

A : پاسخ نامه(کلید) آزمون 21 تیر 1398 گروه ریاضی نظام جدید دفترچه

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

31

32

33

34

35

36

51

52

53

54

55

56

57

58

59

60

61

62

63

64

65

66

67

68

69

70

71

72

73

74

75

76

77

78

79

80

81

82

83

84

85

86

37

38

39

40

41

42

43

44

45

46

47

48

49

50

87

88

89

90

حسابان ۱

$$\Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{|-2-3-5|}{\sqrt{5}} \Rightarrow a = \frac{20}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow \text{مساحت مربع} : S = a^2 = \frac{400}{5} = 80$$

(مسابان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

(سؤال ۱۶۸ کتاب آبی ریاضیات پایه)

-۴

با توجه به اینکه اگر  $f^{-1}(\alpha) = \beta$  آنگاه  $f(\beta) = \alpha$  خواهیم داشت:

$$f^{-1}(2) = a \Rightarrow f(a) = 2$$

$$f^{-1}(-2) = b \Rightarrow f(b) = -2$$

اگر  $a \leq 0$  باشد، با استفاده از ضابطه بالایی تابع داریم:

$$f(a) = 2a - 1 = 2 \Rightarrow 2a = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$
 غ ق ق

اگر  $a > 0$  باشد، با استفاده از ضابطه پایینی تابع داریم:

$$f(a) = a - 1 = 2 \Rightarrow a = 3$$

اگر  $b \leq 0$  باشد، با استفاده از ضابطه بالایی تابع داریم:

$$f(b) = 2b - 1 = -2 \Rightarrow 2b = -1 \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

اگر  $b > 0$  باشد، با استفاده از ضابطه پایینی تابع داریم:

$$f(b) = b - 1 = -2 \Rightarrow b = -1$$
 غ ق ق

$$\Rightarrow f^{-1}(2) + f^{-1}(-2) = 3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

(مسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

(سؤال ۱۵۹ کتاب آبی ریاضیات پایه)

-۵

$$f(g^{-1}(a)) = 1 \Rightarrow f^{-1}(1) = g^{-1}(a) \quad (*)$$

$$f^{-1}(1) = \frac{1+1}{1-2(1)} = -2$$

$$\xrightarrow{(*)} g^{-1}(a) = -2 \Rightarrow g(-2) = a$$

با توجه به نمودار تابع  $g$ ، داریم:  $g(-2) = -1$ ، بنابراین  $a = -1$  است.

(مسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۳ تا ۷۰)

(سؤال ۱۷۸ کتاب آبی ریاضیات پایه)

-۱

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} S_{20} = \frac{20}{2}(2a_1 + 19d) = 10(2a_1 + 19d) \\ S_{12} = \frac{12}{2}(2a_1 + 11d) = 6(2a_1 + 11d) \end{cases}$$

$$S_{20} = 3S_{12} \Rightarrow 10(2a_1 + 19d) = 3 \times 6(2a_1 + 11d)$$

$$\Rightarrow 10a_1 + 95d = 18a_1 + 99d \Rightarrow d = -2a_1 \quad (*)$$

$$a_3 = a_1 + 2d = a_1 + 2(-2a_1) = -a_1 \xrightarrow{(*)} d = 4$$

$$\Rightarrow a_{10} = a_1 + 9d = -2 + 9(4) = 34$$

(مسابان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۲ تا ۶)

(سؤال ۵۸۰ کتاب آبی ریاضیات پایه)

-۲

$$\sqrt{x^4 - 2x - 5} = 1 - x \xrightarrow{\text{توان ۲}} x^4 - 2x - 5 = 1 + x^2 - 2x$$

$$\Rightarrow x^4 - x^2 - 6 = 0 \Rightarrow (x^2 - 3)(x^2 + 2) = 0$$

$$\xrightarrow{x^2+2>0} x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$$

$x = \sqrt{3}$  قابل قبول نیست، زیرا به ازای آن طرف راست معادله

$$x = -\sqrt{3} \quad \sqrt{x^4 - 2x - 5} = 1 - x$$

است.

(مسابان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

(سؤال ۷۴۲ کتاب آبی ریاضیات پایه)

-۳

فاصله وسط قطر مربع از هر ضلع آن، برابر با نصف طول ضلع مربع است.

پس در این سؤال اگر طول ضلع مربع را  $a$  بنامیم، داریم:

$$\begin{cases} L: 2y - x - 5 = 0 \\ A(3, -1) \end{cases} \Rightarrow AH = \frac{a}{2} = \frac{|2y_A - x_A - 5|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}}$$

از آنجایی که  $|x| \leq \frac{\pi}{6}$  است، پس داریم:

$$\Rightarrow -\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{6} \Rightarrow \frac{\pi}{6} \leq x + \frac{\pi}{3} \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \leq \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \leq 1 \Rightarrow 1 \leq 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \leq 2$$

پس اختلاف بیشترین و کمترین مقدار عبارت برابر یک است.

(مسئله ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۱۲)

(سؤال ۱۷۳۹ کتاب آبی ریاضیات پایه)

-۹

وقتی  $x \rightarrow \pi^-$ ، می‌توان فرض کرد  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$  است، بنابراین

$0 < \sin x < 1$  و در نتیجه  $[\sin x] = 0$  خواهد بود.

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sqrt{1 - \cos 2x}}{\sin 2x + [\sin x]} = \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sqrt{2 \sin^2 x}}{\sin 2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sqrt{2} |\sin x|}{2 \sin x \cos x} = \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sqrt{2} \sin x}{2 \sin x \cos x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sqrt{2}}{2 \cos x} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

(مسئله ۱- فر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

(سؤال ۱۷۸۰ کتاب آبی ریاضیات پایه)

-۱۰

تابع  $(x-3)$  روی  $\mathbb{R}$  پیوسته است، لذا نقاط ناپیوستگی تابع  $\left[\frac{x-3}{3}\right]$  را

می‌یابیم، بنابراین باید  $k = \frac{x-3}{3}$  یا  $x = 3k+3$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) باشد، که در

این بازه نقاط ۳ و ۶ می‌توانند نقاط ناپیوستگی تابع باشند. اما در  $x=3$  تابع

پیوسته است، زیرا:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^+} (x-3) \left[ \frac{1}{3}x - 1 \right] = (3-3)[0^+] = 0 \\ f(3) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} (x-3) \left[ \frac{1}{3}x - 1 \right] = (3-3)[0^-] = 0 \end{cases}$$

در نتیجه تابع در این بازه، فقط در یک نقطه ناپیوسته است.

(مسئله ۱- فر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

(سؤال ۱۳۰۷ کتاب آبی ریاضیات پایه)

-۶

$$\log_{\Delta}(2x-1) + \log_{\Delta}(3x-5) = 1$$

$$\Rightarrow \log_{\Delta}(2x-1)(3x-5) = 1$$

$$(2x-1)(3x-5) = \Delta \Rightarrow 6x^2 - 13x + 5 = \Delta$$

$$\Rightarrow 6x^2 - 13x = 0 \Rightarrow x(6x-13) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 & \text{غ ق ق} \\ x = \frac{13}{6} \Rightarrow \log_{\Delta}(6x+3) = \log_{\Delta} 16 = 4 \end{cases}$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

(سؤال ۱۵۱۵ کتاب آبی ریاضیات پایه)

-۷

می‌دانیم:

$$\cos\left(\frac{2\pi}{2} + \theta\right) = \sin \theta$$

$$\cos(\pi + \theta) = -\cos \theta$$

$$\sin(\pi - \theta) = \sin \theta$$

$$\sin(3\pi + \theta) = \sin(2\pi + \pi + \theta) = \sin(\pi + \theta) = -\sin \theta$$

$$\Rightarrow A = \frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) - \cos(\pi + \theta)}{\sin(\pi - \theta) - \sin(3\pi + \theta)} = \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta + \sin \theta}$$

$$= \frac{\sin \theta + \cos \theta}{2 \sin \theta} = \frac{1}{2} + \frac{\cot \theta}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2 \tan \theta}$$

$$\tan \theta = \frac{1}{5} = 0.2 \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{5}{2} = 3$$

(مسئله ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

(سؤال ۱۵۷۴ کتاب آبی ریاضیات پایه)

-۸

$$\sin x + \sqrt{3} \cos x = \sin x + \tan \frac{\pi}{3} \cos x$$

$$= \sin x + \frac{\sin \frac{\pi}{3}}{\cos \frac{\pi}{3}} \cos x = \frac{\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)}{\cos \frac{\pi}{3}} = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

هندسه ۲

$$\Delta OO'T : OT^2 = OO'^2 - O'T^2 = (14/5)^2 - (10/5)^2$$

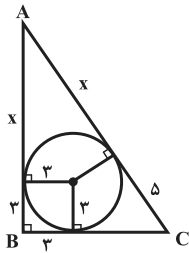
$$\Rightarrow OT^2 = (14/5 + 10/5)(14/5 - 10/5) = 25 \times 4 = 100$$

$$\Rightarrow OT = 10$$

(هنرسه ۲- دایره، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۳)

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۹۶)

-۱۴



مطابق شکل اگر  $BC = 8$  باشد، آنگاه چون طول مماس‌های رسم شده از یک نقطه خارج دایره بر دایره برابر یکدیگرند، پس داریم:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$\Rightarrow (5+x)^2 = (x+3)^2 + 8^2$$

$$\Rightarrow 25 + x^2 + 10x = 9 + x^2 + 6x + 64$$

$$\Rightarrow 4x = 48 \Rightarrow x = 12$$

$$\Rightarrow \text{طول وتر} = 12 + 5 = 17$$

(هنرسه ۲- دایره، صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

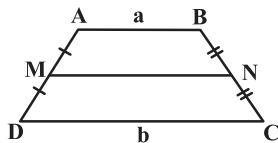
(سراسری ریاضی - ۹۵)

-۱۵

طول پاره‌خطی که وسط‌های دو ساق یک دوزنقه را به هم وصل می‌کند،

میانگین طول دو قاعده دوزنقه است. یعنی در شکل زیر:

$$MN = \frac{a+b}{2}$$



طبق فرض:  $MN = 12 \Rightarrow \frac{a+b}{2} = 12 \Rightarrow a+b = 24$  (\*)

اما طبق فرض سؤال دوزنقه ABCD محیطی است، می‌دانیم که در هر چهارضلعی محیطی مجموع ضلع‌های روبه‌رو با هم برابر است، یعنی در دوزنقه محیطی ABCD داریم:  $AB + CD = AD + BC$  پس:

$$\text{محیط } ABCD = AB + CD + AD + BC$$

$$= AB + CD + AB + CD$$

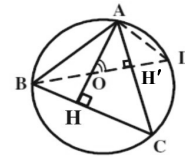
$$= a + b + a + b = 2(a + b)$$

(\*)  $\rightarrow$  محیط ABCD =  $2 \times 24 = 48$

(هنرسه ۲- دایره، صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

(سراسری ریاضی - ۹۳)

-۱۱



با توجه به این که O محل تلاقی ارتفاع‌های مثلث ABC است، پس ارتفاع گذرنده از رأس B بر پاره خط BD واقع است. داریم:

$$\left. \begin{aligned} \Delta AOH' : \widehat{AOD} + \widehat{CAO} &= 90^\circ \\ \Delta ACH : \widehat{ACH} + \widehat{CAO} &= 90^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \widehat{AOD} = \widehat{ACH}$$

$$\widehat{ACH} = \widehat{ADO} = \frac{1}{2} \widehat{AB}$$

$$\rightarrow \widehat{AOD} = \widehat{ADO}$$

(هنرسه ۲- دایره، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

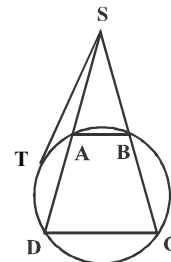
(سراسری ریاضی - ۸۹)

-۱۲

دوزنقه قابل محاط در دایره، لزوماً متساوی‌الساقین است. طبق فرض در شکل زیر داریم:  $AB = 8$  و  $CD = 12$  و  $AD = 5$ . چون  $AB \parallel CD$  پس طبق تعمیم قضیه تالس داریم:

$$\frac{SA}{SD} = \frac{AB}{CD} \Rightarrow \frac{SA}{SA+5} = \frac{8}{12} \Rightarrow 12SA = 8SA + 40$$

$$\Rightarrow 4SA = 40 \Rightarrow SA = 10 \Rightarrow SD = 10 + 5 = 15$$



حال بر اساس روابط طولی دایره برای یک مماس و یک قاطع داریم:

$$ST^2 = SA \cdot SD = 10 \times 15 = 150$$

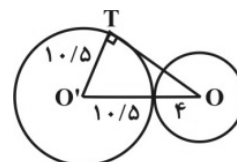
$$\Rightarrow ST = 5\sqrt{6}$$

(هنرسه ۲- دایره، صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

(سراسری ریاضی - ۹۲)

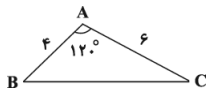
-۱۳

دو دایره، مماس برون هستند پس طول خط‌المركزین آنها برابر است با مجموع طول شعاع دو دایره.



(سؤال ۹۶۳ کتاب آبی)

-۱۸



$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} + 60^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = 120^\circ$$

طبق قضیه کسینوسها داریم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos 120^\circ$$

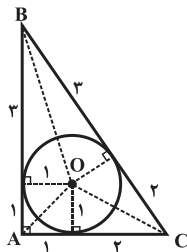
$$= 4^2 + 6^2 - 2 \times 4 \times 6 \times \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$BC^2 = 16 + 36 + 24 = 76 = 4 \times 19 \Rightarrow BC = 2\sqrt{19}$$

(هنرسه ۲- روابط طولی در مثلث، صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۸۸)

-۱۹



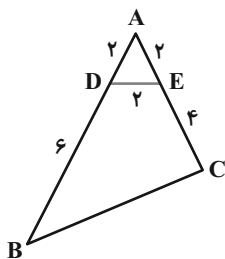
$$r = \frac{S}{P} = 1$$

$$BO = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$

(هنرسه ۲- دایره، صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

(سؤال ۱۰۱۹ کتاب آبی)

-۲۰



مثلث ADE سه ضلع برابر دارد، پس متساوی‌الاضلاع است. بنابراین

زاویه A برابر ۶۰ درجه است.

مساحت چهارضلعی DECB را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} AD \times AE \times \sin \hat{A} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A} = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow S_{DECB} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle ADE} = 12\sqrt{3} - \sqrt{3} = 11\sqrt{3}$$

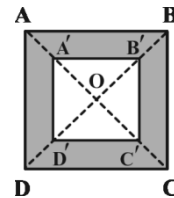
(هنرسه ۲- روابط طولی در مثلث، مشابه تمرین ۴ صفحه ۷۵)

(سؤال ۹۰۲ کتاب آبی)

-۱۶

اگر مساحت مربع ABCD به ضلع a را S فرض کنیم، مساحت مربع A'B'C'D' برابر  $\frac{4}{9}S$  خواهد بود. پس مساحت ناحیه محدود بین مربع

و تصویرش برابر  $\frac{5}{9}S = S - \frac{4}{9}S$  است، در نتیجه داریم:



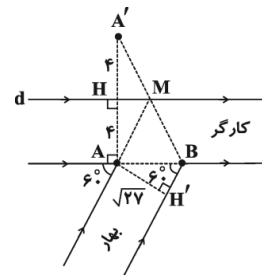
$$\frac{5}{9}S = \Delta \Rightarrow S = 9 \Rightarrow a^2 = 9 \Rightarrow a = 3$$

$$\Rightarrow \text{محیط مربع} = 4a = 12$$

(هنرسه ۲- تبدیل‌های هندسی، صفحه‌های ۴۵ تا ۵۰)

(سؤال ۹۳۴ کتاب آبی)

-۱۷



برای به دست آوردن کوتاه‌ترین مسیر، کافی است نقطه A را نسبت به

محور d بازتاب دهیم و نقطه حاصل (A') را به B وصل کنیم. محل تلاقی

A'B با محور d را M می‌نامیم. کوتاه‌ترین مسیر ممکن

است. حال از آنجایی که  $AM = MA'$ ، در نتیجه:

$$AM + MB = MA' + MB = A'B$$

لذا کافی است طول A'B را بیابیم. از طرفی داریم:

$$\triangle AH'B: \hat{B} = 60^\circ \Rightarrow \sin \hat{B} = \frac{AH'}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{AB} \Rightarrow AB = 6$$

اکنون با توجه به این که  $\triangle A'AB$  در رأس A قائم‌الزاویه است، بنابراین:

$$AA'^2 + AB^2 = A'B^2 \Rightarrow 3^2 + 6^2 = A'B^2 \Rightarrow A'B = 10$$

(هنرسه ۲- تبدیل‌های هندسی، مشابه تمرین ۲ صفحه ۵۶)

آمار و احتمال

$$= A' \cap [B \cap U] = A' \cap B = A' - B'$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

(سؤال ۳۳۷ کتاب آبی)

-۲۴

$$P(B) = P(\{a_۲, a_۳, a_۴, a_۶\}) = \frac{۴}{۵}$$

$$\Rightarrow P(B') = P(\{a_۱, a_۵\}) = \frac{۱}{۵}$$

$$P(A) = \frac{۳}{۱۰} \Rightarrow P(\{a_۱, a_۵\}) + P(a_۳) = \frac{۳}{۱۰}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۵} + P(C) = \frac{۳}{۱۰} \Rightarrow P(C) = \frac{۳}{۱۰} - \frac{۱}{۵} = \frac{۱}{۱۰}$$

(آمار و احتمال - احتمال، مشابه تمرین ۳ صفحه ۵)

(سراسری ریاضی - ۹۱)

-۲۵

اگر پیشامدهای A و B به ترتیب «شماره حداقل یکی از تاس‌های رو شده

۲ باشد» و «حاصل جمع شماره‌های رو شده کم‌تر از ۶ باشد» تعریف شوند،

آنگاه داریم:

$$B = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,2), (2,3)\}$$

$$\{(3,1), (3,2), (4,1)\} \Rightarrow n(B) = ۱۰$$

$$A \cap B = \{(1,2), (2,1), (2,2), (2,3), (3,2)\}$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = ۵$$

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{۵}{۱۰} = \frac{۱}{۲}$$

(آمار و احتمال - احتمال، صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

(سؤال ۴۳ کتاب آبی)

-۲۱

چون گزاره  $p \Rightarrow r \Rightarrow \sim r \sim$  نادرست است، پس  $r \sim$  درست و  $p$  نادرست

است، یعنی  $p$  و  $r$  هر دو نادرست هستند. از طرفی گزاره  $r \Rightarrow q$  درست

است که با توجه به نادرستی تالی  $(r)$ ، لزوماً  $q$  باید نادرست باشد.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

(سؤال ۸۷ کتاب آبی)

-۲۲

برای حل، زیرمجموعه‌هایی که اعداد اول ندارند را از کل زیر مجموعه‌ها کم

می‌کنیم. به این ترتیب زیرمجموعه‌هایی خواهیم داشت که حداقل یکی از

اعضای  $\{۲, ۳, ۵, ۷\}$  را دارند.

$$\left. \begin{array}{l} \text{تعداد زیرمجموعه‌ها} \\ \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \rightarrow 2^9 = 512 \\ \text{اعداد طبیعی یک رقمی} \\ \{2, 3, 5, 7\} \rightarrow \text{اعداد اول یک رقمی} \\ \{1, 4, 6, 8, 9\} \rightarrow \text{حذف اعداد اول یک رقمی} \\ \text{تعداد زیرمجموعه‌هایی که اعداد اول ندارند} \end{array} \right\} 2^5 = 32$$

$$\text{تعداد زیرمجموعه‌های مورد نظر} = 512 - 32 = 480$$

به این صورت زیرمجموعه‌هایی به دست می‌آید که حداقل یکی از اعداد اول

یک رقمی را دارند.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

(سراسری ریاضی - ۸۹)

-۲۳

$$\underbrace{[A \cup (A \cap B)] \cap [(B \cap A) \cup (B - A)]}_A \text{ قانون جذب}$$

$$= A' \cap [(B \cap A) \cup (B \cap A')] = A' \cap [B \cap \underbrace{(A \cup A')}_U]$$

(سراسری خارج از کشور، تیر - ۹۳)

-۲۸

$$\bar{x} = \frac{20 + 27 + 28}{3} = 25$$

چون میانگین داده‌های اضافه‌شده با میانگین کل داده‌ها برابر است، پس تأثیری در میانگین داده‌ها نخواهد داشت.

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} \Rightarrow 9 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{18} \Rightarrow \sum (x_i - \bar{x})^2 = 162$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 + (20 - 25)^2 + (27 - 25)^2 + (28 - 25)^2}{18 + 3}$$

$$= \frac{162 + 25 + 4 + 9}{21} = \frac{200}{21} = 9 \frac{5}{21}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی، صفحه‌های ۹۳ تا ۹۵)

(سؤال ۶۲۹ کتاب آبی)

-۲۹

در نمونه‌گیری خوشه‌ای احتمال انتخاب شدن خوشه‌ها و در نتیجه احتمال انتخاب شدن واحدهای آماری برابر است.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی، صفحه‌های ۱۰۵ و ۱۰۶)

(سؤال ۶۶۴ کتاب آبی)

-۳۰

می‌دانیم که پارامتر میانگین جامعه برابر است با:

$$\mu = \frac{0 + 1 + 2 + \dots + N}{N + 1} = \frac{\frac{N(N+1)}{2}}{N + 1} = \frac{N}{2}$$

حال با توجه به نمونه موجود، مقدار آماره برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{4 + 6 + 2 + 5 + 8}{5} = \frac{25}{5} = 5$$

پس برآورد نقطه‌ای ما از پارامتر جامعه یعنی  $\frac{N}{2}$ ، برابر است با مقدار آماره

نمونه یعنی ۵، پس برآورد ما از N برابر است با:

$$N = 10$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی، مشابه تمرین ۲ صفحه ۱۳۵)

(سراسری تیر - ۹۴)

-۲۶

$$\begin{array}{l} \xrightarrow{2 \text{ بار موفقیت در } 4 \text{ دفعه}} \frac{1}{2} \text{ تاس عدد زوج بیاورد} \left( \frac{4}{2} \right) \left( \frac{2}{3} \right)^2 \left( \frac{1}{3} \right)^2 \\ \xrightarrow{2 \text{ بار موفقیت در } 3 \text{ دفعه}} \frac{1}{2} \text{ تاس عدد فرد بیاورد} \left( \frac{3}{2} \right) \left( \frac{2}{3} \right)^2 \left( \frac{1}{3} \right) \end{array}$$

اگر بیش‌از آنکه فقط ۲ بار موفقیت حاصل شود را A بنامیم، آنگاه طبق

نمودار درختی داریم:

$$P(A) = \frac{1}{2} \times \left( \frac{4}{2} \right) \left( \frac{2}{3} \right)^2 \left( \frac{1}{3} \right)^2 + \frac{1}{2} \times \left( \frac{3}{2} \right) \left( \frac{2}{3} \right)^2 \left( \frac{1}{3} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{4}{9} \times \frac{1}{9} + \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{4}{9} \times \frac{1}{3}$$

$$= \frac{4}{27} + \frac{2}{9} = \frac{4+6}{27} = \frac{10}{27}$$

(آمار و احتمال - احتمال، صفحه‌های ۵۸ تا ۷۲)

(سراسری تیر - ۹۰)

-۲۷

مرکز دسته	۱۱	۱۵	۱۹	۲۳	۲۷
$f_i$	۳	۴	۷	x	۱

$$\bar{x} = \frac{11 \times 3 + 15 \times 4 + 19 \times 7 + 23 \times x + 27 \times 1}{15 + x} = 18 / 4$$

$$\Rightarrow \frac{253 + 23x}{15 + x} = 18 / 4 \Rightarrow 253 + 23x = 276 + 18 / 4x$$

$$\Rightarrow 4 / 6x = 23 \Rightarrow x = 5$$

$$\theta_f = \frac{f_f}{n} \times 360^\circ = \frac{5}{20} \times 360^\circ = 90^\circ$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی، صفحه‌های ۷۴ تا ۸۵)



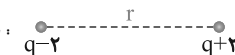
## فیزیک ۲

۳۱

(سؤال ۱۱۴۱ کتاب آبی)

در این سؤال باید مشخص کنیم، اندازه اولیه هر یک از دو بار مشابه  $+q$  چقدر باشد تا اگر  $2\mu\text{C}$  از یکی از بارها کم کرده و به بار دیگر اضافه کنیم، در همان فاصله نیروی بین آنها از  $F = 640\text{N}$  به  $F' = 600\text{N}$  تغییر کند. چون فاصله بین دو بار الکتریکی ثابت و اندازه نیروی بین دو بار در حالت‌های اول و دوم معلوم است، برای محاسبه بار  $q$  از رابطه مقایسه‌ای قانون کولن استفاده می‌کنیم:

حالت اول: 

حالت دوم: 

$$q_1 = q \Rightarrow q'_1 = (q - 2)\mu\text{C}$$

$$q_2 = q \Rightarrow q'_2 = (q + 2)\mu\text{C}$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q'_1|}{|q_1|} \times \frac{|q'_2|}{|q_2|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \xrightarrow{F'=600\text{N}, F=640\text{N}} \frac{r'=r}{r'=r}$$

$$\frac{600}{640} = \frac{q-2}{q} \times \frac{q+2}{q} \times 1 \Rightarrow \frac{15}{16} = \frac{q^2-4}{q^2}$$

$$\Rightarrow 15q^2 = 16q^2 - 64 \Rightarrow q^2 = 64 \Rightarrow q = \pm 8\mu\text{C}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن، صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۳۲

(سؤال ۱۲۸۶ کتاب آبی)

با داشتن  $E = 3000 \frac{\text{N}}{\text{C}}$  و  $d = AB = 2\text{cm}$ ، با استفاده از رابطه

$$E = \frac{\Delta V}{d}$$

به دست می‌آوریم. توجه کنید، چون در جهت خطوط میدان الکتریکی پتانسیل الکتریکی نقاط میدان کاهش می‌یابد،  $V_A > V_B$  است، لذا  $V_A - V_B > 0$  می‌شود.

$$E = \frac{V_A - V_B}{d} \xrightarrow{d=AB=2\text{cm}=2 \times 10^{-2}\text{m}} \xrightarrow{E=3000 \frac{\text{N}}{\text{C}}}$$

$$3000 = \frac{V_A - V_B}{2 \times 10^{-2}} \Rightarrow V_A - V_B = 60\text{V}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن، صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷)

۳۳

(سؤال ۱۳۲۸ کتاب آبی)

چون ظرفیت (C)، تغییر بار الکتریکی و تغییر انرژی خازن معلوم است، با

استفاده از رابطه  $U = \frac{Q^2}{2C}$ ، بار اولیه خازن را به دست می‌آوریم. توجه کنید

چون یکی از سه کمیت C، Q و U دارای پیشوند میکرو است، نیازی به تبدیل واحد نداریم. با توجه به سؤال داریم:

$$Q_2 = Q_1 + \frac{20}{100} Q_1 \Rightarrow Q_2 = 1/2 Q_1$$

$$U_2 = U_1 + 16 \xrightarrow{U = \frac{Q^2}{2C}} \frac{Q_2^2}{2C} = \frac{Q_1^2}{2C} + 16$$

$$\Rightarrow \frac{Q_2^2 - Q_1^2}{2C} = 16 \xrightarrow{Q_2 = 1/2 Q_1} \frac{1/4 Q_1^2 - Q_1^2}{2 \times 22} = 16$$

$$\Rightarrow 0/44 Q_1^2 = 44 \times 16 \Rightarrow Q_1^2 = 100 \times 16$$

$$\Rightarrow Q_1 = 10 \times 4 \Rightarrow Q_1 = 40\mu\text{C}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۰)

۳۴

(سؤال ۱۴۰۴ کتاب آبی)

با توجه به این که جرم دو سیم و نیز جنس آنها یکسان است، می‌توانیم حجم آنها را نیز مساوی در نظر بگیریم. بنابراین داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_A = \rho_B \\ m_A = m_B \end{array} \right. \Rightarrow A_A L_A = A_B L_B \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{A_B}{A_A}$$

$$\frac{A_B}{A_A} = \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^2 \rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^2$$

حال برای مقایسه مقاومت‌های A و B داریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \xrightarrow{\rho_A = \rho_B} \frac{R_A}{R_B} = \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} = \left(\frac{L_A}{L_B}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^4 \xrightarrow{d_A = \sqrt{2} d_B} \frac{R_A}{R_B} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^4$$

$$\Rightarrow R_A = 2/5 \Omega$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

۳۵

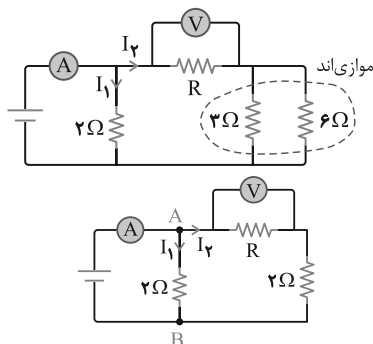
(سؤال ۱۶۰۲ کتاب آبی)

در ابتدا به جای دو مقاومت موازی  $6\Omega$  و  $3\Omega$ ، مقاومت معادل آنها یعنی  $2\Omega$  را

$$R' = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{3 \times 6}{9} \Rightarrow R' = 2\Omega$$

قرار می‌دهیم:

مدار به صورت زیر ساده می‌شود:



از طرفی اختلاف پتانسیل بین دو نقطه A و B را از دو مسیر  $I_1$  و  $I_2$  با هم مساوی قرار می‌دهیم:

رابطه  $F = I\ell B \sin \theta$  به دست می‌آید که در آن  $\theta$  زاویه بین جهت جریان و جهت میدان مغناطیسی است.

$$F = I\ell B \sin \theta \quad \begin{matrix} I=5A, B=0.2T \\ \theta=30^\circ, L=10^{-2}m \end{matrix}$$

$$F = 5 \times 10^{-2} \times 0.2 \times \sin 30^\circ = 5 \times 10^{-4} N$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۱ تا ۹۴)

(سؤال ۱۸۶۱ کتاب آبی)

-۳۸

بزرگی میدان مغناطیسی درون سیملوله از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{L} \quad \begin{matrix} B=0.12T, I=2A \\ L=1cm=10^{-2}m \end{matrix}$$

$$0.12 = 12 \times 10^{-7} \times \frac{N \times 2}{1 \times 10^{-2}} \Rightarrow N = 50 \text{ دور}$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

(سؤال ۱۹۳۷ کتاب آبی)

-۳۹

با توجه به قانون فاراد،  $\mathcal{E} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ ، نیروی محرکه القا شده در حلقه با شیب شار نسبت به زمان رابطه مستقیم دارد. بنابراین در نمودار تغییرات شار نسبت به زمان، در هر مرحله‌ای که شیب نمودار بیش‌تر است، نیروی محرکه القا شده بزرگ‌تر است:

$$\text{۵ تا ۱۰ ثانیه: } \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{\Phi_{\max} - 0}{5} = \frac{\Phi_{\max}}{5}$$

$$\text{۱۰ تا ۱۵ ثانیه: } \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = 0$$

$$\text{۱۵ تا ۲۰ ثانیه: } \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{0 - \Phi_{\max}}{5} = -\frac{\Phi_{\max}}{5}$$

و در بازه ۱۸ تا ۲۰ ثانیه، چون همان امتداد خط قبلی است شبیهی مشابه آن دارد. بنابراین با مقایسه اندازه شیب‌های به دست آمده پیداست که شیب مرحله اول بزرگ‌تر است.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۶)

(سؤال ۲۰۲۹ کتاب آبی)

-۴۰

برای یافتن بیشینه انرژی ذخیره شده در سیملوله از رابطه

$$U_{\max} = \frac{1}{2} LI_{\max}^2 \text{ استفاده می‌کنیم، بنابراین داریم:}$$

$$I = 5 \sin(50\pi t) \Rightarrow I_m = 5A$$

$$U_{\max} = \frac{1}{2} LI_{\max}^2 \quad \begin{matrix} L=0.4H, I_m=5A \end{matrix}$$

$$U_{\max} = \frac{1}{2} \times 0.4 \times (5)^2 = 0.5 J = 500 mJ$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۶)

$$V_A - V_B = 2I_1 = V + 2I_2 \xrightarrow{V=10V} 2I_1 = 10 + 2I_2 \quad (1)$$

با توجه به شکل می‌توان دریافت که جریان عبوری از آمپرسنج (I) به دو جریان  $I_1$  و  $I_2$  تقسیم شده است، یعنی:

$$I = I_1 + I_2 \xrightarrow{I=15A} I_1 + I_2 = 15A \quad (2)$$

حال با حل دستگاه دو معادله (۱) و (۲) داریم:

$$2I_1 = 10 + 2I_2 \Rightarrow \begin{cases} I_1 = 10A \\ I_1 + I_2 = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = 10A \\ I_2 = 5A \end{cases}$$

حال برای پیدا کردن مقاومت R داریم:

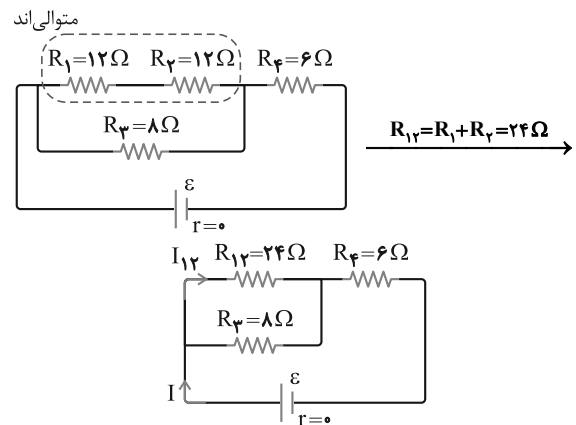
$$V = RI_2 \xrightarrow{V=10V, I_2=5A} 10 = R \times 5 \Rightarrow R = 2\Omega$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

(سؤال ۱۶۶۱ کتاب آبی)

-۳۶

مقاومت‌های  $R_1$  و  $R_2$  متوالی‌اند، پس جریان عبوری از آنها یکسان و برابر جریان عبوری از شاخه مربوط به آنها است، به عبارتی داریم:



حال اگر جریان عبوری از مقاومت  $R_3$  را  $I$  بنامیم، این جریان در شاخه‌های شامل مقاومت‌های  $R_1$  و  $R_2$  تقسیم می‌شود (چون این شاخه‌ها موازی‌اند)، بنابراین:

$$V_{12} = V_3 \Rightarrow R_{12}I_{12} = R_3I_3 \xrightarrow{R_{12}=24\Omega, R_3=6\Omega}$$

$$24I_{12} = 6I_3 \xrightarrow{I_{12}+I_3=I} I_{12} = I_3 = I_2 = \frac{1}{4}I$$

حال برای مقایسه توان مصرفی مقاومت‌ها داریم:

$$P = RI^2 \Rightarrow \frac{P_3}{P_1} = \frac{R_3}{R_1} \times \left(\frac{I_3}{I_1}\right)^2 \xrightarrow{R_3=6\Omega, R_1=12\Omega, I_3=I, I_1=\frac{1}{4}I}$$

$$\frac{P_3}{P_1} = \left(\frac{6}{12}\right) \times \left(\frac{I}{\frac{1}{4}I}\right)^2 \Rightarrow \frac{P_3}{P_1} = 8$$

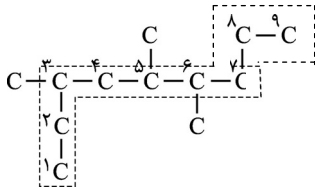
(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

(سؤال ۱۸۱۲ کتاب آبی)

-۳۷

نیروی وارد بر هر سانتی‌متر (۱cm) از سیم راست و بلند حامل جریان در میدان مغناطیسی  $0.2T$  مد نظر است. می‌دانیم این نیرو از

شیمی ۲

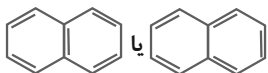


شماره گذاری زنجیر اصلی کربنی از سمت نزدیک تر به نخستین شاخه صورت می گیرد.

(شیمی ۲، صفحه های ۳۶ تا ۳۸)

۴۴- (سؤال ۱۳۹۰ کتاب آبی)

عبارت «آ» نادرست است، ساختار نقطه - خط نفتالین به صورت زیر است:



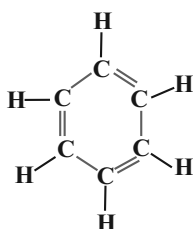
عبارت «ب»: درست است:

$$\left. \begin{aligned} C_6H_6 &= (12 \times 6 + 6) = 78g \\ C_{10}H_8 &= (12 \times 10 + 8) = 128g \end{aligned} \right\}$$

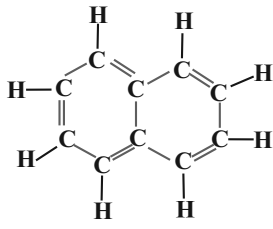
$$\Rightarrow 128 - 78 = 50 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \text{ : اختلاف جرم مولی}$$

عبارت «پ»: درست است.

عبارت «ت»: درست است.



۱۵ جفت الکترون پیوندی



۲۴ جفت الکترون پیوندی

(شیمی ۲، صفحه ۴۲)

۴۵- (سؤال ۱۵۲۰ کتاب آبی)

ابتدا گرمای لازم برای نمونه آب را بدست می آوریم و سپس از طریق آن جرم  $SO_3$  لازم را محاسبه می کنیم.

$$Q = mc\Delta\theta = 1000 \times 4 / 2 \times 10 = 42 \times 10^3 \text{ J} = 42 \text{ kJ}$$

مطابق واکنش برای تولید  $132 \text{ kJ}$  گرما  $80$  گرم  $SO_3$  وارد واکنش می شود که جرم  $SO_3$  لازم برای تولید  $42 \text{ kJ}$  گرما برابر است با:

$$? \text{ g } SO_3 = 42 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ mol } SO_3}{132 \text{ kJ}} \times \frac{80 \text{ g } SO_3}{1 \text{ mol } SO_3} = 25 / 5 \text{ g } SO_3$$

(شیمی ۲، صفحه های ۶۴ و ۶۵)

۴۱- (سؤال ۱۱۴۲ کتاب آبی)

مقایسه واکنش پذیری این سه فلز به صورت مقابل است:  $Li < Na < K$   
پس:

واکنش (پ)  $\leftarrow K$  واکنش (ب)  $\leftarrow Na$  واکنش (الف)  $\leftarrow Li$   
گزینه «۱» درست. هر یک از فلزات گروه یک، فعال ترین فلز در دوره خود هستند. پس فلز  $K$ ، فعال ترین فلز دوره چهارم است.

گزینه «۲» درست. واکنش (ب)، واکنش بین فلز  $Na$  با گاز  $Cl_2$  است که با تولید نور زرد رنگ همراه است و محصول این واکنش نمک سفید رنگ  $NaCl$  یا همان نمک خوراکی است.

گزینه «۳» نادرست. در واکنش (پ) فلز  $K$  با گاز  $Cl_2$  واکنش می دهد.



گزینه «۴» درست. در دوره دوم فقط یک شبه فلز وجود دارد.

(شیمی ۲، صفحه ۱۲)

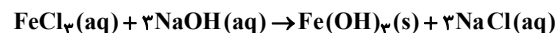
۴۲- (سؤال ۱۲۶۹ کتاب آبی)

محلول  $250 \text{ mL} = 250 \text{ g NaOH}$  (ناخالص)

$$\times \frac{1 \text{ L محلول}}{1000 \text{ mL محلول}} \times \frac{2 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{40 \text{ g NaOH}}{1 \text{ mol NaOH}}$$

$$\times \frac{100 \text{ g NaOH (ناخالص)}}{80 \text{ g NaOH (خالص)}} = 25 \text{ g NaOH}$$

سپس جرم  $Fe(OH)_3$  حاصل را محاسبه می کنیم:



$$0 / 1 \text{ L NaOH} \times \frac{2 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ L NaOH}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } Fe(OH)_3}{3 \text{ mol NaOH}} \times \frac{107 \text{ g } Fe(OH)_3}{1 \text{ mol } Fe(OH)_3} = 7 / 1 \text{ g } Fe(OH)_3$$

(شیمی ۲، صفحه های ۱۹ و ۲۲ تا ۲۵)

۴۳- (سؤال ۱۲۲۳ کتاب آبی)

اگر ترکیب داده شده را بدون اتم های  $H$  نشان دهیم:

۳، ۵، ۶- تری متیل نونان

$$\Rightarrow 70 - 8/8 = 61/8 = 7.625 \text{ g}$$

$$\bar{R}_{\text{HCl}} = 0.02 \frac{\text{mol}}{\text{L}\cdot\text{s}} \times 0.5 \text{ L} = 0.01 \text{ mol}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\bar{R}_{\text{CO}_2} = \frac{\bar{R}_{\text{HCl}}}{2} \Rightarrow \bar{R}_{\text{CO}_2} = \frac{0.01}{2} = 5 \times 10^{-3} \text{ mol}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$? \text{ g CO}_2 = 10 \text{ s} \times 5 \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{s}} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol}} = 2.2 \text{ g CO}_2$$

$$\Rightarrow 2.2 \text{ g}$$

$$\text{جرم CO}_2 \text{ تولید شده در } 10 \text{ ثانیه دوم} = 61/8 - 56/8 = 5/8 = 0.625 \text{ g}$$

$$? \text{ mol CO}_2 = 0.625 \text{ g CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2} = 0.0142 \text{ mol CO}_2$$

تولید می‌شود  $0.0142 \text{ mol CaCl}_2$

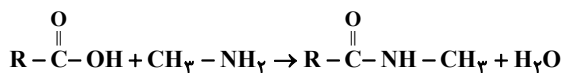
$$\bar{R}_{\text{CaCl}_2} = \frac{0.0142 \text{ mol}}{0.5 \text{ L} \times 10 \text{ s}} = 0.0284 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$$

(شیمی ۲، صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

(سؤال ۱۹۴۰ کتاب آبی)

-۴۹

واکنش موردنظر به صورت زیر می‌باشد:



ابتدا مول کربوکسیلیک‌اسید مصرفی را به دست می‌آوریم:

$$1/55 \text{ g CH}_3\text{NH}_2 \times \frac{1 \text{ mol CH}_3\text{NH}_2}{31 \text{ g}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol RCOOH}}{1 \text{ mol CH}_3\text{NH}_2} = 0.05 \text{ mol RCOOH}$$

جرم مولی کربوکسیلیک‌اسید را از روی جرم داده شده و مول محاسبه شده

$$\frac{5/1}{0.05} = 102 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \quad \text{به دست می‌آوریم:}$$

فرمول کلی کربوکسیلیک‌اسیدها  $\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2$  است:

$$102 = 12n + 2n + 32 \Rightarrow n = \frac{70}{14} = 5$$

کربوکسیلیک‌اسید مربوطه پنتانویک‌اسید بوده است. پس ساختار آموید باید در بخش مربوط به اسید، دارای ۵ کربن باشد.

(شیمی ۲، صفحه‌های ۱۱۴ و ۱۱۵)

(سؤال ۱۹۰۱ کتاب آبی)

-۵۰

این ترکیب دارای یک گروه استری، دو گروه هیدروکسیل، یک حلقه آروماتیک و یک اکسیژن اتری است. می‌تواند پیوند هیدروژنی تشکیل دهد چون هیدروژن متصل به اکسیژن دارد. در آن ۴ اتم کربن وجود دارد که به

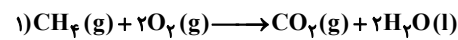
هیچ اتم هیدروژنی وصل نیستند. فرمول مولکولی این ترکیب  $\text{C}_{15}\text{H}_{20}\text{O}_5$  می‌باشد.

(شیمی ۲، صفحه‌های ۶۷ و ۱۰۹)

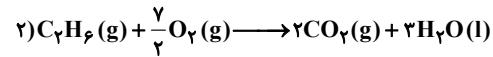
(سؤال ۱۵۵۰ کتاب آبی)

-۴۶

واکنش‌های سوختن متان و اتان به صورت زیر می‌باشد:



$$\Delta H_1 = -890 \text{ kJ}$$



$$\Delta H_2 = -2220 \text{ kJ}$$

حال گرمای آزاد شده برای تولید یک مول  $\text{CO}_2$  را در هر یک از واکنش‌ها به دست می‌آوریم:

$$1) ? \text{ kJ} = 1 \text{ mol CO}_2 \times \frac{890 \text{ kJ}}{1 \text{ mol CO}_2} = 890 \text{ kJ} : Q_1$$

$$2) ? \text{ kJ} = 1 \text{ mol CO}_2 \times \frac{2220 \text{ kJ}}{2 \text{ mol CO}_2} = 1110 \text{ kJ} : Q_2$$

$$\Rightarrow Q_2 - Q_1 = +220 \text{ kJ}$$

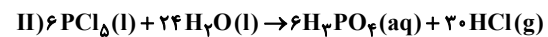
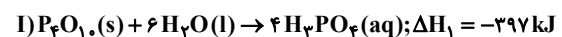
(شیمی ۲، صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

(سؤال ۱۶۲۱ کتاب آبی)

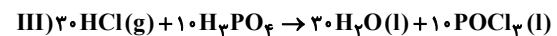
-۴۷

با استفاده از قانون هس به صورت زیر به واکنش موردنظر می‌رسیم:

واکنش اول را به همان صورت می‌نویسیم، واکنش دوم را در ۶ ضرب می‌کنیم و واکنش سوم را معکوس کرده و در ۱۰ ضرب می‌کنیم.



$$\Delta H_2 = 6 \times (-136) \text{ kJ}$$



$$\Delta H_3 = -10 \times (-68) \text{ kJ}$$

$$\Delta H : = -397 + 6 \times (-136) + 10 \times 68 = -533 \text{ kJ}$$

$$266/5 \text{ kJ} \times \frac{10 \text{ mol POCl}_3}{533 \text{ kJ}} = 5 \text{ mol POCl}_3$$

(شیمی ۲، صفحه‌های ۷۱ تا ۷۴)

(سؤال ۱۷۱۶ کتاب آبی)

-۴۸

کاهش جرم مخلوط واکنش به دلیل خروج گاز  $\text{CO}_2$  از واکنش است.

معادله واکنش به صورت زیر است:



$$\text{ده ثانیه اول: } \bar{R}_{\text{HCl}} = 0.08 \frac{\text{mol}}{\text{L}\cdot\text{s}} \times 0.5 \text{ L} = 0.04 \text{ mol}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\bar{R}_{\text{CO}_2} = \frac{\bar{R}_{\text{HCl}}}{2} \Rightarrow \bar{R}_{\text{CO}_2} = \frac{0.04}{2} = 0.02 \text{ mol}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$? \text{ g CO}_2 = 10 \text{ s} \times 0.02 \frac{\text{mol}}{\text{s}} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol}} = 8.8 \text{ g CO}_2$$

ریاضی ۱

$$\widehat{ABC} = 90^\circ$$

$$\Delta ABC : \sin 60^\circ = \frac{BC}{AC} \xrightarrow{AC=2AB} \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BC}{4\sqrt{3}} \Rightarrow BC = 6$$

$$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \times BC = \frac{1}{2} (2\sqrt{3})(6) = 6\sqrt{3}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

(سؤال ۱۴۵۷ کتاب آبی ریاضیات پایه)

-۵۳

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{2}{3} \Rightarrow \sin x = \frac{2}{3} \cos x$$

$$\Rightarrow A = \frac{4}{\frac{2}{3} \cos x} + \frac{2+2 \cos x}{\cos x} = \frac{6}{\cos x} + \frac{2}{\cos x} + 2 = \frac{8}{\cos x} + 2 (*)$$

کافی است  $\cos x$  را بیابیم:

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\xrightarrow{\text{حاده } x} \cos x = \sqrt{\frac{1}{1 + \tan^2 x}} = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{4}{9}}} = \frac{3}{\sqrt{13}}$$

$$\xrightarrow{(*)} A = \frac{8}{\cos x} + 2 \xrightarrow{\cos x = \frac{3}{\sqrt{13}}} A = \frac{8\sqrt{13}}{3} + 2$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

(سؤال ۳۴۱ کتاب آبی ریاضیات پایه)

-۵۴

$$x = \sqrt[3]{1 + \sqrt{2}} + \sqrt[3]{\sqrt{2} - 1}$$

فرض می‌کنیم  $a = \sqrt[3]{\sqrt{2} - 1}$  و  $b = \sqrt[3]{\sqrt{2} + 1}$ . طرفین تساوی را به توان ۳

می‌رسانیم و از اتحاد زیر استفاده می‌کنیم:

$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

$$x = a + b \Rightarrow x^3 = (\sqrt{2} + 1) + (\sqrt{2} - 1) + 3(\sqrt[3]{\sqrt{2} - 1})x$$

$$\Rightarrow x^3 - 3x = 2\sqrt{2}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارات‌های پی‌ری: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

(سؤال ۱۸۸ کتاب آبی ریاضیات پایه)

-۵۱

جملات دوم، پنجم و دوازدهم یک دنباله حسابی با جمله اول  $t_1$  و

قدرنسبت  $d$  به صورت زیر است:

$$t_2 = t_1 + d, \quad t_5 = t_1 + 4d, \quad t_{12} = t_1 + 11d$$

از طرفی اگر  $x, y, z$  سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، رابطه

$$y^2 = x \cdot z \quad \text{پس داریم:}$$

$$t_5^2 = t_2 t_{12} \Rightarrow (t_1 + 4d)^2 = (t_1 + d)(t_1 + 11d)$$

$$\Rightarrow t_1^2 + 8t_1 d + 16d^2 = t_1^2 + 12t_1 d + 11d^2$$

$$\Rightarrow \Delta d^2 = 4t_1 d \xrightarrow{d \neq 0} t_1 = \frac{5}{4} d (*)$$

قدرنسبت دنباله هندسی، از نسبت یک جمله به جمله قبلی آن

به دست می‌آید.

$$\Rightarrow r = \frac{t_1 + 4d}{t_1 + d} = \frac{\frac{5}{4}d + 4d}{\frac{5}{4}d + d} = \frac{\frac{21}{4}d}{\frac{9}{4}d} = \frac{21}{9} = \frac{7}{3}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

(سؤال ۱۳۹۰ کتاب آبی ریاضیات پایه)

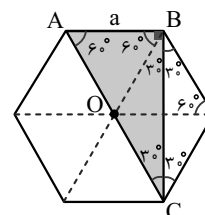
-۵۲

مساحت شش‌ضلعی منتظم به ضلع  $a$  برابر با  $\frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$  است. بنابراین داریم:

$$18\sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 \Rightarrow a^2 = 12 \Rightarrow a = 2\sqrt{3}$$

در شکل زیر، اگر قطرهای شش‌ضلعی منتظم را رسم کنیم، با توجه به زوایای

تشکیل شده، خواهیم داشت:



شرط تابع بودن را برآورده نمی‌کنند، پس  $m = 5$  قابل قبول است.

$$\Rightarrow f = \{(-1, 2), (7, 5), (5, 6), (2, 5)\}$$

اگر نقطه  $(a, b)$  بالای نیم‌ساز ناحیه اول باشد، باید  $0 < a < b$  باشد.

بنابراین تنها دو نقطه  $(2, 5)$  و  $(5, 6)$  این شرایط را دارند.

(ریاضی ۱- تابع، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰)

(سؤال ۱۵۹ کتاب آبی ریاضیات پایه)

-۵۸

تابع  $f$ ، تابعی ثابت است.

$$\Rightarrow \begin{cases} b - 2 = 0 \Rightarrow b = 2 \\ a - b - 1 = 0 \Rightarrow a - 2 - 1 = 0 \Rightarrow a = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = c + 2$$

از طرفی چون برد تابع  $f$  برابر با  $\{2c - 3\}$  است، پس داریم:

$$2c - 3 = c + 2 \Rightarrow c = 5$$

$$\Rightarrow a + b + c = 10$$

(ریاضی ۱- تابع، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۱۱)

(سؤال ۱۳۶۵ کتاب آبی آمار و احتمال و ریاضیات گسسته)

-۵۹

چون در دهمین پرتاب باید برای سومین بار «رو» بیاید، باید در ۹ پرتاب قبلی فقط دو بار «رو» آمده باشد. بنابراین تعداد حالات مطلوب برابر است با:

$$\binom{9}{2} = 36$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن، صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

(سؤال ۲۵۴ کتاب آبی آمار و احتمال و ریاضیات گسسته)

-۶۰

فضای نمونه‌ای شامل تمام حالت‌های انتخاب ۳ مهره از میان ۹ مهره است.

$$n(S) = \binom{9}{3} = 84$$

داریم:

اگر فقط یکی از مهره‌های انتخابی سفید باشد، دو مهره دیگر باید به دلخواه از میان مهره‌های قرمز یا سیاه انتخاب شوند. اگر بیش‌امد مطلوب را  $A$

بنامیم، داریم:

$$n(A) = \binom{4}{1} \times \binom{5}{2} = 4 \times 10 = 40$$

$\downarrow$  مهره سفید       $\downarrow$  دو مهره قرمز یا سیاه  
 یک مهره سفید

$$\Rightarrow P(A) = \frac{40}{84} = \frac{10}{21}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

(سؤال ۵۳۳ کتاب آبی ریاضیات پایه)

-۵۵

$$x = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x = -\frac{m}{2}$$

$$y = x^2 - mx + m + 1$$

$$\frac{x = \frac{m}{2}}{y} \rightarrow y = \frac{m^2}{4} - \frac{m^2}{2} + m + 1 = \frac{-m^2 + 4(m+1)}{4}$$

رأس سهمی بر روی خط  $y = x + 1$  قرار دارد، بنابراین مختصات رأس

سهمی در معادله خط صدق می‌کند. پس داریم:

$$\frac{-m^2 + 4(m+1)}{4} = \frac{m}{2} + 1$$

$$\Rightarrow 4m + 4 - m^2 = 2m + 4 \Rightarrow m^2 - 2m = 0$$

$$\Rightarrow m(m-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۳)

(سؤال ۶۱۰ کتاب آبی ریاضیات پایه)

-۵۶

در عبارت درجه دوم  $ax^2 + bx + c$ ، علامت عبارت بین ریشه‌ها، مخالف

علامت  $a$  است. از آنجا که علامت عبارت  $-2x^2 + ax + 4$  در

بازه  $[-2, k]$  مثبت است، پس  $x = -2$  یک جواب

معادله  $-2x^2 + ax + 4 = 0$  است و در معادله صدق می‌کند.

$$\Rightarrow -2(-2)^2 + a(-2) + 4 = 0 \Rightarrow -8 - 2a + 4 = 0 \Rightarrow a = -2$$

بنابراین نامعادله به صورت  $-2x^2 - 2x + 4 \geq 0$  است، در نتیجه داریم:

$$-2(x^2 + x - 2) \geq 0 \Rightarrow x^2 + x - 2 \leq 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x+2) \leq 0 \Rightarrow -2 \leq x \leq 1$$

$$\Rightarrow x \in [-2, 1] \Rightarrow k = 1 \xrightarrow{a=-2} a+k = -1$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳)

(سؤال ۷۸۶ کتاب آبی ریاضیات پایه)

-۵۷

در یک تابع، اگر دو زوج مرتب با مؤلفه‌های اول برابر وجود داشته باشد،

مؤلفه‌های دوم آنها نیز باید برابر باشند، پس:

$$(7, m^2 - 4m) = (7, 5) \Rightarrow m^2 - 4m = 5$$

$$\Rightarrow m^2 - 4m - 5 = 0 \Rightarrow (m-5)(m+1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 5 \end{cases}$$

به ازای  $m = -1$  دو زوج مرتب  $(-1, 2)$  و  $(-1, 6)$  را خواهیم داشت که

$$AC \parallel BD \Rightarrow \frac{OC}{CD} = \frac{OA}{AB} \quad (1)$$

$$BC \parallel ED \Rightarrow \frac{OC}{CD} = \frac{OB}{BE} \quad (2)$$

$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow \frac{OA}{AB} = \frac{OB}{BE} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{8}{BE}$$

$$\Rightarrow BE = \frac{40}{3} = \frac{39+1}{3} = 13\frac{1}{3}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۶۴- (سراسری خارج از کشور تهری - ۹۰)

ضلع  $a$  از مثلث اول، نمی‌تواند با ضلع  $b$  از مثلث دوم متناسب باشد، زیرا

$$\text{تساوی‌های } \frac{a}{b} = \frac{4}{9} = \frac{5}{7} \text{ و } \frac{a}{b} = \frac{4}{7} = \frac{5}{9} \text{ برقرار نیستند.}$$

بنابراین ضلع  $a$  از مثلث اول با ضلع به طول ۷ یا ۹ از مثلث دوم متناسب

است. اما برای اینکه  $a$  بیشترین مقدار باشد، باید با ضلع بزرگتر یعنی ۹

متناسب باشد. در این صورت یکی از دو حالت زیر اتفاق می‌افتد:

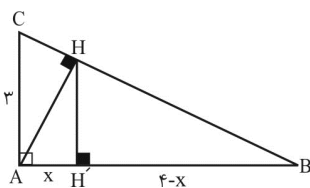
$$\begin{cases} \frac{a}{9} = \frac{4}{7} = \frac{5}{b} \Rightarrow a = \frac{36}{7} \\ \frac{a}{9} = \frac{4}{b} = \frac{5}{7} \Rightarrow a = \frac{45}{7} \end{cases}$$

بنابراین، بیش‌ترین مقدار ممکن برای  $a$ ، برابر با  $\frac{45}{7}$  است.

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۶۵- (سراسری ریاضی - ۸۹)

راه حل اول:



$$AB = AH' + H'B = x + (4 - x) = 4$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{AC^2 + AB^2} = \sqrt{9 + 16} \Rightarrow BC = 5$$

$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow BH = \frac{AB^2}{BC} = \frac{16}{5}$$

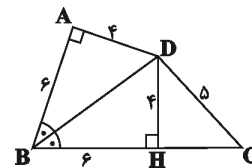
$$HH' \parallel AC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{BH'}{AB} = \frac{BH}{BC} \Rightarrow \frac{4-x}{4} = \frac{16}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{4-x}{4} = \frac{16}{25} \Rightarrow 4-x = \frac{64}{25}$$

هندسه ۱

۶۱-

(سؤال ۲۵ کتاب آبی)



از  $D$  بر  $BC$  عمود می‌کنیم. چون  $D$  روی نیمساز زاویه  $ABC$  واقع است، پس:

$$BH = AB = 6$$

$$DH = AD = 4$$

در مثلث قائم‌الزاویه  $DHC$  طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$HC = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$$

$$\Rightarrow BC = BH + HC = 6 + 3 = 9$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۶۲-

(سراسری ریاضی - ۸۲)

می‌دانیم که در هر مثلث مجموع هر دو ضلع از ضلع سوم بزرگ‌تر است، پس باید سه نامعادله زیر هم‌زمان برقرار باشند:

$$1) (x+7) + (4x-4) > 6x \Rightarrow 5x+3 > 6x \Rightarrow x < 3$$

$$2) (x+7) + 6x > 4x-4 \Rightarrow 7x+7 > 4x-4 \Rightarrow$$

$$3x > -11 \Rightarrow x > -\frac{11}{3}$$

$$3) 6x + (4x-4) > x+7 \Rightarrow 10x-4 > x+7 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 9x > 11 \Rightarrow x > \frac{11}{9}$$

اشتراک سه بازه به دست آمده برابر است با:

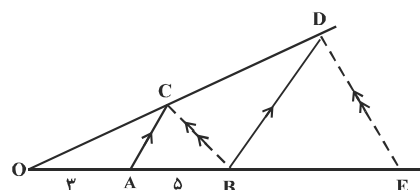
توجه کنید به ازا  $\frac{11}{9} < x < 3$  طول اضلاع مثلث یعنی  $4x-4$ ،  $6x$  و

$x+7$  همواره مثبت هستند، بنابراین کل این بازه قابل قبول است.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه ۲۷)

۶۳-

(سراسری خارج از کشور تهری - ۹۴)



(سؤال ۵۱۲ کتاب آبی)

۶۸-

مساحت چندضلعی بزرگ‌تر را  $S$  و مساحت چندضلعی کوچک‌تر را  $S'$  می‌نامیم. داریم:

$$\left. \begin{aligned} S &= i + \frac{b}{2} - 1 = 12 + \frac{14}{2} - 1 = 18 \\ S' &= i + \frac{b}{2} - 1 = 3 + \frac{7}{2} - 1 = 5/5 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow S - S' = 18 - 5/5 = 12/5$$

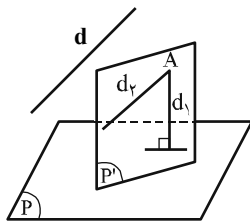
$$\frac{S - S'}{S} = \frac{12/5}{18} = \frac{25}{36}$$

(هنرسه ۱- هندسه‌های ۶۹ تا ۷۳)

(سراسری ریاضی - ۱۵)

۶۹-

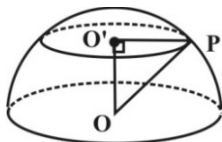
از نقطه  $A$  خط  $d_1$  را عمود بر صفحه  $P$  و خط  $d_2$  را موازی خط  $d$  رسم می‌کنیم، صفحه  $P'$  شامل  $d_1$  و  $d_2$  بر صفحه  $P$  عمود و با خط  $d$  موازی است. حال اگر خط  $d$  عمود بر صفحه  $P$  باشد، آنگاه  $d_1$  و  $d_2$  بر هم منطبق بوده و در این صورت صفحه  $P'$  موجود ولی منحصر به فرد نیست.



(هنرسه ۱- تبسم فضایی، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۶)

(سؤال ۶۲۷ کتاب آبی)

۷۰-



مطابق شکل داریم:

$$O'P^2 = OP^2 - OO'^2 = 1^2 - (0/6)^2 = 0/64$$

چون شعاع سطح مقطع همان  $O'P$  است، پس مساحت سطح مقطع برابر است

$$A = \pi \times O'P^2 = \pi(0/64) = \frac{16\pi}{25} \quad \text{با:}$$

(هنرسه ۱- تبسم فضایی، صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

$$\Rightarrow x = \frac{36}{25} = \frac{144}{100} = 1/44$$

راه حل دوم:

$$\Delta ABC: \begin{cases} AB = 4 \\ AC = 3 \end{cases} \xrightarrow{\hat{A}=90^\circ} BC = 5$$

$$\Rightarrow AH = \frac{AB \times AC}{BC} = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5}$$

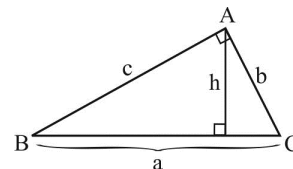
$$\Delta ABH: AH^2 = AH' \times AB \Rightarrow \left(\frac{12}{5}\right)^2 = x \times 4$$

$$\Rightarrow x = \frac{144}{100} = 1/44$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷، ۴۱ و ۴۲)

(سراسری خارج از کشور تهرمی - ۹۳)

۶۶-



با توجه به فرض مسئله  $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} a^2$ ، از طرفی با توجه به شکل

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} ah \quad \text{پس:}$$

$$\frac{1}{2} a^2 = \frac{1}{2} ah \Rightarrow h = \frac{1}{3} a$$

یعنی در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$ ، طول ارتفاع وارد بر وتر، ربع طول وتر است که این خاصیت مثلث‌های قائم‌الزاویه با زاویه حاده  $15^\circ$  می‌باشد.

(هنرسه ۱- هندسه‌های ۶۴)

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۱۵)

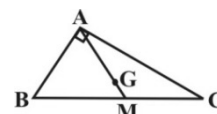
۶۷-

با استفاده از قضیه فیثاغورس، طول وتر مثلث به صورت زیر به دست می‌آید:

$$a^2 = (2\sqrt{11})^2 + 8^2 = 44 + 64 = 108 \Rightarrow a = 6\sqrt{3}$$

از آنجا که طول میانه وارد بر وتر در یک مثلث قائم‌الزاویه برابر نصف طول وتر است، پس با توجه به شکل، طول میانه  $AM$  برابر  $3\sqrt{3}$  است. از طرفی برای نقطه تلاقی میانه‌ها (مرکز ثقل مثلث) که با  $G$  نمایش داده شده است

داریم:



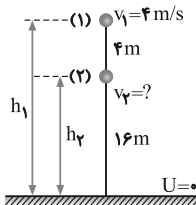
$$\frac{GM}{AM} = \frac{1}{3} \quad AM = 3\sqrt{3} \rightarrow GM = \sqrt{3}$$

(هنرسه ۱- هندسه‌های ۶۶ و ۶۷)



فیزیک ۱

در ارتفاع ۱۶ متری از سطح زمین می‌پردازیم. سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم. داریم:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

$$\Rightarrow mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2 + K_2 \quad \begin{matrix} v_1 = 4 \text{ m/s}, h_1 = 4 \text{ m} \\ h_2 = 16 \text{ m}, g = 10 \text{ m/s}^2 \end{matrix}$$

$$200 \text{ m} + 8 \text{ m} = 160 \text{ m} + K_2 \Rightarrow K_2 = 48 \text{ m (J)}$$

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2} \times m \times 16 = 8 \text{ m (J)}$$

بنابراین:

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{48 \text{ m}}{8 \text{ m}} = 6$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۲۸ و ۳۹ تا ۴۷)

(سؤال ۲۶۴ کتاب آبی)

۷۴-

ابتدا با داشتن بازده و توان مصرفی به محاسبه توان خروجی موتور الکتریکی می‌پردازیم و سپس با محاسبه توان تلف شده، مقدار گرمای تلف شده را می‌یابیم:

$$\frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{کل}}} = \frac{75}{100} \Rightarrow \frac{P_{\text{خروجی}}}{400} \Rightarrow P_{\text{خروجی}} = 300 \text{ W}$$

به کمک توان تلف شده، مقدار گرمای تلف شده برابر است با:

$$P_{\text{تلف شده}} = P_{\text{کل}} - P_{\text{خروجی}} = 400 - 300 = 100 \text{ W}$$

$$\Rightarrow P_{\text{تلف شده}} = \frac{Q}{t} \Rightarrow 100 = \frac{Q}{6} \Rightarrow Q = 600 \text{ J} = 6 \text{ kJ}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۳۹ تا ۵۳)

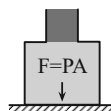
(سؤال ۳۸۱ کتاب آبی)

۷۵-

نیروی وارد بر کف ظرف از طرف مایع‌ها از رابطه  $F = P \cdot A$  به دست می‌آید. در این جا فشار وارد بر کف ظرف، حاصل از دو مایع است، بنابراین داریم:

$$P_{\text{کل}} = P_{\text{روغن}} + P_{\text{آب}} = \rho_{\text{روغن}}gh + \rho_{\text{آب}}gh_{\text{آب}}$$

$$\frac{\rho_{\text{روغن}} = 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{h_{\text{روغن}} = 0.05 \text{ m}, h_{\text{آب}} = 0.1 \text{ m}}$$



$$P = 800 \times 10 \times 0.05 + 1000 \times 10 \times 0.1 = 400 + 1000 = 1400 \text{ Pa}$$

$$F = P \cdot A = 1400 \text{ Pa} \cdot A = 5 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$F = 1400 \times 5 \times 10^{-3} = 7 \text{ N}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۵)

(سؤال ۴۳ کتاب آبی)

۷۱-

با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای و قواعد نمادگذاری علمی، هر یک از گزینه‌ها را بررسی می‌نماییم.  
گزینه «۱» نادرست است؛ زیرا:

$$3 \text{ TW} = 3 \text{ TW} \times \frac{10^{12} \text{ W}}{1 \text{ TW}} \times \frac{1 \text{ MW}}{10^6 \text{ W}} = 3 \times 10^6 \text{ MW}$$

گزینه «۲» نادرست است؛ زیرا:

$$5 \text{ pm} = 5 \text{ pm} \times \frac{1 \text{ m}}{10^{12} \text{ pm}} \times \frac{10^6 \mu\text{m}}{1 \text{ m}} = 5 \times 10^{-6} \mu\text{m}$$

گزینه «۳» نادرست است؛ زیرا:

$$800 \text{ nm} = 800 \text{ nm} \times \frac{1 \text{ m}}{10^9 \text{ nm}} \times \frac{10^6 \mu\text{m}}{1 \text{ m}} = 800 \times 10^{-3} \mu\text{m}$$

$$\xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}} (8 \times 10^2) \times 10^{-3} \mu\text{m} = 8 \times 10^{-1} \mu\text{m}$$

گزینه «۴» درست است؛ زیرا:

$$3200 \text{ cm}^2 = 3200 \text{ cm}^2 \times \frac{1 \text{ m}^2}{(10^2)^2 \text{ cm}^2} = 3200 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}} (3/2 \times 10^3) \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 3/2 \times 10^{-1} \text{ m}^2$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری، صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

(سؤال ۱۰۰ کتاب آبی)

۷۲-

ابتدا فرض می‌کنیم که مکعب با همان جرم ۶ kg، حفره ندارد و حجم آن را به کمک رابطه چگالی پیدا می‌کنیم. (بدیهی است که در صورت حفره‌دار بودن مکعب، حجم محاسبه شده کوچک‌تر از حجم در حالت حفره‌دار است.)  
داریم:

$$\rho = \frac{m}{V'} \quad \begin{matrix} \rho = 8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \\ m = 6 \text{ kg} = 6000 \text{ g} \end{matrix} \Rightarrow 8 = \frac{6000}{V'} \Rightarrow V' = \frac{6000}{8} = 750 \text{ cm}^3$$

$$\left. \begin{matrix} V_{\text{ظاهری}} = a^3 = 10^3 = 1000 \text{ cm}^3 \\ V' = 750 \text{ cm}^3 \end{matrix} \right\} \xrightarrow{V_{\text{ظاهری}} > V'}$$

چون حجم ظاهری مکعب بیش‌تر از حجم واقعی آن است، بنابراین مکعب دارای حفره است و داریم:

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V' = 1000 - 750 = 250 \text{ cm}^3$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

(سؤال ۲۰۷ کتاب آبی)

۷۳-

در اینجا نسبت انرژی جنبشی یک جسم در دو مکان را از ما خواسته است. ابتدا به کمک اصل پایستگی انرژی مکانیکی به محاسبه انرژی جنبشی جسم

(سؤال ۷۴۱ کتاب آبی)

-۷۸

با استفاده از رابطه آهنگ رسانش گرما می‌توان نوشت:

$$\frac{Q}{t} = \frac{kA\Delta\theta}{L} = \frac{kA(\theta_2 - \theta_1)}{L}$$

$$\frac{k_{Al} = 240 \frac{W}{m \cdot K}, \theta_2 = 200^\circ C, \theta_1 = 0^\circ C}{L = 1m, A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi (0.02)^2}{4} = 3.14 \times 10^{-4} m^2}$$

$$\frac{Q}{t} = \frac{240 \times 3.14 \times 10^{-4} \times (200 - 0)}{1} \Rightarrow \frac{Q}{t} = 14.4 W$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۳)

(سؤال ۹۱۹ کتاب آبی)

-۷۹

چون فرایند انبساطی است کار محیط روی گاز منفی است یعنی

$$W = -1650 J$$

$\Delta U = W$  است. بنابراین:

$$\Delta U = nC_V \Delta T \quad \frac{\Delta U = -1650 J, n = 1 mol}{C_V = \frac{3}{2}R, R = 8 J/mol \cdot K}$$

$$-1650 = (1) \left(\frac{3}{2} \times 8\right) \Delta T \Rightarrow \Delta T = -137.5 K$$

چون تغییر دما برحسب کلوین و درجه سلسیوس برابر است پس:

$$\Delta \theta = -137.5^\circ C$$

علامت منفی یعنی دما کاهش یافته است.

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۵ و ۱۵۴ تا ۱۵۷)

(سؤال ۱۰۷۵ کتاب آبی)

-۸۰

بر طبق قانون دوم ترمودینامیک به بیان یخچالی، هیچ‌گاه گرما به خودی خود

از منبع دما پایین به منبع دما بالا نمی‌رود، بنابراین اگر در یک

یخچال،  $W = 0$  یا  $Q_H = Q_L$  باشد، قانون دوم ترمودینامیک به بیان

یخچالی نقض می‌شود.

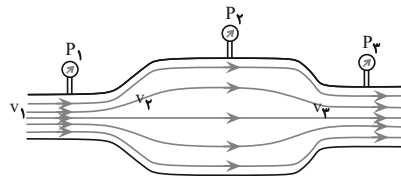
دقت کنیم در گزینه «۱»  $W = 0$  ولی  $Q_H > 0$  و  $Q_L < 0$  است، در

صورتی که در یخچال‌ها باید  $Q_H < 0$  و  $Q_L > 0$  باشد.

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۶۳ تا ۱۶۷)

(سؤال ۴۹۵ کتاب آبی)

-۷۶



مطابق شکل می‌خواهیم تندی حرکت شاره و فشار آن‌را در ناحیه‌های (۱)، (۲)

و (۳) بررسی کنیم.

در جریان پایای یک شاره لایه‌ای، هر چه سطح مقطع کوچک‌تر باشد، تندی

شاره بیش‌تر و طبق اصل برنولی فشار شاره کم‌تر خواهد بود. بنابراین داریم:

$$A_2 > A_3 > A_1$$

$$\Rightarrow v_2 < v_3 < v_1$$

$$\Rightarrow P_2 > P_3 > P_1$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۸۲ تا ۸۶)

(سؤال ۷۱۰ کتاب آبی)

-۷۷

ابتدا توان گرمایی ثابت گرمکن را با استفاده از اطلاعات سؤال به دست

می‌آوریم:

$$P \cdot t = m L_F \quad \frac{t = 1 \text{ min} = 1 \times 60 = 60 \text{ s}, m = 0.1 \text{ kg}}{L_F = 334000 \frac{J}{kg}}$$

$$P \times 60 = 0.1 \times 334000 \Rightarrow P = \frac{167}{3} W$$

خواسته سؤال مدت زمان مورد نیاز برای تبدیل ۱۰۰ گرم آب صفر درجه

سلسیوس به ۱۰۰ گرم بخار آب ۱۰۰ درجه سلسیوس می‌باشد. با توجه به

ثابت بودن توان گرمایی گرمکن داریم:  $P \cdot t' = mc(\theta_2 - \theta_1) + mL_V$

$$\frac{m = 0.1 \text{ kg}, c = 4200 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C}, \theta_2 = 100^\circ C, \theta_1 = 0^\circ C}{P = \frac{167}{3} W, L_V = 2256000 \frac{J}{kg}}$$

$$\frac{167}{3} \times t' = 0.1 \times 4200 \times (100 - 0) + 0.1 \times 2256000$$

$$\Rightarrow t' = 480.7 s \rightarrow t' = 8 \text{ min}$$

روش دوم: می‌دانیم توان گرمکن ثابت است بنابراین:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{Q_1}{t} = \frac{Q_2}{t'} \Rightarrow \frac{m L_F}{t} = \frac{mc\Delta\theta + m L_V}{t'}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{10 \text{ min}} = \frac{1 \times 4 / 2 \times 100 + 1 \times 2256}{t'} \Rightarrow t' = 8 \text{ min}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۱۰)

## شیمی ۱

$${}_{Z}^{93}\text{B}^{5+} \Rightarrow \begin{cases} e = z - 5 \\ n = 93 - z \end{cases}$$

$$\Rightarrow 93 - z - z + 5 = 16 \Rightarrow z = 41$$

ملاحظه می کنید اتم A با آرایش الکترونی  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$  دارای ۱۸ الکترون با  $n = 3$  بوده و در تناوب چهارم و گروه ۱۱ قرار دارد. اتم B با آرایش الکترونی  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$  دارای ۳۶ الکترون با  $n = 5$  قرار دارد. اما اتم بعد از اتم B، یعنی عنصر ۴۲ جدول تناوبی با آرایش الکترونی  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$  دارای ۹ الکترون با  $I = 0$  است.

(شیمی، ا، صفحه‌های ۵ و ۲۸ تا ۳۴)

(سؤال ۱۶ کتاب آبی)

۸۴-

گزینه «۱»: رنگ ترکیب هماتیت ( $\text{Fe}_2\text{O}_3$  به همراه ناخالصی) و ترکیب بوکسیت ( $\text{Al}_2\text{O}_3$  به همراه ناخالصی) به ترتیب قهوه‌ای و خاکستری می‌باشد. گزینه «۲»: برخی فلزها مانند طلا، پلاتین و... در برابر اکسیژن اکسایش نمی‌یابند.

گزینه «۳»: هرچه ضخامت یک سیم بیش‌تر باشد، مقاومت آن در برابر جریان الکتریکی کم‌تر است.

(شیمی، ا، صفحه‌های ۶۰ تا ۶۲)

(سؤال ۳۸ کتاب آبی)

۸۵-

گزینه «۱»:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Fe}_2\text{O}_3 \Rightarrow \frac{\text{شمار آنیون‌ها}}{\text{شمار کاتیون‌ها}} = \frac{3}{2} \\ \text{K}_2\text{S} \Rightarrow \frac{\text{شمار کاتیون‌ها}}{\text{شمار آنیون‌ها}} = \frac{2}{1} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{نسبت خواسته شده} = \frac{3}{2} = \frac{3}{4}$$

گزینه «۲»:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Al}_2\text{O}_3 \Rightarrow \frac{\text{شمار آنیون‌ها}}{\text{شمار کاتیون‌ها}} = \frac{3}{2} \\ \text{CrO} \Rightarrow \frac{\text{شمار کاتیون‌ها}}{\text{شمار آنیون‌ها}} = \frac{1}{1} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{نسبت خواسته شده} = \frac{3}{1} = \frac{3}{2}$$

گزینه «۳»:

$$\left. \begin{array}{l} \text{KCl} \Rightarrow \frac{\text{شمار آنیون‌ها}}{\text{شمار کاتیون‌ها}} = \frac{1}{1} \\ \text{MgO} \Rightarrow \frac{\text{شمار کاتیون‌ها}}{\text{شمار آنیون‌ها}} = \frac{1}{1} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{نسبت خواسته شده} = \frac{1}{1} = 1$$

گزینه «۴»:

$$\left. \begin{array}{l} \text{CrCl}_3 \Rightarrow \frac{\text{شمار آنیون‌ها}}{\text{شمار کاتیون‌ها}} = \frac{3}{1} \\ \text{AlF}_3 \Rightarrow \frac{\text{شمار کاتیون‌ها}}{\text{شمار آنیون‌ها}} = \frac{1}{3} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{نسبت خواسته شده} = \frac{3}{1} = 9$$

(شیمی، ا، صفحه‌های ۶۳ و ۹۹)

(سؤال ۹۹ کتاب آبی)

۸۱-

اگر ایزوتوپ‌های عنصر X را به صورت  ${}^A_Z\text{X}$  و  ${}^B_Z\text{X}$  در نظر بگیریم، در این صورت خواهیم داشت:

$${}^A_Z\text{X}^{3+} \rightarrow \begin{cases} e = Z - 3 \\ N = A - Z \\ N - e = 10 \Rightarrow N - Z + 3 = 10 \Rightarrow N = Z + 7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow Z + 7 = A - Z \Rightarrow A = 2Z + 7$$

$${}^B_Z\text{X}^{3+} \rightarrow \begin{cases} e = Z - 3 \\ N = B - Z \\ N - e = 12 \Rightarrow N - Z + 3 = 12 \Rightarrow N = Z + 9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow Z + 9 = B - Z \Rightarrow B = 2Z + 9$$

چون جمع جبری عدد جرمی دو ایزوتوپ برابر ۱۴۰ است، یعنی:

$$A + B = 140 \Rightarrow 2Z + 7 + 2Z + 9 = 140$$

$$\Rightarrow 4Z = 124 \Rightarrow Z = 31$$

بنابراین A و B برابر است با:

$$B = 2 \times 31 + 9 = 71, A = 2 \times 31 + 7 = 69$$

حال درصد فراوانی دو ایزوتوپ را به دست می‌آوریم:

$$69/8 = \frac{69x_1 + 71(100 - x_1)}{100}$$

$$\Rightarrow 6980 = 69x_1 + 7100 - 71x_1$$

$$\Rightarrow x_1 = 60\% \rightarrow x_2 = 40\%$$

(شیمی، ا، صفحه ۱۵)

(سؤال ۱۹ کتاب آبی)

۸۲-

$$\left. \begin{array}{l} A = 45 \\ N - Z = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow 45 = Z + (Z + 3) \Rightarrow 45 - 3 = 2Z \Rightarrow Z = 21$$

$$A = Z + N$$

برای یافتن شماره گروه و دوره (تناوب) این عنصر باید از عدد اتمی یا تعداد پروتون آن استفاده کنیم. از آنجایی که عدد اتمی ۲۱ بین عناصر K و ۱۹

Kr قرار دارد و اختلاف عدد اتمی آن با K برابر ۲ است این عنصر

در گروه سوم و تناوب چهارم جدول قرار دارد.

(شیمی، ا، صفحه‌های ۵، ۳۳ و ۳۴)

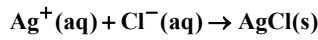
(سؤال ۲۴۵ کتاب آبی)

۸۳-

$${}^A_Z\text{X}^{2+} \Rightarrow \begin{cases} e = z - 2 \\ n = 64 - z \end{cases}$$

$$\Rightarrow 64 - z - z + 2 = 8 \Rightarrow z = 29$$

یون نقره با کلرید واکنش می‌دهد و رسوب نقره کلرید تشکیل می‌شود، پس در اثر واکنش از غلظت یون کلرید کاسته می‌شود.



$$0.00064 - 0.0004 = 0.00024 \text{ mol Cl}^-$$

غلظت کلرید باقی‌مانده پس از تشکیل رسوب:

$$\text{غلظت یون کلرید} = \frac{\text{مول حل شونده}}{\text{حجم محلول}} = \frac{0.00024}{(0.01 + 0.002)}$$

$$= \frac{0.00024}{0.012} = 0.02 \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی ۱، صفحه‌های ۱۰۲، ۱۰۶ و ۱۰۷)

(سؤال ۹۵۷ کتاب آبی)

۸۹-

گزینه «۱»: نقطه جوش  $\text{H}_2\text{O}$  به دلیل بیش‌تر بودن تعداد پیوند هیدروژنی، نسبت به مولکول  $\text{HF}$  بیش‌تر می‌باشد. (نادرست)

گزینه «۲»: هر دو ترکیب دارای نیروی بین مولکولی از نوع پیوند هیدروژنی هستند. (نادرست)

گزینه «۳»: تغییرات نقطه جوش ترکیبات هیدروژن‌دار گروه هفدهم نامنظم می‌باشد. (نادرست)

گزینه «۴»: در تمام ترکیبات هیدروژن‌دار عناصر گروه ۱۵ بر روی اتم مرکزی الکترون ناپیوندی وجود دارد در نتیجه قطبی می‌باشند و در میان ترکیب‌های هیدروژن‌دار دوره‌های دوم تا چهارم این گروه، ترکیب  $\text{NH}_3$  بیشترین نقطه جوش را دارد. (درست)

(شیمی ۱، صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۶)

(سؤال ۱۰۰۴ کتاب آبی)

۹۰-

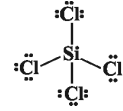
با توجه به اینکه رابطه انحلال‌پذیری گازها با فشار به صورت خطی تغییر می‌کند، در فشار ۴ atm، ۰/۰۸ گرم  $\text{O}_2$  در ۰/۵ کیلوگرم آب حل می‌شود. بنابراین در ۱۰۰ گرم آب، ۰/۰۱۶ گرم  $\text{O}_2$  حل می‌شود.

(شیمی ۱، صفحه‌های ۱۲۳ و ۱۲۴)

۸۶-

(سؤال ۴۷۲ کتاب آبی)

$\text{SiCl}_4$  دارای ۳۲ الکترون در لایه ظرفیت اتم‌های خود است و تعداد پیوندهای کووالانسی آن ۴ است و ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی دارد. (هر اتم کلر ۳ جفت الکترون ناپیوندی دارد.)



(شیمی ۱، صفحه‌های ۳۳، ۶۴ و ۶۵)

(سؤال ۷۷۶ کتاب آبی)

۸۷-

ابتدا جرم  $\text{Cl}^-$  موجود در آب استخر را محاسبه می‌کنیم. در محلول‌های رقیق که حلال آن آب است می‌توان ppm را از رابطه زیر محاسبه کرد:

$$\text{ppm} = \frac{\text{میلی گرم حل شونده}}{\text{لیتر محلول}} \Rightarrow 1 = \frac{x \text{ mg Cl}^-}{300 \times 10^3}$$

$$\Rightarrow x = 300 \times 10^3 \text{ mg Cl}^-$$

سپس جرم محلول حاوی یون کلرید را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ kg محلول} = 300 \times 10^3 \text{ mg Cl}^- \times \frac{1 \text{ g Cl}^-}{10^3 \text{ mg Cl}^-}$$

$$\times \frac{100 \text{ g محلول}}{5 \text{ g Cl}^-} \times \frac{1 \text{ kg محلول}}{10^3 \text{ g محلول}} = 6 \text{ kg محلول}$$

بنابراین با ۱۲۶ کیلوگرم از محلول، ۲۱ ( $\frac{126}{6}$ ) مرتبه می‌توان آب استخر را ضدعفونی کرد.

(شیمی ۱، صفحه‌های ۱۰۲ و ۱۰۳)

(سؤال ۸۶۸ کتاب آبی)

۸۸-

ابتدا مقدار مول یون کلرید در آب دریا را محاسبه می‌کنیم:

$$10 \text{ mL دریا} \times \frac{1/2 \text{ g}}{1 \text{ mL}} \times \frac{1/9 \text{ g Cl}^-}{1000 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ mol Cl}^-}{35/5 \text{ g Cl}^-}$$

$$= 0.00064 \text{ mol Cl}^-$$

مقدار مول یون نقره را نیز محاسبه می‌کنیم:

$$0.002 \text{ L} \times \frac{0.2 \text{ mol Ag}^+}{1 \text{ L}} = 0.0004 \text{ mol Ag}^+$$