3 + x^2 + 3x = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 2x - 3 = 0$$

اگر α و β ریشه‌های این معادله باشند، آنگاه داریم:

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = 1 \quad \text{و} \quad \alpha\beta = \frac{c}{a} = -\frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha^2\beta^2} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{(\alpha\beta)^2} = \frac{1 - 2(-\frac{3}{2})}{(-\frac{3}{2})^2}$$

$$= \frac{4}{9} = \frac{16}{9}$$

(هنرسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۱۱۷-

(امیرمسین ابومیبوب)

چون ماتریس A ، ماتریسی قطری است، پس درایه‌های غیر واقع بر قطر اصلی آن برابر صفر هستند. داریم:

$$2b + 1 = 0 \Rightarrow 2b = -1 \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

$$a - 2b = 0 \Rightarrow a + 1 = 0 \Rightarrow a = -1$$

با جای گذاری مقادیر a و b در ماتریس A داریم:

$$A = \begin{bmatrix} c-1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} (c-1)^2 & 0 \\ 0 & \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \end{bmatrix}$$

ماتریس A^2 ، ماتریسی اسکالر است، پس درایه‌های واقع بر قطر اصلی آن برابر یکدیگرند:

$$(c-1)^2 = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow \begin{cases} c-1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow c = \frac{1}{2} \\ c-1 = \frac{1}{2} \Rightarrow c = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\max(a + b + c) = -1 - \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 0$$

(هنرسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۲ و ۲۰)

۱۱۸-

(مهمر هجری)

$$\begin{bmatrix} x & 1 \\ y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \\ y & x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^2 + y & xy + x \\ xy + y & y^2 + x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 & 12 \\ 10 & 8 \end{bmatrix}$$

$$(x^2 + y) - (y^2 + x) = (x^2 - y^2) - (x - y)$$

$$= (x - y)(x + y - 1) = 18 - 8 = 10 \quad (1)$$

$$(xy + x) - (xy + y) = x - y = 12 - 10 = 2 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} 2(x + y - 1) = 10$$

$$\Rightarrow x + y - 1 = 5 \Rightarrow x + y = 6$$

(هنرسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۱۱۹-

(یوار ماتی)

$$A^2 = A \xrightarrow{\times A} A^3 = A^2 \xrightarrow{A^2 = A} A^3 = A$$

از طرفی دو ماتریس A و I تعویض پذیرند، بنابراین اتحادهای جبری برای آنها برقرار است. در نتیجه داریم:

$$B = 2A - I \Rightarrow B^3 = (2A - I)^3 = 2^3 A^3 - 2^2 A^2 I + 9 A I^2 - I^3$$

$$\Rightarrow B^3 = 2^3 A^3 - 2^2 A^2 I + 9 A I^2 - I^3$$

$$\Rightarrow B^3 = 9A - I$$

$$A^3 + B^3 - (A^2 - I) = A + (9A - I) - (A - I) = 9A$$

(هنرسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۱۲۰-

(امیرمسین ابومیبوب)

دو ماتریس A و B تعویض پذیرند، بنابراین داریم:

$$AB = BA = \begin{bmatrix} 1 & x \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ y & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ y & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 2 + xy & -1 + 2x \\ -2 + y & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2x - 1 \\ y - 2 & xy + 2 \end{bmatrix} \Rightarrow xy + 2 = 3$$

$$\Rightarrow xy = 1 \quad (1)$$

از طرفی مجموع درایه‌های دو ماتریس A و B برابر یکدیگر است، در نتیجه داریم:

$$x + 1 = y + 2 \Rightarrow y = x - 2 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow x(x - 2) = 1 \Rightarrow x^2 - 2x = 1 \xrightarrow{+1} (x - 1)^2 = 2$$

$$\Rightarrow x - 1 = \pm\sqrt{2}$$

$$x + y = x + (x - 2) = 2x - 2 = 2(x - 1)$$

$$\xrightarrow{x+y>0} x + y = 2\sqrt{2}$$

(هنرسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)



ریاضیات گسسته

۱۲۱-

(امیرحسین ابومصوب)

اگر $a + b$ عددی زوج باشد، آنگاه a و b یا هر دو زوج هستند که در این صورت ab عددی زوج است و یا هر دو فرد هستند که در این صورت ab عددی فرد است ولی در صورتی که $a + b$ عددی فرد باشد، آنگاه از بین a و b یکی زوج و دیگری فرد است که در این صورت ab قطعاً عددی زوج می‌باشد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۲ تا ۵)

۱۲۲-

(امیرحسین ابومصوب)

گزینه «۱»: اگر $n = 6$ باشد، آنگاه هیچ کدام از اعداد $6^3 - 1 = 215$ و $6^6 + 1 = 46657$ عدد اول نیستند.

گزینه «۲»: $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} \Rightarrow$ میانگین $= \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n+1}{2}$

گزینه «۳»: اگر $x = \frac{1}{2}$ باشد، آنگاه $\left(\frac{1}{2}\right)^2 < \frac{1}{2}$ است.

گزینه «۴»: اگر $\alpha = \sqrt{2}$ و $\beta = -\sqrt{2}$ باشد، آنگاه $\alpha + \beta = 0$ عددی گویاست ولی $\alpha - \beta = 2\sqrt{2}$ عددی گنگ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۲ و ۳)

۱۲۳-

(مرتضی فویم‌علوی)

هیچ کدام از روابط داده شده در حالت کلی صحیح نیستند. به عنوان مثال نقض داریم:

الف) اگر $a = 2, b = 3, c = 5$ باشد، آنگاه $a | b + c$ ولی $a \nmid b$ و $a \nmid c$.

ب) اگر $a = 8, b = 2, c = 4$ باشد، آنگاه $a | bc$ ولی $a \nmid b$ و $a \nmid c$.

پ) اگر $a = 2, b = 3$ باشد، آنگاه $a | 2b$ ولی $a \nmid b^2$.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۱۲۴-

(ممدربواد ممسنی)

گزینه «۱»: $a^6 | b^3 \Rightarrow a \times a^3 | b^3 \Rightarrow a^3 | b^3 \Rightarrow a | b \Rightarrow a^5 | b^5$

گزینه «۳»: $a^6 | b^3 \Rightarrow a^{20} | b^{15} \Rightarrow a \times a^{19} | b^{15} \Rightarrow a^{19} | b^{15}$

گزینه «۴»: $a | b \Rightarrow a^6 | b^6 \Rightarrow a^6 | b^7$

اما رابطه گزینه «۲» در حالت کلی درست نیست. به عنوان مثال نقض:

اگر $a = 8$ و $b = 16$ باشد، آنگاه $a^4 = 8^4 = 4096$ و $a^6 = 16^3 = 4096$

است. پس $a^4 | b^3$ ولی $a^3 = 8^3 = 512$ و $a^2 = 16^2 = 256$ است، پس

$$a^3 \nmid b^2$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۱۲۵-

(ممدربواد ممسنی)

مجموعه A ، $n + 1$ عضو دارد. پس تعداد زیرمجموعه‌های آن که دو عضو

دارند، برابر است با: $\binom{n+1}{2} = \frac{(n+1)n}{2}$

طبق فرض سؤال می‌دانیم: $\frac{(n+1)n}{2} = 4k \Rightarrow (n+1)n = 8k$

دو عدد $n + 1$ و n متوالی هستند و هر دو نمی‌توانند زوج باشند، پس یکی از

آنها مضرب ۸ است. $\begin{cases} n = 8q \Rightarrow n + 1 = 8q + 1 \\ n + 1 = 8q \end{cases}$

پس تعداد اعضای مجموعه A به صورت $8q$ یا $8q + 1$ است که در میان گزینه‌ها تنها عدد ۶۵ به صورت $8 \times 8 + 1$ قابل نوشتن است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، مشابه کار در کلاس صفحه ۵)

۱۲۶-

(امیرحسین ابومصوب)

گزینه «۱»: اگر $A = \{1, 2, 3\}$ ، $B = \{2, 3, 4\}$ و $C = \{2, 3, 5\}$ باشند،

آنگاه $A - B = A - C = \{1\}$ است ولی $B \neq C$ می‌باشد، بنابراین گزینه

«۱» نادرست است.

گزینه «۲»:

$$A \cap B \subseteq C \Leftrightarrow C' \subseteq (A \cap B)' \Leftrightarrow C' \subseteq A' \cup B'$$

$$\Leftrightarrow (A' \cup B') \cup C' = A' \cup B'$$

بنابراین گزینه «۲» نادرست است.

(علی جوانگیری)

-۱۲۹

$$3x^2 + xy - 2y - 16 = 0 \Rightarrow y(x-2) = -3x^2 + 16$$

$$\Rightarrow y = \frac{-3x^2 + 16}{x-2}$$

شرط لازم برای آنکه نقطه‌ای روی منحنی دارای مختصات طبیعی باشد، آن

است که $x-2 \mid -3x^2 + 16$. بنابراین داریم:

$$\left. \begin{array}{l} x-2 \mid 3(x-2)(x+2) \Rightarrow x-2 \mid 3x^2 - 12 \\ x-2 \mid -3x^2 + 16 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{مجموع}} x-2 \mid 4$$

$$\Rightarrow x-2 = \pm 1, \pm 2, \pm 4$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x-2=1 \Rightarrow x=3 \Rightarrow y=-11 \text{ ق.ق.غ} \\ x-2=-1 \Rightarrow x=1 \Rightarrow y=-13 \text{ ق.ق.غ} \\ x-2=2 \Rightarrow x=4 \Rightarrow y=-16 \text{ ق.ق.غ} \\ x-2=-2 \Rightarrow x=0 \Rightarrow y=8 \text{ ق.ق.غ} \\ x-2=4 \Rightarrow x=6 \Rightarrow y=-23 \text{ ق.ق.غ} \\ x-2=-4 \Rightarrow x=-2 \Rightarrow y=16 \text{ ق.ق.غ} \end{array} \right.$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

(مهم هیری)

-۱۳۰

فرض کنید $a_1 = a$ ، $a_2 = a + d$ ، $a_3 = a + 2d$ باشد. در این صورت

داریم:

$$\left. \begin{array}{l} a \mid a+d, a+d \mid a+2d \xrightarrow{\text{خاصیت تعدی}} a \mid a+2d \\ a \mid a+d \end{array} \right\}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} a \mid d \Rightarrow d = ka$$

$$a+d \mid a+2d \xrightarrow{d=ka} a+ka \mid a+2ka$$

$$\xrightarrow{+a} \left. \begin{array}{l} 1+k \mid 1+2k \\ 1+k \mid 2+2k \end{array} \right\} \Rightarrow 1+k \mid 1$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 1+k=1 \Rightarrow k=0 \Rightarrow d=0 \text{ ق.ق.غ} \\ 1+k=-1 \Rightarrow k=-2 \Rightarrow d=-2a \end{array} \right.$$

بنابراین مجموع سه جمله برابر است با:

$$a_1 + a_2 + a_3 = a - a - 3a = -3a$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

گزینه «۳»: اگر $A = \{1, 2\}$ ، $B = \{1\}$ و $C = \{2\}$ باشند، آنگاه

$B - A = C - A = \emptyset$ است ولی $B \neq C$ می‌باشد، بنابراین گزینه «۳»

نادرست است.

گزینه «۴»:

$$A \cup B \subseteq C \Leftrightarrow C' \subseteq (A \cup B)' \Leftrightarrow C' \subseteq A' \cap B'$$

$$\Leftrightarrow (A' \cap B') \cap C' = C'$$

بنابراین گزاره‌های $A \cup B \subseteq C$ و $A' \cap B' \cap C' = C'$ هم‌ارز هستند و

در نتیجه گزینه «۴» درست است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۶ تا ۸)

(سید امیر ستوده)

-۱۲۷

$$\left. \begin{array}{l} 13 \mid n^2 + 12 \\ 13 \mid 13 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} 13 \mid n^2 - 1 \Rightarrow 13 \mid (n-1)(n+1)$$

$$\xrightarrow{13 \text{ عدد اول است}} 13 \mid n-1 \text{ یا } 13 \mid n+1$$

$$\Rightarrow n = 13k + 1 \text{ یا } n = 13k - 1$$

حاصل هر یک از مقادیر به ازای $k=1$ تا $k=7$ ، عددی دورقمی است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

(مهم هیری)

-۱۲۸

$$4x^2 + y^2 \geq 2(xy - y - 2x - 2)$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 + y^2 - 2xy + 2y + 4x + 4 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 + 2y^2 - 4xy + 4y + 4x + 4 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (4x^2 - 4xy + y^2) + (4x^2 + 4x + 4) + (y^2 + 4y + 4) \geq 0$$

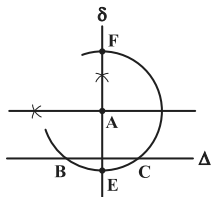
$$\Leftrightarrow (2x-y)^2 + (2x+2)^2 + (y+2)^2 \geq 0$$

رابطه اخیر بدیهی است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۶ تا ۸)

هندسه ۱

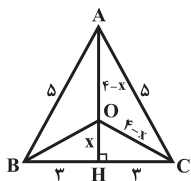
می گیریم و سپس عمود منصف EF را رسم می کنیم (دو کمان باید رسم کنیم). پس حداقل باید پنج کمان رسم کنیم.



(هندسه ۱ - ترسیم های هندسی، صفحه های ۱۳ تا ۱۵)

(ممبر فدران)

۱۳۴-



نقطه O، نقطه همرسی عمود منصف های اضلاع این مثلث متساوی الساقین است، بنابراین از هر سه رأس مثلث به یک فاصله است. با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث ABH، طول AH را به دست می آوریم:

$$AH = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

با فرض $OA = 4 - x$ ، $OH = x$ است. از آنجا که O از سه رأس مثلث به یک فاصله است، پس $OB = OC = 4 - x$ می باشد، حال با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث قائم الزاویه OCH، داریم:

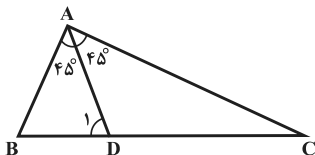
$$OC^2 = OH^2 + CH^2 \Rightarrow (4-x)^2 = x^2 + 9$$

$$\Rightarrow 16 - 8x + x^2 = x^2 + 9 \Rightarrow 8x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{8} = 0.875$$

(هندسه ۱ - ترسیم های هندسی، صفحه های ۱۸ و ۱۹)

(مسین جابیلو)

۱۳۵-



در مثلث ABD، داریم: $AD > AB \Rightarrow \hat{B} > \hat{D}_1$

از طرفی می دانیم: $\hat{D}_1 = 45^\circ + \hat{C}$ (زاویه خارجی ACD)

پس: $\hat{B} > \hat{D}_1 \Rightarrow \hat{B} > 45^\circ + \hat{C} \xrightarrow{\hat{C} = 90^\circ - \hat{B}} \hat{B} > 45^\circ + (90^\circ - \hat{B})$

$$\Rightarrow 2\hat{B} > 135^\circ \Rightarrow \hat{B} > 67.5^\circ \xrightarrow{\hat{B} < 90^\circ} 67.5^\circ < \hat{B} < 90^\circ$$

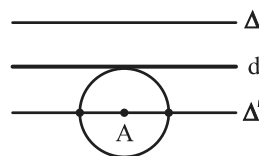
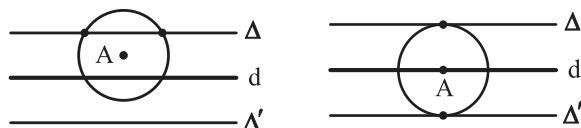
$$\Rightarrow \max(\beta - \alpha) = 90^\circ - 67.5^\circ = 22.5^\circ$$

(هندسه ۱ - ترسیم های هندسی، صفحه های ۲۱ و ۲۲)

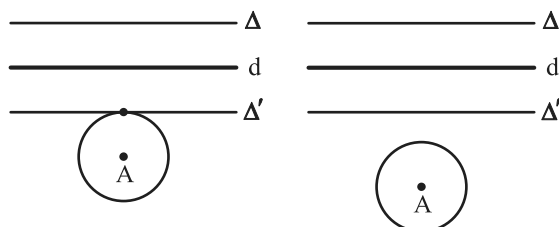
(مرتضی بیهوش)

۱۳۱-

با توجه به شکل های زیر، در سه حالت، دو نقطه با چنین خاصیتی وجود دارد که نقاط مشترک دایره $C(A, 3)$ و دو خط Δ و Δ' که هر یک به فاصله ۳ از d قرار دارند، هستند.



در سایر حالت ها صفر یا یک نقطه با این خاصیت وجود دارد:

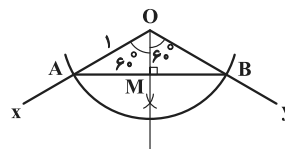


(هندسه ۱ - ترسیم های هندسی، صفحه های ۱۰ و ۱۱)

(مسین جابیلو)

۱۳۲-

با توجه به روش رسم نیمساز و شکل زیر باید $R > \frac{AB}{\sqrt{3}}$ باشد، پس حداقل مقدار a برابر $\frac{AB}{\sqrt{3}} = AM$ است. داریم:



$$\Delta OAM : \sin 60^\circ = \frac{AM}{OA} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AM}{R} \Rightarrow AM = \frac{\sqrt{3}}{2}R$$

(هندسه ۱ - ترسیم های هندسی، صفحه های ۱۱ و ۱۲)

(مسین جابیلو)

۱۳۳-

فرض کنید از نقطه A خارج خط Δ می خواهیم خطی موازی با Δ رسم کنیم، ابتدا به مرکز A کمانی رسم می کنیم تا Δ را در B و C قطع کند، سپس عمود منصف BC (خط δ) را رسم می کنیم (دو کمان باید رسم کنیم) و سپس خط عمود بر δ در A را رسم کنیم. برای این منظور باید ابتدا کمانی به مرکز A رسم کنیم، از آنجا که حداقل تعداد کمان ها را می خواهیم، این کمان را همان کمان اول که Δ را در B و C قطع کرده بود در نظر



آمار و احتمال

۱۳۶-

(امیرمسین ابومضوب)

گزینه «۱»: نامساوی $2^n < n^2$ به ازای $n = 3$ برقرار است، یعنی داریم:

$$2^3 < 3^2$$

گزینه «۲»:

$$n^2 < 8n - 15 \Rightarrow n^2 - 8n + 15 < 0 \Rightarrow (n-3)(n-5) < 0$$

$$\Rightarrow 3 < n < 5$$

بنابراین نامساوی به ازای $n = 4$ برقرار است.

گزینه «۳»: نامساوی به ازای $n = 2$ برقرار است، یعنی داریم: $2! \leq \frac{2^2}{2}$

گزینه «۴»:

$$2n^2 < 5 - 3n \Rightarrow 2n^2 + 3n - 5 < 0 \Rightarrow (n-1)(2n+5) < 0$$

$$\Rightarrow -\frac{5}{2} < n < 1$$

نامساوی به ازای هیچ عدد طبیعی n برقرار نیست، پس مجموعه جواب گزاره‌ها، تهی است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۵ و ۶)

۱۳۷-

(امیرمسین ابومضوب)

روش اول: طبق جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

p	q	~p	p ⇒ q	~p ⇒ (p ⇒ q)
د	د	ن	د	د
د	ن	ن	ن	د
ن	د	د	د	د
ن	ن	د	د	د

یعنی ارزش گزاره $\sim p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$ همواره درست است.

روش دوم: طبق قوانین گزاره‌ها داریم:

$$\sim p \Rightarrow (p \Rightarrow q) \equiv \sim(\sim p) \vee (p \Rightarrow q) \equiv p \vee (\sim p \vee q)$$

$$\equiv (p \vee \sim p) \vee q \equiv T \vee q \equiv T$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۱۳۸-

(امیرمسین ابومضوب)

گزاره $p \Rightarrow \sim q$ نادرست است، پس گزاره p درست و گزاره $\sim q$

نادرست است، در نتیجه گزاره q درست است. از طرفی هر دو گزاره $q \Rightarrow r$ و q درست هستند، پس گزاره r نیز لزوماً درست است.

حال برای دو گزاره داده شده داریم:

$$(\sim r \Rightarrow p) \Leftrightarrow (r \Rightarrow \sim p) \equiv (F \Rightarrow T) \Leftrightarrow (T \Rightarrow F) \equiv T \Leftrightarrow F \equiv F$$

$$(p \wedge q) \Rightarrow (\sim r \Leftrightarrow q) \equiv (T \wedge T) \Rightarrow (F \Leftrightarrow T) \equiv T \Rightarrow F \equiv F$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۶ تا ۱۲)

۱۳۹-

(مهمرب هبری)

طبق قوانین گزاره‌ها داریم:

$$p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$$

$$\equiv (\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p) \text{ گزینه «۲»}$$

$$\equiv [\sim p \wedge (\sim q \vee p)] \vee [q \wedge (\sim q \vee p)]$$

$$\equiv \left[(\sim p \wedge \sim q) \vee \underbrace{(\sim p \wedge p)}_F \right] \vee \left[\underbrace{(q \wedge \sim q)}_F \vee (q \wedge p) \right]$$

$$\equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee (p \wedge q) \text{ گزینه «۱»}$$

$$\equiv \sim(p \vee q) \vee (p \wedge q)$$

$$\equiv (p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q) \text{ گزینه «۴»}$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۶ تا ۱۲)

۱۴۰-

(مهمرب هبری)

گزینه «۱»: می‌دانیم گزاره سوری $\forall x \in \mathbb{R} - \{0\}; \left| x + \frac{1}{x} \right| \geq 2$ صحیح

است، بنابراین داریم:

$$\forall x \in \mathbb{R} - \{0\}; \left| 3x + \frac{1}{3x} \right| \geq 2 \Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R} - \{0\}; \left| 3x + \frac{1}{3x} \right| \geq 3 \times 2$$

$$\Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R} - \{0\}; \left| 9x + \frac{1}{x} \right| \geq 6$$

گزینه «۲»: اگر n و k دو عدد حسابی و $k \leq n$ باشد، آنگاه

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

گزاره درست است. در نتیجه با فرض $n = 2a + b$ و $k = a$ ، این

گزینه «۳»: به ازای $x = 3$ داریم، $3^4 - 2^4 = 65$ ، واضح است که ۶۵

عددی اول نیست و در نتیجه گزاره سوری نادرست است.

گزینه «۴»: اگر A مجموعه تهی باشد، آنگاه $A \subseteq \{A\}$ است و در نتیجه

ارزش گزاره سوری درست است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)



فیزیک ۳

۱۴۱-

(عبدالرضا امینی نسب)

با توجه به نمودار، متحرک در لحظه $t = ۲s$ تغییر جهت داده است. بنابراین برای محاسبه مسافت طی شده باید بازه زمانی صفر تا $۴s$ را به دو بازه زمانی صفر تا $۲s$ و $۲s$ تا $۴s$ تقسیم کنیم و جابه‌جایی در هر بازه زمانی را محاسبه کرده و سپس اندازه آن‌ها را با هم جمع کنیم. داریم:

$$\left. \begin{aligned} t_0 = 0 : x_0 = -10\text{m} \\ t_2 = 2s : x_2 = 30\text{m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta x_1 = x_2 - x_0 = 30 - (-10) = 40\text{m}$$

$$\left. \begin{aligned} t_2 = 2s : x_2 = 30\text{m} \\ t_4 = 4s : x_4 = -30\text{m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta x_2 = x_4 - x_2 = -30 - 30 = -60\text{m}$$

بنابراین مسافت طی شده برابر است با:

$$l = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 40 + |-60| = 100\text{m}$$

برای محاسبه جابه‌جایی داریم:

$$\left. \begin{aligned} t_0 = 0 : x_0 = -10\text{m} \\ t_4 = 4s : x_4 = -30\text{m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta x = x_4 - x_0 = -30 - (-10) = -20\text{m}$$

$$\Rightarrow |\Delta x| = 20\text{m}$$

در نهایت نسبت مسافت به اندازه بردار جابه‌جایی متحرک برابر است با:

$$\frac{l}{|\Delta x|} = \frac{100}{20} = 5$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲ تا ۶)

۱۴۲-

(علیرضا کونه)

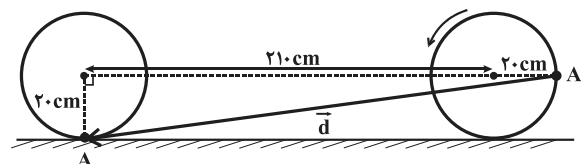
مرکز حلقه به صورت افقی جابه‌جا می‌شود و جابه‌جایی آن برابر با مقدار مسافت طی شده بر روی محیط دایره است. بنابراین ابتدا تعداد دورهای چرخش حلقه را می‌یابیم:

$$n = \frac{210}{2\pi r} = \frac{210}{2 \times 3 \times 20} \Rightarrow n = \frac{7}{4} = 1 + \frac{3}{4}$$

بنابراین برای آن که مرکز حلقه، 210cm جابه‌جا شود، باید حلقه یک دور

کامل به اضافه $\frac{3}{4}$ دور بچرخد. مطابق شکل زیر، اندازه بردار جابه‌جایی نقطه

A برابر است با:



$$d = \sqrt{(r+x)^2 + r^2} = \sqrt{(20+210)^2 + 20^2} = 10\sqrt{533}\text{cm}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲ و ۳)

۱۴۳-

(سیدابوالفضل خالقی)

طول مسیرهای رفت و برگشت یکسان و برابر با Δx است. با توجه به رابطه سرعت متوسط، زمان طی هر مرحله را محاسبه می‌کنیم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} 5 = \frac{\Delta x}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{\Delta x}{5} \\ 3 = \frac{\Delta x}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{\Delta x}{3} \end{cases}$$

حال از رابطه تندی متوسط استفاده می‌کنیم. داریم:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{\Delta x + \Delta x}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{2\Delta x}{\frac{\Delta x}{5} + \frac{\Delta x}{3}} \Rightarrow s_{av} = \frac{30}{8} = 3.75 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲ تا ۶)

۱۴۴-

(بابک اسلامی)

ابتدا مسافت و جابه‌جایی متحرک را تعیین می‌کنیم:

$$\text{جابه‌جایی} : \Delta x = 1200 - 0 = 1200\text{m}$$

$$\text{مسافت طی شده} : l = (600 - 0) + 0 + |-800 - 600| + (1200 - (-800))$$

$$\Rightarrow l = 4000\text{m}$$

حال از تعریف تندی متوسط و سرعت متوسط استفاده می‌کنیم:

$$\frac{v_{av}}{s_{av}} = \frac{\frac{\Delta x}{t'}}{\frac{l}{t'}} = \frac{\Delta x}{l} = \frac{1200}{4000} = 0.3$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲ تا ۶)

۱۴۵-

(بابک اسلامی)

اگر طول مسیر را $2l$ فرض کنیم، در نیمه ابتدایی مسیر داریم:

$$l = v_1 t_1 \Rightarrow l = 10 t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{l}{10}$$

فرض می‌کنیم متحرک نیمه دوم مسیر را در زمان $2t_2$ طی کند. بنابراین

$$l = v_2 t_2 + 3v_2 t_2 = 4v_2 t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{l}{4v_2}$$

داریم:

حال با استفاده از تعریف سرعت متوسط، داریم:

$$v_{av} = \frac{2l}{t_1 + 2t_2} = \frac{2l}{\frac{l}{10} + 2\left(\frac{l}{4v_2}\right)} \Rightarrow 16 = \frac{2}{\frac{1}{10} + \frac{1}{2v_2}} \Rightarrow v_2 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۳ تا ۶)

۱۴۶-

(ممسن قنبرچله)

مسافت طی شده همواره مثبت است. هم‌چنین هنگامی اندازه بردار جابه‌جایی با مسافت طی شده برابر است که متحرک روی مسیری مستقیم حرکت کند و تغییر جهت ندهد. از طرفی چون جابه‌جایی و مسافت هم‌علامت هستند، بنابراین نمودار گزینه «۱» می‌تواند مربوط به این حرکت باشد.

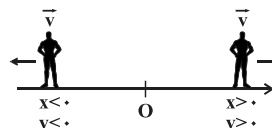
دقت کنید در نمودار گزینه‌های «۳» و «۴» متحرک تغییر جهت می‌دهد و در نمودار گزینه «۲»، جابه‌جایی منفی است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۱۴۷-

(عبدالرضا امینی نسب)

مطابق شکل زیر هرگاه متحرک در مکان‌های مثبت باشد و در جهت محور حرکت کند و یا در مکان‌های منفی باشد و در خلاف جهت محور حرکت کند، از مبدأ مکان دور می‌شود. بنابراین گزینه «۳» صحیح است.



دقت کنید با توجه به نوع حرکت متحرک، بردارهای سرعت و شتاب در بازه Δt می‌توانند هم‌جهت و یا مختلف‌الجهت باشند.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲ تا ۱۳)

۱۴۸-

(ممسرعلی راست پیمان)

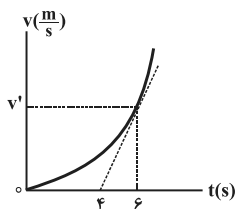
باید دقت کرد که علامت شتاب متوسط با علامت $\Delta \vec{v}$ (تغییر بردار سرعت) یکسان است و علامت سرعت جهت حرکت را مشخص می‌کند. در بازه‌های زمانی صفر تا ۴s و ۱۰s تا ۱۴s چون سرعت منفی است، جهت حرکت در جهت منفی محور x ها است.

Δv در بازه زمانی صفر تا ۴s مثبت ($\Delta v = 0 - (-v_0) = v_0$) اما در بازه زمانی ۱۰s تا ۱۴s منفی ($\Delta v = -v_0 - 0 = -v_0$) است، بنابراین گزینه «۱» صحیح است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲ تا ۱۳)

۱۴۹-

(ممسرعلی راست پیمان)



شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان در هر لحظه برابر با شتاب متحرک در آن لحظه است. بنابراین اگر فرض کنیم سرعت متحرک در لحظه $t = 6s$ برابر با v' باشد، شتاب در لحظه $t = 6s$ برابر است با:

شیب خط مماس در لحظه $a = 6s$

$$\Rightarrow a = \frac{v' - 0}{6 - 0} \Rightarrow a = \frac{v'}{6}$$

از طرفی با توجه به تعریف شتاب متوسط، در بازه زمانی صفر تا ۶s داریم:

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{v' - 0}{6 - 0} \Rightarrow a_{av} = \frac{v'}{6}$$

$$\frac{a}{a_{av}} = \frac{\frac{v'}{6}}{\frac{v'}{6}} = 1$$

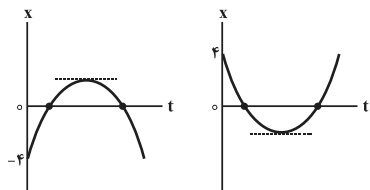
در نتیجه:

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

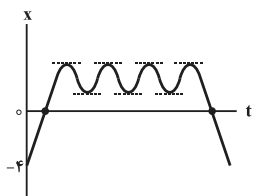
۱۵۰-

(شارمان ویسی)

چون متحرک ۲ بار از مبدأ گذشته الزاماً حداقل یکبار تغییر جهت داده است:



اما دقت داشته باشید که در بین این ۲ بار که از مبدأ می‌گذرد می‌تواند بی‌نهایت بار تغییر جهت بدهد. برای مثال به نمودار مکان - زمان زیر دقت کنید.



(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲ تا ۱۰)



فیزیک ۱

۱۵۱-

(عبدالرضا امینی نسب)

در دستگاه اندازه گیری SI، هفت کمیت طول، جرم، زمان، مقدار ماده، شدت جریان، دما و شدت روشنایی به عنوان کمیت‌های اصلی انتخاب شده‌اند و یکاهای اندازه گیری آن‌ها به ترتیب متر، کیلوگرم، ثانیه، مول، آمپر، کلوین و کندلا است. بقیه کمیت‌ها و یکاهای آن‌ها به عنوان کمیت‌ها و یکاهای فرعی در نظر گرفته می‌شوند.

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری، صفحه‌های ۷ تا ۱۰)

۱۵۲-

(سعید شرق)

حجم آبی که توسط پمپ در مدت ۱۲ ساعت از داخل استخر به بیرون پمپاژ می‌شود، برابر است با:

$$V = 40 \frac{L}{min} \times \frac{60 \text{ min}}{1h} \times 12h \times \frac{10^{-3} m^3}{1L} \Rightarrow V = 288 \text{ m}^3$$

با استفاده از قاعده زنجیره‌ای، ابعاد استخر را برحسب متر می‌نویسیم. داریم:

$$0.05 \text{ mile} = 0.05 \text{ mile} \times \frac{1600 \text{ m}}{1 \text{ mile}} = 80 \text{ m}$$

$$0.0125 \text{ mile} = 0.0125 \text{ mile} \times \frac{1600 \text{ m}}{1 \text{ mile}} = 20 \text{ m}$$

$$0.0025 \text{ mile} = 0.0025 \text{ mile} \times \frac{1600 \text{ m}}{1 \text{ mile}} = 4 \text{ m}$$

بنابراین کاهش ارتفاع آب استخر برابر خواهد بود با:

$$\Delta h = \frac{288 \text{ m}}{80 \times 20} = 0.18 \text{ m} = 18 \text{ cm}$$

در نتیجه ارتفاع آب باقی‌مانده در استخر برابر است با:

$$400 - 18 = 382 \text{ cm}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری، صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۱۵۳-

(مهمدر علی راست پیمان)

در وسایل اندازه گیری رقمی، خطای اندازه گیری برابر با مثبت و منفی یک واحد از آخرین رقمی است که وسیله نمایش می‌دهد. از آن‌جا که یک واحد از آخرین رقم، یک دهم درجه سلسیوس است، پس گزارش نتیجه این اندازه گیری می‌تواند به صورت $C \pm 0.1 / 34$ باشد.

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

۱۵۴-

(سیاوش خاوسی)

تخمین مرتبه بزرگی حجم بارش برابر است با:

$$V = A \cdot h = 9 \times 10^6 \times 3 \times 10^{-3} \sim 10 \times 10^6 \times 1 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow V \sim 10^4 \text{ m}^3$$

تخمین مرتبه بزرگی حجم هر قطره کروی برابر است با:

$$V_{\text{قطره}} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times (2 \times 10^{-3})^3 \sim 1 \times 10^{-9} \text{ m}^3$$

$$\Rightarrow V_{\text{قطره}} \sim 10^{-8} \text{ m}^3$$

بنابراین مرتبه بزرگی تعداد قطره‌ها برابر است با:

$$\text{تعداد قطره‌ها} = \frac{V}{V_{\text{قطره}}} = \frac{10^4}{10^{-8}} = 10^{12}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

۱۵۵-

(مهمدر علی راست پیمان)

ابتدا حجم پوسته کروی نقره‌ای به شعاع داخلی ۴cm و شعاع خارجی ۶cm (ضخامت ۲cm) را می‌یابیم. داریم:

$$V = \frac{4}{3} \pi (R_2^3 - R_1^3) = \frac{4}{3} \times \pi \times (6^3 - 4^3) \Rightarrow V = 608 \text{ cm}^3$$

حال با استفاده از تعریف چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 10 = \frac{m}{608} \Rightarrow m = 6080 \text{ g} = 6.08 \text{ kg}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری، صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)



۱۵۶-

(علیرضا کونه)

با استفاده از رابطه چگالی مخلوط و با توجه به نمودار می توان نوشت:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} = \frac{35 + 25}{25 + 25} = \frac{60}{50} = 1.2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$1.2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1.2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{1 \text{cm}^3}{10^{-6} \text{m}^3} \times \frac{10^{-3} \text{kg}}{1 \text{g}} = 1200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه گیری، صفحه های ۲۱ و ۲۲)

۱۵۷-

(علیرضا کونه)

چون چگالی یخ کمتر از چگالی آب است، بنابراین حجم یخ در حالت جامد بیشتر از حجم آب ناشی از ذوب آن است. بنابراین با ذوب شدن یخ، حجم مخلوط کاهش می یابد. برای محاسبه مقدار حجم کاهش یافته، کافیست اختلاف حجم مخلوط در حالت اول و دوم را به دست آوریم:

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= V_{\text{یخ}} + V_{\text{آب}} \\ V_2 &= V_{\text{ذوب یخ}} + V_{\text{آب}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta V = V_2 - V_1 = (V_{\text{ذوب یخ}} + V_{\text{آب}}) - (V_{\text{یخ}} + V_{\text{آب}})$$

$$\Rightarrow \Delta V = V_{\text{ذوب یخ}} - V_{\text{یخ}} = \frac{90}{1} - \frac{90}{0.9} = -10 \text{cm}^3$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه گیری، صفحه های ۲۱ و ۲۲)

۱۵۸-

(ممدعلی راست پیمان)

چون جرم های مساوی از هر سه مایع انتخاب شده است، طبق رابطه چگالی $\left(\rho = \frac{m}{V}\right)$ مایعی که دارای بیشترین حجم است، کمترین چگالی را خواهد داشت و در بالا قرار خواهد گرفت (مایع C) و مایعی که دارای کمترین حجم است، بیشترین چگالی را خواهد داشت و در پایین ترین قسمت قرار خواهد گرفت (مایع B). مایع سوم هم بین این دو مایع قرار خواهد گرفت بنابراین به ترتیب از راست به چپ، مایع های x، y و z معادل مایع های C، A و B خواهند بود.

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه گیری، صفحه های ۲۱ و ۲۲)

۱۵۹-

(علیرضا کونه)

نیروی \vec{F} شامل دو نیروی افقی و قائم می باشد و از آنجا که کار مؤلفه نیروی عمود بر جابه جایی افقی جسم صفر است، بنابراین تنها نیروی افقی وارد بر جسم، کار انجام می دهد.

$$\left. \begin{aligned} W_{F_x} &= F_x d \cos 0 = 6 \times 5 = 30 \text{J} \\ W_{F_y} &= F_y d \cos 90 = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow W_F = W_{F_x} + W_{F_y} = 30 \text{J}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان، صفحه های ۲۹ تا ۳۳)

۱۶۰-

(سید ابوالفضل شالقی)

از علوم سال نهم می دانیم زمانی که نیروهای وارد بر جسم متوازن اند، جسم می تواند با تندی ثابت در مسیری مستقیم حرکت کند. با این توضیح، اندازه نیروی اصطکاک وارد بر جسم در این سؤال برابر با 30N و در خلاف جهت حرکت جسم خواهد بود. داریم:



$$W = Fd \cos \theta \Rightarrow \frac{W_f}{W_F} = \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_2}$$

$$\frac{\theta_1 = 180^\circ}{\theta_2 = 0^\circ} \rightarrow \frac{W_f}{W_F} = -1$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان، صفحه های ۲۹ تا ۳۳)

۱۶۱-

(ممدعلی راست پیمان)

با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی، داریم:

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_{mg} + W_f = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow 2 \times 10 \times h - 425 = \frac{1}{2} \times 2 \times (50^2 - 5^2)$$

$$\Rightarrow h = 145 \text{m}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان، صفحه های ۲۹ تا ۳۸)



۱۶۲-

(سعید شرق)

با توجه به این که تمام انرژی ناشی از سوخت صرف افزایش انرژی جنبشی خودرو می‌شود، طبق قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_f - K_i \Rightarrow W_t = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)$$

$$\Rightarrow \frac{W_t'}{W_t} = \frac{v_f'^2 - v_i'^2}{v_f^2 - v_i^2} = \frac{4v^2 - v^2}{v^2 - 0} = 3$$

چون در حالت اول ۰/۰۱L سوخت مصرف می‌شود، در حالت دوم سه برابر یعنی ۰/۰۳L سوخت مصرف خواهد شد.

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان، صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۱۶۳-

(شارمان ویسی)

ابتدا معادله سرعت - زمان متحرک را می‌نویسیم. داریم:

$$\frac{v}{-8} + \frac{t}{4} = 1 \Rightarrow v = 2t - 8$$

سه ثانیه دوم حرکت، بازه زمانی بین $t_1 = 3s$ تا $t_2 = 6s$ است. سرعت

متحرک در این لحظه‌ها برابر است با:

$$t_1 = 3s \Rightarrow v_1 = -2 \frac{m}{s}$$

$$t_2 = 6s \Rightarrow v_2 = 4 \frac{m}{s}$$

حال طبق قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_f - K_i = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) = \frac{1}{2} \times 2 \times (4^2 - (-2)^2)$$

$$\Rightarrow W_t = 12J$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان، صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۱۶۴-

(سیدعلی میرنوری)

اگر زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیریم. با نوشتن قانون پایستگی انرژی مکانیکی بین دو نقطه A و C، ارتفاع C نسبت به زمین را می‌یابیم:

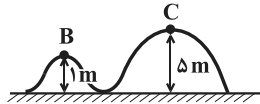
$$E_A = E_C \Rightarrow K_A + U_A = K_C + U_C$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C \quad \begin{matrix} v_A=0, v_C=20 \frac{m}{s} \\ h_A=25m \end{matrix}$$

$$\frac{1}{2} \times m \times 0 + m \times 10 \times 25 = \frac{1}{2} \times m \times 20^2 + m \times 10 \times h_C$$

$$\Rightarrow h_C = 5m$$

حال بین دو نقطه B و C داریم:



$$\Delta U_{BC} = U_C - U_B = mg(h_C - h_B)$$

$$\xrightarrow{m=2kg} \Delta U_{BC} = 2 \times 10 \times (5 - 1) \Rightarrow \Delta U = 80J$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان، صفحه‌های ۳۹ تا ۴۷)

۱۶۵-

(زهره آقاممدری)

چون اتلاف انرژی نداریم، انرژی مکانیکی پایسته است. با در نظر گرفتن سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 625 = 10 \times 2 / 45 + \frac{1}{2}v_2^2 \Rightarrow v_2 = 24 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان، صفحه‌های ۳۵ تا ۴۷)

۱۶۶-

(سیدابوالفضل شالقی)

تغییرات انرژی مکانیکی برابر با کار نیروی مقاومت هوا است. بنابراین داریم:

$$W_f = E_f - E_i = (K_f + U_f) - (K_i + U_i)$$

$$\xrightarrow{U_f=U_i} W_f = K_f - K_i$$

$$\Rightarrow W_f = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) = \frac{1}{2} \times 0 / 3 \times (10^2 - 20^2) = -45J$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان، صفحه‌های ۳۹ تا ۴۹)



۱۶۷-

(ممسن قندچلر)

کار نیروی اصطکاک برابر با تغییرات انرژی مکانیکی جسم است. بنابراین:

$$W_f = E_B - E_A \Rightarrow W_f = (K_B + U_B) - (K_A + U_A)$$

$$\xrightarrow{K_B=0} W_f = (U_B - U_A) - \frac{1}{2}mv_A^2 = -W_{AB} - \frac{1}{2}mv_A^2$$

$$\Rightarrow W_f = -52 - \frac{1}{2} \times 4 \times 8^2 \Rightarrow W_f = -118 \text{ J}$$

از طرفی با توجه به تعریف کار نیروی ثابت، می توان نوشت:

$$W_f = \bar{f}d \cos 180^\circ \Rightarrow -118 = \bar{f} \times 12 \times (-1) \Rightarrow \bar{f} = 115 \text{ N}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان، صفحه های ۳۹ تا ۴۹)

۱۶۸-

(ممسن قندچلر)

با در نظر گرفتن نقطه A به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، در نقطه

A، انرژی جنبشی و انرژی خروجی از پمپ را داریم و در نقطه B، انرژی

جنبشی و انرژی پتانسیل گرانشی داریم:

$$W_f = E_B - E_A \Rightarrow W_f = (K_B + U_B) - (K_A + W_{\text{پمپ}})$$

$$\Rightarrow W_f = \left(\frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B \right) - \left(\frac{1}{2}mv_A^2 + P.t \right)$$

$$\Rightarrow -160 = \left(\frac{1}{2} \times 10 \times 2^2 + 10 \times 10 \times (2 + H) \right) - \left(\frac{1}{2} \times 10 \times 4^2 + 250 \times 4 \right)$$

$$\Rightarrow H = 7 \text{ m}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان، صفحه های ۳۹ تا ۴۹)

۱۶۹-

(زهرا آقاممدری)

در حالت اول انرژی مکانیکی جسم پایسته است، پس داریم:

$$E_2 = E_1$$

$$(U_e)_2 = \frac{1}{2}mv^2 = 64 \text{ J}$$

در حالت دوم کار نیروی اصطکاک برابر با -9 J است و می توان نوشت:

$$W_f = E'_2 - E'_1 \Rightarrow -9 = (U'_e)_2 - K'_1$$

$$\Rightarrow -9 = (U'_e)_2 - \frac{1}{2}m \left(\frac{1}{4}v^2 \right)$$

$$\xrightarrow{\frac{1}{2}mv^2 = 64 \text{ J}} -9 = (U'_e)_2 - \frac{1}{4}(64) \Rightarrow (U'_e)_2 = 7 \text{ J}$$

بنابراین:

$$W_{\text{فتر}} = -\Delta U = -((U'_e)_2 - (U'_e)_1) = -7 \text{ J}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان، صفحه های ۳۹ تا ۴۹)

۱۷۰-

(ممسدر علی راست پیمان)

ابتدا ارتفاعی را که شخص بالا می رود، می یابیم. داریم:

$$h = 60 \times 0.3 = 18 \text{ m}$$

چون تندی بالا رفتن شخص ثابت است، بنابراین اندازه کاری که شخص

انجام می دهد با اندازه کار نیروی وزن شخص برابر است. بنابراین:

$$W = mgh = (60 \times 10 \times 18) \text{ J}$$

در نتیجه توان خروجی شخص برابر است با:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{60 \times 10 \times 18}{1.5 \times 60} \Rightarrow P = 120 \text{ W}$$

با توجه به این که بازده بدن شخص ۷۵ درصد است، توان مصرفی شخص

برابر است با:

$$\text{بازده} = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{مصرفی}}} \times 100 \Rightarrow 75 = \frac{120}{P_{\text{مصرفی}}} \times 100$$

$$\Rightarrow P_{\text{مصرفی}} = 160 \text{ W}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان، صفحه های ۳۹ تا ۵۲)



فیزیک ۲

۱۷۱-

(سیوان سعیری)

با توجه به سری الکتریسیته مالشی، چون شیشه نسبت به پارچه کتان به انتهای مثبت سری نزدیکتر است، بنابراین در مالش میله شیشه‌ای با پارچه کتان، شیشه دارای بار مثبت و پارچه کتان دارای بار منفی خواهد شد. چون شیشه الکترون از دست داده است، بنابراین جرم آن به اندازه جرم الکترون‌هایی که از دست داده، کاهش می‌یابد. بنابر اصل پایستگی بار الکتریکی، چون میله و پارچه در ابتدا خنثی بوده‌اند، بنابراین اندازه بار الکتریکی آن‌ها یکسان خواهد بود.

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن، صفحه‌های ۲ تا ۵)

۱۷۲-

(غلامرضا ممینی)

ابتدا بار اولیه جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$q - ne = -\frac{1}{4}q \Rightarrow \frac{5}{4}q = ne \Rightarrow q = \frac{4}{5}ne$$

$$\Rightarrow q = \frac{4}{5} \times 5 \times 10^{13} \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow q = 4 \times 10^{-6} \text{ C}$$

با اتصال این جسم رسانا به زمین در حالت اولیه، الکترون از زمین به جسم منتقل شده و جسم خنثی می‌شود. داریم:

$$q = ne \Rightarrow 4 \times 10^{-6} = n \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 4 \times 10^{13}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن، صفحه‌های ۲ تا ۵)

۱۷۳-

(شادمان ویسی)

واحد ضرب گزدهی الکتریکی خلأ برابر است با:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow \epsilon_0 = \frac{1}{4\pi} \frac{|q_1||q_2|}{Fr^2}$$

$$\Rightarrow [\epsilon_0] = \frac{C^2}{N \cdot m^2} = \frac{(A \cdot s)^2}{\text{kg} \frac{m}{s^2} \cdot m^2} \Rightarrow [\epsilon_0] = \frac{A^2 \cdot s^4}{\text{kg} \cdot m^2}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن، صفحه ۶)

۱۷۴-

(مسین مفرومی)

بار هر کره پس از تماس برابر است با:

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{-\frac{3}{2}q + \frac{1}{2}q}{2} = -\frac{1}{2}q$$

حال با استفاده از قانون کولن، داریم:

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{|q'_1||q'_2|}{|q_1||q_2|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{\frac{1}{2}q \times \frac{1}{2}q}{\frac{3}{2}q \times \frac{1}{2}q} \times \left(\frac{d}{\frac{d}{2}}\right)^2 = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta F}{F} \times 100 = \left(\frac{F'}{F} - 1\right) \times 100 = \left(\frac{4}{3} - 1\right) \times 100 = \frac{100}{3} \%$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن، صفحه‌های ۶ تا ۸)

۱۷۵-

(زهره آقاممیری)

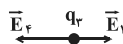
چون برابند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 صفر است، پس در نقطه‌ای که بار q_3 قرار دارد، میدان الکتریکی برابند حاصل از بارهای q_1 ، q_2 و q_4 برابر با صفر است.

به کمک رابطه بزرگی میدان الکتریکی بار نقطه‌ای، داریم:

$$E_1 = k \frac{|q_1|}{r_1^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{18 \times 10^{-6}}{81 \times 10^{-2}} = 2 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

$$E_4 = k \frac{|q_4|}{r_4^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{6 \times 10^{-6}}{9 \times 10^{-2}} = 6 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

جهت این میدان‌ها را در محل بار q_3 رسم می‌کنیم:



پس جهت میدان بار q_3 هم‌جهت با \vec{E}_1 است و اندازه آن برابر خواهد بود

$$E_4 = E_1 + E_3 \Rightarrow 6 \times 10^5 = 2 \times 10^5 + E_3 \Rightarrow E_3 = 4 \times 10^5$$

$$E_3 = k \frac{|q_3|}{r_3^2} \Rightarrow 4 \times 10^5 = 9 \times 10^9 \times \frac{|q_3|}{9 \times 10^{-2}}$$

$$\Rightarrow q_3 = 4 \times 10^{-6} \text{ C} = 4 \mu\text{C}$$

چون جهت \vec{E}_3 به سمت راست است، پس بار q_3 مثبت است.

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۸)



۱۷۶-

(ممسن قنرچلر)

ابتدا باید فاصله مورد نظر تا بار q را به دست آوریم:

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow 2 \times 10^7 = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6}}{r^2} \Rightarrow r^2 = 18 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{18} \text{ cm}$$

از طرفی فاصله بین دو نقطه از رابطه $r = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$ محاسبه

می شود. در بین گزینه ها، فقط گزینه «۱» دارای این ویژگی است.

$$r = \sqrt{(-7 - (-4))^2 + (5 - (2))^2} = \sqrt{9 + 9} = \sqrt{18} \text{ cm}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیته ساکن، صفحه های ۱۰ تا ۱۷)

۱۷۷-

(سعید طاهری پروینی)

از آن جا که اندازه میدان الکتریکی در فاصله بین دو بار صفر شده است، دو

بار هم نام هستند و چون نقطه صفر شدن میدان به بار q_1 نزدیکتر است،

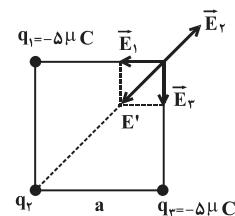
اندازه بار q_1 از اندازه بار q_2 کوچکتر است. در گزینه های «۱» و «۴»، دو

بار نام هم نام هستند و در گزینه «۳»، $|q_1| > |q_2|$ است.

(فیزیک ۲- الکتروسیته ساکن، صفحه های ۱۰ تا ۱۷)

۱۷۸-

(عبدالرضا امینی نسب)



مطابق شکل، ابتدا اندازه و جهت میدان الکتریکی حاصل از بارهای q_1 و

q_2 را در رأس چهارم مربع تعیین می کنیم، سپس با توجه به اندازه و جهت

میدان برابند ناشی از این دو بار، اندازه و جهت میدان ناشی از بار q_2 را

تعیین می کنیم و در نهایت بار q_2 را می یابیم:

$$E_1 = E_2 = k \frac{|q_1|}{a^2}$$

$$E' = E_1 \sqrt{2} = k \frac{|q_1|}{a^2} \sqrt{2}$$

$$E_2 = E' \Rightarrow k \frac{|q_2|}{2a^2} = k \frac{|q_1|}{a^2} \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow |q_2| = 2\sqrt{2} |q_1| \Rightarrow |q_2| = 10\sqrt{2} \mu\text{C}$$

با توجه به جهت میدان \vec{E}_2 ، بار q_2 مثبت است و بنابراین:

$$q_2 = 10\sqrt{2} \mu\text{C}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیته ساکن، صفحه های ۱۰ تا ۱۷)

(بابک اسلامی)

۱۷۹-

طبق متن کتاب درسی، میزان تراکم خطوط میدان در هر ناحیه از فضا

نشان دهنده اندازه میدان در آن ناحیه است و هر جا خطوط میدان متراکم

باشد، اندازه میدان بیشتر است. با توجه به این که در قسمت چپ تراکم

خطهای میدان دو برابر قسمت راست است، بنابراین بزرگی میدان الکتریکی

در نقطه B، دو برابر بزرگی میدان در نقطه A و برابر با $56 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ خواهد

بود.

(فیزیک ۲- الکتروسیته ساکن، صفحه های ۱۷ تا ۱۹)

(پیمان کامیار)

۱۸۰-

چون در جهت خطهای میدان الکتریکی پتانسیل کاهش می یابد، $V_B < V_A$

است، در نتیجه $V_B - V_A < 0$ می شود. بنابراین با توجه به رابطه

$$E = \frac{|\Delta V|}{d}$$

می توان نوشت:

$$E = \frac{|\Delta V|}{d} \Rightarrow 2000 = \frac{|\Delta V|}{0.4} \Rightarrow |\Delta V| = 800 \text{ V} \Rightarrow V_B - V_A = -800 \text{ V}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیته ساکن، صفحه های ۲۳ تا ۲۷)



۱۸۱-

(زهرة آقاممدری)

در جابه‌جایی از نقطه A تا نقطه B، چون جابه‌جایی عمود بر نیروی الکتریکی است، بنابراین میدان کاری انجام نمی‌دهد. در جابه‌جایی از نقطه B تا نقطه C، چون کار نیروی الکتریکی مثبت است، بنابراین جابه‌جایی و نیروی الکتریکی هم‌جهت هستند و با توجه به جهت خط‌های میدان، چون نیروی الکتریکی در خلاف جهت خط‌های میدان الکتریکی است، بنابراین بار q منفی است. داریم:

$$W_E = F_E d \Rightarrow W_E = |q| E d$$

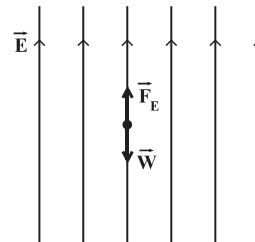
$$\Rightarrow 8 \times 10^{-3} = |q| \times 1 / 6 \times 10^7 \times 25 \times 10^{-2} \Rightarrow |q| = 2 \times 10^{-9} = 2 \text{ nC}$$

$$\Rightarrow q = -2 \text{ nC}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۱۸۲-

(علیرضا کونه)



چون بار الکتریکی بادکنک مثبت است، لذا نیروی الکتریکی در جهت میدان الکتریکی وارد می‌شود. همچنین نیروی وزن نیز رو به پایین است. بنابراین برای آن که نیروی وزن خنثی شود، باید جهت میدان الکتریکی رو به بالا باشد.

$$F_E = W \Rightarrow |q| E = mg \Rightarrow 5 \times 10^{-6} E = 20 \times 10^{-3} \times 10$$

$$\Rightarrow E = 4 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۱۸۳-

(علیرضا کونه)

با استفاده از رابطه تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی می‌توان نوشت:

$$\Delta U_E = -|q| E d \cos \theta = -2 \times 10^{-6} \times 10^3 \times 10 \times 10^{-2} \cos 0^\circ$$

$$\Rightarrow \Delta U_E = -2 \times 10^{-4} \text{ J}$$

چون اتلاف انرژی نداریم، انرژی مکانیکی جسم بایسته است و بنابراین

داریم:

$$\Delta K = -\Delta U_E = -(-2 \times 10^{-4}) \Rightarrow \Delta K = 2 \times 10^{-4} \text{ J} = 0.2 \text{ mJ}$$

بنابراین انرژی جنبشی ذره ۰/۲mJ افزایش می‌یابد.

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

۱۸۴-

(عمیر سلیم‌پور)

در الکتروسیسته ساکن، پتانسیل الکتریکی نقاط روی سطح جسم دوکی شکل بعد از القای بار الکتریکی روی آن یکسان است. چون جریانی بین این نقاط برقرار نیست.

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن، صفحه‌های ۲۷ تا ۲۹)

۱۸۵-

(زهرة آقاممدری)

ابتدا بزرگی میدان الکتریکی بین دو صفحه را محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$E = \frac{|\Delta V|}{d} = \frac{100}{0.05} = 2000 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

وقتی بار مثبت از نقطه A به صفحه مثبت برسد، انرژی پتانسیل الکتریکی آن به اندازه ΔU افزایش می‌یابد.

$$\Delta U = q \Delta V' \xrightarrow{\Delta V' = E d'} \Delta U = q E d'$$

$$\Rightarrow \Delta U = 80 \times 10^{-9} \times 2000 \times 4 \times 10^{-2} \Rightarrow \Delta U = 6.4 \times 10^{-6} \text{ J}$$

چون اتلاف انرژی نداریم، می‌توان نوشت:

$$\Delta K + \Delta U = 0 \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} m v^2 + 6.4 \times 10^{-6} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 0.2 \times 10^{-6} \times v^2 = 6.4 \times 10^{-6} \Rightarrow v = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۱۸۶-

(سعیر شرق)

ابتدا بزرگی میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه را می‌یابیم. داریم:

$$F = |q| E \Rightarrow 3 / 2 \times 10^{-15} = 8 \times 10^{-19} E \Rightarrow E = 4 \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

بنابراین اندازه اختلاف پتانسیل بین دو صفحه برابر است با:

$$|\Delta V| = E d = 4 \times 10^3 \times 2 \times 10^{-2} \Rightarrow |\Delta V| = 80 \text{ V}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۷)

$$\Rightarrow \begin{cases} V_A - V_E = \frac{2000 \times 10^{-6}}{20 \times 10^{-6}} \Rightarrow V_A - V_E = 10V \\ V_B - V_E = \frac{400 \times 10^{-6}}{-8 \times 10^{-6}} \Rightarrow V_B - V_E = -50V \end{cases}$$

$$\Rightarrow (V_B - V_E) - (V_A - V_E) = -50 - 10$$

$$\Rightarrow V_B - V_A = -60V$$

برای انتقال بار $5 \mu C$ از نقطه A تا نقطه B داریم:

$$V_B - V_A = \frac{-W_E}{q} \Rightarrow -60 = \frac{-W_E}{5 \times 10^{-6}}$$

$$\Rightarrow W_E = 300 \times 10^{-6} J = 300 \mu J$$

(فیزیک ۲ - الکتروسیسته ساکن، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

(بابک اسلامی)

-۱۹۰

چگالی سطحی بار دو کره در ابتدا با هم برابر است. بنابراین داریم:

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{4\pi r^2} \Rightarrow \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{Q_1}{Q_2} \times \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{Q_1}{Q_2} \times 5^2 \Rightarrow Q_2 = 25Q_1$$

برای این که بار دو کره برابر شود باید بار از کره دارای بار بیشتر به کره

دارای بار کمتر منتقل شود. وقتی بار دو کره برابر است، طبق اصل پایستگی

بار الکتریکی، می‌توان نوشت:

$$Q'_1 = Q'_2 = \frac{Q_1 + Q_2}{2} = \frac{Q_1 + 25Q_1}{2} \Rightarrow Q'_1 = Q'_2 = 13Q_1$$

بار کره بزرگتر ابتدا $Q_2 = 25Q_1$ است و بعد از برابر شدن بار دو کره به

$Q'_2 = 13Q_1$ می‌رسد. بنابراین $13Q_1$ از بار آن را به کره دیگر منتقل

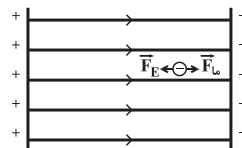
کرده‌ایم. در نتیجه:

$$\frac{13Q_1}{25Q_1} \times 100 = 48\%$$

(فیزیک ۲ - الکتروسیسته ساکن، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲)

(ممسن قنبرچله)

-۱۸۷



مطابق شکل، چون الکترون با بار منفی در جهت نیروی الکتریکی وارد بر آن

با تندی ثابت حرکت کرده است، بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی آن

کاهش می‌یابد. بنابراین کار میدان الکتریکی در این جابه‌جایی مثبت و کار ما

منفی خواهد بود.

از طرف دیگر، پتانسیل الکتریکی نقاط به بار الکتریکی و جهت حرکت آن

بستگی ندارد و چون در خلاف جهت خط‌های میدان جابه‌جا شده‌ایم، پتانسیل

الکتریکی نقاط افزایش می‌یابد.

(فیزیک ۲ - الکتروسیسته ساکن، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۷)

(غلامرضا ممسنی)

-۱۸۸

الکتروسکوپ و جسم رسانای باردار در شرایط الکترواستاتیک قرار دارند و

هم‌پتانسیل هستند. به عبارتی بین الکتروسکوپ و جسم رسانای باردار اختلاف

پتانسیل الکتریکی وجود ندارد و بار الکتریکی میان آن‌ها شارش نمی‌یابد و

بنابراین فاصله ورقه‌های الکتروسکوپ تغییری نمی‌کند.

(فیزیک ۲ - الکتروسیسته ساکن، صفحه‌های ۲۳ تا ۲۹)

(مهمعلی راست‌پیمان)

-۱۸۹

با استفاده از تعریف پتانسیل الکتریکی و در نظر گرفتن زمین با اندیس E،

داریم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} = \frac{W_{\text{خارجی}}}{q}$$



شیمی ۳

۱۹۱-

(امیرعلی برقر، دارپون)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: حفاری‌های باستانی از شهر بابل نشان می‌دهد که چند هزار سال پیش از میلاد، انسان‌ها به همراه آب از موادی شبیه صابون امروزی برای نظافت و پاکیزگی استفاده می‌کردند.

گزینه «۲»: ساده‌ترین و مؤثرترین راه پیشگیری از بروز بیماری وبا، رعایت بهداشت فردی و همگانی است.

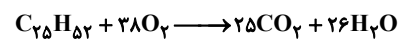
گزینه «۴»: با توجه به نمودار صفحه ۲ کتاب درسی، با گذشت زمان، امید به زندگی افزایش یافته و به دنبال آن، جمعیت افراد بالای ۸۰ سال بیش‌تر شده است.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱ تا ۳)

۱۹۲-

(ساسان اسماعیل‌پور)

الف) نادرست:



$$? g CO_2 = 17 / 6 g C_{25}H_{52} \times \frac{1 mol C_{25}H_{52}}{252 g C_{25}H_{52}} \times \frac{25 mol CO_2}{1 mol C_{25}H_{52}}$$

$$\times \frac{44 g CO_2}{1 mol CO_2} = 55 g CO_2$$

ب) درست: وازلین، بنزین و روغن زیتون به دلیل ناقطبی بودن در حلال‌های ناقطبی حل می‌شوند.

پ) درست: فرمول شیمیایی اتیلن گلیکول (ضدیخ) $C_2H_6O_2$ و روغن زیتون $C_{57}H_{114}O_6$ است.

ت) نادرست: مولکول‌های اتیلن گلیکول با توجه به داشتن گروه‌های OH قادر به تشکیل پیوند هیدروژنی با آب هستند.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۴ و ۵)

۱۹۳-

(عمید زینی)

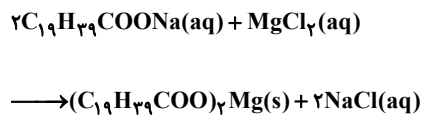
چسب جزو مواد کلئیدی است. کلئیدها مخلوط‌هایی ناهمگن هستند.

(شیمی ۳، صفحه ۷)

۱۹۴-

(مینا شرافتی‌پور)

فرمول صابون جامد ۲۰ کربنه به صورت $C_{19}H_{39}COO^-Na^+$ می‌باشد و واکنش این صابون با منیزیم کلرید به صورت زیر است:



از غلظت نمک خوراکی (NaCl) حاصل به مقدار صابون شرکت کرده در واکنش می‌رسیم:

$$? g \text{ صابون} = 4L \text{ محلول} \times \frac{2/5 \times 10^{-3} mol NaCl}{1L \text{ محلول}} \times \frac{2 mol \text{ صابون}}{2 mol NaCl}$$

$$\times \frac{334 g \text{ صابون}}{1 mol \text{ صابون}} = 3 / 34 g$$

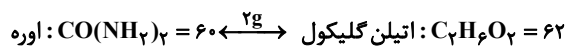
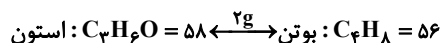
$$\% = \frac{16/7 - 3/34}{16/7} \times 100 = 80\%$$

(شیمی ۳، صفحه‌های ۵، ۶، ۸ و ۹)

۱۹۵-

(مهمر عظیمیان زواره)

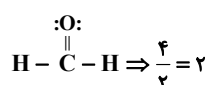
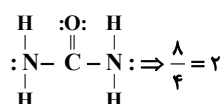
گزینه «۱» درست: با توجه به



گزینه «۲» درست.

گزینه «۳» نادرست: طول زنجیر هیدروکربنی ساختار داده شده کم است و نمی‌تواند صابون باشد.

گزینه «۴» درست:



(شیمی ۳، صفحه‌های ۴ تا ۸)



-۱۹۶

(مدرس عظیمیان زواره)

به منظور افزایش خاصیت ضد عفونی کنندگی به صابون‌ها ماده شیمیایی کلردار اضافه می‌کنند.

لکه‌های سفیدی که پس از شستن لباس با صابون روی آنها برجای می‌ماند، ناشی از تشکیل رسوب صابون با یونهای Ca^{2+} و Mg^{2+} موجود در آب سخت می‌باشد.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

-۱۹۷

(مدرس عظیمیان زواره)

این واکنش گرماده بوده و با تولید گاز H_2 همراه است که قدرت پاک‌کنندگی را افزایش می‌دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱» درست: این رسوب‌ها با پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی زدوده نمی‌شوند و برای زدودن آنها پاک‌کننده‌هایی نیاز است که بتوانند با آنها واکنش شیمیایی بدهند.

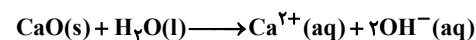
گزینه «۲» درست.

گزینه «۴» درست: این ترکیب یک پاک‌کننده صابونی است و پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی بر اساس برهم‌کنش میان ذره‌ها عمل می‌کنند.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

-۱۹۸

(مدرس وزیری)



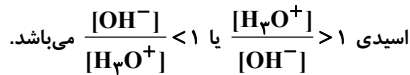
هر مول CaO ، ۳ مول یون ایجاد می‌کند بنابراین ۳ مول از آن ۹ مول یون تولید می‌کند. پس در هر ۹ لیتر آب، ۹ مول یون وجود خواهد داشت و غلظت یون‌های تولید شده ۱ مول بر لیتر می‌شود.

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: شیمی‌دان‌ها از جمله آرنیوس، قبل از توصیف علمی اسیدها و بازها، با برخی ویژگی‌ها و واکنش‌های بین این مواد آشنا بودند.

گزینه «۳»: این عنصر یک نافلز (S) است و اکسیدهای نافلزی، اسید آرنیوس محسوب می‌شوند.

گزینه «۴»: نادرست است، زیرا سرکه یک اسید است و در محلول‌های



(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

-۱۹۹

(مدرسین مدرس زاده مقدم)

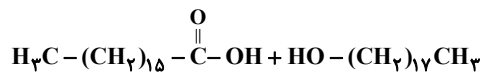
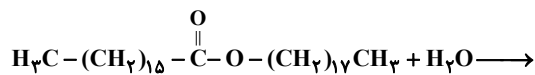
از انحلال ترکیب‌های CaO ، BaO ، Li_2O ، Na_2O و NH_3 در آب، محلول‌های بازی پدید می‌آید.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

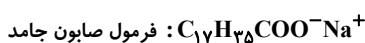
-۲۰۰

(مینا شرافتی پور)

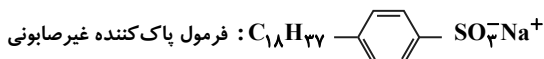
آبکافت استر A به صورت زیر می‌باشد:



شمار کربن‌های کربوکسیلیک اسید حاصل ۱۷ اتم بوده که برابر شمار اتم‌های کربن زنجیر هیدروکربنی صابون جامد می‌باشد.



تعداد اتم‌های کربن الکل حاصل، ۱۸ بوده که برابر تعداد اتم‌های کربن زنجیر هیدروکربنی پاک‌کننده غیرصابونی می‌باشد.



$$306 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} : \text{جرم مولی صابون جامد}$$

$$432 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} = \text{جرم مولی پاک‌کننده غیرصابونی}$$

$$432 - 306 = 126 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

(شیمی ۳، صفحه‌های ۷ تا ۱۱)

شیمی ۱

$$= 2/7 \times 10^{-7} \text{ g}$$

بنابراین داریم:

$$\frac{2/7 \times 10^{-7} \text{ g}}{1/2 \times 10^{-4} \text{ g}} \times 1 \text{ mol O}$$

$$\times \frac{16 \text{ g O}}{1 \text{ mol O}} = 3/6 \times 10^{-2} \text{ g O}$$

(شیمی، صفحه‌های ۴ و ۵)

(ممد رضا یوسفی)

-۲۰۴

در هر خانه جدول، جرم اتمی میانگین عنصر ذکر شده است نه عدد جرمی

آن.

(شیمی، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۱۳)

(ممد عظیمیان؛ زواره)

-۲۰۵

$$\left. \begin{aligned} A &= Z + N \\ N - Z &= 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 56 = Z + 4 + Z \Rightarrow 2Z = 52 \Rightarrow Z = 26$$

$${}_{26}^{56}\text{M}^{3+} \begin{cases} e = 23 \\ p = 26 \\ n = 30 \end{cases}$$

بنابراین مجموع ذرات زیر اتمی در ${}_{26}^{56}\text{M}^{3+}$ برابر ۷۹ می‌باشد.

(شیمی، صفحه ۵)

(ممد وزیری)

-۲۰۱

${}^3\text{H}$ بیشترین نیم عمر را در بین ایزوتوپ‌های ناپایدار هیدروژن دارد.

(شیمی، صفحه‌های ۳ و ۶ تا ۸)

(ممد عظیمیان؛ زواره)

-۲۰۲

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) مرگ ستاره با یک انفجار بزرگ همراه است که سبب می‌شود

عنصرهای تشکیل شده در آن در فضا پراکنده شوند.

ت) ستارگان پس از چندین میلیون سال نورافشانی و گرمابخشی، پایداری

خود را از دست داده و در انفجاری مهیب متلاشی می‌شوند.

(شیمی، صفحه ۴)

(ممد رضا یوسفی)

-۲۰۳

ابتدا انرژی لازم برای ذوب ۱۰۰ کیلوگرم آهن را محاسبه می‌کنیم:

$$E = 10^5 \times 243 \text{ J}$$

حال جرم لازم برای تولید این انرژی را محاسبه می‌کنیم:

$$E = mc^2 \Rightarrow 243 \times 10^5 = m \times 9 \times 10^{16} \Rightarrow m = 2/7 \times 10^{-10} \text{ kg}$$

-۲۰۶

(معمربزرگ معمربزرگه مقدم)

با توجه به رابطه جرم اتمی میانگین داریم:

$$F_1 + F_2 + F_3 = 50 \xrightarrow{F_2 = 3F_3} 10 + 3F_3 + F_3 = 50$$

$$\Rightarrow F_3 = 10 \Rightarrow F_2 = 30$$

$$\bar{M} = \frac{F_1 M_1 + F_2 M_2 + F_3 M_3}{F_1 + F_2 + F_3}$$

$$\Rightarrow \bar{M} = \frac{(10 \times 98) + (30 \times 100) + (10 \times 104)}{50} = 100.4$$

(شیمی، ا، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

-۲۰۷

(معمربزرگ معمربزرگه مقدم)

بررسی موارد:

الف) شمار اتم‌ها به قدری زیاد است که با هیچ دستگاهی و با شمارش تک تک آنها نمی‌توان شمار آنها را به دست آورد. اما جرم اتم‌ها را با دستگاهی به نام طیف سنج جرمی می‌توان با دقت زیاد اندازه‌گیری کرد. (صفحة ۱۷) این مورد نادرست است.

ب) این مورد درست است. (صفحة ۱۵)

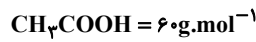
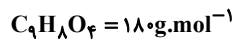
پ) پایدارترین ایزوتوپ هیدروژن ^1H است. جرم این ایزوتوپ در مقیاس یکای جرم اتمی کمی بیشتر از 1amu است. علت آن جمع پروتون و الکترون بوده که برابر $1.0078\text{amu} = 1.00005 + 0.0078$ می‌شود. این مورد نادرست است. (صفحة ۱۴)

ت) در نماد نمایش ذره‌های زیر اتمی a جرم نسبی و b بار نسبی است. این مورد نادرست است. (صفحة ۱۵)

(شیمی، ا، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۷)

-۲۰۸

(معمربزرگ عظیمیان; زواره)



$$? \text{ atom O} = 21 / 60 \text{gC}_9\text{H}_8\text{O}_4 \times \frac{1 \text{molC}_9\text{H}_8\text{O}_4}{180 \text{gC}_9\text{H}_8\text{O}_4}$$

$$\times \frac{4 \times N_A \text{ atom O}}{1 \text{molC}_9\text{H}_8\text{O}_4} = 0.48 N_A$$

$$? \text{gCH}_3\text{COOH} = 0.48 N_A \text{ atom O} \times \frac{1 \text{molCH}_3\text{COOH}}{4 N_A \text{ atom H}}$$

$$\times \frac{60 \text{gCH}_3\text{COOH}}{1 \text{molCH}_3\text{COOH}} = 7.2 \text{gCH}_3\text{COOH}$$

(شیمی، ا، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹)

-۲۰۹

(معمربزرگ یوسفی)

دستگاه مورد نظر طیف سنج است، نه طیف سنج جرمی. سایر گزینه‌ها با توجه به متن کتاب درسی صحیح هستند.

(شیمی، ا، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۳)

-۲۱۰

(معمربزرگ معمربزرگه مقدم)

تعداد خطوط طیف نشری خطی عنصرهای هیدروژن، لیتیم، هلیوم و نئون در ناحیه مرئی عبارتست از:

هیدروژن: ۴ خط

لیتیم: ۴ خط

هلیوم: ۹ خط

نئون: ۲۲ خط

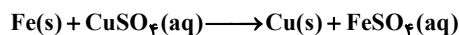
(شیمی، ا، صفحه ۲۳)

شیمی ۲

-۲۱۱

(معمربسن ممبرزاده مقدم)

واکنش انجام شده به صورت زیر است:



(شیمی ۲، صفحه ۲۰)

-۲۱۲

(عمید زبئی)

گزینه «۱»: عنصر (Si)Y و (Ge)W هر دو شبه فلزند.

گزینه «۲»: عنصر (S)E و (Cl)G هر دو زرد رنگ هستند ولی کلر به

حالت گازی و گوگرد به حالت جامد در طبیعت یافت می شود.

گزینه «۳»: رسانایی الکتریکی (S)E که یک نافلز است از (Al)X که

عنصری فلزی است، کمتر است.

گزینه «۴»: عنصر (Ge)W در اثر ضربه خرد می شود.

(شیمی ۲، صفحه های ۶ تا ۹)

-۲۱۳

(معمربسن ممبرزاده مقدم)

در یک دوره با افزایش عدد اتمی شعاع اتمی، خصلت فلزی، فعالیت شیمیایی

و تمایل به تشکیل کاتیون در عنصرهای فلزی کاهش می یابد.

همچنین هر چه فعالیت شیمیایی یک فلز کمتر باشد، شدت تولید نور یا

آهنگ گاز تولید شده در واکنش شیمیایی نیز کمتر خواهد بود.

(شیمی ۲، صفحه های ۸ تا ۱۳)

-۲۱۴

(ممد وزیر)

یکی از دگرشکل های فسفر (فسفر سفید) واکنش پذیری بالایی داشته و

به همین دلیل در زیر آب نگهداری می شود.

(شیمی ۲، صفحه های ۸ تا ۱۷)

-۲۱۵

(عمید زبئی)

رنگ محلول FeCl_3 قهوه ای است.

گزینه های «۱» و «۲»: منطبق بر متن کتاب درسی درست هستند.

گزینه «۳» پرمصرف ترین فلز جهان همان آهن است که واکنش پذیری

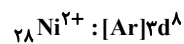
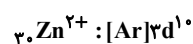
بیشتری نسبت به مس دارد.

(شیمی ۲، صفحه های ۱۵ و ۱۸ تا ۲۱)

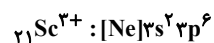
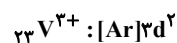
-۲۱۶

(جعفر رحیمی)

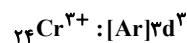
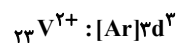
گزینه «۱»:



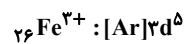
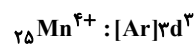
گزینه «۲»:



گزینه «۳»:



گزینه «۴»:



(شیمی ۲، صفحه های ۱۵ و ۱۶)

-۲۱۷

(میلاد شیخ الاسلامی فیاضی)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱» با افزایش شعاع اتمی، واکنش پذیری همواره افزایش نمی‌یابد. زیرا در نافلزاتی مانند هالوژن‌ها (گروه ۱۷) از بالا به پایین، واکنش پذیری کم می‌شود.

گزینه «۲» هیدروکسیدی از آهن که به رنگ سبز است Fe(OH)_2 است که کاتیون آن Fe^{2+} می‌باشد. آرایش الکترونی Fe^{2+} به صورت $[\text{Ar}]3d^6$ است در حالیکه آرایش الکترونی عنصر کروم به صورت $[\text{Ar}]3d^54s^1$ می‌باشد.

گزینه «۳» اتانول که یکی از فراورده‌های تخمیر بی‌هوازی گلوکز می‌باشد به عنوان سوخت سبز کاربرد دارد.

(شیمی ۲، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۵)

-۲۱۸

(مهمرسن مهمرزاده‌مقدم)

به طور کلی در هر واکنش شیمیایی که به طور طبیعی انجام می‌شود، واکنش پذیری فراورده‌ها از واکنش دهنده‌ها کمتر است. بررسی تمام گزینه‌ها:

گزینه «۱» واکنش پذیری Fe از Cu بیشتر است. پس این واکنش به طور طبیعی انجام می‌شود.

گزینه «۲» واکنش پذیری C از Na کمتر است. پس این واکنش به طور طبیعی انجام نمی‌شود.

گزینه «۳» واکنش پذیری Fe از C کمتر است. پس این واکنش به طور طبیعی انجام نمی‌شود.

گزینه «۴» واکنش پذیری Fe از Al کمتر است. پس این واکنش به طور طبیعی انجام نمی‌شود.

(شیمی ۲، صفحه‌های ۲۱ و ۲۴)

-۲۱۹

(طاها مهری)

$$?g\text{Cu} = 640g\text{Cu}_2\text{S} \times \frac{1\text{mol Cu}_2\text{S}}{160g\text{Cu}_2\text{S}} \times \frac{2\text{mol Cu}}{1\text{mol Cu}_2\text{S}}$$

$$\times \frac{64g\text{Cu}}{1\text{mol Cu}} = 512g\text{Cu}$$

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار نظری}}{\text{مقدار عملی}} \times 100 \Rightarrow \frac{320 \times \frac{80}{100}}{512} \times 100 = 50$$

(شیمی ۲، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

-۲۲۰

(حسن لشکری)

$$?g\text{Na}_2\text{O} = 144g\text{FeO} \times \frac{1\text{mol FeO}}{72g\text{FeO}} \times \frac{1\text{mol Na}_2\text{O}}{1\text{mol FeO}}$$

$$\times \frac{62g\text{Na}_2\text{O}}{1\text{mol Na}_2\text{O}} = 124g\text{Na}_2\text{O} \text{ مقدار نظری}$$

$$\text{بازده درصدی واکنشگاه (۱)} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = \frac{93}{124} \times 100 = 75$$

$$?g\text{Fe} = 320g\text{Fe}_2\text{O}_3 \times \frac{1\text{mol}}{160g\text{Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{2\text{mol Fe}}{1\text{mol Fe}_2\text{O}_3}$$

$$\times \frac{56g\text{Fe}}{1\text{mol Fe}} = 224g\text{Fe} \text{ مقدار نظری}$$

$$\text{بازده درصدی واکنشگاه (۲)} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = \frac{56}{224} \times 100 = 25$$

$$? \text{mol CO}_2 = 56g\text{Fe} \times \frac{1\text{mol Fe}}{56g\text{Fe}} \times \frac{2\text{mol CO}_2}{4\text{mol Fe}} = 0.5 \text{ mol CO}_2$$

(شیمی ۲، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۵)