



دفترچه شماره ۳
آزمون شماره ۸
جمعه ۹۷/۰۷/۲۰



سال تحصیلی ۹۸-۱۳۹۷

پاسخ‌های تشریحی

پایه دوازدهم ریاضی

دوره‌ی دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۲۱۵	مدت پاسخگویی: ۲۳۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف	
	تا	از				
۱۸ دقیقه	۲۵	۱	۲۵	فارسی	۱	
۲۰ دقیقه	۵۰	۲۶	۲۵	زبان عربی	۲	
۱۷ دقیقه	۷۵	۵۱	۲۵	دین و زندگی	۳	
۲۰ دقیقه	۱۰۰	۷۶	۲۵	زبان انگلیسی	۴	
۸۰ دقیقه	۱۱۰	۱۰۱	۱۰	حسابان ۲	ریاضیات	۵
	۱۲۰	۱۱۱	۱۰	ریاضیات گسسته		
	۱۳۰	۱۲۱	۱۰	هندسه ۳		
	۱۳۵	۱۳۱	۵	ریاضی ۱		
	۱۴۰	۱۳۶	۵	حسابان ۱		
	۱۴۵	۱۴۱	۵	هندسه ۱		
۵۰ دقیقه	۱۵۵	۱۴۶	۱۰	آمار و احتمال	فیزیک	۶
	۱۸۰	۱۵۶	۲۵	فیزیک ۳		
	۱۹۰	۱۸۱	۱۰	فیزیک ۱		
۲۵ دقیقه	۲۰۰	۱۹۱	۱۰	فیزیک ۲	شیمی	۷
	۲۱۵	۲۰۱	۱۵	شیمی ۳		
	۲۲۵	۲۱۶	۱۰	شیمی ۱		
	۲۳۵	۲۲۶	۱۰	شیمی ۲		



آزمون‌های سراسر گاج

دروس	طراحان	ویراستاران علمی
فارسی	امیرنجات شجاعی - مهدی نظری	ابوالفضل مزرعتی - اسماعیل محمدزاده مسیح گرجی - مریم نوری‌نیا
زبان عربی	بهروز حیدربکی	حسام حاج مؤمن شاهو مرادیان - سید مهدی میرفتحی سمیه رضاپور
دین و زندگی	مرتضی محسنی کبیر محمد رضایی بقا - امیررضا عمران‌پور فریدین سماقی - محمد عبادتی	سمیه رضاپور
زبان انگلیسی	امید یعقوبی‌فرد	رزیتا قاسمی
ریاضیات	حسابان (۱) و (۲) / ریاضی ۱	سیروس نصیری - محمدرضا سیاح
	هندسه (۳) / هندسه (۱)	سیروس نصیری
	گسسته / آمار و احتمال	مفید ابراهیم‌پور
فیزیک	ارسلان رحمانی - امیررضا خوینی‌ها یحیی یونسی‌زاده - وحید فتاحی	محمدجواد دهقان - علی جهانگیری محسن یدالله نبی - محمدحسین جوان رزیتا قاسمی
شیمی	پویا الفتی	ایمان زارعی - امین بابازاده رضیه قربانی - بهزاد معلم‌زاده



دفتر مرکزی تهران، خیابان انقلاب، بین چهارراه ولیعصر (عج) و خیابان فلسطین، شماره ۹۱۹

اطلاع رسانی و ثبت نام ۰۲۱-۶۴۲۰

نشانی اینترنتی www.gaj.ir



آماده‌سازی آزمون

مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعتی

بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری

برنامه‌ریزی و هماهنگی: مریم جمشیدی عینی - مینا نظری

ویراستاران فنی: رزیتا قاسمی - بهاره سلیمی - ساناز فلاخی - سمیه رضاپور - بهاره سادات موحدی
آمنه قلی‌زاده - مریم پارسائیان

مدیر فنی: مهرداد شمسی

سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی

طراح شکل: فاطمه میناسرشت

حروف‌نگاران: پگاه روزبهانی - آنیثا طارمی - فریبا مرادزاده - زهرا نظری‌زاد - سارا محمودنسب
فرهاد عبیدی - نرگس اسودی

امور چاپ: عباس جعفری



فارسی

۱ ۳ معنی درست واژه‌ها: مولع: شیفته، بسیار مشتاق، حریص، آزمند / مُحال: دروغ، بی‌اصل، ناممکن / هنگامه: غوغا، داد و فریاد، شلوغی، جمعیت مردم / مَنّت: سپاس، شکر، نیکویی / اعراض: روی‌گردان از چیزی، روی‌گردانی، انصراف

۲ ۲ معنی درست واژه‌ها: باسق: بلند / بَنان: سرانگشت، انگشت / صفوت: برگزیده، برگزیده از افراد بشر / قسیم: صاحب جمال / منگر: زشت، ناپسند (منگر: نفی‌کننده) / نمط: روش، نوع / وُرطه: زمین پست، مهلکه، هلاکت / جافی: جفاکار، ستمکار / زُقعہ: نامه

۳ بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ عاکف: کسی که در مدّتی معین در مسجد بماند و به عبادت پردازد.
۲ خابیدن: جویدن، به دندان نرم کردن
۳ قدوم: آمدن، قدم نهادن، فرارسیدن

۴ ۲ واژه‌ی «خبره» در گزینه‌ی (۲) به معنی «زلزله و حیران» به کار رفته است و در سایر گزینه‌ها به معنی «بیهوده».

۵ ۴ واژه‌ی «همسری» در گزینه‌ی (۴) به معنی «زوج برگزیدن» به کار رفته است و در سایر گزینه‌ها به معنی «برابری و مساوات».

۶ ۳ املای درست واژه‌ها: مَخْذول: خوار، زبون گردیده / فَرَاغ: آسایش و آرامش، آسودگی / مَعاصی: جمع معصیت، گناهان

۷ ۱ املای درست واژه: خواستن: طلب کردن (خاستن: بلند شدن)

۸ ۴ عاشق (مضاف‌الیه) جان است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ از تو نشانی (مفعول) جز صنع حکیمانه ندیدند.
۲ دروغ (مفعول) نگفتی.
۳ تو لشکر (مفعول) بیارای.

۹ بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ دهاد: فعل دعایی، به معنی «امیدوارم که بدهد»
۲ منشیناد: فعل دعایی، به معنی «امیدوارم که نشیند»
۴ باد: فعل دعایی، به معنی «امیدوارم که باشد»

۱۰ ۲ ماهتاب (ماه + تاب)

۱۱ ۲ می‌کردم: ماضی استمراری / نبود: ماضی ساده

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ نمی‌پرسی: مضارع اخباری
۳ می‌چکد: مضارع اخباری
۴ در نمی‌کشد: مضارع اخباری

۱۲ ۴ دل (نهاد) ز دست شد (فعل غیراسنادی). فعل «شد» در این گزینه به معنی «رفت» است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ خام (مسند) نگشت (فعل اسنادی).
۲ نگران (مسند) باش (فعل اسنادی).
۳ زیبا (مسند) بود (فعل اسنادی).

۱۳ ۳ نام پدیدآورندگان آثار:

داستان‌های صاحب‌دلان: محمدی اشتهدادی

قابوس‌نامه: عنصرالمعالی

الهی‌نامه: عطّار نیشابوری

ترجمه‌ی کلیله و دمنه: نصرالله منشی

۱۴ ۳ بررسی آرایه‌ها:

بیت «الف»: تشبیه: خانه‌ی چشم (اضافه‌ی تشبیه‌ی) / حس آمیزی: شیرینی افسانه

بیت «ه»: تشبیه: مهر به دانه / حس آمیزی: سخن سرد

۱۵ ۳ استعاره: ماه استعاره از معشوق

واج‌آرایی: تکرار مصوّت بلند «ا» (۸ بار) و صامت «ر» (۷ بار)

تشبیه: معشوق به آفتاب

تضاد: شب ≠ سحر

جناس: سحر، سفر

۱۶ ۱ بررسی آرایه‌ها:

تشبیه (بیت «ج»): نقدِ جان (اضافه‌ی تشبیه‌ی) / سیم‌پر: تشبیه «پر» یار، به سیم (نقره)

پارادوکس (بیت «ه»): این که نیش سرچشمه‌ی نوش باشد.

استعاره (بیت «ب»): سرکشی سیل بهاران و به کار بردن «عنان‌داری»

درباره‌ی آن و نیز دیوانگی دل و پر دادن آن

کنایه (بیت «د»): در خویشتن فرو رفتن: در این جا کنایه از توجّه بسیار به

ظرافت‌ها و جزئیات، معادل کنایه‌های ریزبینی و خرده‌بینی

تناسب (بیت «الف»): طوفان، بادبان، کشتی، دریا

۱۷ ۲ مفهوم گزینه‌ی (۲): شیرین‌سخنی در وصف عشق

مفهوم مشترک بیت سؤال و سایر گزینه‌ها: توصیف‌ناپذیری معشوق

۱۸ ۲ مفهوم گزینه‌ی (۲): شکرگزاری از بی‌نصیبی

مفهوم مشترک بیت سؤال و سایر گزینه‌ها: شکر موجب افزایش نعمت است.

۱۹ ۳ مفهوم گزینه‌ی (۳): بی‌وفایی معشوق و آرزوی یافتن خبری از او

مفهوم مشترک عبارت سؤال و سایر گزینه‌ها: بی‌خبری عاشقانه

۲۰ ۳ مفهوم مشترک ابیات سؤال و گزینه‌ی (۳): انسان اشرف

مخلوقات است.

مفهوم سایر گزینه‌ها:

۱ ستایش آفرینش ماه و خورشید

۲ عنایت معشوق موجب کمال عاشق است.

۴ ستایش آفرینش خداوند / انسان توانایی درک عظمت آفرینش را ندارد.

۲۱ ۳ مفهوم مشترک عبارت سؤال و گزینه‌ی (۳): بخشاینده‌ی

خداوند

مفهوم سایر گزینه‌ها:

۱ شور و آشفتگی و جنون، قابل مهار نیست.

۲ بی‌تعلقی موجب آسودگی است.

۴ بلندمرتبه‌ی درویشان

۲۲ ۲ مفهوم گزینه‌ی (۲): خاکساری در برابر معشوق و طلب عنایت

از او

مفهوم مشترک بیت سؤال و سایر گزینه‌ها: تجلّی وجود خداوند در

پدیده‌های جهان



۲۳ ۳ مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه‌ی (۳): فروتنی موجب کمال است.

مفهوم سایر گزینه‌ها:

- (۱) تقابل عشق با عقل و صبر
- (۲) تقابل عشق با عقل و صبر
- (۴) وفاداری عاشق

۲۴ ۴ مفهوم مشترک عبارت سؤال و گزینه‌ی (۴): نکوهش ریاکاری

مفهوم سایر گزینه‌ها:

- (۱) نکوهش طمع
- (۲) توصیه به راستی
- (۳) نکوهش غیبت

۲۵ ۱ مفهوم مشترک عبارت سؤال و گزینه‌ی (۱): نکوهش حسد

مفهوم سایر گزینه‌ها:

- (۲) تربیت‌ناپذیری بدسرشتان
- (۳) دل‌فریبی معشوق و دل‌دادگی عاشق / غیرت عاشقانه
- (۴) خوش‌باشی / عشق‌ورزی و پندناپذیری عاشق

زبان عربی

■ جواب درست را در لغات یا ترجمه یا مفهوم یا گفت‌وگو یا خواندن عبارات مشخص کن (۳۹ - ۲۶):

۲۶ ۳ ترجمه گزینه‌ها:

- (۱) آن مرد یکتا پرست است؛ زیرا او جز خداوند تبارک و تعالی را نمی‌پرستد.
- (۲) دانش‌آموزان در ساعت هشت، در سالن امتحانات جمع شدند.
- (۳) مراسم همان‌هایی هستند که مردم در زمان قدیم آن‌ها را می‌پرستیدند و ساخته‌شده از سنگ و چوب بودند. (واژه درست برای این گزینه «الأصنام»؛ بت‌ها) است.
- (۴) ابری سیاه در آسمان پدیدار شد و [آسمان] به سرعت شروع به باریدن کرد.

۲۷ ۱ ترجمه کلمات مهم: ما ظلم: ستم نکرد / كانوا یظلمون: ستم می‌کردند

اشتباهات بارز سایر گزینه‌ها:

- (۲) ستمی نمی‌کند (← ستم نکرد؛ «ما ظلم» ماضی منفی است.)، ستم می‌کنند (← ستم می‌کردند؛ کان + مضارع ماضی استمراری)
- (۳) ظلم کردند (← ستم می‌کردند)
- (۴) ستم نمی‌کرد (← ستم نکرد، ستمگر بودند (← ستم می‌کردند)

۲۸ ۱ ترجمه کلمات مهم: إعمل: کار کن / تعیش: زندگی می‌کنی / تموت: می‌میری

اشتباهات بارز سایر گزینه‌ها:

- (۲) باید کار کنی (← کار کن؛ «اعمل» فعل امر دوم شخص مفرد (مخاطب) است و در ترجمه این صیغه‌ها از «باید» استفاده نمی‌کنیم)، زنده‌ای (← زندگی می‌کنی)، زاید بودن «هم»، خواهی مرد (← می‌میری)؛ «تموت» فعل مضارع است.

(۳) زندگی‌ات (← دنیایت)، تلاش کن (← کار کن)

- (۴) تلاش می‌کنی (← کار کن)، زاید بودن «قرار است»، زندگی کنی (← زندگی می‌کنی)، کار می‌کنی (← کار کن)، زاید بودن «همین»، خواهی مرد (← می‌میری)

۲۹ ۳ ترجمه کلمات مهم: ترجمه کن / مستعیناً به: با کمک / ألف: تألیف کرده است / ذاك: آن

اشتباهات بارز سایر گزینه‌ها:

- (۱) باید ترجمه شود (← ترجمه کن)، واژه‌نامه آن عالم ایرانی (← واژه‌نامه‌ای که آن عالم ایرانی تألیف کرده است)
- (۲) ساختار عبارت عربی در ترجمه اشتباه منتقل شده است، با استفاده از (← با کمک)، این (← آن)
- (۴) با استفاده از (← با کمک)، «آن» در جای نادرستی آمده است، دانشمندی (← دانشمند)، این متن را به عربی ترجمه کن (← این متن عربی را ترجمه کن)

۳۰ ۱ ترجمه کلمات مهم: أنقذ: نجات داد / كان یقصدون: می‌خواستند (ماضی استمراری) / تحریق: سوزاندن (مصدر است ولی در این جا می‌تواند به صورت فعل هم ترجمه شود).

اشتباهات بارز سایر گزینه‌ها:

- (۲) زاید بودن «بود»، او بسوزد (← او را بسوزانند)، «من التار» ترجمه نشده است.
- (۳) «الذی» ترجمه نشده است، زاید بودن «چون»، ضمناً ترتیب عبارت عربی در ترجمه بهم خورده است.
- (۴) نجات‌دهنده (← نجات داد؛ «أنقذ» فعل است)، کسی که (← که)، «من التار» ترجمه نشده است.

۳۱ ۴ ترجمه کلمات مهم: قد كان: بوده است (ماضی نقلی) / أول الأنبياء: نخستین پیامبران / سیکون: خواهد بود (مستقبل)

اشتباهات بارز سایر گزینه‌ها:

- (۱) پیامبران پیشین (← نخستین پیامبران)، زاید بودن «هم»، ادامه خواهد داشت (← خواهد بود)
- (۲) زاید بودن «بین»، و (← با)، پیامبر (← پیامبران؛ «الأنبياء» جمع است)، ادامه می‌یابد (← خواهد بود)
- (۳) زاید بودن «بین»، و (← با)، شروع شده است (← بوده است)، طول خواهد کشید (← خواهد بود)

۳۲ ۴ ترجمه کلمات مهم: الحضارات: تمدن‌ها / النقوش: نگاره‌ها، کنده‌کاری‌ها / التماثل: تندیس‌ها / تدل: دلالت دارند (می‌کنند)

اشتباهات بارز سایر گزینه‌ها:

- (۱) فرهنگ‌ها (← تمدن‌ها)، تصویرها (← تندیس‌ها)، شناخته‌ایم (← می‌شناسیم؛ «نعرف» فعل مضارع است).
- (۲) مجسمه‌ها (← نگاره‌ها)، تصاویر (← تندیس‌ها)، تأکید دارند (← دلالت دارند)
- (۳) فرهنگ‌ها (← تمدن‌ها)، شناخته‌شده (← می‌شناسیم)، تأیید می‌کنند (← دلالت دارند)

۳۳ ۲ ترجمه کلمات مهم: عَلَّقَ: آویخت / الفأس: تبر / أكبر الأصنام: بزرگ‌ترین بت‌ها / ترك: ترک کرد / أن يرجع: که بازگردند / حفلة العيد: جشن عید

اشتباهات بارز سایر گزینه‌ها:

- (۱) بت بزرگ (← بزرگ‌ترین بت‌ها؛ «أكبر» اسم تفضیل و دارای مضاف‌إلیه است و در این جا معنای «برترین» می‌دهد)، قرار داد (← آویخت)، جشن (← جشن عید)



■ متن زیر را با دقت بخوان سپس متناسب با آن به سوالات پاسخ بده (۴۲ - ۴۰):

بی‌گمان این جهان، آفریننده‌ای دارد که انسان را به ویژگی‌هایی مجهز کرده که در هیچ موجود دیگری یافت نمی‌شود. اگر [این ویژگی‌ها در موجود دیگری هم] یافت شوند، نسبت به انسان، بسیار ضعیف‌اند. می‌توان به دو مورد از آن‌ها اشاره کرد: عقل (خرد) و زبان. اولی (عقل) به ما در گرفتن تصمیم کمک می‌کند و دومی (زبان) به ما کمک می‌کند که با دیگران ارتباط برقرار کنیم. براساس تعریفی از علم منطق، می‌توان گفت که انسان، حیوانی ناطق است. مهم است بدانیم که نطق این‌جا یعنی قوه تفکر (توانایی اندیشیدن) و به معنای عمومی زبان [وسیله‌ای برای برقراری ارتباط] اطلاق نمی‌شود.

۴۰ [گزینه] ۱ درست را براساس متن برای جای خالی مشخص کن:

«انسان»

ترجمه گزینه‌ها:

(۱) دو توانایی دارد که به طور کامل از آن‌ها بهره می‌برد و با آن‌ها از دیگر موجودات متمایز می‌شود.

(۲) حیوانی است که می‌تواند حرف بزند. (در متن آمده نطق یعنی اندیشیدن نه حرف زدن).

(۳) فقط با عقل و زبان متمایز می‌شود. (در متن اشاره شده که می‌توان دو مورد از آن ویژگی‌ها را نام برد نه این‌که فقط همین دو ویژگی، وجه تمایز انسان با دیگر موجودات باشد).

(۴) ویژگی خاصی ندارد تا از دیگر موجودات متمایز شود.

۴۱ [گزینه] ۲ درست را مشخص کن:

ترجمه گزینه‌ها:

(۱) پدیده زبان فقط در انسان وجود دارد. (طبق متن، دیگر موجودات هم از زبان بهره می‌برند اما این موضوع برای آن‌ها بسیار ضعیف است).

(۲) نمی‌توانیم این جهان را بدون [آفریننده] خردمندی که آن را آفریده، متصور شویم. (طبق جمله اول متن، این گزینه صحیح است).

(۳) انسان می‌تواند با زبانش با حیوانات ارتباط برقرار کند.

(۴) توانایی اندیشیدن به همان شکلی که در انسان هست، در حیوانات [هم] یافت می‌شود.

۴۲ [گزینه] ۱ نادرست را مشخص کن:

ترجمه گزینه‌ها:

(۱) انسان، حیوانی ناطق است یعنی این‌که او می‌تواند حرف بزند. (در متن آمده نطق به معنای توانایی اندیشیدن است).

(۲) عقل، یاری‌دهنده انسان در گرفتن تصمیمات مهم است.

(۳) نشانه‌های بسیاری هست که بر وجود خالقی خردمند برای جهان دلالت دارند.

(۴) عقل و زبان، دو نعمتی هستند که فقط به انسان به شکلی کامل اختصاص یافته‌اند.

■ گزینه مناسب را در پاسخ به سوالات زیر مشخص کن (۵۰ - ۴۳):

۴۳ [گزینه] ۲ «ن» جمع مؤنث هنگام ساختن فعل امر، حذف نمی‌شود:

تَجَلِّسْنَ ← امر

(۳) تبر ابراهیم (ع) ← ابراهیم (ع) تبر را، بت بزرگ ← بزرگ‌ترین بت‌ها، آویخته شد ← آویخت؛ «عَلَّقَ» معلوم است، زاید بودن «او»، بازگشت مردم ← مردم برگردند؛ «یرجع» فعل است، گریخت ← ترک کرد

(۴) تبرش ← تبر، قرار داد ← آویخت، بازگشت مردم ← مردم بازگردند، جشن ← جشن عید

۳۴ [گزینه] ۴ بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) فعل امر + ... + فعل مضارع ← فعل امر + ... + تا + مضارع التزامی: اُدْرُسْ + ... + تَتَجَجَّ ← بخوان ... تا موفق شوی.

ترجمه درست: درس‌هایت را به خوبی بخوان تا در امتحانات پایان سال موفق شوی.

(۲) «تزداد» فعل لازم و مفرد است.

ترجمه درست: خرافات در دین‌های مردم در گذر زمان با سرعتی چشمگیر افزایش می‌یابد.

(۳) فَعَلْتَ: انجام دادی

ترجمه درست: «ای ابراهیم، آیا تو این کار را با خدایان ما انجام دادی؟»

۳۵ [گزینه] ۱ ترجمه درست عبارت: «و برای من در آیندگان، یاد نیکو قرار بده.»

۳۶ [گزینه] ۲ ترجمه عبارت سؤال: «چرا می‌گویید آن‌چه را که انجام نمی‌دهید؟»

مفهوم: لزوم هم‌خوانی سخن و عمل

ترجمه گزینه‌ها:

(۱) آن‌چه را که نمی‌دانی، نگو؛ بلکه همه آن‌چه را که می‌دانی هم نگو.

(۲) باید سخن و عملت یکسان باشند. (دقیقاً مانند عبارت سؤال، به مفهوم هم‌خوانی سخن و عمل اشاره دارد).

(۳) قبل از آن‌که شروع به سخن گفتن کنی، بیندیش.

(۴) چه بسا سخنی که همانند شمشیر است.

۳۷ [گزینه] ۲ ترجمه عبارت سؤال: «آیا انسان گمان می‌کند که بیهوده رها می‌شود؟»

مفهوم: آفرینش انسان (و جهان) هدفمند بوده است.

ترجمه گزینه‌ها:

(۱) «انسان، ضعیف آفریده شده است.»

(۲) «خدایا این (جهان) را بیهوده نیافریده‌ای.»

(۳) «دربارۀ آفرینش اندیشه کنید و درباره آفریننده اندیشه نکنید.»

(۴) «انسان باید بنگرد که از چه چیزی آفریده شده است.»

۳۸ [گزینه] ۲ بررسی گزینه‌ها:

(۱) «من این» درباره ملیت سؤال می‌کند.

ترجمه: ای برادر بزرگوام، اهل کجا هستی؟ من مصری‌ام.

(۲) در جواب «کم» باید از عدد استفاده کنیم.

ترجمه: تعداد فصل‌ها در سال چندتاست؟ ما در فصل پاییز هستیم.

(۳) ترجمه: آیا تا الان موزه‌های قدیمی را دیده‌ای؟ نه، متأسفانه.

(۴) ترجمه: با چه چیزی به کربلای مقدس سفر می‌کنی؟ با اتوبوس سفر می‌کنم.

۳۹ [گزینه] ۳ در این گزینه با توجه به مفهوم عبارت، «عالم» صحیح است.

ترجمه: هر کس بگوید من دانا هستم، او نادان است. (عالم: جهان)



دین و زندگی

۵۱ ۲

هر کدام از ما، براساس فطرت خویش، خدا را می‌یابیم و حضورش را درک می‌کنیم و به روشنی می‌دانیم در جهانی زندگی می‌کنیم که آفریننده‌ای حکیم آن را هدایت و پشتیبانی می‌کند و به موجودات و مخلوقات مدد می‌رساند. با وجود این شناخت اولیه، قرآن کریم ما را به معرفت عمیق‌تر درباره‌ی خداوند فرا می‌خواند و راه‌های گوناگونی را برای درک وجود او و نیز شناخت صفات و افعال او به ما نشان می‌دهد. یکی از این راه‌ها تفکر درباره‌ی نیازمند بودن جهان، در پیدایش خود، به آفریننده و خالق است.

۵۲ ۴

پدیده‌ها، که وجودشان از خودشان نیست، برای موجود شدن نیازمند به پدیدآورنده‌ای هستند که خودش پدیده نباشد، بلکه وجودش از خودش باشد (واجب‌الوجود باشد)؛ همان‌طور که چیزهایی که شیرین نیستند، برای شیرین شدن نیازمند به چیزی هستند که خودش شیرین باشد. عبدالرحمن جامی این معنا را در دو بیت چنین بیان می‌کند:

ذاتِ نایافته از هستی، بخش چون تواند که بود هستی‌بخش
خشک ابری که بود ز آب تهی نابد از وی صفت آب‌دهی

۵۳ ۳

انسان‌های ناآگاه نسبت به نیاز دائمی انسان به خداوند، بی‌توجهاند اما انسان‌های آگاه دائماً سایه‌ی لطف و رحمت خدا را احساس می‌کنند و خود را نیازمند عنایات پیوسته‌ی او می‌دانند. برای همین است که پیامبر گرامی ما، با آن مقام و منزلت خود در پیشگاه الهی، عاجزانه از خداوند می‌خواهد که برای یک لحظه هم، لطف و رحمت خاصش را از او نگیرد و او را به حال خود واگذارد نکند: «اللَّهُمَّ لَا تَكِلْنِي إِلَىٰ نَفْسِي طَرْفَةَ عَيْنٍ أَبَدًا»

۵۴ ۳

موجودات جهان، پس از پیدایش، در بقای خویش نیز، مانند لحظه‌ی نخست خلق شدن (پیدایش)، به خداوند نیازمند هستند. بنابراین، نیازمندی موجودات به خداوند، در هر دو مرتبه یکسان است.

هر کدام از ما، براساس فطرت خویش، خدا را می‌یابیم و حضورش را درک می‌کنیم.

۵۵ ۲

پس از درک نیازمندی جهان به خدا «أَنْتُمْ الْفُقَرَاءُ إِلَى اللَّهِ»، انسان به نیازمندی دائمی به خدا و درخواست پیوسته از او پی می‌برد و همواره با زبان حال، به پیشگاه الهی عرض نیاز می‌کند: «يَسْأَلُهُ مَنْ فِي السَّمَاوَاتِ وَالْأَرْضِ كُلُّ يَوْمٍ هُوَ فِي شَأْنٍ»

۵۶ ۲

انسان‌های ناآگاه (جاهل) نسبت به نیاز دائمی انسان به خداوند، بی‌توجهاند. علت درخواست عاجزانه‌ی پیامبر (ص) از خداوند و درک بیش‌تر فقر و نیاز او، افزایش خودشناسی در ایشان است زیرا هر چه معرفت انسان به خود و رابطه‌اش با خدا بیش‌تر شود (علت)، نیاز به او را بیش‌تر احساس و عجز و بندگی خود را بیش‌تر ابراز می‌کند. (معلول)

۵۷ ۳

قرآن کریم، رابطه‌ی میان خداوند و جهان هستی را با کلمه‌ی «نور» به معنای آن‌چه که خود آشکار است و سبب پیدایی و آشکاری موجودات می‌گردد، بیان می‌دارد: «اللَّهُ نُورُ السَّمَاوَاتِ وَالْأَرْضِ»
از آن‌جا که تمام موجودات، «وجود» خود را از خدا می‌گیرند، پس هر موجودی در حد خودش تجلی‌بخش خداوند است و رؤیت خدا در هستی، امکان‌پذیر است. از این رو امام علی (ع) می‌فرماید: «مَا رَأَيْتُ شَيْئًا ...»

۴۴ ۱ بررسی گزینه‌ها:

- (۱) انتشار: حروف اصلی: ن ش ر $\xrightarrow{\text{وزن}}$ افتعال
- (۲) اندفاع: حروف اصلی: د ف ع $\xrightarrow{\text{وزن}}$ انفعال
- (۳) انطلاق: حروف اصلی: ط ل ق $\xrightarrow{\text{وزن}}$ انفعال
- (۴) انبعاث: حروف اصلی: ب ع ث $\xrightarrow{\text{وزن}}$ انفعال

۴۵ ۴ بررسی گزینه‌ها:

- (۱) قوانین: جمع مکسر $\xrightarrow{\text{مفرد}}$ قانون
 - (۲) جنود: جمع مکسر $\xrightarrow{\text{مفرد}}$ جندی، أصوات: جمع مکسر $\xrightarrow{\text{مفرد}}$ صوت
 - (۳) نِعَم: جمع مکسر $\xrightarrow{\text{مفرد}}$ نعمة، إخوان: جمع مکسر $\xrightarrow{\text{مفرد}}$ أخ، شیاطین: جمع مکسر $\xrightarrow{\text{مفرد}}$ شیطان
 - (۴) راغبین: جمع مذکر سالم $\xrightarrow{\text{مفرد}}$ راغب
- نکته: اگر «ین، ون، ات» را از آخر یک کلمه جمع برداریم و به مفرد کلمه برسیم آن کلمه جمع سالم است؛ در غیر این صورت، جمع مکسر محسوب می‌شود.

۴۶ ۲

با توجه به «هی» و «کتبت» که مؤنث هستند، ضمیر در «واجباته» هم باید به صورت مؤنث بیاید ← واجباتها.

۴۷ ۴ بررسی گزینه‌ها:

- (۱) با توجه به ترجمه عبارت، «لا یتوکَّن» فعل مضارع منفی است. ترجمه: اینان زنانی مؤمن‌اند که توکل نمی‌کنند جز بر پروردگار توانایشان.
- (۲) با توجه به ترجمه، «لا» در این گزینه هم «نافیه» است، نه «ناهیه».
- ترجمه: مادران هیچ‌گاه در تربیت فرزندان‌شان کوتاهی نمی‌کنند.
- (۳) اگر قبل از «لا»، کلمه پرسشی «أ: آیا» بیاید، «لا» قطعاً «نافیه» است. ترجمه: ای هم‌کلاسی‌هایم، آیا به گردش علمی نمی‌روید؟
- (۴) جمله حالت دستوری (امر منفی) دارد، پس «لا» از نوع «ناهیه» است. ترجمه: ای دخترانم، لطفاً دیر به خانه برنگردید.

۴۸ ۳

«الکتب» جمع غیرانسان است. برای اشاره به جمع غیرانسان از اسم‌های اشاره مفرد مؤنث استفاده می‌کنیم ← هذه، تلك (هذه الکتب)

۴۹ ۳

فرمول ماضی استمراری این‌گونه است: کان + فعل مضارع در گزینه (۳)، «کان + یسافرون» آمده که معادل ماضی استمراری است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) فعل «كنت» با «غارقاً» همراه شده که نمی‌تواند معادل ماضی استمراری باشد.
- (۲) فعل «کتنا» با فعل ماضی «ذهبنا» همراه شده که معادل ماضی استمراری نیست بلکه معادل ماضی بعید است.
- (۴) فعل «كانت» با «التلميذات» و «مسورات» همراه شده که نمی‌تواند معادل ماضی استمراری باشد.

۵۰ ۴ بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) اگر بعد از فعل سوم شخص (غایب) ابتدای جمله، فاعل به صورت یک اسم مستقل بیاید، فعل همیشه به صورت مفرد ظاهر می‌شود ← طبخت الطباخات ...
- (۲) «عملك الحسنه» ترکیب وصفی - اضافی است. «الحسنه» به عنوان صفت باید با موصوفش «عمل» از نظر جنس مطابقت داشته باشد ← عملك الحسن ...
- (۳) «یطالع» چون بعد از «أصدقاء» آمده، باید از لحاظ تعداد با آن مطابقت داشته باشد ← أصدقائي يطالعون ...



۶۵ ۱ منشأ اختلاف انسان‌ها در انتخاب هدف، نوع نگرش و بینش آن‌ها می‌باشد و دومین تفاوت انسان با دیگر موجودات در چگونه رسیدن به هدف از آن‌جا نشأت می‌گیرد که انسان دارای روحیه‌ای بی‌نهایت طلب است و عطشی روزافزون برای رسیدن به خواسته‌هایش دارد.

۶۶ ۳ انسان مانند سایر موجودات به سوی هدف حکیمانه‌ای در حرکت است. هدفی که گام نهادن او در این دنیا، فرصتی است که برای رسیدن به آن هدف به او داده شده است.

هدف‌ها و دل‌بستگی‌های پایان‌پذیر مثل مال و ثروت، هدف‌های فرعی به شمار می‌روند. در حالی که هدف‌های پایان‌ناپذیر و همیشگی مانند خیرخواهی نسبت به دیگران هدف اصلی محسوب می‌شوند.

۶۷ ۲ برای انتخاب صحیح هدف‌ها و دل بستن به آن‌ها باید ارزش هدف‌ها را مشخص کنیم و متناسب با ارزشی که دارند، به آن‌ها رتبه دهیم.

۶۸ ۳ اگر هدف و مقصد زندگی، خدا باشد، خوشحالی‌ها و ناراحتی‌ها، شکست‌ها و پیروزی‌ها و بسیاری دیگر از مفاهیم کلیدی زندگی، تعریف جدیدی پیدا می‌کند. شکست، دور شدن از خدا و پیروزی، نزدیک شدن به خدا معنا می‌شود که آیهی شریفه‌ی «إِنَّ صَلَاتِي وَنُسُكِي...» به این موضوع اشاره دارد.

۶۹ ۴ خداوند با دادن نعمات مادی و معنوی به انسان، او را گرامی داشته و به او کرامت بخشیده و بر بسیاری از مخلوقات برتری داده است. آن‌چه در آسمان‌ها و زمین است، برای او آفریده و توانایی بهره‌مندی از آن‌ها را در وجود او قرار داده است. همه‌ی این‌ها نشان می‌دهد که خداوند برای انسان در نظام هستی جایگاه ویژه‌ای قائل شده است. عبارت «قرار دادن خود به عنوان بهای انسان» در متن کتاب نیامده است.

۷۰ ۳ خداوند، به ما نیرویی عنایت کرده تا با آن بیندیشیم و مسیر درست را از راه‌های غلط و خوب را از بد تشخیص دهیم. حقایق را دریابیم و از جهل و نادانی دور شویم. درست را از نادرست و حق را از باطل تشخیص دهیم. نام این توانایی «عقل و تفکر» است.

۷۱ ۱ خداوند به ما یادآوری می‌کند که عاملی درونی، انسان‌ها را برای رسیدن به لذت‌های زودگذر دنیایی به گناه دعوت می‌کند و از پیروی از عقل و وجدان باز می‌دارد. میل سرکشی که در درون انسان طغیان می‌کند و وی را به گناه فرامی‌خواند، «نفس اماره» است.

امام عصر (عج) می‌فرماید: «هیچ چیز مانند نماز بینی شیطان را به خاک نمی‌مالد.»

۷۲ ۲ از آیهی شریفه‌ی «و نفسی و ما سؤاها...» می‌توان دریافت که خداوند انسان را به گونه‌ای آفریده است که می‌تواند زیبایی‌ها و زشتی‌ها را درک کند و با توجه به آیهی شریفه‌ی «إِنَّا هَدَيْنَا السَّبِيلَ إِنَّمَا شَاكَرْنَا وَإِنَّمَا كَفَرْنَا» خداوند ما را صاحب اراده و اختیار آفرید و مسئول سرنوشت خویش قرار داد. سپس راه رستگاری و راه شقاوت را به ما نشان داد تا خود راه رستگاری را برگزینیم و از شقاوت دوری کنیم.

۷۳ ۴ این جمله‌ی قرآنی که می‌فرماید: «خداوند به شما وعده‌ی حق داد اما من به شما وعده‌ای دادم و خلاف آن عمل کردم...»، از زبان شیطان است و همان عامل بیرونی (شیطان) است که خود را برتر از آدمیان می‌پندارد و سوگند یاد کرده که فرزندان آدم را فریب دهد و از رسیدن به بهشت باز دارد.

۵۸ ۴ هر موجودی در حدّ خودش، تجلی‌بخش خداوند و نشانگر علم، قدرت و سایر صفات الهی است؛ از همین رو آنان که با دقت و تأمل در جهان هستی می‌نگرند، در هر چیزی خدا را مشاهده می‌کنند و علم و قدرت او را می‌بینند. بیت زیر از «گلشن راز» مؤید همین مطلب است:

دلی کز معرفت نور و صفا دید - به هر چیزی که دید، اول خدا دید

۵۹ ۲ ما نمی‌توانیم موضوعات نامحدود را تصور کنیم زیرا لازمه‌ی شناخت هر چیزی، احاطه و دسترسی به آن است. این بخش از حدیث پیامبر (ص): «لَا تَفْكَرُوا فِي ذَاتِ اللَّهِ» نیز تفکر در ذات نامحدود خداوند را ناممکن بیان می‌کند و آیهی شریفه‌ی «يَسْأَلُهُ مَنْ فِي السَّمَاوَاتِ وَالْأَرْضِ كُلُّ يَوْمٍ هُوَ فِي شَأْنٍ» بیان‌کننده‌ی آن است که یک معلول همواره در بقای خود، نیازمند علت است.

۶۰ ۱ براساس حدیث شریف «أَفْضَلُ الْعِبَادَةِ إِدْمَانُ التَّنَكُّرِ فِي اللَّهِ وَفِي قُدْرَتِهِ» برترین عبادت، اندیشیدن مداوم درباره‌ی خدا و قدرت اوست. هر موجودی در حدّ خود، تجلی‌بخش خداوند و نشانگر حکمت، قدرت و سایر صفات الهی است. آنان که به دقت در هستی می‌نگرند، در هر چیزی علم و قدرت خدا را می‌بینند. کلیدواژه‌ی «معرفت» در بیت «دلی کز معرفت...» به رسیدن انسان به شناخت خداوند از طریق تأمل و مشاهده‌ی مخلوقات اشاره دارد.

۶۱ ۲ با توجه به آیهی شریفه «يَسْأَلُهُ مَنْ فِي السَّمَاوَاتِ وَالْأَرْضِ...» جهان و همه‌ی مخلوقات هر لحظه و پیوسته محتاج خداوند متعال هستند و این احتیاج همیشگی و دائمی و در هر «آن» است و این نیاز هیچ‌گاه قطع و یا کم نمی‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) همه‌ی مخلوقات (نه فقط انسان‌ها) دائماً دست نیاز به سوی خداوند دارند.
۳) فیض‌بخشی خداوند به مخلوقات دارای شرط درخواست پیوسته‌ی آنان از خداوند نیست.
۴) خداوند همواره دست‌اندرکار امور همه‌ی مخلوقات است و این امر مشروط به مطالبه‌ی دائمی آنان نیست.

۶۲ ۲ موارد «ج» و «ه» از این شعر دریافت نمی‌شود چون این شعر درباره‌ی افرادی است که هم از زندگی دنیایی و بهره‌هایش استفاده می‌کنند و هم از آن جایی که تمام کارهای دنیوی خود را برای رضای خدا انجام می‌دهند، جان و دل خود را به خداوند نزدیک‌تر می‌کنند و سرای آخرت خویش را نیز آباد می‌کنند. در حالی‌که در موارد «ج» و «ه» فقط درباره‌ی زندگی دنیایی سخن گفته شده است.

۶۳ ۴ با توجه به آیهی شریفه‌ی «و ما خلقتُ الجنَّ و الانسَ الاَّ ليعبدون» هدف اصلی انسان از زندگی باید عبادت و بندگی خداوند باشد. هر حرکت و عملی که برای کسب رضای الهی باشد و براساس معیارهای دینی صورت گیرد، عبادت است و شاید کامل‌ترین تعبیر درباره‌ی «زندگی به‌خاطر خدا» تعبیر خود خداوند باشد که می‌فرماید: «قُلْ إِنَّ صَلَاتِي وَنُسُكِي وَمَحْيَايَ وَمَمَاتِي لِلَّهِ رَبِّ الْعَالَمِينَ»

۶۴ ۱ اگر انسان نداند که «برای چه آفریده شده و هدف از زندگی او در این جهان چیست؟» و پاسخ این سؤال مهم و حیاتی را ندهد، این خطر وجود دارد که زندگی خود را به اشتباه صرف کارهایی کند که برای آن خلق نشده است و سرمایه‌های او را از دست دهد که نه ارزش آن قابل مقایسه با چیزهای دیگر است و نه امکان به دست آوردن مجدد آن وجود دارد.



۸۳ ۲ او ورزشکاری با معلومات است که یکی از سرشناس‌ترین و موفق‌ترین برندگان مدال در بازی‌های المپیک شده است.

- (۱) پیشگیروانه، بازدارنده
(۲) سرشناس؛ برجسته؛ متمایز
(۳) تفریحی؛ (مربوط به) سرگرمی (۴) شرطی؛ مشروط، مقید

۸۴ ۴ کودکان در حالی که دمای بدن او را می‌گیرید باید برای مدت کوتاهی بی‌حرکت بنشینند، وگرنه نتیجه، دقیق نخواهد بود.

- (۱) درست کردن؛ باعث ... شدن، مجبور کردن
(۲) نگه داشتن؛ برگزار کردن
(۳) دادن
(۴) بردن؛ گرفتن

توضیح: دمای بدن ... را گرفتن: take temperature

۸۵ ۱ در روزی که خون اهدا می‌کنید، باید مایعات فراوانی بنوشید و باید وعده‌های غذایی عادی خودتان را بخورید.

- (۱) اهدا کردن، بخشیدن
(۲) رحم کردن؛ [وقت، پول] اختصاص دادن
(۳) کسب کردن، به دست آوردن
(۴) بالا بردن؛ افزایش دادن

توضیح: خون اهدا کردن: donate blood

۸۶ ۱ آن‌جا خیلی سرد بود، ولی خوشبختانه آن لباس‌های اضافی را داشتم [که] دقیقاً برای آن موقعیت عالی [بودند]. پس بیرون یخ نزدم.

- (۱) اضافی؛ یدکی
(۲) [لباس و غیره] سبک؛ [رنگ] روشن
(۳) گسترده، پهناور (۴) سخت، دشوار

۸۷ ۳ شنوایی دلفین به قدری عالی است که می‌تواند صداهای زیر آب را از ۱۵ مایل دورتر متوجه شود.

- (۱) بینایی؛ دید
(۲) حس؛ احساس
(۳) شنوایی
(۴) لمس؛ لامسه

در کافه‌ای [در] پاریس در دسامبر [سال] ۱۸۹۵، مردم برای تماشای اولین تصاویر متحرک جهان نشستند. آن توسط دو برادر فرانسوی، لویی و آگوست لومیر نمایش داده شد، و اگر چه تنها شامل چند صحنه‌ی کوتاه [و] ساده بود، فیلم‌ها از آن زمان محبوب بوده‌اند. اولین فیلم‌ها صامت بودند، با تیتراهایی روی صفحه‌ی نمایش تا داستان را توضیح دهد. یک پیاپیست فیلم را با نوع به جایی از موسیقی همراه می‌کرد؛ برای مثال، در طول صحنه‌ی تعقیب، [با] موسیقی سریع و خشمگین. ایالات متحده در ساخت فیلم پیشتاز شد. خیلی زود مردم شروع به انتخاب بازیگران مرد و بازیگران زن مورد علاقه‌شان کردند، و اولین ستاره‌های سینما مانند رودولف والننتینو به وجود آمدند. در سال ۱۹۲۷، اولین فیلم بلند ناطق «فیلم باصدا» به نمایش گذاشته شد و از آن به بعد، مردم به چیز کم‌تری رضایت نمی‌دادند.

۸۸ ۴ توضیح: برای اشاره به عملی که از گذشته تاکنون به طور پیوسته یا متناوب انجام شده است یا وضعیت و شرایطی که از گذشته تاکنون وجود داشته است، از زمان حال کامل (have / has + p.p.) استفاده می‌کنیم.

دقت کنید: به دلیل جمع بودن "movies" (فیلم‌ها) پیش از جای خالی، در این مورد از "have been" استفاده می‌شود. در این‌جا به کاربرد "ever" "since" (از آن زمان) که جزء نشانه‌های اصلی زمان حال کامل است نیز توجه کنید.

۷۴ ۱ بر طبق آیه‌ی «إِنَّا هَدَيْنَاهُ السَّبِيلَ إِمَّا شَاكِرًا وَّ إِمَّا كَفُورًا» پس از آن‌که راه هدایت الهی به همه‌ی انسان‌ها نشان داده شد، عده‌ای با اختیار خود راه کفران نعمات الهی را در پیش می‌گیرند: «إِمَّا كَفُورًا» و عده‌ای نیز شاکر می‌مانند: «إِمَّا شَاكِرًا»

۷۵ ۴ با توجه به آیات شریفه‌ی «و نَفْسٍ و ما سَوَّاهَا، فَأَلْهَمَهَا ...» درمی‌یابیم که خداوند بدکاری و تقوایش را به انسان الهام کرده است. یعنی خداوند متعال، شناخت خیر و نیکی و گرایش به آن و شناخت بدی و زشتی و بی‌زاری از آن را در ما قرار داده تا به خیر و نیکی رو آوریم و از گناه و زشتی بپرهیزیم.

زبان انگلیسی

۷۶ ۲ روان‌شناسان یادگیری را به عنوان [چیزی] بیش‌تر از صرفاً فرآیند کسب معلومات در نظر می‌گیرند.

- (۱) اصرار کردن، پافشاری کردن
(۲) به شمار آوردن، در نظر گرفتن؛ نگرستن
(۳) توصیه کردن به، سفارش کردن به
(۴) انجام دادن؛ اجرا کردن

۷۷ ۳ آزمایشات علمی نشان می‌دهند که در حالی که حافظه‌ی سگ بیش از ۵ دقیقه دوام نمی‌آورد، [حافظه‌ی] گربه می‌تواند تا ۱۶ ساعت دوام داشته باشد.

- (۱) مغز
(۲) کارکرد؛ عملکرد
(۳) حافظه؛ خاطره
(۴) حقیقت، واقعیت

۷۸ ۴ اگر مجموعه‌ای از متون را در یک موضوع مرتبط بخوانید، متوجه تعداد محدودی از واژگان خواهید شد که بارها تکرار می‌شود.

- (۱) تقویت کردن؛ بالا بردن؛ افزایش دادن
(۲) پایه‌ریزی کردن، بنا نهادن
(۳) در نظر گرفتن؛ لحاظ کردن
(۴) تکرار کردن؛ تکرار شدن

۷۹ ۴ او یک دفتر خاطرات نگه می‌دارد و هر روز صبح وقتی بیدار می‌شود، جزئیات رؤیاهایش را در آن می‌نویسد.

- (۱) قطعه، تکه
(۲) یادداشت، نُت
(۳) رمان
(۴) دفتر خاطرات

۸۰ ۱ نیکلاس نگروپونته، دانشمند کامپیوتر دوراندیشی که سازمان یک لپ‌تاپ برای هر کودک را بنا نهاد، در حال حاضر می‌گوید [که] می‌خواهد «یک میلیارد آخر» انسان‌های روی سیاره‌ی [زمین] را [به اینترنت] وصل کند.

- (۱) پایه‌ریزی کردن، بنا نهادن
(۲) افزایش دادن؛ افزایش یافتن
(۳) اختراع کردن؛ ابداع کردن
(۴) کشف کردن؛ پی بردن به

۸۱ ۱ او هنگامی که موضوع کمک به همکارانش در اداره مطرح می‌شود، محترم، مؤدب و به طور خاص یاری‌رسان است.

- (۱) محترم؛ آمیخته با احترام
(۲) شخصی، خصوصی
(۳) ممکن، امکان‌پذیر
(۴) عمومی، همگانی

۸۲ ۳ افراد دارای مشکلات سلامتی مزمن قبل از آغاز یک برنامه‌ی جسمانی جدید، ابتدا باید با یک پزشک صحبت کنند.

- (۱) بیمار
(۲) مربی، معلم
(۳) پزشک، دکتر
(۴) دارو؛ پزشکی



۹۳ ۴ طبق متن، آنری دونان بعد از نظاره‌ی یک نبرد شوکه شد چون که

(۱) سربازان نمی‌خواستند مبارزه کنند

(۲) او فکر می‌کرد ایتالیا محلی صلح‌جو است

(۳) سربازان تلاش می‌کردند تا با مردم محلی مبارزه کنند

(۴) هیچ‌کس به سربازان مجروح کمک نمی‌کرد

۹۴ ۴ کلمه‌ی "roots" (منشأ، بنیاد، اصل) در پاراگراف ۱ به بهترین شکل می‌تواند توسط "beginning" جایگزین شود.

(۱) تجارت، کسب و کار؛ شرکت (۲) پایان، آخر؛ فرجام

(۳) کشورها (۴) آغاز، ابتدا، شروع

۹۵ ۱ طبق متن، چرا افراد [در صلیب سرخ] بازوبند سفید با صلیب سرخ می‌بستند؟

(۱) تا نشان دهند آن‌ها سربازان دشمن نیستند

(۲) تا نشان دهند که مجروح هستند

(۳) تا نشان دهند که خواستار صلح هستند

(۴) تا نشان دهند که از قواعد پیروی می‌کنند

۹۶ ۲ طبق متن، کمیته‌ی بین‌المللی صلیب سرخ

(۱) دیگر در اروپا وجود ندارد

(۲) امروزه هنوز وجود دارد

(۳) تنها به اروپایی‌ها کمک می‌کند

(۴) در حال حاضر کنوانسیون ژنو نامیده می‌شود

ویلیام شکسپیر یکی از معروف‌ترین نویسندگان در تاریخ جهان است. شکسپیر در [سال] ۱۵۶۴ در انگلستان به دنیا آمد. در طول زندگی‌اش، او بیش از ۵۸ نمایشنامه و بیش از ۱۵۸ شعر نوشت. اگر چه او آن‌ها را بیش از ۴۰۰ سال پیش نوشت، تمام آن‌ها هنوز حتی امروزه بین مردم محبوب هستند. بسیاری از نویسندگان و بازیگران از آثار شکسپیر الهام گرفته‌اند. او استعدادی برای بازگو کردن داستان جالب داشت و هم‌چنین استاد در کنار هم قرار دادن لغات مانند شعر یا ترانه بود. در نتیجه، بسیاری از افراد به شکسپیر به عنوان «سخنور» اشاره می‌کنند. شکسپیر از [سال] ۱۵۸۹ تا ۱۶۱۳ نمایشنامه نوشت. ابتدا، او بیش‌تر کمدی می‌نوشت. یکی از شناخته‌شده‌ترین کمدی‌های وی، [کمدی] رام کردن زن سرکش بود. در این داستان، یک مرد به نام پتروکیو با زنی به نام کاترینا ازدواج می‌کند. اگر چه ابتدا او (کاترینا) از او متنفر است، پتروکیو به تدریج عشق و احترام او را به دست می‌آورد. آن‌ها در آخر هر دو به شادی در کنار هم زندگی می‌کنند.

شکسپیر در نیمه‌ی آخر (دوم) حرفه‌اش، تراژدی‌های بسیاری نوشت. معروف‌ترین موارد [تراژدی] وی مکبث و هملت بود. در هر دوی این نمایش‌نامه‌ها، شخصیت‌های اصلی باید با قتل، خیانت و قدرت مواجه شوند. این نمایش‌نامه‌ها در لحن (مضمون) بسیار جدی و خروج بزرگی از کمدی‌های اولیه‌اش هستند.

امروزه، نمایش‌نامه‌های شکسپیر در سراسر جهان اجرا می‌شود. آن‌ها تقریباً به هر زبانی ترجمه شده‌اند. معلمان در بیش‌تر کشورهای انگلیسی [زبان] مدت‌هاست نمایش‌نامه‌های او را در کلاس‌هایشان به دانش‌آموزان تدریس می‌کنند. آن‌ها هم‌چنین در طول سال‌ها تبدیل به فیلم‌های بسیاری شده‌اند. به نظر می‌رسد شهرت شکسپیر به عنوان نویسنده‌ی بزرگ، برای همیشه جاوید می‌ماند.

۸۹ ۳ توضیح: یکی از کارکردهای مصدر با to (در این مورد "to explain") بیان هدف و مقصود است.

دقت کنید: "the story" (داستان) مفعول این فعل است و همان‌طور که می‌دانید اصولاً در زبان انگلیسی، مفعول پس از فعل قرار می‌گیرد.

۹۰ ۳ توضیح: طبق مفهوم جمله، حرف اضافه‌ی مناسب در این مورد "in" است و همان‌طور که می‌دانید بعد از حروف اضافه، فعل یدار می‌شود.

دقت کنید: در این‌جا، "movies" (فیلم‌ها) نقش مفعول را برای فعل "make" دارد.

۹۱ ۱

(۱) انتخاب کردن، برگزیدن

(۲) درگیر کردن؛ مشارکت دادن

(۳) پایه‌ریزی کردن، بنا نهادن

(۴) وقف کردن؛ اختصاص دادن

۹۲ ۲

(۱) قادر ساختن، توانایی دادن به

(۲) خلق کردن؛ ایجاد کردن؛ به وجود آوردن

(۳) دعوت کردن از

(۴) راهنمایی کردن، هدایت کردن؛ اداره کردن؛ کارگردانی کردن

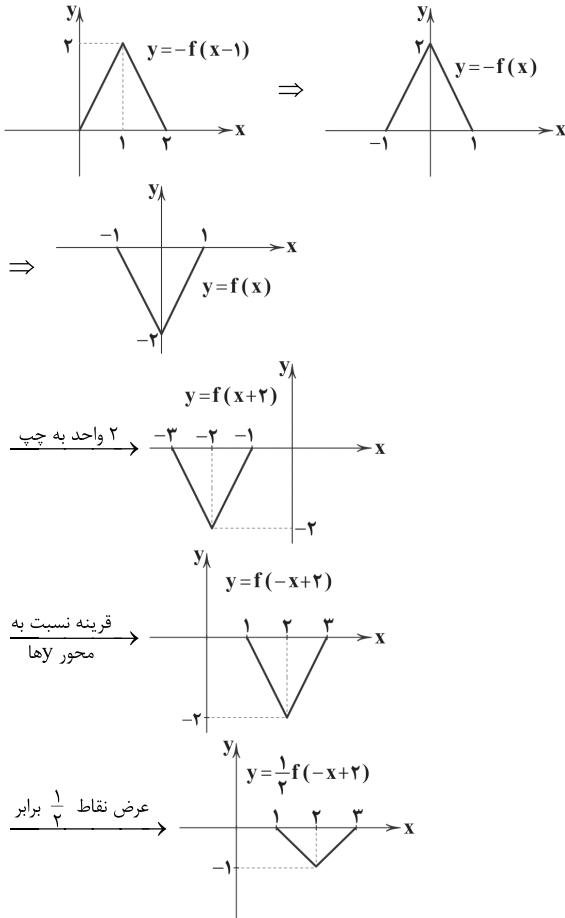
کمیته‌ی بین‌المللی صلیب سرخ (که به اختصار "ICRC" نیز نامیده می‌شود) سازمانی است که به مردم در سراسر جهان کمک می‌کند. بنیاد "ICRC" به [سال] ۱۸۵۹ بازمی‌گردد، هنگامی‌که تاجری سوئسی به نام آنری دونان نبردی را در حال سفر در ایتالیا نظاره کرد. بعد از پایان نبرد، آقای دونان از دیدن رها شدن سربازان مجروح و در حال مرگ در میدان جنگ شوکه شد. تقریباً هیچ‌کس نمی‌توانست به سربازان در حال مرگ کمک کند. این رنج وحشتناک و غم‌انگیز بود. آقای دونان سعی کرد مقداری کمک را سازماندهی کند. او از مردم محلی درخواست کرد تا از سربازان مجروح و در حال مرگ مراقبت کنند.

بعد از این‌که آقای دونان به خانه [اش در] سوئیس بازگشت، به سران اروپا [نامه] نوشت. او از آن‌چه در ایتالیا دیده بود به آن‌ها گفت. او از آن‌ها درخواست کرد تا سازمانی را ایجاد کنند که بتواند به افراد مجروح در دوران‌های جنگ کمک کند. آقای دونان هم‌چنین کمیته‌ای از دوستان، پزشکان و وکلای تشکیل داد. آن‌ها کنفرانسی را در اکتبر [سال] ۱۸۶۳ سازمان دادند. دولت‌ها از سرتاسر اروپا نمایندگان‌شان را به کنفرانس فرستادند. در آخر آن [کنفرانس]، تمام آن‌ها توافق کردند برای فراهم کردن مراقبت بهتر برای آن‌هایی که در جنگ مجروح شده بودند، کمک کنند. افرادی که به مجروحان کمک می‌کردند نیز در امان بودند. آن‌ها بازوبند سفیدی با یک صلیب سرخ می‌بستند تا به وضوح نشان دهند بی‌طرف هستند.

در [سال] ۱۸۶۴، آقای دونان و کمیته‌اش کنفرانس دیگری برگزار کردند. این‌بار، نمایندگان دولت‌های خارج از اروپا نیز آمدند. آن‌ها توافق‌نامه‌ای که شامل ۱۰ قاعده بود را امضا کردند (که «ماده» نامیده می‌شوند). این تضمین می‌کرد که با تمام سربازان مجروح با احترام و کرامت رفتار شود، حتی در دوران‌های جنگ. این لیست از مواد [قانونی] بعدها به نام کنوانسیون ژنو شناخته شد. سرانجام، سازمان آقای دونان به عنوان کمیته‌ی بین‌المللی صلیب سرخ شناخته شد. آن امروزه هنوز وجود دارد، و به میلیون‌ها نفر در سراسر جهان کمک کرده است.



۱۰۴ ۲ ابتدا نمودار $y = -f(x-1)$ را ۱ واحد به چپ منتقل کرده سپس نسبت به محور طول‌ها قرینه می‌کنیم تا نمودار $y = f(x)$ به دست آید.



$$y = x^2 + 2x + 5 = (x+1)^2 + 4$$

۱۰۵ ۱ نمودار $y = (x+1)^2 + 4$ را می‌توان ابتدا ۱ واحد به سمت راست $(x \rightarrow x-1)$ منتقل کرد. در این حالت به نمودار $y = x^2 + 4$ می‌رسیم. سپس می‌توان نمودار جدید را ۴ واحد به پایین منتقل نمود و به نمودار $y = x^2$ رسید.

۱۰۶ ۳ برای رسم نمودار $y = f(3x+1)$ از روی نمودار $y = f(x)$ به یکی از دو صورت زیر می‌توان عمل کرد.

روش اول:

$$y = f(x) \xrightarrow{\substack{x \rightarrow x+1 \\ \text{واحد به چپ}}} y = f(x+1) \xrightarrow{\substack{x \rightarrow 3x \\ \text{طول نقاط } \frac{1}{3} \text{ برابر}}} y = f(3x+1)$$

روش دوم:

$$y = f(x) \xrightarrow{\substack{x \rightarrow 3x \\ \text{طول نقاط } \frac{1}{3} \text{ برابر}}} y = f(3x) \xrightarrow{\substack{x \rightarrow x + \frac{1}{3} \\ \text{واحد به چپ}}} y = f(3x+1)$$

۱۰۷ ۴ $y = f(x)$ از ناحیه‌ی اول نمی‌گذرد، بنابراین نمودار $y = f(-x)$ که قرینه‌ی $y = f(x)$ نسبت به محور y هاست از ناحیه‌ی دوم نمی‌گذرد. سپس نمودار $y = f(-x)$ را نسبت به محور طول قرینه کنیم که $y = -f(-x)$ به دست آید. بنابراین نمودار $y = -f(-x)$ از ناحیه‌ی سوم نمی‌گذرد.

۹۷ ۱ طبق متن، شکسپیر به عنوان «سخنور» شناخته می‌شود.

(۱) به دلیل نگارش زیبایش (۲) چون تنها ترانه می‌نوشت
(۳) چون خواننده‌ی بزرگی بود (۴) چون داستان‌های کمدی می‌نوشت

۹۸ ۴ کلمه‌ی «they» در پاراگراف ۱ به «both plays and poems» اشاره دارد.

(۱) مردم (۲) فقط اشعار
(۳) فقط نمایش‌نامه‌ها (۴) هم نمایش‌نامه‌ها و هم اشعار

۹۹ ۳ در [نمایش‌نامه‌ی] رام کردن زن سرکش، کاترینا

(۱) پتروکیو را طلاق می‌دهد
(۲) از ابتدا عاشق پتروکیو است
(۳) به جایی می‌رسد که عاشق پتروکیو می‌شود
(۴) پسری به نام پتروکیو دارد

۱۰۰ ۲ طبق متن، نمایش‌نامه‌های شکسپیر

(۱) فقط به انگلیسی اجرا می‌شوند (۲) در مدارس بسیاری تدریس شده‌اند
(۳) همگی بسیار جدی هستند (۴) اخیراً نامحبوب شده‌اند

ریاضیات

۱۰۱ ۳

$$A(2, -3) \xrightarrow[\substack{\text{عرض نقطه } 2 \text{ برابر} \\ \text{واحد به چپ}}]{f(x+1)} (1, -3) \xrightarrow{(1, -6)}$$

$$\xrightarrow[\substack{\text{عرض نقطه } 3 \\ \text{واحد پایین}}]{2f(x+1)-3} (1, -9)$$

۱۰۲ ۲

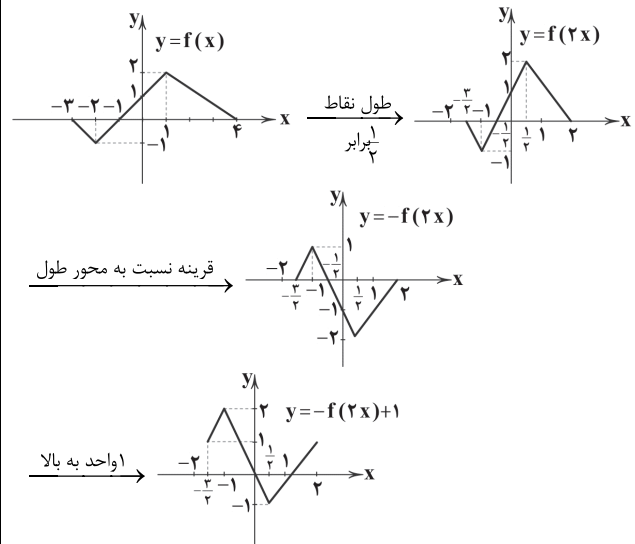
$$A(-1, 2) \xrightarrow[\substack{\text{طول نقطه‌ی قرینه} \\ \text{عرض نقطه‌ی قرینه}}]{f(-x)} (1, 2) \xrightarrow{(1, -2)}$$

$$\xrightarrow[\substack{\text{واحد به بالا}}]{-f(-x)+1} B(1, -1)$$

$$B(1, -1) \xrightarrow[\substack{\text{طول نقطه } \frac{1}{3} \text{ برابر}}]{g(2x)} (\frac{1}{3}, -1) \xrightarrow[\substack{\text{عرض نقطه } 2 \text{ برابر}}]{2g(2x)} (\frac{1}{3}, -2)$$

$$\xrightarrow[\substack{\text{واحد به پایین}}]{2g(2x)-2} (\frac{1}{3}, -4)$$

۱۰۳ ۴





۲ ۱۱۰

$$-1 \leq 2x - 3 \leq 2 \Rightarrow 2 \leq 2x \leq 5 \Rightarrow 1 \leq x \leq \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow D_g = [1, \frac{5}{2}] \Rightarrow \begin{cases} m=1 \\ n=\frac{5}{2} \end{cases}$$

$$2 \leq f(x) \leq 6 \Rightarrow 2 \leq f(2x-3) \leq 6 \Rightarrow 4 \leq 2f(2x-3) \leq 12$$

$$\Rightarrow 5 \leq 2f(2x-3) + 1 \leq 13 \Rightarrow 5 \leq g(x) \leq 13$$

$$\Rightarrow R_g = [5, 13] = [a, b] \Rightarrow \begin{cases} a=5 \\ b=13 \end{cases}$$

$$\frac{a}{m} + \frac{b}{n} = \frac{5}{1} + \frac{13}{\frac{5}{2}} = 5 + \frac{26}{5} = 10\frac{2}{5}$$

۲ ۱۱۱ بررسی موارد:

الف) نادرست است، مثال نقض آن $x=2/7$ و $y=4/5$ است.ب) نادرست است، مثال نقض آن $n=17$ است، زیرا:

$$n=17 \Rightarrow 17^2 + 17 + 17 = 17(17+1+1) = 17 \times 19$$

ج) درست است. اثبات،

$$n=3k \Rightarrow n^2 + 1 = (3k)^2 + 1 = 9k^2 + 1 \neq 3q$$

$$n=3k+1 \Rightarrow n^2 + 1 = (3k+1)^2 + 1 = 9k^2 + 6k + 1 + 1 \neq 3q$$

$$n=3k+2 \Rightarrow n^2 + 1 = (3k+2)^2 + 1 = 9k^2 + 12k + 5 \neq 3q$$

د) درست است. چون abc عددی فرد است، پس a ، b و c هر سه، اعدادی فرد می‌باشند و مجموع مکعبات سه عدد فرد نیز فرد است.

۴ ۱۱۲

$$n=3k \Rightarrow n(n^2 - 9) = n(n-3)(n+3)$$

$$= 3k(3k-3)(3k+3) = 27k(k-1)(k+1) = 27 \times 6k' = 162k'$$

می‌دانیم ضرب سه عدد متوالی مضرب ۶ است.

$$n^4 \text{ و } n^3, n^2 \text{ عدد فرد به هر توانی که برسد فرد است، پس } n^2, n^3 \text{ و } n^4$$

فرد هستند. اما $n^2 + n$ به صورت ضرب دو عدد متوالی است، پس زوج است.

$$n^2 + n = n(n+1) = 2q$$

۳ ۱۱۴

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \Leftrightarrow a+b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow a+b-2\sqrt{ab} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0. \text{ گزاره‌ی همیشه‌درست.}$$

۲ ۱۱۵

$$ab=cd \Rightarrow ab|cd, a|cd, b|cd, c|ab, d|ab$$

۴ ۱۱۶ بررسی گزینه‌ها:

$$1) a|b \Rightarrow a|b^n, b^n|c \xrightarrow{\text{تعدی}} a|c$$

$$2) b^n|c \Rightarrow b|c$$

$$3) a|b \Rightarrow a^n|b^n, b^n|c \Rightarrow a^n|c$$

$$4) a|b \Rightarrow |a| \leq |b|$$

پس گزینه‌ی (۴) نادرست است.

۱ ۱۰۸

ابتدا $y = x^2$ را رسم می‌کنیم، سپس مراحل زیر را انجام می‌دهیم.

$$1) \text{ واحد به چپ } \leftarrow y = (x+1)^2$$

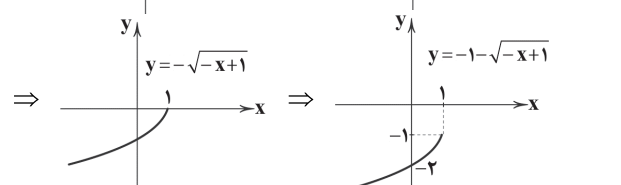
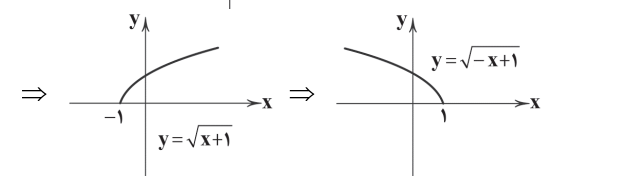
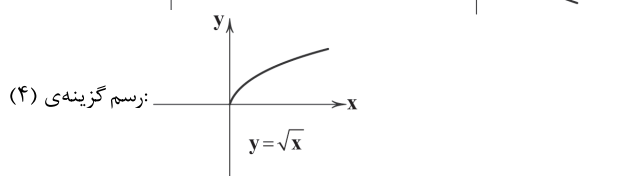
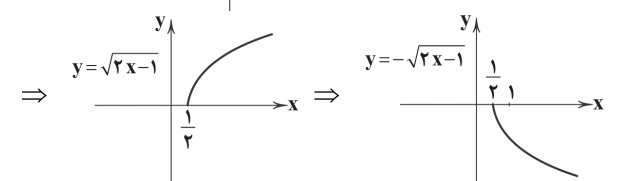
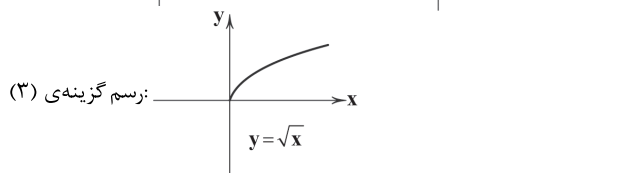
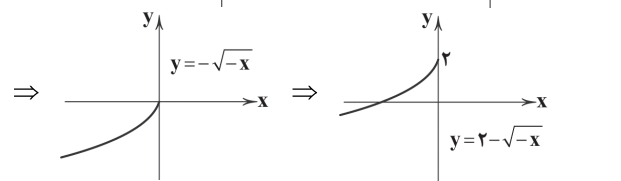
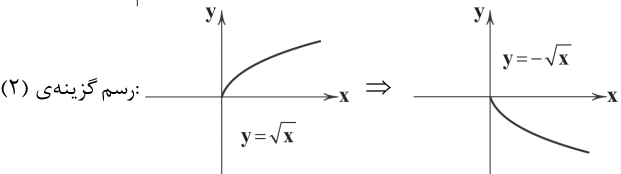
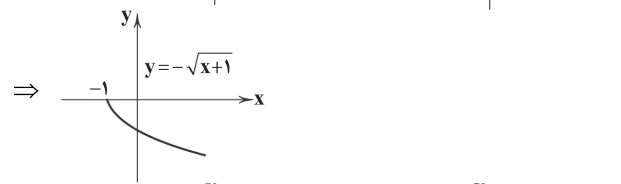
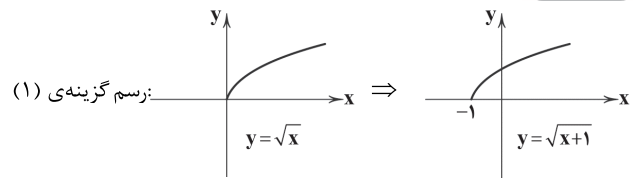
$$2) \text{ واحد به بالا } \leftarrow y = (x+1)^2 + 3$$

$$3) \text{ قرینه نسبت به محور } y \text{ ها } \leftarrow y = (-x+1)^2 + 3$$

$$y = (-x+1)^2 + 3 = -x^2 + 3x^2 - 3x + 1 + 3$$

$$= -x^2 + 3x^2 - 3x + 4$$

۳ ۱۰۹ بررسی گزینه‌ها:





۱۲۲ ۲ تعداد سطرها $(2n+1)$ و تعداد ستون‌ها $(4n-5)$ است.

$$2n+1=4n-5+2 \Rightarrow 2n=4 \Rightarrow n=2$$

چون $n=2$ است، پس مرتبه‌ی ماتریس، 5×3 است، یعنی ۵ سطر و ۳ ستون دارد، پس در هر سطر ماتریس، سه عضو (درایه) وجود دارد. پس در سطر دوم هم سه درایه وجود دارد.

۱۲۳ ۴ ماتریس را به صورت $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ تعریف می‌کنیم.

$$a_{11}=1, a_{12}=(2)^2=4, a_{21}=2 \times 2=4, a_{22}=2$$

حال می‌توانیم ماتریس A را تشکیل دهیم.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow a_{11}+a_{12}+a_{21}+a_{22}=1+4+4+2=11$$

۱۲۴ ۱ هر ماتریس ستونی فقط یک ستون دارد، پس:

$$2n-3=1 \Rightarrow n=2$$

$$\Rightarrow a_{ij}=i+2j \Rightarrow a_{21}=2+2 \times 1=4$$

۱۲۵ ۳ درایه‌های دو ماتریس برابر، نظیر به نظیر با هم برابرند:

$$\begin{cases} 2x-y=3 \\ 2x+y=5 \end{cases} \xrightarrow{+} 4x=8 \Rightarrow x=2, y=1$$

$$\begin{cases} z=x-2=2-2=0 \\ t+y=1 \Rightarrow t=1-1=0 \end{cases} \Rightarrow t+z=0$$

۱۲۶ ۲ دو ماتریس را در هم ضرب می‌کنیم و به یک معادله‌ی

درجه‌دوم می‌رسیم:

$$x \times x + 2x(mx) + 1 \times m = 0 \Rightarrow x^2 + 2mx + m = 0$$

مجموع ریشه‌های معادله‌ی درجه‌دوم، $-\frac{b}{a}$ و حاصل ضرب آن‌ها، $\frac{c}{a}$ است.

$$-\frac{b}{a} = 4 \Rightarrow \frac{-2m}{1} = 4 \Rightarrow m = -2$$

$$\frac{c}{a} = \frac{m}{1} = -2$$

۱۲۷ ۱ در ماتریس اسکالر درایه‌های غیر از قطر اصلی صفر است.

$$\begin{cases} 2x+y=0 \\ 2x-y-4=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+y=0 \\ 2x-y=4 \end{cases} \xrightarrow{+} 4x=4 \Rightarrow x=1, y=-2$$

پس درایه‌های قطر اصلی برابر $x+y=-1$ خواهد بود.

$$a_{11}+a_{22}+a_{33}=-1-1-1=-3$$

۱۲۸ ۲ ماتریس‌های A و B را تشکیل می‌دهیم.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A+B+C=\vec{0} \Rightarrow C=-A-B = \begin{bmatrix} -2-0 & -3+1 & -4+2 \\ -3-1 & -4-0 & -5+1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow C = \begin{bmatrix} -2 & -2 & -2 \\ -4 & -4 & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = -18$$

۱۲۹ ۴ AB را حساب می‌کنیم.

$$A \times B = \begin{bmatrix} 4 & a+1 \\ b-1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4+3(a+1) & -8+2(a+1) \\ b-1-3 & -2(b-1)-2 \end{bmatrix}$$

۱۱۷ ۱ بررسی گزینه‌ها:

(۱) درست است. اثبات:

$$\begin{cases} a|a^3 \\ a|a^2+3 \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل را می‌شمارد.}} a|3$$

(۲) نادرست است. مثال نقض: $2+6|4+18$ ولی $2|4$ و $6|18$

(۳) نادرست است. مثال نقض: $6|4+9$ ولی $6|4$ و $6|9$

(۴) نادرست است. مثال نقض: $3|7+2$ ولی $3|7$ و $3|2$

۱۱۸ ۳

$$\begin{cases} a|7m+6 \Rightarrow a|42m+36 \\ a|6m+5 \Rightarrow a|42m+35 \end{cases} \Rightarrow a|(42m+36)-(42m+35)$$

$$\Rightarrow a|1 \Rightarrow a=\pm 1$$

طبق فرض مسئله $a=1$ قابل قبول است.

۱۱۹ ۴ بررسی گزینه‌ها:

$$\Delta|4k+1 \xrightarrow{a|b \rightarrow a^2|b^2} 25|16k^2+8k+1 \quad (۱) \text{ درست است.}$$

$$\Delta|4k+1 \xrightarrow{a|b \rightarrow \Delta a|\Delta b} 25|20k+5 \quad (۲) \text{ درست است.}$$

$$(۱), (۲) \xrightarrow{a|b, a|c \rightarrow a|b+c} \quad (۳) \text{ درست است.}$$

$$25|(16k^2+8k+1)+(20k+5)$$

$$\Rightarrow 25|16k^2+28k+6$$

(۴) نادرست است.

۱۲۰ ۲ عدد a^2+2 بر $a+2$ بخش پذیر است، پس $a+2|a^2+2$

هرگاه سمت چپ بخش پذیری ریشه‌ی صحیح داشته باشد آن را به دست آورده و در سمت راست قرار می‌دهیم. سپس مقادیر پارامتر را به دست می‌آوریم.

$$a+2=0 \Rightarrow a=-2 \Rightarrow a+2|(-2)^2+2 \Rightarrow a+2|6$$

و می‌دانیم که مقسوم‌علیه‌های هر عددی آن عدد را عا د می‌کنند، بنابراین $\{a+2 \in \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6\}\}$ می‌باشد.

$$a+2=\pm 1 \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ a=-3 \end{cases}$$

$$a+2=\pm 2 \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=-4 \end{cases}$$

$$a+2=\pm 3 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \in \mathbb{N} \\ a=-5 \end{cases}$$

$$a+2=\pm 6 \Rightarrow \begin{cases} a=4 \in \mathbb{N} \\ a=-8 \end{cases}$$

دو جواب طبیعی برای a وجود دارد.

۱۲۱ ۴ ابتدا با ضرب کردن ماتریس‌های داده‌شده، ماتریس A را به

دست می‌آوریم:

$$A = \begin{bmatrix} 3 \times 2 - 5 \times 1 & 3 \times 5 - 5 \times 3 \\ -1 \times 2 + 2 \times 1 & -1 \times 5 + 2 \times 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

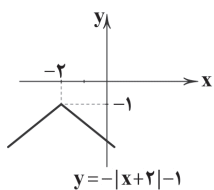
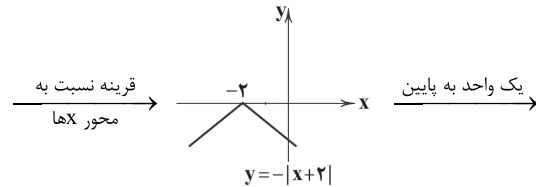
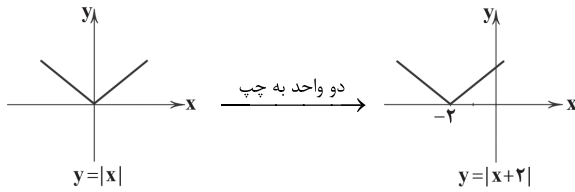
$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{A \text{ یک ماتریس قطری است.}} A^5 = \begin{bmatrix} (1)^5 & 0 \\ 0 & (2)^5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 32 \end{bmatrix}$$

پس مجموع درایه‌های ماتریس A ، برابر ۳۳ است.



۱۳۵ ۱ ابتدا نمودار تابع $f(x) = |x|$ را رسم نموده و انتقال‌ها را براساس آن انجام می‌دهیم:



۱۳۶ ۱ توجه داشته باشید که هم‌دامنه‌ی تابع را می‌توان هر مجموعه‌ی دلخواهی شامل برد تابع در نظر گرفت. به عبارت دیگر برد تابع، همواره زیرمجموعه‌ی هم‌دامنه‌ی تابع است. برد تابع را محاسبه می‌کنیم:

$$0 \leq x \leq \frac{1}{4} \Rightarrow 0 \leq x^2 \leq \frac{1}{4}$$

$$\times 2 \rightarrow 0 \leq 2x^2 \leq \frac{1}{2} \xrightarrow{+1} 1 \leq 2x^2 + 1 \leq \frac{3}{2}$$

برد تابع $[\frac{1}{4}, \frac{3}{2}]$ است. هم‌دامنه را طوری انتخاب می‌کنیم که شامل برد باشد. در گزینه‌ی اول، هم‌دامنه $[1, 2]$ است و چون $[\frac{1}{4}, \frac{3}{2}] \subseteq [1, 2]$ است، پس همین گزینه صحیح است. در گزینه‌های (۲) و (۳) برد زیرمجموعه‌ی $[\frac{1}{4}, \frac{3}{2}]$ نیست.

۱۳۷ ۳ واضح است که دستگاه یک تابع خطی را نمایش می‌دهد که ضابطه‌ی آن $f(x) = 3x + 6$ است.

$x \rightarrow f \rightarrow f(x) = 3x + 6$

اگر ورودی -1 باشد، آن‌گاه خروجی $3(-1) + 6 = 3$ است، پس $a = 3$.
اگر خروجی 30 باشد، آن‌گاه ورودی b است، پس:
 $f(b) = 3b + 6 = 30 \Rightarrow b = 8$
پس $a - b = -5$ خواهد بود.

۱۳۸ ۴ **بررسی گزینه‌ها:**

(۱) توابع گزینه‌ی اول دامنه‌ی یکسانی ندارند، پس با هم برابر نیستند.
 $f(x) = \frac{x-1}{x-1} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{1\}$
 $g(x) = 1 \Rightarrow D_g = \mathbb{R}$
(۲) توابعی که در گزینه‌ی (۲) قرار دارند، دامنه‌ی یکسان \mathbb{R} دارند، اما مقادیر آن‌ها همواره برابر نمی‌باشد.

$$f(x) = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2| \neq g(x)$$

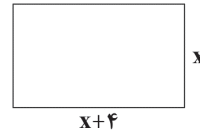
چون ماتریس AB قطری است، پس درایه‌های غیر از قطر اصلی صفر هستند.

$$\begin{cases} -8 + 2(a+1) = 0 \Rightarrow a+1 = 4 \Rightarrow a = 3 \\ b-1-3 = 0 \Rightarrow b = 4 \end{cases} \Rightarrow ab = 12$$

۱۳۰ ۲ اگر اسکالر A و B دلخواه باشد، آن‌گاه A و B تعویض پذیرند، یعنی $AB = BA$ است.

اگر C و D هر دو قطری باشند، آن‌گاه $CD = DC$ است.

۱۳۱ ۳ اگر عرض مستطیل را x فرض کنیم، طول آن $x+4$ خواهد بود:



$$S = x(x+4) \Rightarrow x^2 + 4x = S \xrightarrow{+4} x^2 + 4x + 4 = S + 4$$

$$\Rightarrow (x+2)^2 = S + 4 \xrightarrow{-x > 0} x + 2 = \sqrt{S+4} \Rightarrow x = \sqrt{S+4} - 2$$

۱۳۲ ۲ می‌دانیم تابعی که برد آن تنها شامل یک عضو باشد، تابع ثابت گویند، پس داریم:

$$\Rightarrow \begin{cases} 4b = -2 \Rightarrow b = -\frac{1}{2} \\ b = -\frac{1}{2} \\ 2b - a = -2 \xrightarrow{2} -1 - a = -2 \Rightarrow a = 1 \end{cases}$$

$$a - b = 1 - (-\frac{1}{2}) = \frac{3}{2}$$

۱۳۳ ۴ اگر در یک تابع، دو زوج مرتب، مؤلفه‌های اول برابر داشته باشند، باید مؤلفه‌ی دوم آن‌ها نیز یکسان باشد، پس داریم:

$$(b, 1) \in f \quad \left. \begin{array}{l} \text{شرط تابع بودن} \\ (b, 4a-1) \in f \end{array} \right\} \rightarrow 4a - 1 = 1 \Rightarrow 4a = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

حال اگر مقدار $a = \frac{1}{2}$ را در تابع f قرار دهیم خواهیم داشت:

$$f = \{(\frac{1}{2}, 0), (b, 1), (-1, \frac{1}{2}), (1, -1), (\frac{1}{2}, 2b)\}$$

$$\left. \begin{array}{l} (\frac{1}{2}, 0) \in f \\ (\frac{1}{2}, 2b) \in f \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{شرط تابع بودن}} 2b = 0 \Rightarrow b = 0$$

$$\Rightarrow f = \{(\frac{1}{2}, 0), (0, 1), (-1, \frac{1}{2}), (1, -1)\}$$

ملاحظه می‌شود که تابع، دارای برد $\{0, 1, \frac{1}{2}, -1\}$ بوده که عدد صحیح نمی‌باشد بنابراین برد تابع شامل سه عدد صحیح $0, 1$ و -1 خواهد بود.

۱۳۴ ۳ چون نمودار تابع محور y ها را در نقطه‌ای به عرض $-\frac{3}{2}$ قطع می‌کند، پس طول نقطه برابر صفر بوده و داریم:

$$\begin{cases} f(0) = -\frac{3}{2} \xrightarrow{\text{ضابطه‌ی پایین}} 2a(0) + 3b = -\frac{3}{2} \Rightarrow b = -\frac{1}{2} \\ f(-\frac{1}{2}) = -1 \xrightarrow{\text{ضابطه‌ی پایین}} 2a(-\frac{1}{2}) + 3(-\frac{1}{2}) = -1 \\ \Rightarrow -a - \frac{3}{2} = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$a + b = -\frac{1}{2} + (-\frac{1}{2}) = -1$$



(۳) توابع گزینهی سوم هم، دامنه‌ی یکسانی ندارند.

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt[3]{x} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} \\ g(x) = x^{\frac{1}{3}} \Rightarrow D_g = [0, +\infty) \end{cases}$$

(۴) توابعی که در گزینهی (۴) قرار دارند، دامنه‌ی یکسان \mathbb{R} دارند و مقادیر یکسانی دارند.

$$f(x) = \frac{x^3 + x}{x^2 + 1} = \frac{x(x^2 + 1)}{x^2 + 1} = x = g(x)$$

۱ ۱۳۹ اگر دو تابع با هم برابر باشند، آن‌گاه دامنه و بردشان برابر است و عکس این موضوع صحیح نیست، پس (الف)، (ب) و (ج) صحیح نیست، اما در مورد (د) باید گفت که برد تابع، زیرمجموعه‌ی هم‌دامنه‌ی تابع است و عکس این جمله صحیح نیست، پس هیچ‌کدام از جملات صحیح نیست.

۴ ۱۴۰ تابع مورد نظر به صورت $f(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x \leq 1 \\ x^3 & x > 1 \end{cases}$ تعریف می‌شود،

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = 1, f(2) = 8 \Rightarrow f\left(\frac{1}{3}\right) + f(2) = 1 + 8 = 9$$

۲ ۱۴۱ (a) صحیح است، زیرا مساحت در مثلث ثابت است، پس اگر قاعده کوچک شود، ارتفاع بزرگ می‌شود.

(b) بین تعداد قطرهای و تعداد اضلاع رابطه‌ی خاصی وجود ندارد، اما برای $n > 5$ تعداد قطرها از تعداد اضلاع بیش‌تر می‌شود.

$$\frac{n(n-2)}{2} > n \Rightarrow n > 5$$

(c) مجموع زوایای داخلی هر n ضلعی $180^\circ(n-2)$ است. در صورتی‌که زوایای برابر باشند، هر زاویه $\frac{180^\circ(n-2)}{n}$ خواهد بود.

۳ ۱۴۲ عمودمنصف هر پاره‌خط مجموعه نقاطی است که از دو سر آن به یک فاصله است. عمودمنصف‌های پاره‌خط‌های AB ، AD و BC را رسم می‌کنیم. اگر این سه خط در یک نقطه متقاطع باشند، آن‌گاه همان نقطه جواب مسئله است، اما اگر نقطه‌ی اشتراکی نداشته باشند، مسئله جواب ندارد، پس جواب مسئله حداکثر یک نقطه است.

۱ ۱۴۳ اگر زاویه‌ی کوچک‌تر را α و قدرنسبت را d فرض کنیم، آن‌گاه زوایای برابر α ، $\alpha + d$ ، $\alpha + 2d$ و $\alpha + 3d$ خواهند بود. چون مجموع زوایای داخلی یک چهارضلعی محدب برابر 360° است، پس:

$$\begin{aligned} \alpha + (\alpha + d) + (\alpha + 2d) + (\alpha + 3d) &= 360^\circ \\ \Rightarrow 4\alpha + 6d &= 360^\circ \xrightarrow{\div 2} 2\alpha + 3d = 180^\circ \\ \Rightarrow \alpha + (\alpha + 3d) &= 180^\circ \end{aligned}$$

پس مجموع کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین زاویه برابر 180° است.

۴ ۱۴۴ نیمساز هر زاویه مجموعه نقاطی است که از دو ضلع یک زاویه فاصله‌ی یکسانی دارد. پس گزینهی (۴) نادرست است.

۳ ۱۴۵ (الف) صحیح نیست، زیرا مستطیل هم چهار زاویه‌ی برابر دارد. (ب) صحیح است؛ مجموع زوایای هر n ضلعی برابر $180^\circ(n-2)$ درجه است، پس در پنج‌ضلعی مجموع زوایا $3 \times 180^\circ$ یعنی 540° است. (پ) از یک نقطه خارج خط در صفحه، فقط یک خط عمود بر آن رسم می‌شود، پس این جمله هم صحیح است.

۲ ۱۴۶ جدول ارزش، مربوط به گزاره‌ی $p \Leftrightarrow q$ می‌باشد.

۳ ۱۴۷ مجموعه‌جواب گزاره‌نما باید زیرمجموعه‌ی دامنه‌ی متغیر گزاره‌نما باشد و هم‌چنین در معادله‌ی گزاره‌نما صدق کند. با جای‌گذاری گزینه‌ها مشخص می‌شود که گزینهی (۳) یعنی 122 در معادله صدق می‌کند.

$$x = 122 \Rightarrow \sqrt[3]{2(122)} - 1 = \sqrt[3]{244} - 1 = 3$$

۲ ۱۴۸

$$p \vee (\sim p \wedge q) \equiv (p \vee \sim p) \wedge (p \vee q) \equiv T \wedge (p \vee q) \equiv p \vee q$$

۴ ۱۴۹ بررسی گزینه‌ها:

گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) همواره درست می‌باشند ولی گزینهی (۴) نادرست است، زیرا:

$$1) \underbrace{(F \vee T)}_T \Rightarrow T \equiv T$$

$$2) \underbrace{(T \wedge F)}_F \Rightarrow T \equiv T$$

$$3) \underbrace{(T \wedge F)}_F \Rightarrow T \equiv T$$

$$4) \underbrace{(F \vee T)}_T \Rightarrow F \equiv F$$

می‌دانیم اگر ترکیب عطفی $p \wedge q$ درست باشد، آن‌گاه p و q هر دو باید درست باشند.

۱ ۱۵۰ گزاره‌ی $p \Leftrightarrow q$ زمانی درست است که هر دو گزاره‌ی $p \Rightarrow q$ و $q \Rightarrow p$ درست باشند.

می‌دانیم اگر چهارضلعی مستطیل باشد، آن‌گاه دو قطر با هم برابرند ولی عکس آن درست نیست، زیرا چهارضلعی که دو قطر آن با هم برابر باشند، لزوماً مستطیل نیست و ممکن است مربع باشد.

$$p \Rightarrow (p \Rightarrow q) \equiv p \Rightarrow (\sim p \vee q)$$

$$\equiv \sim p \vee (\sim p \vee q)$$

$$\equiv (\sim p \vee \sim p) \vee q$$

$$\equiv \sim p \vee q \equiv p \Rightarrow q$$

۳ ۱۵۲ بررسی گزینه‌ها:

(۱) به‌ازای هیچ X ‌ای از A برقرار نمی‌باشد، بنابراین گزاره نادرست است.
(۲) فقط به‌ازای $1, 2$ ، $X = 1$ برقرار است و به‌ازای هر X برقرار نیست، لذا گزاره نادرست است.
(۳) نامعادله به‌ازای $\{0, 1, 2, 3, 4, \dots, 9\}$ برقرار است، پس X ‌ای در A وجود دارد به طوری‌که $5 > 3X + X^2$ باشد، پس گزاره درست است.
(۴) نامعادله فقط برای $X = 1$ برقرار است و به‌ازای هر X برقرار نیست، بنابراین گزاره نادرست است.

$$(\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \geq 0) \equiv T$$

۱ ۱۵۳ زیرا داریم:

۲ ۱۵۴ بررسی گزینه‌ها:

(۱) به‌ازای $X = -\frac{1}{3}$ برقرار نیست، پس به‌ازای هر X برقرار نیست، لذا گزاره نادرست است.

(۲) به‌ازای هر X برقرار است، پس درست است. زیرا نامساوی $0 < X^2 - X + 1$ همواره برقرار است.

(۳) نادرست است، زیرا به‌ازای $X = 1$ برقرار نیست.

(۴) نادرست است، زیرا به‌ازای $n = 3$ داریم: $3! + 3 = 9 \notin P$



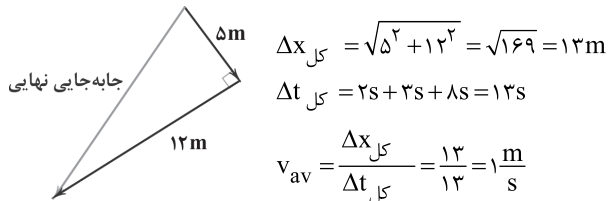
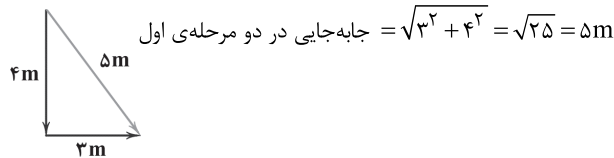
۱۶۰ ۴ پرنده در طی پرواز ۳ مرحله را طی می‌کند، پس مسافت طی شده در هر مرحله‌ی پرواز پرنده را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta x = vt \Rightarrow \Delta x = 2 \times 2 = 4 \text{ m}$$

$$\Delta x = vt \Rightarrow \Delta x = 1 \times 3 = 3 \text{ m}$$

$$\Delta x = vt \Rightarrow \Delta x = 1/5 \times 8 = 1.6 \text{ m}$$

طرح‌واره‌ی حرکت پرنده در دو مرحله‌ی اول به صورت زیر است:



۱۶۱ ۳ شتاب متوسط از رابطه‌ی $a_{\text{av}} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ محاسبه می‌شود:

بنابراین در هر بازه‌ی زمانی که Δv برابر صفر باشد، (سرعت اولیه و نهایی برابر باشند) شتاب متوسط صفر است؛ نمودار صورت تست یک نمودار مکان - زمان است و می‌دانیم در نمودار مکان - زمان شیب خط مماس بر نمودار در هر لحظه معرف اندازه‌ی سرعت حرکت متحرک در آن لحظه است؛ با توجه به گزینه‌ها، تنها گزینه‌ای که در آن سرعت اولیه و نهایی (شیب نمودار در ابتدا و انتهای بازه) می‌توان گفت تقریباً با هم برابر هستند گزینه‌ی (۳) است، پس در این بازه شتاب متوسط صفر خواهد بود.

۱۶۲ ۴ شیب خط مماس بر منحنی مسافت - زمان باید متناهی باشد،

زیرا تندی بی‌نهایت معنا ندارد. (رد نمودار «الف»)

نمودار مسافت - زمان باید پیوسته باشد. (رد نمودار «ب»)

نمودار مسافت - زمان باید تابعی صعودی باشد، زیرا همواره مسافت در حال افزایش است. (رد نمودارهای «پ» و «ت»)

۱۶۳ ۱ طول کل مسیر را x فرض می‌کنیم.

$$x = vt$$

$$t = \frac{x}{v} \Rightarrow t = \frac{x}{36} = \frac{x}{72} \text{ s} \quad (1)$$

$$x_1 + x_2 = \frac{x}{2}$$

$$22 \times \frac{t'}{2} + 14 \times \frac{t'}{2} = \frac{x}{2}$$

$$18t' = \frac{x}{2} \Rightarrow t' = \frac{x}{36} \text{ s} \quad (2)$$

$$36 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times \frac{t}{2} + 22 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times \frac{t'}{2} + 14 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times \frac{t'}{2}$$

$$v_{\text{av}} = \frac{\Delta x_{\text{کل}}}{\Delta t_{\text{کل}}} = \frac{x}{t+t'} \xrightarrow{(1), (2)} v_{\text{av}} = \frac{x}{\frac{x}{36} + \frac{x}{72}} = 24 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

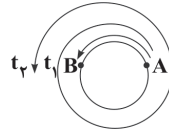
$$\sim (\exists x \in \mathbb{R}^-; x^x = x^x) \equiv \forall x \in \mathbb{R}^-; \sim (x^x = x^x) \quad 155 \quad 4$$

$$\equiv \forall x \in \mathbb{R}^-; x^x \neq x^x$$

فیزیک

۱۵۶ ۴ با توجه به شکل، اگر متحرک از نقطه‌ی A حرکت کند،

بیشینه‌ی جابه‌جایی ممکن در نقطه‌ی B رخ می‌دهد که برای رسیدن به نقطه‌ی B مسافت طی شده باید مضارب فردی از نصف محیط (نیم محیط، نیم محیط + ۱ محیط کامل، نیم محیط + ۲ محیط کامل و ...) باشد.



$$\text{محیط } P = 2\pi r \xrightarrow{r=8\text{m}} \text{محیط } P = 2 \times 3.14 \times 8 = 50.24 \text{ m}$$

$$l_1 = \frac{P_{\text{محیط}}}{2} = 25.12 \text{ m} \xrightarrow{t_1 = \frac{l_1}{v}} t_1 = \frac{25.12}{4} = 6.28 \text{ s}$$

$$l_2 = \frac{3P_{\text{محیط}}}{2} = 75.36 \text{ m} \xrightarrow{t_2 = \frac{l_2}{v}} t_2 = \frac{75.36}{4} = 18.84 \text{ s}$$

$$l_3 = \frac{5P_{\text{محیط}}}{2} = 125.6 \text{ m} \xrightarrow{t_3 = \frac{l_3}{v}} t_3 = \frac{125.6}{4} = 31.4 \text{ s}$$

۱۵۷ ۴ برای این که کرم خاکی کاملاً از لوله خارج شود باید فاصله‌ی

اولیه‌اش تا لوله، طول لوله و طول خودش را طی کند.

$$v = 9 \frac{\text{cm}}{\text{s}}, L = \text{طول لوله} \Rightarrow v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 9 = \frac{12 + L + L}{2}$$

$$\Rightarrow L = 180 - 20 = 160 \text{ cm} = 1.6 \text{ m}$$

۱۵۸ ۳ ابتدا زمان‌های رفت و برگشت را به دست می‌آوریم:

$$t_{\text{رفت}} = \frac{\Delta x_{\text{رفت}}}{v_{\text{رفت}}} = \frac{AB}{240} \quad \text{و} \quad t_{\text{برگشت}} = \frac{\Delta x_{\text{برگشت}}}{v_{\text{برگشت}}} = \frac{\frac{1}{4} AB}{180}$$

حال با استفاده از رابطه‌ی سرعت متوسط می‌توان نوشت:

$$v_{\text{av}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{AB - \frac{1}{4} AB}{\frac{AB}{240} + \frac{\frac{1}{4} AB}{180}} = \frac{\frac{3}{4} AB}{\frac{AB}{180}} = \frac{3 \times 180}{4} = 135 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

۱۵۹ ۲ شیب خط مماس در لحظه‌ی $t = 13 \text{ s}$ به ما سرعت لحظه‌ای

را در این زمان می‌دهد که برابر $6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است.

$$v = \frac{36}{13-7} = \frac{36}{6} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

سرعت متوسط متحرک در بازه‌ی ۵ تا ۱۵ ثانیه را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

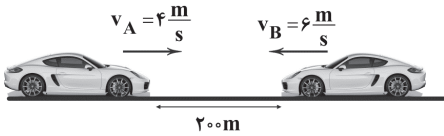
$$v_{\text{av}[5,15]} = v \Rightarrow \frac{x-18}{10} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow x-18=60 \Rightarrow x=78 \text{ m}$$

پس مکان متحرک در لحظه‌ی $t=15 \text{ s}$ برابر 78 m است.

$$v_{\text{av}[0,15]} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(15) - x(0)}{15-0} = \frac{78-0}{15} = 5.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



۱۷۰ ۴ ابتدا با توجه به شکل رسم شده معادله‌ی دو متحرک را می‌نویسیم: (مکان اتومبیل A در مبدأ فرض می‌شود).



$$\text{متحرک A: } x_A = 4t + x_{0A} \quad \xrightarrow{x_{0A} = 0} \quad x_A = 4t$$

$$\text{متحرک B: } x_B = -6t + x_{0B} \quad \xrightarrow{x_{0B} = 200\text{m}} \quad x_B = -6t + 200$$

حال پیدا می‌کنیم در چه زمانی فاصله‌ی دو متحرک از یکدیگر ۴۰ متر می‌گردد.

$$x_B - x_A = 40 \Rightarrow -6t + 200 - 4t = 40$$

$$\Rightarrow -10t = -160 \Rightarrow t = 16\text{ (s)}$$

$$\Delta x_A = v_A t = 4 \times 16 = 64\text{ m}$$

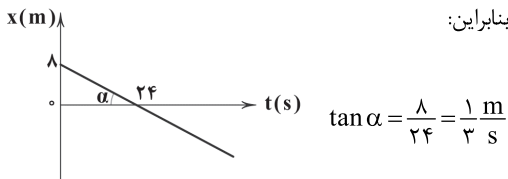
۱۷۱ ۲ سرعت متحرک تا لحظه‌ی t_p مثبت بوده و متحرک به طرف راست حرکت کرده و بعد از آن سرعت منفی است و متحرک به سمت نقطه‌ی شروع باز می‌گردد پس در لحظه‌ی t_p متحرک در بیش‌ترین فاصله از نقطه‌ی شروع قرار دارد. هم‌چنین سرعت متحرک در لحظه‌ی t_p برابر صفر است.

۱۷۲ ۴ با استفاده از معادله‌ی مکان - زمان حرکت یکنواخت روی خط راست داریم:

$$\begin{cases} t_1 = 3\text{ s} \Rightarrow x_1 = 12\text{ m} \\ t_2 = 6\text{ s} \Rightarrow x_2 = 18\text{ m} \end{cases}$$

$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} 12 = 3v + x_0 \\ 18 = 6v + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow x = 2t + 6 \\ x_0 = 6\text{ m} \end{cases}$$

۱۷۳ ۱ چون نمودار مکان - زمان خطی است در نتیجه حرکت یکنواخت است. حال می‌دانیم شیب نمودار مکان - زمان نمایشگر سرعت متحرک است، بنابراین:



$$v = -\frac{1}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}, \text{ در خلاف جهت محور X حرکت می‌کند.}$$

$$x = vt + x_0 \quad \xrightarrow{x_0 = 8\text{m}} \quad x = -\frac{t}{3} + 8$$

۱۷۴ ۳ با استفاده از رابطه‌ی جابه‌جایی در حرکت یکنواخت می‌توانیم سرعت متحرک را محاسبه کنیم: Δx_1 : جابه‌جایی در ۱۰ ثانیه‌ی اول حرکت، Δx_2 : جابه‌جایی در ۴ ثانیه‌ی اول حرکت.

$$\Delta x = vt \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_1 = 10v \\ \Delta x_2 = 4v \end{cases} \quad \xrightarrow{\Delta x_1 = \Delta x_2 + 24} \quad \rightarrow$$

$$10v = 4v + 24 \Rightarrow 6v = 24 \Rightarrow v = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta x = vt = 4 \times 2 = 8\text{ m} \text{ : ۲ ثانیه‌ی اول}$$

۱۶۴ ۴ برای این‌که شتاب متوسط یک متحرک مثبت باشد، باید سرعت ثانویه‌ی آن بیش‌تر از سرعت اولیه باشد. با توجه به گزینه‌های داده شده، تنها سرعت در لحظه‌ی t_2 بیش‌تر از سرعت در لحظه‌ی t_1 است. بنابراین در این بازه شتاب متوسط مثبت است.

$$v_2 > v_1 \Rightarrow a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} > 0 \Rightarrow a_{av} > 0 \quad \text{نکته:}$$

۱۶۵ ۳ هنگامی‌که متحرک با تندی‌های متفاوت حرکت می‌کند، در نتیجه زمان‌های طی شده نیز متفاوت است. پس زمان طی شدن مسیر در رفت و برگشت را محاسبه می‌کنیم: فاصله‌ی بین A تا B را L در نظر می‌گیریم:

$$v_1 = \frac{L}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{L}{v_1}$$

$$v_2 = \frac{L}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{L}{v_2}$$

حال تندی متوسط در کل مسیر رفت و برگشت را به دست می‌آوریم:

$$v_{\text{کل}} = \frac{S_{\text{کل}}}{\Delta t_{\text{کل}}} = \frac{2L}{\frac{L}{v_1} + \frac{L}{v_2}} = \frac{2L}{L \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right)} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}$$

با توجه به رابطه‌ی به دست آمده و گزینه‌ها، مخرج به دست آمده به‌ازای تمامی گزینه‌ها ثابت است. بنابراین برای این‌که $v_{\text{کل}}$ بیشینه شود، باید حاصل‌ضرب دو تندی بیش‌ترین باشد در نتیجه گزینه‌ی (۳) صحیح است.

۱۶۶ ۲ اگر طول مسیر بین دو نقطه را X فرض کنیم، داریم:

$$v_{av} = \frac{L_{\text{کل}}}{\Delta t_{\text{کل}}} = \frac{X + X + X + X}{\frac{X}{36} + \frac{X}{18} + \frac{X}{12} + \frac{X}{12}} = \frac{4X}{\frac{9X}{36}} = 16 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

۱۶۷ ۳ با توجه به نمودار مکان - زمان جهت تقعر نمودار به سمت بالا است در نتیجه شتاب پیوسته مثبت است. شیب مماس بر نمودار بین لحظات صفر تا t_1 منفی است. در نتیجه $v < 0$ و شیب خط مماس بر نمودار بعد از لحظه‌ی t_1 مثبت است؛ یعنی $v > 0$ است. پس حرکت از صفر تا t_1 کندشونده و در لحظه‌ی t_1 جهت حرکت عوض شده و در انتها تندشونده شده است. بنابراین تنها گزینه‌ی (۳) صحیح است.

۱۶۸ ۴ بررسی گزینه‌ها:

۱ و ۲) با توجه به معادله‌ی مکان - زمان علامت سرعت مثبت است، پس همواره در جهت محور X حرکت می‌کند به دلیل این‌که مکان اولیه برابر -20 است، ابتدا به مبدأ نزدیک و سپس از آن دور می‌گردد.

$$t_1 = 0\text{ s} \Rightarrow x_1 = -20\text{ m} \quad (3)$$

$$t_2 = 10\text{ s} \Rightarrow x_2 = 40 - 20 = 20\text{ m} \Rightarrow x_2 - x_1 = 40\text{ m}$$

$$t_1 = 0\text{ s} \Rightarrow x_1 = -20\text{ m} \quad (4)$$

$$t_2 = 2\text{ s} \Rightarrow x_2 = 8 - 20 = -12\text{ m}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-12 - (-20)}{2} = \frac{8}{2} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱۶۹ ۲

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3} = \frac{v_1 \Delta t_1 + v_2 \Delta t_2 + v_3 \Delta t_3}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{(10 \times 60) + (25 \times 20) + ((-5) \times 5)}{60 + 20 + 5} = \frac{1075}{85} = 12.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



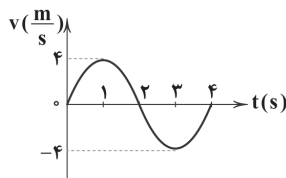
هنگامی که دو قطار کاملاً از کنار یکدیگر عبور می‌کنند یعنی مسافتی معادل مجموع طول دو قطار و فاصله‌ی اولیه‌ی دو قطار طی شده است:

$$v_{\text{نسبی}} = v_1 + v_2 = 20 \frac{m}{s}$$

$$x = v_{\text{نسبی}} t \Rightarrow \Delta x + l_1 + l_2 = v_{\text{نسبی}} \times \Delta t$$

$$\Rightarrow 560 + 240 + 200 = 20 \Delta t \Rightarrow \Delta t = 50 s$$

۱۸۰ ۴ در ابتدا نمودار سرعت - زمان حرکت این متحرک را با توجه به معادله‌ی داده شده رسم می‌کنیم:



می‌دانیم در یک بازه‌ی زمانی اگر متحرک تغییر جهت (یعنی همان تغییر علامت سرعت) نداشته باشد، تندی متوسط حرکت آن با اندازه‌ی سرعت متوسط در آن بازه برابر است و اگر در یک بازه متحرک تغییر جهت داشته باشد تندی متوسط بزرگ‌تر از اندازه‌ی سرعت متوسط خواهد بود. با توجه به گزینه‌ها واضح است که فقط در بازه‌ی زمانی گزینه‌ی (۴)، [۲, ۴] متحرک تغییر جهت ندارد.

۱۸۱ ۲ با توجه به این‌که کمیت‌های داده شده باید اصلی یا برداری باشند، فقط گزینه‌ی (۲) صحیح است، زیرا مساحت، تندی و توان کمیتی عددی هستند و جزء کمیت‌های اصلی نیز محسوب نمی‌شوند.

۱۸۲ ۱ ابتدا چگالی مایع مخلوط اولیه را محاسبه می‌کنیم:

$$\rho_1 \text{ مخلوط} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} \xrightarrow{m_1 = m_2 = m} \rho_1 \text{ مخلوط} = \frac{m + m}{\frac{m}{\rho_1} + \frac{m}{\rho_2}}$$

$$= \frac{2m}{\frac{m}{2/4} + \frac{m}{1/2}} = \frac{2m}{\frac{m}{0.5} + \frac{m}{0.25}} = \frac{2m}{2m + 4m} = \frac{2m}{6m} = \frac{1}{3} \frac{g}{cm^3}$$

بنابراین جرم مورد نیاز از ماده‌ی مخلوط اولیه، به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\rho_2 \text{ مخلوط} = \frac{m_1 \text{ مخلوط} + m_2}{V_1 \text{ مخلوط} + V_2} \Rightarrow \rho_2 \text{ مخلوط} = \frac{m_1 \text{ مخلوط} + m_2}{\frac{m_1 \text{ مخلوط}}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}}$$

$$\Rightarrow 1/5 = \frac{m_1 \text{ مخلوط} + 280}{\frac{m_1 \text{ مخلوط}}{1/6} + \frac{280}{1/4}} \Rightarrow 1/5 = \frac{m_1 \text{ مخلوط} + 280}{\frac{m_1 \text{ مخلوط}}{1/6} + 700}$$

$$\Rightarrow m_1 \text{ مخلوط} = 320 g$$

۱۸۳ ۴ هنگامی که جسمی را درون یک ظرف حاوی مایع می‌اندازیم، ارتفاع مایع بالا می‌آید و حجم مایع جابه‌جا شده با حجم جسم برابر است:

$$V_{\text{جابه‌جا شده}} = V_{\text{مکعب فلزی}} \Rightarrow V = \pi r^2 \times h$$

$$\Rightarrow V = 3 \times 10^2 \times 4 = 1200 \text{ cm}^3$$

پس حجم ظاهری مکعب 1200 cm^3 است.

حال حجم واقعی مکعب را از طریق رابطه‌ی چگالی به دست می‌آوریم تا با استفاده از اختلاف حجم ظاهری و حجم واقعی مکعب، حجم حفره‌ی داخل آن را به دست آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 2 = \frac{1600}{V_{\text{واقعی}}} \Rightarrow V_{\text{واقعی}} = 800 \text{ cm}^3$$

حجم واقعی - حجم ظاهری = حجم حفره

$$\Rightarrow \text{حجم حفره} = 1200 - 800 = 400 \text{ cm}^3$$

۱۷۵ ۳ با توجه به نمودار مکان - زمان، جهت حرکت متحرک در جهت مثبت محور Xها است، در نتیجه علامت سرعت مثبت است. حال سرعت متحرک را محاسبه می‌کنیم:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow 0 = v \times 8 - 10 \Rightarrow v = \frac{10 \text{ m}}{8 \text{ s}} = \frac{5 \text{ m}}{4 \text{ s}}$$

اکنون معادله‌ی حرکت را می‌نویسیم:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow x = \frac{5}{4} t - 10 \xrightarrow{t=12s} x = \frac{5}{4} \times 12 - 10$$

$$\Rightarrow x = 15 - 10 = 5 \text{ m}$$

۱۷۶ ۱ برای محاسبه‌ی سرعت متوسط باید ابتدا زمان حرکت اتومبیل در مرحله‌ی اول را محاسبه کنیم تا بتوانیم زمان در مرحله‌ی دوم را به دست آوریم:

$$\Delta x = vt \Rightarrow 600 = 30t \Rightarrow t = 20 s$$

حال می‌دانیم که اتومبیل 400 متر پایانی را در مدت 40 ثانیه طی کرده است. بنابراین:

$$\Delta x = vt \Rightarrow 400 = v \times 40 \Rightarrow v = 10 \frac{m}{s}$$

۱۷۷ ۳ برای تعیین حداقل مقدار سرعت از مربع‌سازی استفاده می‌کنیم.

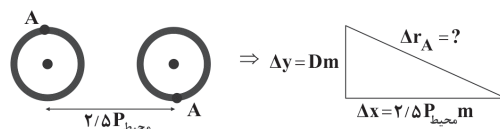
$$v = t^2 - 6t + 15 = t^2 - 6t + 9 + 6 = (t - 3)^2 + 6$$

$$\Rightarrow (t - 3)^2 \geq 0 \Rightarrow (t - 3)^2 + 6 \geq 6$$

$$\Rightarrow v_{\text{min}} = 6 \frac{m}{s}$$

روش دیگر رسم نمودار $v - t$ و تعیین مقدار v در نقطه‌ی Min سهمی است.

۱۷۸ ۴ وقتی چرخ $2/5$ دور بزند نقطه‌ی A از بالاترین قسمت چرخ به پایین‌ترین قسمت چرخ خواهد آمد و از طرف دیگر از نظر افقی به اندازه‌ی $2/5$ برابر محیط چرخ پیشروی خواهد کرد بنابراین با توجه به شکل داریم:



$$\Delta r_A = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} \Rightarrow \Delta r_A = \sqrt{(\frac{2}{5} \pi D)^2 + (D)^2}$$

$$\xrightarrow{\pi=3} \Delta r_A = \sqrt{(\frac{7}{5} D)^2 + D^2} \Rightarrow \Delta r_A = D \sqrt{57/25}$$

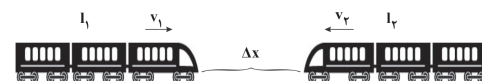
$$D = \frac{4}{10} m \xrightarrow{} \Delta r_A = 0.4 \sqrt{57/25} m$$

۱۷۹ ۱

$$v_1 = 54 \frac{km}{h} = \frac{54}{3.6} = 15 \frac{m}{s}$$

$$v_2 = 18 \frac{km}{h} = \frac{18}{3.6} = 5 \frac{m}{s}$$

سؤال را با استفاده از مفهوم حرکت نسبی حل می‌کنیم.



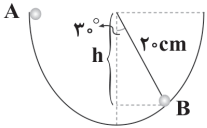


$$\Delta U = U_2 - U_1 = U_2 - U_1 = 4 \text{ J} \quad \text{پس:}$$

(*) در حالت اولیه فنر در مبدأ پتانسیل خود قرار دارد (نه فشرده شده و نه کشیده شده است).

$$W_{mg} = mgh \quad \text{از رابطه ی } 3 \quad 187$$

برای بالا رفتن جسم از $W_{mg} = -mgh$ استفاده می‌کنیم که h اندازه‌ی تغییر ارتفاع جسم است.



$$h = 0.2 \times \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{10} \text{ m}$$

$$W = mgh = \frac{1}{2} \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{10} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ J}$$

بنابراین $W_{mg} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ J}$ و گزینه‌ی (۳) صحیح است.

$$4 \quad 188$$

پس از فشرده شدن فنر گلوله در فاصله‌ی 3 cm از زمین قرار می‌گیرد. از قضیه‌ی کار - انرژی جنبشی و رابطه‌ی کار استفاده می‌کنیم:

$$d = 10 - 7 = 3 \text{ m}$$

$$W_{mg} = mgd \cos(0^\circ) = 10 \times 9.8 \times 3 = 294 \text{ J}$$

نیروی مقاومت هوا $\frac{1}{10}$ وزن جسم است، بنابراین:

$$f_k = \frac{1}{10} mg = 9.8 \text{ N}$$

حال W_{f_k} را حساب می‌کنیم:

$$W_{f_k} = f_k d \cos 180^\circ = 9.8 \times 3 \times (-1) = -29.4 \text{ J}$$

حال از قضیه‌ی کار - انرژی جنبشی داریم: (سرعت ابتدا و انتها برابر صفر است.)

$$W_t = \Delta K = 0 \Rightarrow W_{mg} + W_{f_k} + W_{\text{فنر}} = 0$$

$$\Rightarrow W_{\text{فنر}} = -W_{mg} - W_{f_k} = -294 + 29.4 = -264.6 \text{ J}$$

$$3 \quad 189$$

انرژی جنبشی، m جرم جسم و v سرعت جسم است.

$$K = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow 10000 = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow mv^2 = 20000 \text{ J} \quad (1)$$

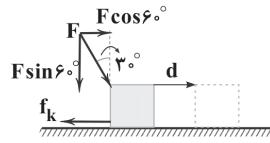
حال در حالت دوم که سرعت 10% درصد کاهش دارد، انرژی جنبشی را تعیین می‌کنیم:

$$\begin{cases} v' = v - \frac{10}{100} v = v - \frac{1}{10} v = \frac{9}{10} v \\ K' = \frac{1}{2} m v'^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{9}{10} v\right)^2 = \frac{1}{2} m \times \frac{81}{100} v^2 = \frac{81}{200} mv^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow K' = \frac{81}{200} mv^2 \text{ (J)} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow K' = \frac{81}{200} \times 20000 = 8100 \text{ J} = 8.1 \text{ kJ}$$

از قضیه‌ی کار - انرژی جنبشی و فرمول کار می‌توان مسئله را حل کرد:



ابتدا کار نیروی F و f_k را حساب می‌کنیم:

$$W_F = F \cos 60^\circ \times d = 20 \times \frac{1}{2} \times 10 = 100 \text{ J}$$

$$W_{f_k} = f_k d \cos 180^\circ = 3/6 \times 10 \times (-1) = -36 \text{ J}$$

$$\Rightarrow W_t = 100 - 36 = 64 \text{ J}$$

حال از قضیه‌ی کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} mv_0^2 \xrightarrow[\text{ساکن است. } v_0 = 0]{\text{در ابتدا جسم}} 64 = \frac{1}{2} mv^2 - 0$$

$$\xrightarrow{m = 2 \text{ kg}} v^2 = 64$$

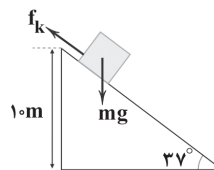
$$\Rightarrow v = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

نکته: در این سؤال باید راستای F با جهت حرکت را به درستی تشخیص داد که برابر $\theta = 60^\circ$ می‌باشد.

$$1 \quad 185$$

با استفاده از فرمول کار $W = Fd \cos \theta$ و قضیه‌ی کار - انرژی جنبشی ($W_t = \Delta K$) مسئله را حل می‌کنیم.

کار نیروی وزن به جابه‌جایی جسم در راستای قائم بستگی دارد.



$$W_{mg} = mgh$$

کار نیروی وزن:

حال از قضیه‌ی کار - انرژی جنبشی می‌توان کار اصطکاک را حساب کرد:

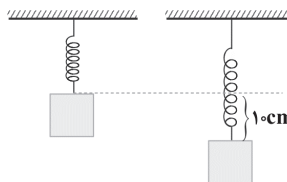
$$W_t = \Delta K$$

$$\Rightarrow W_{mg} + W_{f_k} = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} mv_0^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 100 - 0 = 500 \text{ J}$$

$$\Rightarrow 1000 + W_{f_k} = 500 \Rightarrow W_{f_k} = -500 \text{ J}$$

$$1 \quad 186$$

ابتدا کار نیروی وزن را حساب کرده و از قضیه‌ی کار - انرژی جنبشی کار نیروی فنر را حساب می‌کنیم و از آن‌جا به انرژی پتانسیل کشسانی فنر می‌رسیم. چون جهت mg و جابه‌جایی جسم یکسان هستند، پس زاویه‌ی بین نیروی وزن و جابه‌جایی برابر صفر است:



$$W_{mg} = mgd \cos \theta = 40 \times \frac{10}{100} \times \cos(0^\circ) = 4 \text{ J}$$

اما ΔK برابر صفر است، زیرا ابتدا جسم ساکن بوده و در بیشینه‌ی بازشدگی فنر نیز برابر صفر خواهد بود. پس:

$$W_t = \Delta K = 0 \Rightarrow W_{mg} + W_{\text{فنر}} = 0 \Rightarrow W_{\text{فنر}} = -4 \text{ J}$$

اما با توجه به $\Delta U_{\text{فنر}} = -W_{\text{فنر}}$



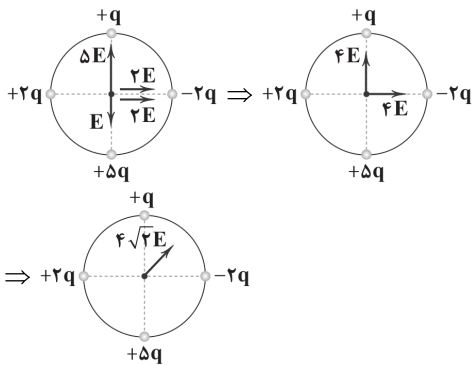
در حالت ثانویه که اندازه‌ی q_1 چهار برابر می‌شود، نیروی الکتریکی وارد بر q_3 را F'_3 می‌نامیم، بنابراین:

$$F'_3 = \frac{k|q_3|}{d^2} \left(\frac{4|q_1|}{4} + |q_2| \right) = \frac{k|q_3|}{d^2} (4+2) \times 10^{-6}$$

$$= 6 \times 10^{-6} \left(\frac{k|q_3|}{d^2} \right)$$

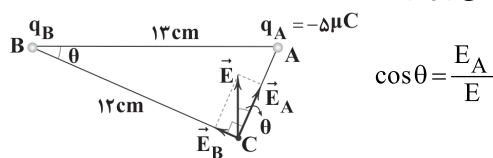
$$\frac{F'_3}{F_3} = \frac{6 \times 10^{-6} \left(\frac{k|q_3|}{d^2} \right)}{3 \times 10^{-6} \left(\frac{k|q_3|}{d^2} \right)} = 2$$

با توجه به یکسان بودن فاصله‌ی چهار بار الکتریکی تا مرکز دایره و با فرض این‌که میدان الکتریکی بار q در مرکز دایره برابر E باشد، می‌توان شکل زیر را متصور شد:



$$E_{\text{کل}} = 4\sqrt{2}E = 4\sqrt{2} \times (2 \times 10^5) = 11.31 \times 10^5 \frac{V}{m}$$

در ابتدا بردار \vec{E} را به دو مؤلفه‌ی \vec{E}_A و \vec{E}_B تجزیه می‌کنیم که در امتداد ضلع‌های AC و BC می‌باشند. \vec{E}_A و \vec{E}_B میدان الکتریکی بارهای q_A و q_B در نقطه‌ی C هستند. با توجه به این‌که بردار \vec{E} بر خط AB عمود است، می‌توان نوشت:



$$(AC)^2 = (AB)^2 - (BC)^2$$

$$\Rightarrow (AC)^2 = 13^2 - 12^2 = 25 \Rightarrow AC = 5 \text{ cm}$$

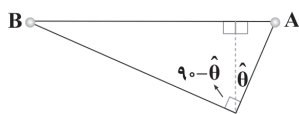
حال می‌توان E_A را محاسبه کرد:

$$E_A = \frac{9 \times 10^9 \times 5 \times 10^{-6}}{25 \times 10^{-4}} = 1.8 \times 10^7 \frac{N}{C}$$

با توجه به شکل می‌توان اثبات کرد که زاویه‌ی B با θ برابر است:

$$\hat{A} + \hat{\theta} + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{B} = \hat{\theta}$$

$$\hat{B} + 90^\circ - \hat{\theta} + 90^\circ = 180^\circ$$



از سوی دیگر $\cos \theta = \frac{BC}{AB} = \frac{12}{13}$ ، بنابراین:

$$\cos \theta = \frac{E_A}{E} \Rightarrow \frac{12}{13} = \frac{1.8 \times 10^7}{E} \Rightarrow E = 2.25 \times 10^7 \frac{N}{C}$$

با استفاده از قانون پایستگی انرژی مکانیکی خواهیم داشت:

$$h_A = h \sin 39^\circ = 10 \times 0.625 = 6.25 \text{ m}$$

$$E_B = \frac{\lambda}{100} E_A \Rightarrow K_B + U_B = \frac{\lambda}{100} (K_A + U_A)$$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 + 0 = \frac{\lambda}{100} (0 + mgh_A)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_B^2 = \frac{\lambda}{100} mgh_A$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} v_B^2 = \frac{\lambda}{100} \times 10 \times 6.25$$

$$\Rightarrow v_B = 10 \frac{m}{s}$$

ابتدا از طریق رابطه‌ی بین فاصله‌ها و نسبت میدان الکتریکی می‌توانیم نسبت فاصله‌ی بار q تا دو نقطه‌ی A و B را به دست آوریم:

$$\frac{E_A}{E_B} = \left(\frac{r_B}{r_A} \right)^2 \Rightarrow \frac{240}{60} = \left(\frac{r_B}{r_A} \right)^2$$

$$\Rightarrow 4 = \left(\frac{r_B}{r_A} \right)^2 \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = 2 \Rightarrow r_B = 2r_A$$

حال چون نقطه‌ی C بین نقطه‌ی A و B است، پس فاصله‌ی آن تا بار q برابر میانگین فاصله‌ی آن‌ها است:

$$r_C = \frac{r_B + r_A}{2} = \frac{2r_A + r_A}{2} = \frac{3}{2} r_A$$

اکنون باید نسبت میدان‌های الکتریکی بین نقطه‌ی A و C را بنویسیم تا میدان در نقطه‌ی C را محاسبه کنیم:

$$\frac{E_C}{E_A} = \left(\frac{r_A}{r_C} \right)^2 \Rightarrow \frac{E_C}{240} = \left(\frac{r_A}{\frac{3}{2} r_A} \right)^2 \Rightarrow \frac{E_C}{240} = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow E_C = \frac{4}{9} \times 240 = \frac{320}{3} \frac{N}{C}$$

اندازه‌ی نیروی الکتریکی که دو بار الکتریکی به هم وارد می‌کنند از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$F = \frac{k|q||q'|}{r^2}$$

بارهای q_1 و q_2 به ترتیب نیروهای F_{13} و F_{23} به بار الکتریکی q_3 وارد می‌کنند و از آن‌جایی که هر دو بار الکتریکی q_1 و q_2 منفی هستند (هم‌علامت هستند)، بنابراین این دو نیرو همسو می‌باشند، پس داریم:

$$F_{13} = \frac{k|q_1||q_3|}{(2d)^2}, \quad F_{23} = \frac{k|q_2||q_3|}{d^2}, \quad F_3 = F_{13} + F_{23}$$

$$F_3 = \frac{k|q_1||q_3|}{4d^2} + \frac{k|q_2||q_3|}{d^2} = \frac{k|q_3|}{d^2} \left(\frac{|q_1|}{4} + |q_2| \right)$$

$$\Rightarrow F_3 = \frac{k|q_3|}{d^2} \left(\frac{4}{4} + 2 \right) \times 10^{-6} \Rightarrow F_3 = 3 \times 10^{-6} \left(\frac{k|q_3|}{d^2} \right)$$



۱ ۱۹۷ دو کره مشابه هستند. برای این که نیروی الکتریکی بین دو کره بیشینه شود، باید بار دو کره هم اندازه باشد، پس میانگین بار دو کره را می گیریم:

$$q_1 = q_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{20 + 12}{2} = 16 \mu\text{C}$$

پس باید $4 \mu\text{C}$ بار از کره (۱) جدا شود و به کره (۲) اضافه شود. حال با استفاده از رابطه $q = ne$ تعداد آن را محاسبه می کنیم:

$$q = ne \Rightarrow 4 \times 10^{-6} = n \times 1.6 \times 10^{-19} \\ \Rightarrow n = \frac{4 \times 10^{-6}}{1.6 \times 10^{-19}} = 2.5 \times 10^{13}$$

۳ ۱۹۸ هنگامی که قطره ها مشابه هستند و چگالی سطحی بار الکتریکی آن ها یکی است، بار الکتریکی آن ها نیز یکسان است. بار الکتریکی قطره ی بزرگ تر، ۲۷ برابر بار الکتریکی هر یک از قطره ها خواهد شد ($q' = 27q$) و حجم کره ی بزرگ تر ۲۷ برابر حجم هر قطره خواهد بود:

$$V' = 27V \Rightarrow \frac{4}{3}\pi r'^3 = 27 \left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) \Rightarrow r' = 3r$$

$$\frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{q'}{q} = \frac{q'}{q} \times \left(\frac{r^2}{r'^2}\right) = 27 \times \left(\frac{1}{9}\right) = 3$$

$$\frac{\sigma'}{4 \times 10^{-4}} = 3 \Rightarrow \sigma' = 12 \times 10^{-4} \left(\frac{\text{C}}{\text{m}^2}\right)$$

۲ ۱۹۹ با حرکت در جهت خطوط میدان الکتریکی بدون توجه به نوع بار، پتانسیل الکتریکی نقاط کاهش می یابد، از آن جایی که پتانسیل الکتریکی نقطه ی a ($V_a = -15\text{V}$) کم تر از پتانسیل الکتریکی نقطه ی b ($V_b = -8\text{V}$) است، بنابراین الزاماً میدان الکتریکی از نقطه ی b به سمت نقطه ی a می باشد.

۳ ۲۰۰ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار q در یک جابه جایی همواره با محاسبه ی کار میدان روی بار q ، از رابطه $\Delta U_E = -W_E$ محاسبه می شود.

از سوی دیگر اگر حرکت بار الکتریکی با سرعت ثابت و بسیار آرام و آهسته انجام شود، و یا سرعت ذره ی باردار در شروع و نیز در پایان حرکت صفر باشد، کار عامل خارجی (W') از رابطه $W' = -W_E$ به دست می آید.

$$\Delta U_E = -W_E = W' \Rightarrow \Delta U_E = W' \\ \Rightarrow U_B - U_A = W' \Rightarrow 0.8 - U_A = -1.2 \Rightarrow U_A = 2\text{J}$$

شیمی

۴ ۲۰۱ وبا یک بیماری واگیردار است که به دلیل آلوده شدن آب و نبود بهداشت شایع می شود. این بیماری هنوز هم می تواند برای هر جامعه تهدید کننده باشد.

۲ ۲۰۲ عبارتهای «آ» و «ت» درست هستند.

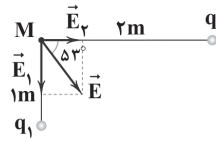
بررسی عبارتهای نادرست:

(ب) شاخص امید به زندگی نشان می دهد به خطرانی که انسان ها در طول زندگی با آن مواجه هستند، به طور میانگین چند سال در این جهان زندگی می کنند.

(پ) امروزه امید به زندگی برای بیش تر مردم دنیا بین ۷۰ تا ۸۰ سال است.

۲ ۲۰۳ سه ماده ی بنزین، روغن زیتون و وازلین در هگزان محلول هستند.

۲ ۱۹۵ با توجه به جهت بردار \vec{E} باید میدان های \vec{E}_1 و \vec{E}_2 در نقطه ی M به صورت زیر باشد، به عبارت دیگر میدان الکتریکی \vec{E} را در راستای بارهای الکتریکی تجزیه می کنیم:



$$\sin 53^\circ = 0.8 \Rightarrow \cos 53^\circ = 0.6 \Rightarrow \tan 53^\circ = \frac{0.8}{0.6} = \frac{4}{3}$$

$$\tan 53^\circ = \frac{E_1}{E_2}$$

اندازه ی میدان های E_1 و E_2 را در رابطه ی بالا جایگذاری می کنیم:

$$\left. \begin{aligned} \tan 53^\circ &= \frac{E_1}{E_2} \\ E_1 &= \frac{k|q_1|}{r_1^2} \\ E_2 &= \frac{k|q_2|}{r_2^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{\frac{k|q_1|}{r_1^2}}{\frac{k|q_2|}{r_2^2}} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{|q_1|}{|q_2|} \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$$

توجه داشته باشید که با توجه به جهت \vec{E} ، بارهای q_1 و q_2 هر دو منفی بوده است:

$$\Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{4q_1}{q_2} \Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = 3$$

۴ ۱۹۶ ابتدا فاصله ی بارهای q_1 و q_2 را از نقطه ی A به کمک رابطه ی فیثاغورس به دست می آوریم:

$$d_1 = d_2 = \sqrt{r^2 + r^2} = \sqrt{2}r$$

میدان الکتریکی حاصل از بار q روی محیط دایره در فاصله ی r از مرکز برابر E است، بنابراین:

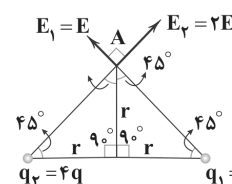
$$E = \frac{k|q|}{r^2}$$

میدان بارهای الکتریکی q_1 و q_2 را در نقطه ی A به دست می آوریم:

$$E_1 = \frac{k|q_1|}{d^2} = \frac{k(2q)}{(\sqrt{2}r)^2} = \frac{2kq}{2r^2} = \frac{kq}{r^2} = E$$

$$E_2 = \frac{k|q_2|}{d^2} = \frac{k(4q)}{(\sqrt{2}r)^2} = \frac{4kq}{2r^2} = \frac{2kq}{r^2} = 2E$$

چون فاصله ی q_1 تا نقطه ی A برابر فاصله ی q_2 تا نقطه ی A است، بنابراین: با توجه به قرارگیری E_1 و E_2 و زاویه ی بین آن ها می توان میدان الکتریکی کل را به دست آورد:



$$E_{\text{کل}} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{E^2 + (2E)^2} = \sqrt{5}E$$

**۱ ۲۱۳ بررسی گزینه‌ها:**

- (۱) شکل‌های (۱) و (۲) به ترتیب مدل فضا پر کن اسید چرب و استر بلند زنجیر را نشان می‌دهند.
- (۲) شمار اتم‌های اکسیژن مولکول شکل (۲) برابر با ۶ و شمار اتم‌های اکسیژن مولکول شکل (۱) برابر با ۲ است.
- (۳) در مولکول شکل (۱)، یک پیوند $C=O$ وجود دارد. در صورتی که مولکول شکل (۲)، دارای ۳ پیوند $C=O$ است.
- (۴) نیروی بین مولکولی غالب در دو مولکول از نوع وان دروالسی است.

۱ ۲۱۴

صابون جامد را از گرم کردن مخلوط روغن‌های گوناگون گیاهی یا جانوری مانند روغن زیتون، نارگیل، دنبه با سدیم‌هیدروکسید تهیه می‌کنند.

۲ ۲۱۵

با افزایش دما، مقدار صابون و درصد آنزیم در صابون، قدرت پاک‌کنندگی صابون افزایش یافته و درصد لکه‌ی باقی‌مانده کاهش می‌یابد. اما با افزایش درصد پلی‌استر در پارچه، قدرت پاک‌کنندگی کاهش می‌یابد و در نتیجه درصد لکه‌ی باقی‌مانده افزایش خواهد یافت.

۴ ۲۱۶ بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) برای تشخیص توده‌های سرطانی می‌توان از گلوکز نشان‌دار استفاده کرد.
- (۲) از ایزوتوپ سبک‌تر اورانیم (^{235}U) به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی استفاده می‌شود.
- (۳) عنصرهای کلر و لیتیم هر کدام دارای دو ایزوتوپ طبیعی، ولی منیزیم دارای سه ایزوتوپ طبیعی است.

۴ ۲۱۷ بررسی گزینه‌ها:

- (۱) هر کدام از اتم‌های کربن - ^{12}C ، جرمی معادل ۱۲amu دارند.
- (۲) در یک نمونه‌ی یک گرمی از گاز هیدروژن (H_2)، به اندازه‌ی عدد آووگادرو، اتم هیدروژن وجود دارد.
- (۳) شمار اتم‌های موجود در یک مول گاز نئون (Ne)، نصف شمار اتم‌های موجود در یک مول گاز اکسیژن (O_2) است.
- (۴) جرم مولی هر کدام از گازهای کربن مونوکسید (CO) و نیتروژن (N_2) برابر ۲۸g است.

۲ ۲۱۸

عبارت‌های «ب» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(آ) نور مرئی تنها بخش کوچکی از گستره‌ی پرتوهای الکترومغناطیسی است.

(پ) نور خورشید شامل بی‌نهایت طول موج از رنگ‌های گوناگون است.

۳ ۲۱۹

ابتدا حساب می‌کنیم خورشید در هر سال چند ژول انرژی آزاد می‌کند:

$$? J = 1 \text{ year} \times \frac{365 \text{ day}}{1 \text{ year}} \times \frac{10^{22} \text{ J}}{1 \text{ day}} = 3.65 \times 10^{24} \text{ J}$$

اکنون از رابطه‌ی اینشتین استفاده می‌کنیم:

$$E = mc^2 \Rightarrow 3.65 \times 10^{24} = m(3 \times 10^8)^2$$

$$\Rightarrow m = 4 \times 10^7 \text{ kg} \equiv 4 \times 10^1 \text{ }^\circ\text{g}$$

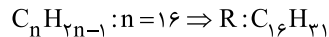
۲ ۲۲۰

$$\frac{? \text{ atom O}[\text{CO}_2]}{? \text{ atom O}[\text{H}_2\text{O}]} = \frac{13/2 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{44 \text{ g}} \times \frac{2 \text{ mol O}}{1 \text{ mol CO}_2}}{9 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{18 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ mol O}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}}} = 1/2$$

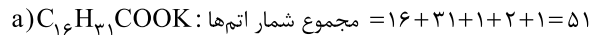
۴ ۲۰۴ صابون‌های مایع، نمک پتاسیم یا آمونیوم اسیدهای چرب هستند:



مطابق داده‌های سؤال R دارای ۱۶ اتم کربن و یک پیوند دوگانه‌ی $C=C$ است. بنابراین فرمول R به صورت زیر است:



به ترتیب فرمول صابون مورد نظر به یکی از دو صورت زیر خواهد بود:



با توجه به گزینه‌ها، عدد ۵۵ پاسخ سؤال خواهد بود.

۱ ۲۰۵

اوره در هگزان حل نمی‌شود.

۱ ۲۰۶

شماره‌ی از کلویدها مانند ژله، به حالت جامدند.

۳ ۲۰۷ بررسی موارد:

- ذره‌های موجود در سوسپانسیون برخلاف محلول، نور را پخش می‌کنند.
- سوسپانسیون همانند کلویید جزو مخلوط‌های ناهمگن است.
- محلول همانند کلویید یک مخلوط پایدار به شمار می‌آید.

۴ ۲۰۸

فرمول شیمیایی اتیلن گلیکول به صورت $\text{CH}_2\text{OHCH}_2\text{OH}$ است.

شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی

$$= \frac{(1 \times \text{شمار هیدروژن}) + (2 \times \text{شمار اکسیژن}) + (4 \times \text{شمار کربن})}{2}$$

$$= \frac{(2 \times 4) + (2 \times 2) + (6 \times 1)}{2} = 9$$

$$\text{شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی} = 4 \times 2 = 2 \times 2 = 4$$

نسبت مورد نظر برابر با $2/25 = 9/4$ است.

۳ ۲۰۹ بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) هر چند صابون در آب حل می‌شود، اما مخلوط آن با آب، همگن نبوده و یک کلویید محسوب می‌شود.

(۲) صابون جامد را می‌توان از گرما دادن مخلوط روغن‌های گوناگون گیاهی یا جانوری با سدیم‌هیدروکسید تهیه کرد.

(۴) هرگاه مقداری صابون مایع را در روغن بریزید و مخلوط را به هم بزنید، مخلوطی کدر و مات به دست می‌آید.

۴ ۲۱۰ بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) صابون مراغه در حدود ۱۵۰ سال قدمت دارد.

(۲) برای تهیه‌ی صابون مراغه پیه گوسفند و سود سوزآور را در دیگ‌های بزرگ با آب برای چندین ساعت می‌جوشانند.

(۳) پس از قالب‌گیری مواد جوشانده‌شده آن‌ها را در آفتاب خشک می‌کنند.

۲ ۲۱۱

برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی مواد شوینده، به آن‌ها نمک‌های فسفات می‌افزایند.

۲ ۲۱۲

هر چقدر مقدار منیزیم کلرید موجود در آب یا به عبارتی غلظت محلول بیشتر باشد، ارتفاع کف ایجاد شده در اثر حل کردن صابون، کم‌تر است (حذف گزینه‌های (۱) و (۳)). از طرفی رابطه‌ی میان غلظت یون منیزیم و ارتفاع کف صابون، یک رابطه‌ی غیرخطی است. (حذف گزینه‌ی (۴))



۲۲۱ ۴

$$\text{جرم اتمی میانگین} = \frac{(24 \times 78) + (25 \times 10) + (26 \times 12)}{100} = 24.34$$

۲۲۲ ۲ بررسی عبارات:

(آ) درست - فضاپیماهای وویجر ۱ و ۲ در سال ۱۹۷۷ میلادی (۱۳۵۶ خورشیدی) برای شناخت بیشتر تر سامانه‌ی خورشیدی به فضا فرستاده شدند.
(ب) نادرست - فضاپیمای **وویجر ۱** موفق شد عکس کروی زمین را از فاصله‌ی تقریبی ۷ میلیارد کیلومتری ثبت کند.
(پ) درست - وویجرها مأموریت داشتند با گذر از کنار سیاره‌های مشتری، زحل (کیوان)، اورانوس و نپتون، شناسنامه‌ی فیزیکی و شیمیایی آن‌ها را تهیه کنند و بفرستند.

(ت) نادرست - شناسنامه‌های فیزیکی و شیمیایی که وویجرها تهیه کردند، حاوی اطلاعاتی مانند نوع عنصرهای سازنده، ترکیب‌های شیمیایی در اتمسفر آن‌ها و ترکیب درصد این مواد در سیاره‌های مورد مطالعه بود.

۲۲۳ ۲

اکسیژن و هیدروژن به ترتیب فراوان‌ترین عنصر سازنده‌ی سیاره‌های زمین و مشتری هستند.

۲۲۴ ۳ بدون شرح!

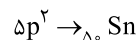
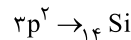
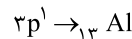
۲۲۵ ۴ بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) تکنسیم - ۹۹ نخستین عنصری بود که در **راکتور هسته‌ای** ساخته شد.
(۲) در جدول دوره‌ای امروزی، عنصرها براساس افزایش **عدد اتمی** سازماندهی شده‌اند.

(۳) ایزوتوپ ^2_1H جزو ایزوتوپ‌های پایدار هیدروژن است.

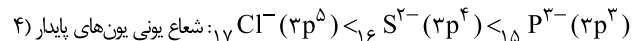
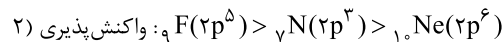
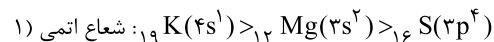
۲۲۶ ۳

در گزینه‌ی (۳) از روی آرایش الکترونی داده شده، می‌توانیم عنصرهای مورد نظر را تشخیص دهیم:



رسانایی الکتریکی ${}_{80}\text{Sn}$ (فلز) از ${}_{14}\text{Si}$ (شبه فلز) بیش‌تر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:



۲۲۷ ۱

سیلیسیم دارای ویژگی‌های زیر است:

رسانایی الکتریکی کمی دارد.

در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون به اشتراک می‌گذارد.

شکننده است و در اثر ضربه خرد می‌شود.

سطح آن درخشان است.

۲۲۸ ۳

عنصر مورد نظر آلومینیم است که در گروه سیزدهم جدول جای دارد.

۲۲۹ ۲ بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) در تولید لامپ چراغ‌های **جلوی** خودروها از هالوژن‌ها استفاده می‌شود.

(۳) آهن در طبیعت به صورت کانه‌ی **هماتیت** یافت می‌شود.

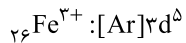
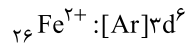
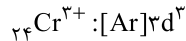
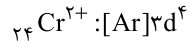
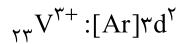
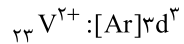
(۴) آهن (III) **اکسید** به عنوان رنگ قرمز در نقاشی به کار می‌رود.

۲۳۰ ۲

آرایش الکترونی اتم سه عنصر ${}_{23}\text{V}$ ، ${}_{24}\text{Cr}$ و ${}_{26}\text{Fe}$ به صورت زیر است:



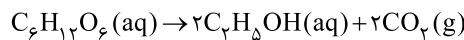
هر کدام از این عنصرها کاتیون‌های X^{3+} و X^{2+} تشکیل می‌دهند. آرایش الکترونی این یون‌ها در زیر آمده است:



۲۳۱ ۳

Ar و K در دو دوره‌ی مختلف قرار دارند و تفاوت شعاع اتمی آن‌ها به نسبت زیاد است. در بین عناصر یک دوره، تفاوت شعاع اتمی نافلزهای متوالی که در انتهای دوره قرار دارند، کم‌تر از فلزهای متوالی است که در ابتدای دوره جای دارند.

۲۳۲ ۴



(ناخالص) $\text{g C}_2\text{H}_5\text{OH} = 45.0 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$

$$\times \frac{18.0 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 (\text{خالص})}{180.0 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 (\text{ناخالص})} \times \frac{1 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{180.0 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}$$

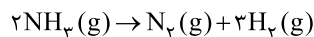
$$\times \frac{2 \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH}}{1 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6} \times \frac{46 \text{ g C}_2\text{H}_5\text{OH}}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH}} = 114 \text{ g C}_2\text{H}_5\text{OH}$$

۲۳۳ ۴

وجود نمونه‌هایی از فلزهای نقره، مس و پلاتین به حالت آزاد در طبیعت، گزارش شده است. اما منگنز به شکل کانی و ترکیب با سایر عناصر در طبیعت وجود دارد.

۲۳۴ ۳

معادله‌ی واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



فرض می‌کنیم یک مول آمونیاک وارد واکنش شود.

$$1 \quad 0 \quad 0$$

$$\text{تغییرات مول: } -2x \quad +x \quad +3x$$

$$\text{مول نهایی: } 1-2x \quad x \quad 3x$$

مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$100 = \frac{\text{شمار مول‌های آمونیاک}}{\text{شمار مول‌های مخلوط}} \times 100 = \frac{1-2x}{(1-2x)+x+3x} \times 100$$

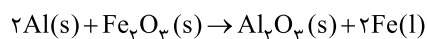
$$\Rightarrow 20 = \frac{1-2x}{(1-2x)+x+3x} \times 100 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$\text{مول مصرف شده‌ی NH}_3 = \frac{\text{مول اولیه‌ی NH}_3}{\text{مول اولیه‌ی NH}_3} \times 100 = \frac{1}{1} \times 100 = 66.67\%$$

$$= \frac{2(x)}{1} \times 100 = \frac{2(\frac{1}{3})}{1} \times 100 = 66.67\%$$

۲۳۵ ۱

یکی از واکنش‌هایی که در صنعت جوشکاری از آن استفاده می‌شود، واکنش ترمیت است:



از فلز آهن مذاب تولید شده در واکنش ترمیت برای جوش دادن خطوط راه‌آهن استفاده می‌شود.