



دفترچه شماره ۳
آزمون شماره ۱۰
جمعه ۹۷/۰۸/۲۵

سال تحصیلی ۹۸-۱۳۹۷

پاسخ‌های تشریحی

پایه دوازدهم ریاضی

دوره‌ی دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۲۱۵	مدت پاسخگویی: ۲۳۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف	
	تا	از				
۱۸ دقیقه	۲۵	۱	۲۵	فارسی	۱	
۲۰ دقیقه	۵۰	۲۶	۲۵	زبان عربی	۲	
۱۷ دقیقه	۷۵	۵۱	۲۵	دین و زندگی	۳	
۲۰ دقیقه	۱۰۰	۷۶	۲۵	زبان انگلیسی	۴	
۸۰ دقیقه	۱۱۰	۱۰۱	۱۰	حسابان ۲	ریاضیات	۵
	۱۲۰	۱۱۱	۱۰	ریاضیات گسسته		
	۱۳۰	۱۲۱	۱۰	هندسه ۳		
	۱۳۵	۱۳۱	۵	ریاضی ۱		
	۱۴۰	۱۳۶	۵	حسابان ۱		
	۱۴۵	۱۴۱	۵	هندسه ۱		
۵۰ دقیقه	۱۵۵	۱۴۶	۱۰	آمار و احتمال	فیزیک	۶
	۱۸۰	۱۵۶	۲۵	فیزیک ۳		
	۱۹۰	۱۸۱	۱۰	فیزیک ۱		
۲۵ دقیقه	۲۰۰	۱۹۱	۱۰	فیزیک ۲	شیمی	۷
	۲۱۵	۲۰۱	۱۵	شیمی ۳		
	۲۲۵	۲۱۶	۱۰	شیمی ۱		
	۲۳۵	۲۲۶	۱۰	شیمی ۲		



آزمون‌های سراسر گاج

دروس	طراحان	ویراستاران علمی
فارسی	امیرنجات شجاعی - مهدی نظری	ابوالفضل مزرعتی - اسماعیل محمدزاده مسیح گرجی - مریم نوری‌نیا
زبان عربی	بهروز حیدربکی	حسام حاج مؤمن شاهو مرادیان - سید مهدی میرفتی سمیه رضاپور
دین و زندگی	مرتضی محسنی کبیر محمد رضایی بقا - امیررضا عمران‌پور فردین سماقی	سمیه رضاپور
زبان انگلیسی	امید یعقوبی‌فرد	رزیتا قاسمی
ریاضیات	سیروس نصیری	بهرام غلامی - هایده جواهری
	سیروس نصیری	ندا فرهختی - پگاه افتخار سودابه آزاد
	بهرام غلامی - مفید ابراهیم‌پور حسین پیرزاد	
حسابان (۱) و (۲) / ریاضی ۱	سیروس نصیری	محمدجواد دهقان - علی جهانگیری محسن یدالله نبی - محمدحسین جوان رزیتا قاسمی
هندسه (۳) / هندسه (۱)	سیروس نصیری	
گسسته / آمار و احتمال	بهرام غلامی - مفید ابراهیم‌پور حسین پیرزاد	
فیزیک	ارسلان رحمانی - امیررضا خوینی‌ها یحیی یونسی‌زاده - وحید فتاحی	
شیمی	پویا الفتی	ایمان زارعی - امین بابازاده رضیه قربانی - بهزاد معلم‌زاده



دفتر مرکزی تهران، خیابان انقلاب، بین
چهارراه ولیعصر (عج) و
خیابان فلسطین، شماره ۹۱۹

اطلاع‌رسانی و ثبت نام ۰۲۱-۶۴۲۰

نشانی اینترنتی www.gaj.ir



آماده‌سازی آزمون

مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعتی

بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری

برنامه‌ریزی و هماهنگی: مریم جمشیدی عینی - مینا نظری

ویراستاران فنی: رزیتا قاسمی - بهاره سلیمی - ساناز فلاخی - سمیه رضاپور - بهاره سادات موحدی
آمنه قلی‌زاده - مریم پارسائیان

مدیر فنی: مهرداد شمسی

سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی

طراح شکل: فاطمه میناسرشت

حروف‌نگاران: پگاه روزبهانی - آنتیا طارمی - زهرا نظری‌زاد - سارا محمودنسب - نرگس اسودی
فرهاد عبیدی

امور چاپ: عباس جعفری



فارسی

۱۲ ۴ کنایه: دنبال چیزی دویدن / پا در دامن کشیدن / گریبان

چاک کردن / استعاره: گریبان چاک کردن گندم / دامان قناعت /
حسن تعلیل: دلیل گریبان چاک کردن گندم یا در واقع شکل ظاهری آن،
اشتیاق آن برای به عنوان روزی قرار گرفتن انسان است. / واج آرایه: تکرار
مصوّت بلند «ا» و صامت «ن»

۱۳ ۳ استعاره: بهار زندگی (به یک تعبیر، بهار استعاره از

 جوانی ست.) / جان‌بخشی به بهار زندگی / نسبت دادن چکیدن به آتش / کنایه:
دامن کشیدن / آتش چکیدن / تلمیح: اشاره به داستان حضرت موسی (ع) /
نغمه‌ی حروف: تکرار صامت‌های «ن»، «د»، «تشبیه: خود به نخل طور /
جناس ناقص: بار، بهار

۱۴ ۱ اغراق (بیت «ب»): از مو باریک‌تر شدن شاعر

حسن آمیزی (بیت «الف»): شنیدن بو
استعاره (بیت «ه»): این‌که گل جام به دست بگیرد و همین‌طور نسبت دادن
زبان و توصیف کردن به بلبل، تشخیص و استعاره است.حسن تعلیل (بیت «ج»): علت وجود نقطه بر روی واژه‌ی «سخن» آن است که
آن‌قدر دنبال «سخن‌فهم» دویده، عرق کرده است.

تناقض (بیت «د»): از پنبه سپر ساختن

۱۵ ۳ اسرار التوحید فی مقامات ابوسعید ابوالخیر: محمد بن مَنور

من زنده‌ام: معصومه آباد

پیوند زیتون بر شاخه‌ی ترنج: موسوی گرمارودی

سیاست‌نامه: خواجه نظام‌الملک توسی

۱۶ ۲ مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه‌ی (۲): ستایش تواضع و

فروتنی

مفهوم سایر گزینه‌ها:

۱) وجود رهبر، الهام‌بخش قیام است.

۳) توصیه به مدارا با دشمن دریند

۴) نكوهش هم‌نشینی با بدان

۱۷ ۴ مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه‌ی (۴): توصیه به دادگری

مفهوم سایر گزینه‌ها:

۱) ناپایداری دنیا و توصیه به بردباری در برابر ناملایمات.

۲) گله از بی‌توجهی مخاطب

۳) ناسازگاری روزگار و توصیف ناکامی

۱۸ ۱ مفهوم گزینه‌ی (۱): عشق موجب ارزشمندی و کمال است. /

جاودانگی عشق

مفهوم مشترک بیت سؤال و سایر گزینه‌ها: ناپایداری دنیا

۱۹ ۳ مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه‌ی (۳): جان‌گداز بودن

واقعه‌ی کربلا

مفهوم سایر گزینه‌ها:

۱) شورانگیزی غم هجران

۲) جاودانگی عشق و وفاداری و خاکساری عاشق

۴) ارزشمندی دل

۲۰ ۲ مفهوم مشترک آیه‌ی شریفه و گزینه‌ی (۲): یاد خداوند

آرامش‌بخش دل‌هاست.

مفهوم سایر گزینه‌ها:

۱) نكوهش پرداختن به غیر خدا / تنها حقیقت، یاد خداست.

۳) شورانگیزی عشق / بی‌ارزش بودن دل بی‌بهره از عشق

۴) طلب عنایت از معشوق

۱ ۴ معنی درست واژه‌ها: عرش: تخت پادشاه، سریر، خیمه،

سایبان / صولت: هیبت، قدرت، شکوه و جلال / تقریظ: ستودن، نوشتن
یادداشتی ستایش‌آمیز درباره‌ی یک کتاب / استدعا: درخواست کردن، خواهش
کردن، فراخواندن / خذلان: درماندگی، بی‌بهرگی از یاری

۲ ۱ معنی درست واژه‌ها: جلیبه: زیور، زینت /

سلسله‌جنبان: محرک، آن‌که دیگران را به کاری برمی‌انگیزد. /
مهمیز: ابزاری فلزی که بر پاشنه‌ی چکمه وصل می‌کنند و به وسیله‌ی آن،
اسب را به حرکت در می‌آورند. / توسن: اسب سرکش، مقابل رام

۳ ۳ معنی درست واژه: دهش: بخشش

۴ ۳ املای درست واژه‌ها: فراق: دوری، جدایی / ثنا: ستایش،

سیاس

۵ ۱ املای درست واژه‌ها: منسوب: نسبت داده شده /

صواب: درست، پسندیده، مصلحت / صور: شاخ و جز آن، که در آن دمنند تا
آواز برآید؛ بوق / عمارت: بناکردن، آباد کردن، آبادانی، ساختمان /
گذارند: اجازه دادن، رها کردن

۶ ۳ مشتق: دوری (دور + ی)

مرکب: کج‌نهاد (کج + نهاد)

مشتق - مرکب: کشاکش (کش + ا + کش)

۷ ۴ ضمیر متصل «م» در انتهای بیت گزینه‌ی (۴) نقش مفعولی

دارد و در سایر گزینه‌ها مضاف‌الیه است.

۸ ۲ حذف در گزینه‌ی (۲) به «قرینه‌ی لفظی» اتفاق افتاده است:

روی زمین آن توست ملک فلک نیز هم [آن توست]

عالم انسان تو راست ملک و ملک نیز هم [تو راست]

حذف به «قرینه‌ی معنوی» در سایر گزینه‌ها:

۱) به دوستی [سوگند می‌خورم]

۳) هم چو نقطه به چشم نابینا، گاه پیدا [است] و گاه ناپیدا [است]

۴) در خود آن به [است] که نیک‌تر نگری / اول آن به [است] که عیب خود
گویی

۹ ۲ من (نهاد) + گردن تسلیم (مفعول) + به شمشیر (متمم) +

سپردم (فعل)

۱۰ ۳

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) آن‌چنان‌ش به ذکر مشغولم

۲) که مثل آن نگذشته‌ست هرگز به ضمیر

۴) هم‌چنان در عقب روی نکو می‌رودم دل

۱۱ ۲ بررسی آرایه‌ها در بیت‌ها:

ب) تناقض: زهر قاتل بودن حیات ابد

ج) تشبیه: نقد وقت (اضافه‌ی تشبیه‌ی)

و) مراعات‌نظیر: جرس، کاروان، راه

ز) مجاز: حرف: مجاز از سخن



۲۱ ۴ مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه‌ی (۴): جاودانگی عشق

مفهوم سایر گزینه‌ها:

- (۱) ویرانگری و گدازندگی عشق
(۲) بی تأثیر بودن عشق در دل نالایق
(۳) جاودانگی سخن

۲۲ ۴ مفهوم مشترک بیت سؤال و ابیات گزینه‌ی (۴): نکوهش

ریشه‌خواری

مفهوم سایر بیت‌ها:

(الف) ناسازگاری روزگار با انسان و توصیف ناکامی

(ب) توصیف قلم

(ج) گریزناپذیر بودن مرگ

۲۳ ۱ مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه‌ی (۱): کمال بخشی عشق

مفهوم سایر گزینه‌ها:

(۲) ارزشمندی دل

(۳) ارزشمندی عنایت از جانب معشوق

(۴) ارزشمندی سخن

۲۴ ۲ مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه‌ی (۲): ستایش قناعت و

بی‌تعلقی

مفهوم سایر گزینه‌ها:

(۱) توصیف ناکامی و اندوه

(۴) خاکساری عاشق و دل‌خوشی به کم‌ترین بهره‌مندی از معشوق

۲۵ ۲ مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه‌ی (۲): ناتوانی از توصیف

مددوح

مفهوم سایر گزینه‌ها:

(۱) عشق موجب آرامش است. / تسلیم عاشقانه

(۳) جفاکاری معشوق

(۴) جاودانگی عشق / ترک عشق ناممکن است.

زبان عربی

■ ■ درست‌ترین و دقیق‌ترین جواب را در واژگان، ترجمه، مفهوم، خواندن
کلمات و یا گفت‌وگوها مشخص کن (۳۷ - ۲۶):

۲۶ ۲ ترجمه گزینه‌ها:

(۱) من امید دارم که پروردگارم گناهانم را ببامزد.

(۲) رسالت اسلام در گذر زمان براساس منطق سالن بوده است.

(به جای «قاعة» باید از کلمه «قائمة: استوار» استفاده شود).

(۳) آن شاعر، اشعاری را درباره فضیلت مادر در جهان سرود.

(۴) در کارهایت با خردمندان مشورت کن، سپس شروع به کار نما.

۲۷ ۱ ترجمه کلمات مهم: قُلْ بگو / فانظروا: و ببینید / بدأ: شروع

کرده است

اشتباهات بارز سایر گزینه‌ها:

(۲) تا (←) و؛ «ف» قبل از فعل امر نمی‌تواند به معنای «تا» باشد، آغاز شده
است (←) آغاز کرده است؛ «بدأ» فعل متعدی است.

(۳) گفتند (←) بگو؛ «قُلْ» فعل امر و از صیغه مفرد مذکر است، شروع شده
است (←) شروع کرده است

(۴) باید حرکت کنید (←) حرکت کنید؛ در ترجمه فعل‌های امر دوم شخص
(مخاطب) از لفظ «باید» استفاده نمی‌کنیم، تا (←) و، چگونگی (←)

چگونه، شروع (←) شروع کرده است

۲۸ ۴ ترجمه کلمات مهم: أكرم: گرامی‌ترین / مَنْ: کسی است که /

لنجلي: برای جلوه‌گر شدن

اشتباهات بارز سایر گزینه‌ها:

(۱) گرامی (←) گرامی‌ترین؛ «أكرم» اسم تفضیل است، تلاشش ... باشد (←)
تلاش می‌کند؛ «يحاول» فعل است، «ل» ترجمه نشده است.

(۲) پروردگار (←) خدا، جلوه‌گر کند (←) جلوه‌گر شدن؛ «تجلي» مصدر و
معنایش «جلوه‌گر شدن» است.

(۳) کسی که (←) کسی است که؛ «من» گزاره (خبر) برای «إن» است،
«صقوف» ترجمه نشده است، گرامی (←) گرامی‌ترین

۲۹ ۲ ترجمه کلمات مهم: لعنا: امید است که ما، شاید که ما /

يستعين بـ: از ... یاری بجوید / إنارة: نورانی کردن

اشتباهات بارز سایر گزینه‌ها:

(۱) به روزی (←) روزی را؛ «يوماً» مفعول است، امید داریم (←) امید است که
ما، استفاده کند (←) یاری بجوید

(۳) زاید بودن «آن»، با استفاده از (←) از ... یاری بجوید، نورانی می‌کند (←)
برای نورانی کردن؛ «إنارة» مصدر است.

(۴) ای کاش (←) امید است که، یاری جستن (←) یاری بجوید؛ «يستعين»
فعل است، روشن می‌کند (←) برای نورانی کردن

۳۰ ۳ ترجمه کلمات مهم: ينعت: فرستاده می‌شوند / كثير من:

بسیاری از / للدفاع: برای دفاع

اشتباهات بارز سایر گزینه‌ها:

(۱) جوانان (←) جوانان ما، می‌فرستند (←) فرستاده می‌شوند؛ «ينعت» فعل
لازم است.

(۲) بیش‌تر (←) بسیاری از، می‌روند (←) فرستاده می‌شوند

(۴) تعداد زیادی از (←) بسیاری از، جوانان (←) جوانان ما، تا دفاع کنند (←)
برای دفاع

۳۱ ۱ ترجمه کلمات مهم: أقم وجهك: روی بیاور / السعادة

الأخروية: سعادت اخروی / لا تكونن: هرگز مباش

اشتباهات بارز سایر گزینه‌ها:

(۲) ایمان بیاور (←) روی بیاور، سعادتت در آخرت (←) سعادت اخروی،
«لك» ترجمه نشده است، گمراهان (←) غافلان

(۳) با روی خود بیا (←) روی بیاور، ضامن ... توست (←) برایت تضمین
می‌کند؛ «يضمن» فعل است، نباش (←) هرگز نباش؛ «ن» در «لا تكونن»
برای تأکید آمده است.

(۴) به پا خیز (←) روی بیاور، نشو (←) هرگز مباش

۳۲ ۲ بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) پروردگار ما جز به اندازه توانمان کارها را بر ما تحمیل نمی‌کند. «لا يحمل»
فعل مضارع منفی است.

(۳) اگر با مؤمن هم‌نشینی کنی، به تو سود می‌رساند.

(۴) «آیا مردم را به نیکی امر می‌کنید و خودتان را فراموش می‌نمایید؟»
«تتسبون» مضارع است. ضمناً «آن را» اضافی است.

۳۳ ۱ ترجمه درست عبارت: ما زد و خورد می‌کردیم که ناگهان مدیر

دخالت کرد و ما را نصیحت نمود.

۳۴ ۳ ترجمه عبارت سؤال: «مانند برادران معاشرت کنید و مانند

بیگانگان، معامله نمایید.»

کاملاً واضح است که گزینه (۳) با مفهوم عبارت سؤال، هم‌خوانی دارد.



۳۵ ۴ بررسی گزینه‌ها:

- (۱) «راضی کردن همهٔ مردم هدفی است دست‌نیافتنی.» / «نمی‌توان به رضایت همهٔ مردم دست یافت.» (هر دو مفهومی مشابه دارند.)
- (۲) ای کسی که از روی نادانی به اصل و نسب افتخار می‌کند، مردم تنها از یک پدر و مادرند. (بیت شعر فارسی هم دقیقاً به موضوع افتخار نکردن به اصل و نسب اشاره کرده است.)
- (۳) «خداوند رحم نمی‌کند به کسی که به مردم رحم نمی‌کند.» / «بخششای تا بخشوده شوی؛ زیرا خداوند بخشاینده به بخشاینندگان رحم می‌کند.» (هر دو مفهومی مشابه دارند.)
- (۴) سکوت [از جنس] طلا و سخن [از جنس] نقره است. (این عبارت به برتری سکوت بر سخن گفتن اشاره دارد، در صورتی که ضرب‌المثل فارسی مفهوم متفاوتی را بیان می‌کند.)

۳۶ ۲ بررسی گزینه‌ها:

- (۱) مسافت از تهران تا مشهد مقدّس چقدر (چند کیلومتر) است؟ تقریباً نهصد کیلومتر.
- (۲) این قرص‌ها چیست؟ برای مادر بزرگم است. («ما» دربارهٔ چستی اشیاء سؤال می‌کند، در صورتی که در جواب، «لِ» برای بیان مالکیت آمده است.)
- (۳) در چمدانت چیست؟ لباس‌ها و دفتر خاطرات.
- (۴) آیا سلمان فارسی را می‌شناسی؟ بله؛ او از اصحاب پیامبر (ص) بوده است.

۳۷ ۴ در این گزینه «خُمْس»: یک پنجم» صحیح است: «مسلمانان

تقریباً یک پنجم ساکنان جهان هستند».

■ متن زیر را با دقت بخوان سپس متناسب با آن به سوالات پاسخ بده (۴۰-۳۸):

داستان ابراهیم یکتاپرست (ع) از زیباترین داستان‌هایی است که قرآن آن را ذکر کرده است. آن (داستان) نادانی قومش را برای ما شرح می‌دهد. در داستان آمده است که ابراهیم (ع) در روزی که مردم برای برپایی جشنی در خارج از شهر بودند، به معبد رفت و تمام بت‌ها را شکست (نابود کرد) جز یکی از آن‌ها را که بزرگ‌ترینشان بود و تبر را بر دوشش آویخت و خارج شد. هنگامی که قوم برگشتند، صحنه را دیدند. و پیامبر خدا را حاضر کردند و از او از آن چه رخ داده بود، سؤال کردند. ابراهیم (ع) به آن‌ها پاسخ داد: «از بت بزرگ (بزرگترین بت) بپرسید.» [قوم] گفتند: «او (بت بزرگ) نه می‌شنود و نه حرف می‌زند.» پس او را انجام‌دهنده (مجرم) شناختند و او را در آتش انداختند ولی آن (آتش) به اذن خدا سرد شد و [ابراهیم (ع)] از آن رهایی یافت.

۳۸ ۲ نزدیک‌ترین معنی به «حطّم»: شکاند، نابود کرد» است.

ترجمهٔ گزینه‌ها:

(۱) قرار داد

(۲) شکاند

(۳) جمع کرد

(۴) پیش فرستاد

۳۹ ۴ در متن صفتی برای ابراهیم (ع) آمده است که یعنی:

توجه کنید: در متن «الحنیف: یکتاپرست» به عنوان صفت حضرت ابراهیم (ع) آمده است.

ترجمهٔ گزینه‌ها:

(۱) (هیچ) همتایی ندارد.

(۲) خلیل الله (خلیل: دوست).

(۳) بی‌نیازی که به دیگران احتیاج ندارد.

(۴) فقط خداوند را می‌پرستد.

۴۰ ۳ ترجمهٔ گزینه‌ها:

- (۱) هنگامی که ابراهیم (ع) اقدام به کارش کرد، مردم در معبد بودند.
- (۲) بزرگ‌ترین بت، با مردم دربارهٔ آن چه در معبد رخ داده بود، حرف زد.
- (۳) قصد ابراهیم (ع) [از کارش] اهانت به اعتقادات قومش نبود. (بله؛ بلکه قصد آگاه ساختن مردم را داشت.)
- (۴) پیامبر خدا در آتش سوخت و در راه پروردگارش جان سپرد.

■ گزینهٔ مناسب را در پاسخ به سوالات زیر مشخص کن (۵۰-۴۱):

۴۱ ۱ بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۲) حرف مضارع «ت» باید از ابتدای فعل حذف شود: تعارفوا
- (۳) «ن» جمع مؤنث هنگام ساختن فعل امر حذف نمی‌شود: جالسُن
- (۴) «تَجَلَّسَ» با آهنگ «تُفَعِّلُ» از باب «إفعال» است. همزهٔ امر باب إفعال همیشه فتحه (أ) می‌گیرد: أَجْلِسْ

۴۲ ۱ بررسی گزینه‌ها:

- (۱) «جمال المرء: زیبایی انسان»: جمال: مبتدا (مضاف)، المرء: مضاف‌إلیه
- (۲) «الجلیس الصالح: هم‌نشین شایسته»: الجلیس: مبتدا (موصوف)، الصالح: صفت
- (۳) «الحرباء: آفتاب‌پرست» مبتدایی است که نه مضاف شده و نه موصوف.
- (۴) «نوم: خواب» مبتدایی است که نه مضاف شده و نه موصوف.

۴۳ ۱ بررسی گزینه‌ها:

- (۱) هر چند این عبارت با گروه اسمی «بعد ساعتین» شروع شده، اما این گروه اسمی قید است و نمی‌تواند مبتدا باشد (می‌توانیم آن را به آخر عبارت ببریم). در اصل عبارت با فعل «نقوم» شروع شده و جملهٔ فعلیه محسوب می‌شود.
- (۲) «الإغراق: مبالغه، اغراق کردن» اسم و مبتداست؛ پس این جمله، اسمیه است.
- (۳) «هذه: این‌ها» اسم و مبتداست؛ پس این جمله، اسمیه است. (اسم‌های اشاره و ضمیرها می‌توانند مبتدا شوند).
- (۴) «کلّ: هر» اسم و مبتداست؛ پس این جمله، اسمیه است.

۴۴ ۲ بررسی گزینه‌ها:

- (۱) در این عبارت دو صفت وجود دارد. «الصغیر» صفت «أخ» و «السیّء» صفت «عمل» است.
- (۲) در این عبارت دو جمله وجود دارد. (نادرست) ← هر فعل در عربی یک جمله محسوب می‌شود. پس «ندم» و «عذرت» هر کدام یک جمله هستند. از طرفی جملهٔ «أنا عذرت» هم خودش مستقلاً یک جملهٔ اسمیه است؛ پس در عبارت، سه جمله داریم.
- (۳) در عبارت، فعلی که حرف زاید داشته باشد، وجود ندارد. «ندم» و «عذرت» هر دو فعل‌هایی هستند که در ریشهٔ آن‌ها حرف زاید وجود ندارد (شکل اول فعل‌ها؛ ثلاثی مجرد).
- (۴) در عبارت مبتدا وجود دارد. «أنا» مبتدای جملهٔ اسمیهٔ «أنا عذرت» است.

۴۵ ۴ اگر فعل «یستمعن» بخواهد خبر شود، باید اسمی که بعد از

- «هؤلاء» می‌آید، «ال» داشته باشد (اسم‌های «ال» داری که بعد از اسم اشاره می‌آیند، نمی‌توانند خبر شوند)؛ پس «رجال» و «نساء» اشتباه هستند. از طرفی «یستمعن» فعل جمع مؤنث است و «الرجال» (و هم‌چنین «رجال») به این دلیل نادرست‌اند.



دین و زندگی

۵۱ ۲ «توحید در خالقیت» عبارت از این است که معتقد باشیم

خداوند، تنها مبدأ و خالق جهان است.

به حق تصرف، ولایت و سرپرستی می‌گویند. خداوند تنها ولی و سرپرست جهان است و مخلوقات، جز به اذن و اجازه‌ی او نمی‌توانند در جهان تصرف کنند و این به معنای «توحید در ولایت» است.

۵۲ ۳ شخصی از امام کاظم (ع) در رابطه با وضع مؤمنان پس از

مرگ پرسید: «آیا مؤمن به دیدار خانواده‌ی خویش می‌آید؟» فرمود: آری. پرسید: چقدر؟ فرمود: «بحسب مقدار (کمیت) فضیلت‌هایش ...»

۵۳ ۳ با توجه به آیه‌ی مبارکه‌ی «وَمِنَ النَّاسِ مَن يَعْْبُدُ اللَّهَ عَلَىٰ

حَرْفٍ فَإِنْ أَصَابَهُ خَيْرٌ اطْمَأَنَّ بِهِ وَإِنْ أَصَابَتْهُ فِتْنَةٌ انْقَلَبَ عَلَىٰ وَجْهِهِ ...»، پرستش خدا از یک جانب، پرستشی از روی تردید است که در هنگام بلایا به روی‌گردانی از خدا (انقلاب علی وجهه) می‌انجامد.

۵۴ ۱ پیامبر اکرم (ص) می‌فرماید: «و هر کس سنت زشتی را در

بین مردم مرسوم کند (مبدع)، تا وقتی که مردمی بدان عمل کنند، گناه آن را به حساب او نیز می‌گذارند، بدون این‌که از گناه عامل آن، کم کنند.»

۵۵ ۱ اگر قرار باشد در یک جامعه، همه فقط خواسته‌ها و تمایلات

دنیوی خود را دنبال کنند و تنها منافع خود را محور فعالیت اجتماعی قرار دهند و اهل ایثار و تعاون و خیر رساندن به دیگران نباشند، تفرقه و تضاد جامعه را فرا می‌گیرد و امکان رشد و تعالی از بین می‌رود. در چنین جامعه‌ای، روز به روز انسان‌های ستمگر بیش‌تر قدرت پیدا می‌کنند و دیگران را در خدمت امیال خود به کار می‌گیرند.

دقت کنید: «تسلیم بودن در برابر امیال نفسانی» و «قدرتی که انسان را به بردگی جدید می‌کشاند»، مربوط به بعد فردی شرک عملی است در حالی که صورت سؤال از بعد اجتماعی سخن به میان آورده است.

۵۶ ۲ با توجه به کلمه‌ی «یَوْمئذٍ» در این آیه‌ی شریفه، ظرف تحقق

آگاهی از اعمال ماتقدم و ماتأخر، رستاخیز است و آثار ماتقدم اعمالی است که آثار و نتایج آن، محدود به دوران زندگی انسان است و با مرگ، پرونده‌ی این اعمال بسته می‌شود؛ مانند نماز و روزه.

۵۷ ۳ طبق آیه‌ی «اللَّهُ نُورُ السَّمَاوَاتِ وَالْأَرْضِ ...»، خداوند نور

هستی است. یعنی تمام موجودات، «وجود» خود را از او می‌گیرند و به سبب او پیدا و آشکار شده و پا به عرصه‌ی هستی می‌گذارند. در واقع، هر موجودی در حدّ خودش تجلی‌بخش خداوند و نشانگر حکمت، قدرت، رحمت و سایر صفات الهی است.

۵۸ ۴ مرحله‌ی اول قیامت، با پایان یافتن دنیا آغاز می‌شود. برملا

شدن (آشکار شدن) اسرار و حقایق عالم، اشاره به کنار رفتن پرده از حقایق عالم دارد که از وقایع مرحله‌ی دوم قیامت است و با زنده شدن همه‌ی انسان‌ها بار دیگر بانگ سهمناکی در عالم می‌پیچد و حیات مجدد انسان‌ها آغاز می‌شود و با این صدا، همه‌ی مردگان دوباره زنده می‌شوند و در پیشگاه خداوند حاضر می‌گردند، در این هنگام انسان‌های گناهکار به دنبال راه فراری می‌گردند، دل‌های آنان سخت هراسان و چشم‌هایشان از ترس به زیر افکنده است.

بررسی گزینه‌ها: ۳ ۴۶

۱ «البومة: فاعل» و «رأس: مفعول» که مفعول بعد از فاعل آمده است: «جغد، سرش را بدون تکان خوردن بدنش حرکت می‌دهد.»

۲ «ث: فاعل» و «صدیق: مفعول» که مفعول بعد از فاعل آمده است: «به دوستم در حل تمرین‌های فیزیک کمک کردم.»

۳ «ك: مفعول» و «المدیر: فاعل» که مفعول قبل از فاعل آمده است: «مدیر تو را هنگامی که در کتابخانه بودی، دید.»

۴ «الله: فاعل» و «شئبأ: مفعول» که مفعول بعد از فاعل آمده است: «خداوند برای بندگان چیزی بهتر از عقل را تقسیم نکرده است.»

۴۷ ۳ ضمیر «نا» به شرطی مفعول است که به فعل متعدی (فعلی که

به مفعول نیاز دارد) بچسبد و بعد از جدا کردن ضمیر «نا» از فعل، یک کلمه مستقل و بامعنی داشته باشیم.

بررسی گزینه‌ها:

۱ «جَلَسْنَا: نشستیم» یک فعل لازم و ضمیر «نا» فاعل است. دقت کنید که اگر «نا» را از فعل جدا کنیم، به «جَلَسْ» می‌رسیم که این فعل وجود خارجی ندارد؛ ما فعل «جَلَسْ» به معنای «نشست» را داریم.

۲ «أَخْرَجْنَا: بیرون آوردیم» فعل متعدی است، اما ضمیر «نا» فاعل فعل و «دررأ» مفعول است.

۳ «أَمَرْنَا: به ما امر کرد» فعل متعدی است و ضمیر «نا» مفعول آن است. چون «الله» به عنوان فاعل در جمله آمده است و هم این‌که جمله از لحاظ معنایی با صیغه مفرد مذکر هم‌خوانی دارد، «أَمَرْنَا» صحیح است (که «نا» مفعول باشد) نه «أَمَرْنَا»: «خداوند به ما دستور داده است که».

۴ «شاهدْنَا: دیدیم» فعل متعدی و ضمیر «نا» فاعل آن است. با توجه به معنای عبارت باید «نا» را فاعل در نظر بگیریم: «صدها چراغ برقی در عمق اقیانوس دیدیم.»

بررسی سایر گزینه‌ها: ۴ ۴۸

۱ «متجر کبیر: فروشگاه بزرگ» ترکیب وصفی و «کبیر» صفت است.

۲ «المجدّ» صفت است: «الطالب المجدّ: دانش‌آموز تلاشگر»

۳ «الإنسان» به دو دلیل مفعول است: ۱- «تدلّ» فعل مؤنث است و «الإنسان» نمی‌تواند فاعلش باشد. ۲- معنای عبارت: حیوانات، انسان را راهنمایی می‌کنند»

بررسی گزینه‌ها: ۱ ۴۹

۱ «لیت: کاش» از حروف مشبّهة بالفعل است.

۲ «لیس: نیست» از افعال ناقصه است.

۳ «کانت: بود» از افعال ناقصه است.

۴ «إنما: تنها، فقط» از حروف مشبّهة بالفعل نیست (اگر «إن» با «ما» همراه شود (إنما)، آن را حرف مشبّهة بالفعل حساب نمی‌کنیم).

بررسی گزینه‌ها: ۲ ۵۰

۱ «ألا» یک کلمه مستقل و به معنای «آگاه باش» است.

۲ چون بعد از «لا» یک اسم نکره بدون تنوین آمده، «لا» از نوع نفی جنس است: «هیچ موفقیتی برای کسی که خودش را به تنبلی عادت داده، وجود ندارد.»

۳ بعد از «لا» نفی جنس، اسم «ال» دار نمی‌آید.

۴ «لا» در «لا یظلم: ستم نمی‌کند»، «لا»ی نفی فعل مضارع است.



۶۷ ۳ برخی آیات و روایات از شهادت اعضای بدن انسان یاد می‌کنند. بدکاران در روز قیامت سوگند دروغ می‌خورند تا شاید خود را از مهلکه نجات دهند. در این حال، خداوند بر دهان آن‌ها مهر خاموشی می‌زند و اعضا و جوارح آن‌ها به اذن خداوند شروع به سخن گفتن می‌کنند و علیه صاحب خود شهادت می‌دهند.

۶۸ ۲ با توجه به آیهی «حَتَّىٰ إِذَا جَاءَ أَحَدَهُمُ الْمَوْتُ قَالَ رَبِّ ارْجِعُونِ لَعَلِّي أَعْمَلُ صَالِحًا...» پاسخ قطعی خداوند در روز برزخ به خواسته‌ی بازگشت گناهکاران به دنیا برای انجام عمل صالح، این می‌باشد که «كَلَّا إِنَّهَا كَلِمَةٌ هُوَ قَائِلُهَا: هَرَكْزَا! این سخنی است که او می‌گوید» و هم‌چنین در روز قیامت هنگامی که گناهکاران می‌گویند: «پروردگارا شقاوت بر ما چیره شد و ما مردمی گمراه بودیم. ما را از این‌جا بیرون ببر که اگر به دنیا بازگردیم، عمل صالح انجام می‌دهیم.»

خداوند به طور قطعی به آن‌ها پاسخ می‌دهد که:

۱- آیا در دنیا به اندازه‌ی کافی به شما عمر ندادیم تا هر کس می‌خواست به راه راست آید؟

۲- ما می‌دانیم اگر به دنیا بازگردید، همان راه گذشته را پیش می‌گیرید.

۶۹ ۴ طبق آیهی مبارکه‌ی «إِنَّ اللَّهَ زَيِّ وَّ رَيْكُم فَاعْبُدُوهُ هَذَا صِرَاطٌ مُسْتَقِيمٌ»، بازتاب اعتقاد به توحید در ربوبیت در زندگی انسان، عبادت و بندگی خداست زیرا زندگی توحیدی شیوه‌ای از زندگی است که ریشه در جهان‌بینی توحیدی دارد.

هرچه ایمان افراد قوی‌تر باشد، تأثیر عملی توحید در زندگی بیش‌تر و هرچه ضعیف‌تر باشد، تأثیر آن کم‌تر خواهد بود.

۷۰ ۳ با توجه به آیهی «إِنَّ الَّذِينَ يَأْكُلُونَ أَمْوَالَ الْيَتَامَىٰ ظَلَمًا...»، تجسم عمل «ضایع کردن اموال یتیمان از روی ظلم در دنیا» آن است که «آتشی در شکم خود فرو می‌برند و به زودی در آتشی فروزان در آیند.»

۷۱ ۲ طبق آیهی شریفه‌ی «بَا أَيُّهَا الَّذِينَ آمَنُوا لَا تَتَّخِذُوا عَدُوِّي وَعَدُوَّكُمْ أَوْلِيَاءَ تُلْقُونَ إِلَيْهِم بِالْمَوَدَّةِ وَقَدْ كَفَرُوا بِمَا جَاءَكُمْ مِنَ الْحَقِّ...» ای کسانی که ایمان آورده‌اید دشمن من و دشمن خودتان را دوست نگیرید، [به گونه‌ای که] با آنان مهربانی کنید. حال آن‌که آنان به دین حقی که برای شما آمده است، کفر ورزیده‌اند...»، علت دوستی نکردن با دشمنان خدا و دشمنان مسلمانان، کفر ورزیدن آنان به دین حقی است که برای مسلمانان آمده است. جامعه‌ای که در مسیر توحید اجتماعی حرکت می‌کند، اقتصاد و فرهنگ و سایر ابعاد و ارکان آن نیز به سوی اجرای فرمان‌های خدای یگانه پیش می‌روند و به صورت جامعه‌ای عدالت‌گستر درمی‌آید.

دقت کنید: جامعه‌ی توحیدی، جامعه‌ای است که به سوی وحدت و هماهنگی حرکت می‌کند و این وحدت و هماهنگی را با تمسک به توحید و یکتاپرستی و قرار گرفتن در سایه‌ی حکومت الهی می‌توان به دست آورد.

۷۲ ۱ گاهی پاداش و کیفر براساس مجموعه‌ای از قراردادهای تعیین می‌شود و انسان‌ها می‌توانند با وضع قوانین جدید این رابطه‌ها را تغییر دهند (رابطه‌ی وضعی و قراردادی)؛ اما رابطه‌ی میان عمل و پاداش و کیفر در قیامت به صورت «تجسم اعمال» است؛ یعنی «صورت حقیقی عمل» یا همان «خود عمل» است.

۵۹ ۱ بهشت برای بهشتیان سرای سلامتی (دارالسلام) است زیرا هیچ نقصانی، اندوهی، غصه‌ای، خوف و ترسی، عجزی، بیماری‌ای، جهلی، مرگ و هلاکتی و خلاصه هیچ ناراحتی و رنجی در آن‌جا نیست. در عرصه‌ی قیامت، تصویر عمل انسان یا گزارشی از عمل انسان نمایش داده نمی‌شود، بلکه خود عمل نمایان می‌شود و هرکس عین عمل خود را می‌بیند.

۶۰ ۳ این آیه که می‌فرماید: «وَقَالُوا لِيَجْزُوهُمْ لِمَ شَهِدْتُمْ عَلَيْنَا...» اشاره به گواهان روز حساب یعنی اعضای بدن دارد و چون از اعضا و جوارح انسان سخن می‌گوید، مربوط به معاد جسمانی است.

۶۱ ۴ رسول خدا (ص) که در اوج معرفت به خود و رابطه‌اش با خداوند قرار دارد، نیاز به او را بیش‌تر احساس و عجز و بندگی خود را بیش‌تر ابراز می‌کند و می‌فرماید: «خدایا مرا چشم به هم زدنی به خودم وامگذار.» آنان که به دقت و تأمل در جهان هستی می‌نگرند، در هر چیزی خدا را مشاهده می‌کنند و علم و قدرت او را در می‌یابند.

۶۲ ۲ خداوند در آیات شریفه‌ی سوره‌ی مؤمنون می‌فرماید: «حَتَّىٰ إِذَا جَاءَ أَحَدَهُمُ الْمَوْتُ...» آن‌گاه که مرگ یکی از آن‌ها (گناهکاران) فرا رسد، می‌گوید: پروردگارا! مرا بازگردانید، باشد که عمل صالح انجام دهم؛ آن‌چه را در گذشته ترک کرده‌ام...» که این آیه اشاره به عالم برزخ دارد.

۶۳ ۴ طبق آیهی شریفه «أَمْ جَعَلُوا لِلَّهِ شُرَكَاءَ خَلَقُوا كَخَلْقِهِ فَتَشَابَهَ الْخَلْقَ عَلَيْهِمْ قُلِ اللَّهُ خَالِقُ كُلِّ شَيْءٍ...» یا آن‌ها شریک‌هایی برای خدا قرار داده‌اند که [آن شریکان هم] مثل خداوند مخلوقی خلق کرده‌اند و خلقت‌ها بر آن‌ها مشتبه شده است [و از این رو شریکان را نیز مستحق عبادت دیده‌اند؟!]. بگو خالق همه چیز خداست...»، اگر کسی غیر از خداوند، مخلوقی آفریده بود، جا داشت که مردم در اعتقاد به توحید در شک بیفتند.

دقت کنید: در تقابل با شرک در خالقیت، توحید در خالقیت (قل الله خالق كل شيء) مطرح می‌شود.

۶۴ ۲ بحث تجسم اعمال مربوط به عالم رستاخیز است و با مرحله‌ی «دادن نامه‌ی اعمال» ارتباط مفهومی دارد زیرا نامه‌ی عمل انسان به گونه‌ای است که خود عمل و حقیقت آن را دربردارد. از این رو، تمام اعمال انسان در قیامت حاضر می‌شوند و انسان عین اعمال خود را می‌بیند. کارهای خوب با صورت‌های بسیار زیبا و لذت‌بخش تجسم می‌یابند و کارهای بد با صورت‌های بسیار زشت و وحشت‌زا و آزاردهنده، مجسم می‌شوند.

۶۵ ۳ اگر کسی معتقد به شرک در خالقیت باشد (علت)، معتقد به شرک در مالکیت نیز خواهد بود (معلول). کشاورز وقتی خود را با دیگران، یعنی کسانی که در کشت زمین او دخالتی نداشته‌اند، مقایسه می‌کند، می‌بیند که این زراعت حاصل دسترنج خودش است. اما وقتی رابطه‌ی خود را با خدا بررسی می‌کند، می‌بیند که هم خودش و هم نیرو و توانش از آن خداست و کشت و زرع او بر اساس استعدادی که خداوند در آن قرار داده، رشد کرده و محصول داده است.

۶۶ ۴ امام علی (ع) در بازگشت از جنگ صفین، خطاب به آرمیدگان در خاک و اهل غربت و تنهایی و فرورفتگان در وحشت فرمودند: «شما در رفتن بر ما پیشی گرفتید و ما از پی شما می‌آییم و به شما ملحق می‌شویم؛ اما خانه‌هایی که از خود به جا گذاشتید، پس از شما در آن مسکن گزیدند؛ همسرانتان ازدواج کردند و امواتان میان وارثان تقسیم شد...»



توضیح: فعل "find" (پیدا کردن، یافتن) در جای خالی اول در این مورد، جزء افعال متعدی است و به مفعول نیاز دارد. با توجه به این که مفعول این فعل (microbes)، پیش از جای خالی قرار گرفته است، در جای خالی اول به فعل مجهول نیاز داریم و گزینه‌ی (۴) به دلیل کاربرد فعل معلوم (have found) حذف می‌شود.

دقت کنید: فعل "cover" (پوشاندن) در این جا جزء افعال لازم است و کاربرد آن به صورت مجهول (در این جا "is covered") در گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست است.

۷۹ ۲ مطمئن شوید [که] حداقل بیست دقیقه پیش از زمان حرکت چمدان‌هایتان را تحویل دهید.

توضیح: با توجه به کاربرد جمله‌ی امری، برای درست کردن پرسش کوتاه تأییدی از "will you?" استفاده می‌شود.

۸۰ ۴ وکیلش با گفتن [این که] او در زمانی که بانک مورد سرقت قرار گرفت، در خانه خوابیده بود، در دادگاه از او دفاع کرد.

(۱) درگیر کردن، مشارکت دادن

(۲) جمع کردن، جمع‌آوری کردن؛ وصول کردن؛ دنبال ... رفتن

(۳) تکرار کردن؛ بازگو کردن؛ تکرار شدن

(۴) دفاع کردن از؛ پشتیبانی کردن از

۸۱ ۲ در سال ۱۷۷۳، زمین‌لرزه‌ای آنیگوا، پایتخت گواتمالا را ویران کرد، بنابراین پایتختی جدید [یعنی] گواتمالاسیتی سه سال بعد بنا گردید.

(۱) محافظت کردن از، نگهداری کردن از

(۲) تأسیس کردن، بنا نهادن

(۳) تولید کردن، ساختن

(۴) اختراع کردن؛ ابداع کردن

۸۲ ۳ برای سالم ماندن، انسان‌ها باید توازن آب را حفظ کنند که به این معنی است که از دست رفتن‌های آب باید توسط مصرف آب جایگزین شود.

(۱) طبیعی؛ ذاتی

(۲) جسمانی؛ فیزیکی

(۳) سالم؛ تندرست

(۴) اختصاصی؛ وقف شده

۸۳ ۴ شما با امتناع از صحبت کردن با همسران در مورد مشکل سیگار کشیدنشان، تنها مشکل بزرگ‌تری را به وجود می‌آورید.

(۱) حمل کردن، بردن؛ با خود داشتن

(۲) نگه داشتن؛ برگزار کردن

(۳) افزایش دادن؛ افزایش یافتن

(۴) خلق کردن، به وجود آوردن؛ پدید آوردن

۸۴ ۱ بخش دوم موشک، سوختی را حمل می‌کند که انرژی مورد نیاز برای خارج کردن موشک از مدار زمین را فراهم می‌کند.

(۱) [در ستاره‌شناسی] مدار

(۲) فضا؛ جای خالی

(۳) فشار

(۴) قدرت، نیرو؛ برق

۸۵ ۴ ما وقتی که به کشتی در حال غرق شدن نزدیک می‌شدیم، صدای افرادی را می‌شنیدیم که در آب برای کمک فریاد می‌زدند.

(۱) ارزیابی کردن، به شمار آوردن؛ ملاحظه کردن

(۲) جذب کردن؛ جلب کردن

(۳) آماده کردن، مهیا کردن؛ آماده شدن

(۴) داد زدن، فریاد زدن

۷۳ ۱ میان بعد فردی و بعد اجتماعی توحید، رابطه‌ی متقابل وجود دارد، نه تقابل زیرا تقابل به معنای مخالف است.

تسلیم بودن در برابر امیال نفسانی و فرمان‌پذیری از طاغوت باعث می‌شود شخص، درونی ناآرام و شخصیتی ناپایدار داشته باشد؛ زیرا از یک سو هوای نفس وی هر روز خواسته‌ی جدیدی جلوی روی او قرار می‌دهد و از سوی دیگر، قدرت‌های مادی که هر روز رنگ عوض می‌کنند، او را به بردگی جدیدی می‌کشانند.

۷۴ ۳ دوستان و هم‌نشینان انسان در بهشت، پیامبران، راستگویان، شهیدان و نیکوکاران اند و آنان چه نیکو هم‌نشینانی هستند.

رابطه‌ی عمل با پاداش و کیفر اخروی از نوع «تجسم خود عمل» است. این بدان معناست که آن چه در روز قیامت به عنوان پاداش و کیفر به ما داده می‌شود، عین عمل ماست. بنابراین در عرصه‌ی قیامت، تصویر اعمال بهشتیان و جهنمیان یا گزارشی از عمل آن‌ها نمایش داده نمی‌شود، بلکه خود عمل نمایان می‌شود و هر کس عین عمل خود را می‌بیند.

۷۵ ۲ قرآن کریم می‌فرماید: «إِنَّ الَّذِينَ يَأْكُلُونَ أَمْوَالَ الْيَتَامَىٰ ظُلْمًا إِنَّمَا يَأْكُلُونَ فِي بُطُونِهِمْ نَارًا وَ سَيَصْلَوْنَ سَعِيرًا: کسانی که می‌خورند اموال یتیمان را از روی ظلم جز این نیست که آتشی در شکم خود فرو می‌برند و به زودی در آتشی فروزان در آیند.» و پیامبر اکرم (ص) می‌فرماید: «پس دقت کن، هم‌نشینی که انتخاب می‌کنی، نیک باشد زیرا اگر او نیک باشد، مایه‌ی انس تو خواهد بود و در غیر این صورت، موجب وحشت تو می‌شود.»

زبان انگلیسی

۷۶ ۳ اولین ژورنال‌های علمی در اواخر قرن هفدهم منتشر شدند و این نشریات چاپی در طول زمان خیلی کم تغییر کرده‌اند.

توضیح: فعل "publish" (منتشر کردن، چاپ کردن) در جای خالی اول، جزء افعال متعدی است و به مفعول نیاز دارد. با توجه به این که مفعول این فعل (تمام عبارت قرارگرفته پیش از جای خالی اول)، قبل از جای خالی به کار رفته است، در جای خالی به فعل مجهول نیاز داریم و تنها یکی از گزینه‌های (۲) یا (۳) می‌تواند صحیح باشد.

دقت کنید: فعل "change" (عوض شدن، تغییر کردن) در جای خالی دوم به عنوان یک فعل لازم مدنظر است که مجهول نمی‌شود و چون استمرار عمل را از گذشته تاکنون نشان می‌دهد، آن را در زمان حال کامل (have / has + p.p.) نیاز داریم.

۷۷ ۱ امروزه، انگلیسی با حدود ۳۸۰ میلیون سخنور، بعد از چینی و هندی، سومین زبان مادری بیش‌ترین تکلم‌شده (دارای بیش‌ترین سخنور) در جهان است.

توضیح: با توجه به مفهوم جمله و با در نظر گرفتن عدد شمارشی "third" (سوم، سومین) که می‌تواند از نشانه‌های صفات عالی باشد، در جای خالی به شکل عالی صفت (در این جا "most spoken") نیاز داریم.

دقت کنید: در زبان انگلیسی، صفت پیش از اسم (در این مورد "language") به کار می‌رود؛ بنابراین در بین گزینه‌های موجود، گزینه‌ی (۱) را انتخاب می‌کنیم.

۷۸ ۲ میکروب‌ها در کف دریا در اعماق داخل پوسته [زمین] زنده یافت شده‌اند. پوسته [زمین] چندین کیلومتر ضخامت دارد و ۶۰ درصد سطح زمین را پوشانده است.



۸۶ ۳ مارتین در ابتدای امتحان واقعاً احساس اضطراب می‌کرد، ولی وقتی که متوجه شد که سوالات خیلی زیاد سخت نبودند، توانست آرام شود.

- (۱) تشکیل دادن، ساختن؛ جبران کردن
- (۲) عجله کردن، تعجیل کردن
- (۳) آرام شدن، ساکت شدن؛ آرام کردن
- (۴) ترک کردن؛ رها کردن

۸۷ ۲ من برحسب تصادف روی تلفن همراهم نشستم و آن را شکستم چون که فراموش کرده بودم [که] در جیب پشتی شلوار جینم بود.

- (۱) به طور خاص، مخصوصاً؛ به بیان دقیق تر
- (۲) برحسب تصادف، تصادفاً
- (۳) با قدرت؛ به شدت، شدیداً
- (۴) کاملاً، مطلقاً؛ مسلماً

کروی زمین یکی از هشت سیاره‌ی اصلی در حال حرکت به دور خورشید است. در منظومه‌ی شمسی ما، تمام سیارات در جهت یکسانی به دور خورشید حرکت می‌کنند، در حالی که هر کدام در یک مدار بیضوی می‌چرخند. از طریق تلسکوپ، سیارات به صورت صفحه‌های نور به نظر می‌رسند که از این سو به آن سوی آسمان شب به آرامی حرکت می‌کنند. با این حال، آن‌ها خودشان نور تولید نمی‌کنند، بلکه نور خورشید را بازتاب می‌دهند. تمام سیارات به جز عطارد با لایه‌ای گاز به نام اتمسفر احاطه شده‌اند. چهار سیاره‌ی کوچک تر مانند زمین، سطحی سنگی دارند، اما چهار سیاره‌ی عظیم، عمدتاً گاز و مایع هستند. تفاوت زیادی بین دمای نزدیک‌ترین سیارات به خورشید و آن‌هایی که دورترین وجود دارد. عطارد در [طول] روز داغ‌تر از اجاق است، در حالی که نپتون در حدود 392°F (200°C) زیر انجماد است.

۸۸ ۳

- (۱) اندازه؛ اقدام
- (۲) احترام؛ جنبه، وجه
- (۳) مسیر؛ جهت، سمت
- (۴) موقعیت، شرایط

۸۹ ۳

- (۱) جمع کردن، جمع‌آوری کردن؛ وصول کردن؛ دنبال ... رفتن
- (۲) افزایش دادن؛ افزایش یافتن
- (۳) به نظر رسیدن؛ آشکار شدن، پدیدار شدن
- (۴) رحم کردن به، بخشیدن؛ معاف کردن از

۹۰ ۲ توضیح: فعل "reflect" (منعکس کردن، بازتاباندن) در اینجا به یک امر کلی اشاره دارد که مقید به بازه‌ی زمانی خاصی نیست؛ بنابراین آن را در زمان حال ساده (در این مورد برای ضمیر فاعلی "they" به صورت "reflect") نیاز داریم.

دقت کنید: گزینه‌ی (۴) تنها در صورتی می‌توانست صحیح باشد که به جای "Sun" از "Sun's" استفاده شده بود تا تعلق را نشان دهد.

۹۱ ۱

- (۱) مایع
- (۲) ماده؛ مطلب
- (۳) شی؛ هدف
- (۴) ماده، جسم

۹۲ ۲ توضیح: با توجه به این‌که در این‌جا دورترین سیارات از خورشید مدنظر است؛ بنابراین به صفت عالی "farthest" نیاز داریم.

دقت کنید: کاربرد صفت عالی "nearest" پیش از جای خالی نیز نشان می‌دهد که در این مورد نیز احتمالاً به صفت عالی نیاز داریم.

من معمولاً درباره‌ی هر تحقیقی که نتیجه‌گیری می‌کند که [امروزه] افراد از آن چه ۵۰ سال قبل بودند، شادتر یا غمگین تر [هستند] یا بیش تر یا کم تر از خودشان مطمئن هستند تردید دارم. در حالی که هر کدام از این اظهارات ممکن است درست باشد، عملاً ثابت کردن آن‌ها به لحاظ علمی غیرممکن است. با این حال، من از گزارشی که نتیجه گرفت که کودکان امروزی به طور قابل ملاحظه‌ای مضطرب تر از کودکان در دهه‌ی ۱۹۵۰ هستند، شوکه شدم. در حقیقت، آن تحقیق نشان می‌داد [که] امروزه، کودکان طبیعی ۹ تا ۱۷ ساله، سطح بالاتری از اضطراب را به نسبت کودکانی که ۵۰ سال قبل برای بیماری روانی درمان می‌شدند، بروز می‌دهند.

چرا کودکان امروزی آن قدر استرس دارند؟ این گزارش دو دلیل اصلی را ارائه می‌کند: جدایی فیزیکی فزاینده - که در بین سایر موارد به علت نرخ بالای طلاق و مشارکت کم تر در اجتماع به وجود می‌آید و دیدگاه روزافزونی که [بیان می‌کند] جهان جای خطرناک تری است. با این حال با توجه به این‌که «ما نمی‌توانیم زمان را به عقب برگردانیم» بزرگسالان هنوز [هم] می‌توانند کارهای زیادی برای کمک به نسل بعدی انجام دهند.

در صدر این فهرست، پرورش درکی بهتر از محدودیت‌های فردگرایی است. هیچ کودکی یک جزیره [جدا افتاده] نیست. تقویت روابط اجتماعی به ساخت اجتماعات و محافظت از افراد در برابر استرس کمک می‌کند. شما برای کمک به کودکان [به منظور] برقراری ارتباطات قوی تر با سایرین، می‌توانید تلویزیون‌ها و کامپیوترها را خاموش کنید. خانواده‌ی شما بعدها از شما ممنون خواهند بود. آن‌ها زمان بیش تری برای روابط رو در رو خواهند داشت و آن‌ها بیش تر خواهند خوابید.

مقدار خشونت مجازی [که] کودکانان در معرض آن هستند را محدود کنید. آن تنها بازی‌های ویدیویی و فیلم‌ها نیست؛ کودکان قتل و جرم‌های بسیاری را در اخبار محلی می‌بینند. انتظاراتان را از کودکانان [در سطح] منطقی نگاه دارید. بسیاری از افراد موفق هرگز در [دانشگاه] هاروارد یا ییل حاضر نمی‌شوند (درس نمی‌خوانند). ورزش را قسمتی از برنامه‌ی روزانه‌تان قرار دهید. آن به شما کمک خواهد کرد با اضطراب خودتان کنار بیایید و الگویی خوب برای فرزندانان ارائه کنید. گاهی اوقات، اضطراب اجتناب‌ناپذیر است. اما لزومی ندارد زندگی‌تان را ویران کند.

۹۳ ۴ نویسنده فکر می‌کند که نتایج هر پژوهشی درباره‌ی وضعیت ذهنی افراد است.

- (۱) شگفت‌انگیز، حیرت‌انگیز
- (۲) غیرقابل باور، باورنکردنی
- (۳) غلط، نادرست
- (۴) سؤال‌انگیز، قابل تردید

۹۴ ۱ منظور نویسنده وقتی در پاراگراف دوم می‌گوید: «ما نمی‌توانیم زمان را به عقب برگردانیم» چیست؟

- (۱) کند کردن سرعت تغییر غیرممکن است.
- (۲) واقعیت اجتماعی [که] کودکان با [آن] مواجه هستند قابل تغییر نیست.
- (۳) درس‌های آموخته شده از گذشته نباید فراموش شوند.
- (۴) فراموش کردن گذشته غیرممکن است.

۹۵ ۳ اولین و مهم‌ترین چیز [که] والدین باید انجام دهند تا به بچه‌هایشان کمک کنند

- (۱) فراهم کردن محیطی امن تر برای آن‌ها است
- (۲) پایین آوردن انتظاراتشان از آن‌ها است
- (۳) درگیر کردن بیش تر آن‌ها از نظر اجتماعی است
- (۴) الگوی خوبی قرار دادن برای آن‌ها است تا [کودکان] پیروی کنند



ریاضیات

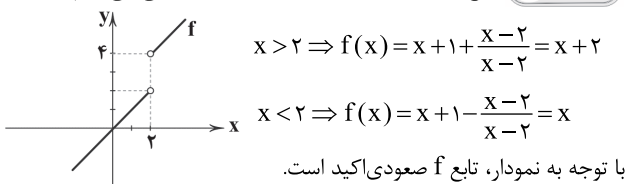
۱۰۱ نکته: اگر تابع رادیکالی $y = a + b\sqrt{cx + d}$ صعودی اکید باشد، آن‌گاه b و c هم‌علامتند، یعنی $bc > 0$ است. پس در این سؤال:

$$(2-m)(m-1) > 0 \Rightarrow \begin{array}{c} | \\ - \\ + \\ | \end{array} \Rightarrow 1 < m < 2$$

۱۰۲ اگر f نزولی اکید با دامنه‌ی \mathbb{R} باشد آن‌گاه از تابع $f(x)$ نزولی اکید است. نتیجه می‌شود که $f(h(x)) \geq f(g(x))$ با توجه به نمودار $h(x) \leq g(x)$.

$$f(1-x^2 - |x|) - f(-3-x^2) \geq 0 \Rightarrow f(1-x^2 - |x|) \geq f(-3-x^2) \\ \xrightarrow{\text{نزولی اکید } f} 1-x^2 - |x| \leq -3-x^2 \Rightarrow |x| \geq 4 \Rightarrow x \in \mathbb{R} - (-4, 4)$$

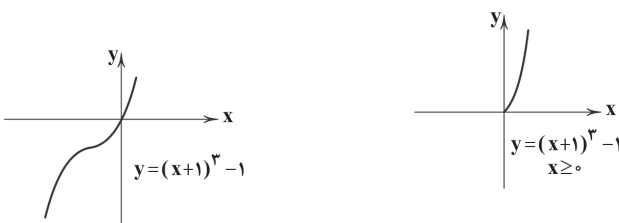
۱۰۳ تابع را برای دو حالت $x > 2$ و $x < 2$ بررسی می‌کنیم:



۱۰۴ چون $x \geq 0$ می‌باشد لذا $x + 1 > 0$ است بنابراین:

$$y = x^3 + 3x(x+1) = x^3 + 3x^2 + 3x = (x+1)^3 - 1$$

اگر نمودار x^3 ، سپس نمودار $(x+1)^3$ و نهایتاً نمودار $(x+1)^3 - 1$ را رسم کنیم و دامنه را محدود کنیم، آن‌گاه به جواب مسئله می‌رسیم.

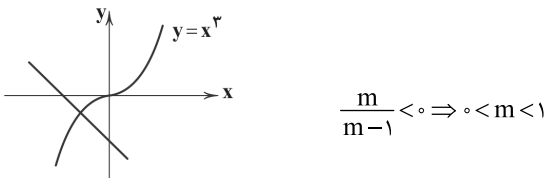


۱۰۵ برای یافتن تعداد ریشه‌ها معادله را به صورت

$$x^3 = -x + \frac{m}{m-1}$$

ریشه‌ی معادله‌ی مورد نظر است. طبق گفته‌ی مسئله

باید طول این نقطه منفی باشد، پس بایستی عرض از مبدأ خط منفی باشد.



۹۶ | ۱

چه نتیجه‌ای را می‌توان از متن برداشت کرد؟

۱) اضطراب هرچند غیرقابل اجتناب [است] می‌تواند حل و فصل شود.

۲) در مورد اضطراب کودکان بسیار زیاد مبالغه شده است.

۳) اضطراب کودکان، با توجه بیش‌تر والدین قابل از میان بردن است.

۴) اضطراب اگر به درستی کنترل شود، ممکن است به کودکان کمک کند [تا] بالغ شوند.

ژن‌درمانی تکنیک انقلابی جدیدی برای درمان افراد با مشکلات سلامتی است. تا همین اواخر، در دسترس‌ترین روش‌ها برای درمان بیماران، یا از طریق دارو بود، یا پروسه‌های جراحی. ژن‌درمانی، با تغییر یا جایگزینی سلول‌ها با مواد ژنتیک و دستورات عمل‌های جدید، گزینه‌ی سومی ارائه می‌کند. به دلیل آن‌که این تغییرات در سطح مولکولی هستند، دانشمندان می‌توانند در انواع تغییراتی [که] در [بدن] بیماران به وجود می‌آورند، بسیار دقیق باشند.

ژن‌درمانی با استفاده از یک سیستم تحویل، مانند یک ویروس کار می‌کند، تا وارد بدن بیمار شود. ویروس به محض این‌که وارد بدن شد، به یک سلول میزبان متصل می‌شود و دی.ان.ای. جدید را تحویل می‌دهد. سپس پروتئین‌ها شروع به بازسازی سلول‌های تأثیر گرفته می‌کنند. تکنیک‌های جدید روی خارج کردن سلول‌ها از [بدن] بیماران و تغییر دادن آن‌ها بیرون از بدن [و] پیش از وارد کردن دوباره‌ی آن‌ها به [بدن] بیمار تمرکز می‌کنند.

دو نوع ژن‌درمانی [وجود دارد که] پیکری و زاینده نامیده می‌شوند. درمان پیکری به تغییر یا جایگزینی سلول پیکری اشاره دارد. در این مورد، درمان تنها به بیمار محدود می‌شود. این روی کودکان آینده‌ی بیمار تأثیر نخواهد گذاشت چون سلول‌های زاینده‌ی بیمار تأثیرناپذیر هستند. در درمان زاینده، سلول‌های زاینده‌ی بیمار درمان می‌شود. چون این تغییرات روی ژن‌های وراثتی هستند، این ممکن است روی فرزندان آینده‌ی بیمار تأثیر بگذارد. این [روش درمانی] بسیار مناقشه‌آمیز است چون دقیقاً مشخص نیست [که] این چطور ممکن است روی آن‌ها یا نسل‌های بعدی اثر بگذارد. به این دلیل، بسیاری از کشورها قوانینی وضع کرده‌اند که این نوع از درمان را یا منع یا کاملاً ممنوع کرده‌اند.

۹۷ | ۲ طبق متن، ژن‌درمانی چیست؟

۱) نظریه‌ای علمی که هنوز تا اجرایی شدن فاصله دارد

۲) روشی جدید برای درمان افراد دارای مشکلات سلامتی

۳) یک تکنیک انقلابی جدید برای درمان افراد دارای بیماری‌های مرگبار

۴) یک تکنیک انقلابی جدید برای درمان افراد دارای نواقص قلبی

۹۸ | ۱ کلمه‌ی "them" در پاراگراف ۲ به "cells" اشاره دارد.

۱) سلول‌ها

۲) بیماران

۳) پروتئین‌ها

۴) تکنیک‌ها

۹۹ | ۱ پاراگراف ۲ عمدتاً در مورد است.

۱) شیوه‌ی کار کردن ژن‌درمانی

۲) دو نوع ژن‌درمانی

۳) [این‌که] چرا افراد به ژن‌درمانی نیاز دارند

۴) [این‌که] ژن‌درمانی چگونه دی.ان.ای. جدید به وجود می‌آورد

۱۰۰ | ۲ طبق متن، ژن‌درمانی زاینده مناقشه‌آمیز است چون که

۱) این نوع از درمان بیش از حد گران در نظر گرفته می‌شود

۲) دانشمندان مطمئن نیستند [که] این نوع درمان ممکن است چگونه بر کودکان بیمار تأثیر بگذارد

۳) کودکان آینده‌ی بیمار و سلول‌های زاینده‌ی آن‌ها تأثیرناپذیر هستند

۴) بسیاری کشورها قوانینی دارند که درمان پزشکی را منع می‌کند



۱۱۱) می‌دانیم مربع هر عدد طبیعی و فرد به فرم $8t+1$ است. حال گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$1) a^2 + b^2 - 2 = (8t+1) + (8t'+1) - 2 = 8(t+t') = 8q$$

$$\Rightarrow 8 | a^2 + b^2 - 2$$

$$2) a^2 + b^2 = (8t+1) + (8t'+1) = 4(2t+2t') + 2 = 4q + 2$$

$$\Rightarrow 4 \nmid a^2 + b^2$$

$$3) a^2 + 3 = 8t+1+3 = 8t+4 = 4(2t+1) = 4q \Rightarrow 4 | a^2 + 3$$

$$4) a^2 - b^2 = (8t+1) - (8t'+1) = 8(t-t') = 8q \Rightarrow 4 | a^2 - b^2$$

۱۱۲) روش اول:

$$a = \Delta a' \Rightarrow \begin{cases} \Delta a' \equiv \gamma \\ a' \equiv r \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta a' \equiv \gamma \\ \Delta a' \equiv \Delta r \end{cases} \Rightarrow \Delta r \equiv \gamma$$

$$\Rightarrow \Delta r \equiv 30 \xrightarrow{(\Delta, 23)=1} r \equiv 6 \Rightarrow r = 23k + 6$$

$$k=0 \Rightarrow r=6$$

روش دوم: (بدون استفاده از هم‌نهشتی)

$$a = \Delta k = 23q + \gamma \quad (1) \Rightarrow \frac{a}{\Delta} = k$$

$$k = 23q' + r \Rightarrow \Delta k = 23 \times \Delta q' + \Delta r \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2)-(1)} 0 = 23(\Delta q' - q) + \Delta r - \gamma \Rightarrow \Delta r - \gamma = 23k'$$

$$\Rightarrow \Delta r = 23k' + \gamma = 23k' - 23 + 30 = 23t + 30$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم بر } 5} r = 23t' + 6$$

به‌ازای $r=6, t'=0$ به دست می‌آید.

توضیح: در رابطه‌ی $\Delta r = 23t + 30$ ، چون سمت چپ مضرب ۵ است، پس سمت راست نیز مضرب ۵ است، هم‌چنین 30 مضرب ۵ می‌باشد، بنابراین باید $23t$ نیز مضرب ۵ باشد (بر ۵ بخش پذیر است).

۱۱۳) ۱

$11 \times 91 = 1001$ به عبارت دیگر 1001 مضرب ۱۱ است (بر ۱۱ بخش پذیر است و باقی‌مانده‌ی صفر دارد)، بنابراین هر کدام از این 1001 کسر که عامل 1001 را داشته باشند، بر ۱۱ بخش پذیرند.

$$\frac{1001!}{1!} + \frac{1001!}{2!} + \dots + \frac{1001!}{1000!} + \frac{1001!}{1001!}$$

همه‌ی 1000 کسر اول عامل 1001 را دارند لذا بر ۱۱ بخش پذیرند و فقط آخرین کسر باقی می‌ماند که حاصل آن یک می‌باشد، بنابراین باقی‌مانده‌ی کل تقسیم ۱ است.

۱۱۴) نکته: ۱. اگر $a \equiv b \pmod{m}$ و $d | m$ آن‌گاه $a \equiv b \pmod{d}$ می‌باشد.

۲. اگر دو رقم سمت راست دو عدد یکسان باشد، آن دو عدد به پیمانانه 100 هم‌نهشت هستند.

$$(7a+14) \equiv (4a-3) \pmod{100} \Rightarrow 3a \equiv -17 \pmod{100} \Rightarrow 3a \equiv 83 \pmod{100}$$

$$\xrightarrow{\times 3} 9a \equiv 249 \pmod{100} \xrightarrow{+6} 9a+6 \equiv 255 \pmod{100} \Rightarrow 55$$

$$\Rightarrow 9a+6 \equiv 55 \pmod{100} \xrightarrow{-10|100} 9a+6 \equiv 55 \pmod{10} \Rightarrow 5$$

۱۰۶) ۴ تابعی صعودی‌اکید است که با افزایش x مقدار y نیز افزایش یابد. در این تابع، طول نقاط $-1, 0, 1$ است که چون $1 > 0 > -1$ است، پس:

$$-2 < x^2 + 3x < 4 \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 3x - 4 < 0 \Rightarrow (x-1)(x+4) < 0 & (1) \\ x^2 + 3x + 2 > 0 \Rightarrow (x+1)(x+2) > 0 & (2) \end{cases}$$

جواب نامعادله‌ی (۱) به صورت $(-4, 1)$ و جواب نامعادله‌ی (۲) به صورت $(-1, +\infty) \cup (-\infty, -2)$ می‌باشد که اشتراک جواب‌ها برابر $(-1, 1) \cup (-4, -2)$ می‌باشد.

۱۰۷) ۳ چون $f(x)$ بر $x+1$ و $x-2$ بخش پذیر است، پس:

$$\begin{cases} f(-1) = 0 \Rightarrow 1 - a + b = 0 \\ f(2) = 0 \Rightarrow 16 + 2a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow 15 + 3a = 0 \Rightarrow a = -5, b = -6$$

$$\Rightarrow f(x) = x^4 - 5x - 6$$

حال تابع f را بر $(x+1)(x-2)$ یعنی $x^2 - x - 2$ تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{array}{r} x^4 - 5x - 6 \\ \underline{-(x^2 - x - 2)} \\ -x^4 + x^3 + 2x^2 \\ \underline{-(x^3 + x^2 + 3x)} \\ x^2 + 2x^2 - 5x - 6 \\ \underline{-(x^2 + x + 3)} \\ x^2 + 2x^2 - 5x - 6 \\ \underline{-(x^2 + x + 3)} \\ 3x^2 - 3x - 6 \\ \underline{-(3x^2 + 3x + 6)} \\ 0 \end{array}$$

پس $f(x)$ بر $x^2 + x + 3$ نیز بخش پذیر است.

۱۰۸) ۴ به کمک اتحادهای زیر مسئله را حل می‌کنیم:

$$x^n - y^n = (x-y)(x^{n-1} + x^{n-2}y + \dots + y^{n-1}) \quad n \in \mathbb{N}$$

$$x^n - y^n = (x+y)(x^{n-1} - x^{n-2}y + \dots - y^{n-1}) \quad \text{زوج } n$$

$$A = \frac{x^4 - 1}{x^4 - 1} = \frac{(x^2 - 1)(x^2 + 1)}{x^4 - 1} = x^2 + 1$$

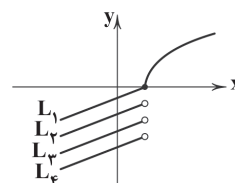
$$\xrightarrow{x = \sqrt[4]{2}} A = (\sqrt[4]{2})^4 + 1 = 2 + 1 = 3$$

۱۰۹) ۳ تابع $\log_p x$ صعودی‌اکید و در نتیجه تابع $\log_p(x-1)$ نیز

صعودی‌اکید است. حال اگر $a+1 > 0$ باشد، تابع f صعودی‌اکید، اگر $a+1 < 0$ باشد، تابع f نزولی‌اکید و در صورتی که $a+1 = 0$ باشد، تابع f ثابت خواهد بود. پس اگر $a \neq -1$ باشد، تابع یکنواخت‌اکید خواهد بود.

۱۱۰) ۳ نمودار $\log_p(x-1)$ را رسم می‌کنیم. ضابطه‌ی دوم یعنی

خط $(a-1)x + a - 4$ باید شبیه یکی از خط‌های L_1, L_2, L_3, L_4 و ... باشد، یعنی باید ضابطه‌ی دوم به‌ازای $x=2$ صفر یا منفی شود و هم‌چنین شیب مثبت و عرض از مبدأ منفی باشد.



$$\begin{cases} f(2) = (a-1)2 + a - 4 \leq 0 \Rightarrow 3a \leq 6 \Rightarrow a \leq 2 \\ a - 1 > 0 \Rightarrow a > 1 \\ a - 4 < 0 \Rightarrow a < 4 \end{cases} \Rightarrow a \in (1, 2]$$



۱۲۰ بررسی گزینه‌ها: ۴

$$(a+b)^n \equiv a^n + b^n \quad (1) \text{ درست است، زیرا:}$$

$$a \equiv b \xrightarrow{n|m} a^n \equiv b^n \quad (2) \text{ درست است، زیرا:}$$

$$1398 \equiv 1+3+9+8 \equiv 21 \equiv 3 \quad (3) \text{ درست است، زیرا:}$$

$$1398 \equiv 8-9+3-1 \equiv 1 \quad (4) \text{ نادرست است، زیرا:}$$

۱۲۱ ۲ ماتریس A وارون ماتریس A^{-1} است، پس:

$$A = (A^{-1})^{-1} = \frac{1}{6-2} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow 4A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$16A^2 = (4A)^2 = 4A \times 4A$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -5 \\ -10 & 11 \end{bmatrix}$$

$$16A^2 + A^{-1} = \begin{bmatrix} 6 & -5 \\ -10 & 11 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & -4 \\ -8 & 13 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 10$$

۱۲۲ ۳ از رابطه‌ی داده‌شده $A^2 = -A - I$ به دست می‌آید، از طرفی A و I تعویض پذیرند، پس:

$$B = (A+I)^2 = A^2 + 2A + I$$

$$\xrightarrow{A^2 = -A - I} B = -A - I + 2A + I \Rightarrow B = A \Rightarrow B^{-1} = A^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & a \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{مفهوم سؤال این است که ماتریس‌های} \quad (1) \quad 123$$

$$\text{و} \quad \begin{bmatrix} 1 & a+2 \\ 3 & 3 \\ 0 & b \end{bmatrix} \quad \text{وارون یکدیگرند.}$$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & a \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & -a \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{a}{3} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{a+2}{3} \\ 0 & b \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -\frac{a}{3} = \frac{a+2}{3} \Rightarrow a+2 = -a \Rightarrow a = -1 \\ b = 1 \end{cases}$$

$$B = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{-1+2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$$

۱۲۴ ۳ چون ماتریس A وارون پذیر نیست، پس درمیان آن صفر است.

$$|A| = x(x-4y) - (-y)(4y) = x^2 - 4xy + 4y^2 = (x-2y)^2 = 0$$

$$\Rightarrow x = 2y$$

$$B = \begin{bmatrix} 2y & 2y \\ 2y & y \\ y & -1 \\ 2y & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

۱۱۵ ۴ ابتدا فاصله‌ی ۸ دی ماه سال کبیسه تا ۱۳ تیرماه سال بعد را حساب می‌کنیم:

$$d = 22 + 2 \times 30 + 3 \times 31 + 13 = 188$$

در بحث تقویم و روزهای هفته توجه داشته باشید که شش ماه اول سال همگی ۳۱ روزه و شش ماه دوم سال غیر از اسفند (که به‌جز سال کبیسه ۲۹ روز است)، همگی ۳۰ روزه می‌باشند و چون $188 \equiv 6 \pmod{7}$ ، لذا مطابق جدول زیر داریم:

ش	چ	پ	چ	س	د	ی
۶	۵	۴	۳	۲	۱	صفر

در نتیجه ۱۳ تیر سال بعد شنبه است.

۱۱۶ ۱ فرض کنیم $d = (7a + 5b, 3a + 2b)$ باشد، هم‌چنین طبق فرض داریم $(a, b) = 1$ ، بنابراین:

$$\left. \begin{aligned} d | 7a + 5b &\xrightarrow{-2} d | 21a + 15b && \xrightarrow{(-)} d | b \\ d | 3a + 2b &\xrightarrow{\times 7} d | 21a + 14b \\ d | 7a + 5b &\xrightarrow{-2} d | 14a + 10b && \xrightarrow{(-)} d | a \\ d | 3a + 2b &\xrightarrow{\times 5} d | 15a + 10b \end{aligned} \right\} \Rightarrow d | (a, b)$$

$$\Rightarrow d | 1 \Rightarrow d = 1$$

۱۱۷ ۴ نکته: برای محاسبه‌ی باقی‌مانده‌ی تقسیم یک عدد بر ۹۹، از سمت راست عدد شروع می‌کنیم و دو رقم، دو رقم جدا می‌کنیم، سپس جمع آن‌ها را بر ۹۹ تقسیم می‌کنیم و باقی‌مانده را به دست می‌آوریم.

$$\overline{573ab2} \equiv \overline{b2 + 3a + 57} \equiv 14$$

$$10b + 2 + 30 + a + 57 \equiv 14$$

$$10b + a + 89 \equiv 14$$

$$\overline{ba} \equiv 14 - 89 = -75$$

$$\overline{ba} \equiv -75 + 99 = 24 \Rightarrow \overline{ba} = 24 \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a + 4b = 4 + 8 = 12$$

۱۱۸ ۱

$$3^4 \equiv -1 \Rightarrow (3^4)^{127} \equiv (-1)^{127}$$

$$\Rightarrow 3^{508} \equiv -1 \Rightarrow 3^3 \times 3^{508} \equiv -1 \times 3^3 \Rightarrow 3^{511} \equiv -27$$

$$\begin{cases} 3^{511} \equiv -27 \\ 3^{511} + 1397 \equiv -24 \\ 1397 \equiv 3 \end{cases} \Rightarrow 3^{511} + 1397 \equiv -24 + 82 \equiv 58$$

۱۱۹ ۲ چون a فرد است، $a+2$ نیز فرد است و چون $b|a+2$ ، پس

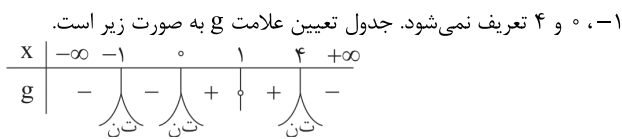
b که مقسوم‌علیه $a+2$ است نیز فرد خواهد بود. از طرفی مربع هر عدد فرد به صورت $4k+1$ است، پس:

$$a^2 + b^2 = 4k + 1 + 4k' + 1 = 4k'' + 2 \Rightarrow a^2 + b^2 + 3 \equiv 4k'' + 5$$

بنابراین عبارت $a^2 + b^2 + 3$ در تقسیم بر ۸ باقی‌مانده‌ای برابر ۵ خواهد داشت.



۱ ۱۳۱ روش اول: تابع g در $x=1$ ریشه‌ی مضاعف دارد و در نقاط



تابع g در فاصله‌های $(0, 1)$ و $(1, 4)$ مثبت است، پس شامل دو عدد طبیعی ۲ و ۳ است.

لازم به توضیح است که $x=1$ و $x=-1$ ریشه‌های مضاعف هستند و جدول در اطراف آن‌ها تغییر علامت ندارد.

روش دوم: در تابع $g(x) = \frac{(x-1)^2}{xf(x)}$ صورت همواره بزرگ‌تر یا مساوی صفر

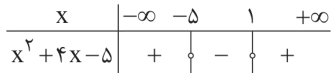
است، بنابراین برای آن‌که $g(x)$ تعریف شده و مثبت باشد، کافی است که مخرج یعنی $xf(x)$ مثبت باشد و صورت کسر صفر نشود که مقادیر آن را بازای x ‌های طبیعی ۱، ۲ و ۳ بررسی می‌کنیم:

$$\begin{cases} 1 \times f(1) > 0 \Rightarrow g(1) > 0 \\ 2 \times f(2) > 0 \Rightarrow g(2) > 0 \\ 3 \times f(3) > 0 \Rightarrow g(3) > 0 \end{cases}$$

بنابراین عبارت $g(x)$ فقط بازای دو عدد طبیعی ۲ و ۳ مثبت است.

۱۳۲ هر دو نامعادله را جداگانه حل می‌کنیم. در نامعادله‌ی اول عبارت

مخرج $(x^2 + x + 1)$ همواره مثبت است، پس در تعیین علامت تأثیری ندارد.



پس جواب نامعادله‌ی اول به صورت $(-\infty, -5) \cup (1, +\infty)$ می‌باشد.

حال نامعادله‌ی $|x - \alpha| > \beta$ را حل می‌کنیم:

$|x - \alpha| > \beta \Rightarrow x - \alpha > \beta$ یا $x - \alpha < -\beta \Rightarrow x > \alpha + \beta$ یا $x < \alpha - \beta$
پس جواب نامعادله‌ی دوم به صورت $(-\infty, \alpha - \beta) \cup (\alpha + \beta, +\infty)$ است.

با مقایسه‌ی جواب‌ها داریم:

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 1 \\ \alpha - \beta = -5 \end{cases} \xrightarrow{+} 2\alpha = -4 \Rightarrow \alpha = -2 \text{ و } \beta = 3$$

$$\Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = 4 + 9 = 13$$

۱۳۳ نامعادله‌ی داده‌شده را ساده می‌کنیم، سپس حل می‌کنیم:

$$x^6 + x^2 < 4x^4 + 4 \Rightarrow x^2(x^4 + 1) < 4(x^4 + 1)$$

$$\xrightarrow{\div (x^4 + 1)} x^2 < 4 \Rightarrow -2 < x < 2 \Rightarrow |x| < 2$$

با مقایسه‌ی جواب به دست آمده با $b+1 < a-2$ داریم:

$$\begin{cases} a - 2 = 0 \Rightarrow a = 2 \\ b + 1 = 2 \Rightarrow b = 1 \end{cases} \Rightarrow (a, b) = (2, 1)$$

۱۳۴ عبارتی جواب سؤال است که بازای $x = -2$ تعریف نشود و

مخرج آن ریشه‌ی مکرر مرتبه‌ی زوج داشته باشد و صورت آن به‌ازای $x = 1$ صفر شود و $x = 1$ ریشه‌ی مرتبه‌ی فرد آن باشد. ضمناً بایستی ضرب ضرایب بزرگ‌ترین درجات همه‌ی عامل‌ها منفی باشد، پس گزینه‌ی (۴) صحیح است.

۱۳۵ صورت کسر عبارت $q(x)$ مثبت و بی‌تأثیر است، پس فقط

مخرج بایسد در فاصله‌ی داده‌شده مثبت باشد، یعنی معادله $2x^2 + mx + n = 0$ باید ریشه‌های ۳ و -۲ داشته باشد، در نتیجه مخرج به صورت زیر است:

$$2(x+2)(x-3) = 2(x^2 - x - 6) = 2x^2 - 2x - 12$$

با مقایسه، $m = -2$ و $n = -12$ به دست می‌آید، پس:

$$\frac{n}{m} = 6$$

۱۲۵ معادله‌ی ماتریسی داده‌شده را به دستگاه تبدیل می‌کنیم:

$$\begin{cases} 2(x+2y) + (x-2y) = 1 \\ 3(x+2y) - (x-2y) = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 2x + 4y = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (y, x) = (-1, 1)$$

۱۲۶ با توجه به ماتریس ضرایب دستگاه، $a = 3, b = -1, a' = 2$

و $b' = 1$ است و در نتیجه دستگاه به صورت زیر تبدیل می‌شود.

$$\begin{cases} 3x - y = 2 \\ 2x + y = 2 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{4}{5}, y = 2 - \frac{4}{5} = \frac{6}{5}$$

۱۲۷

$$AX = B \Rightarrow X = A^{-1}B \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -3 \end{cases} \Rightarrow x + y = -7$$

۱۲۸ فرض می‌کنیم $D = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

باشد، آن‌گاه: $BAC = D$

حال برای محاسبه‌ی ماتریس A طرفین را از چپ در B^{-1} و از راست در C^{-1} ضرب می‌کنیم.

$$B^{-1}BACC^{-1} = B^{-1}DC^{-1} \Rightarrow |A| = B^{-1}DC^{-1}$$

$$\Rightarrow A = B^{-1}DC^{-1}$$

حال B^{-1} و C^{-1} را حساب می‌کنیم:

$$B^{-1} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$C^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌های قطر اصلی} = -1 + 2 = 1$$

۱۲۹ چون دو خط موازیند، پس:

$$\frac{m^2}{m+1} = \frac{3}{6} \neq \frac{4m-1}{2m+4} \quad (1)$$

در (۱) صدق نمی‌کند. $m = 1 \Rightarrow$
در (۱) صدق می‌کند. $m = -\frac{1}{2} \Rightarrow$

برای $m = -\frac{1}{2}$ دستگاه دوم به صورت $\begin{cases} -x + y = 1 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$ تبدیل می‌شود که

چون $-\frac{1}{2} \neq \frac{1}{2}$ دستگاه فقط یک دسته جواب دارد.

۱۳۰ محل برخورد دو خط را به دست می‌آوریم:

$$x + y = 3 \xrightarrow{y=x+1} x + x + 1 = 3 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1, y = 2$$

دستگاه را تشکیل می‌دهیم:

$$\begin{cases} a + 2b = 10 \\ 3a + 2 + 2b - 2 = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + 2b = 10 \\ 3a + 2b = 8 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(-)} 2a = -2 \Rightarrow a = -1$$



۱۴۲ ۴ فرض می‌کنیم:

$$S(MNCB) = S_p, S(ABC) = S_p, S(AMN) = S_1$$

پس داریم:

$$S_p = S_1 + S_p \xrightarrow{S_p = 3S_1} 3S_1 = S_1 + S_p \Rightarrow 2S_1 = S_p \Rightarrow \frac{S_p}{S_1} = 2$$

۱۴۳ ۳ اگر دو ضلعی متشابه باشد، زاویه‌های متناظر آن‌ها با هم و نسبت اضلاع متناظر آن‌ها با هم برابر است. در دو مستطیل متشابه نسبت طول‌ها برابر نسبت عرض‌هاست.

$$ABHI \sim BCGH \Rightarrow \frac{f}{x} = \frac{x}{x-1}$$

$$\Rightarrow x^2 = 4x - 4 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$ABHI \sim CDEF \Rightarrow \frac{f}{x+1} = \frac{x}{y} \xrightarrow{x=2} \frac{f}{3} = \frac{2}{y} \Rightarrow y = \frac{3}{2}$$

محیط مستطیل CDEF برابر است با:

$$CDEF \text{ محیط} = 2(x+1+y) = 2(2+1+\frac{3}{2}) = 9$$

۱۴۴ ۳ تعداد قطرهای هر n ضلعی محدب برابر $\frac{n(n-3)}{2}$ است،

پس:

$$\frac{n(n-3)}{2} = 25 + n \Rightarrow n^2 - 3n = 50 + 2n \Rightarrow n^2 - 5n - 50 = 0$$

$$\Rightarrow (n-10)(n+5) = 0 \xrightarrow{\substack{n \in \mathbb{N} \\ n \geq 3}} n = 10$$

بنابراین تعداد قطرهای $35 = \frac{10 \times 7}{2}$ می‌باشد.

۱۴۵ ۲ نکته: اگر طول و عرض مستطیل را به ترتیب a و b در نظر

بگیریم، آن‌گاه ضلع مربع پدیدآمده از برخورد نیمسازهای داخلی این مستطیل

برابر $\frac{\sqrt{2}}{2}(a-b)$ و مساحت آن برابر $\frac{1}{4}(a-b)^2$ خواهد بود.

$$\frac{1}{4}(a-b)^2 = 8 \Rightarrow (a-b)^2 = 16 \Rightarrow a-b = 4 \quad (1)$$

$$2(a+b) = 16 \Rightarrow a+b = 8 \quad (2)$$

معادلات (۱) و (۲) را در یک دستگاه حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} a+b=8 \\ a-b=4 \end{cases} \xrightarrow{+} 2a=12 \Rightarrow a=6, b=2$$

$$S_{\text{مستطیل}} = a \times b = 6 \times 2 = 12$$

۱۴۶ ۳ با توجه به قسمت رنگی درمی‌یابیم که از دو قسمت

$(A \cap B)$ و $(B \cap C)$ تشکیل شده است که چون هر دو قسمت

هاشورخورده، لذا اجتماع دو قسمت، جواب مسئله است.

بنابراین:

$$(A \cap B) \cup (B \cap C) = B \cap (A \cup C)$$

۱۴۷ ۲ می‌دانیم که:

$$1) A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$2) (A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C)$$

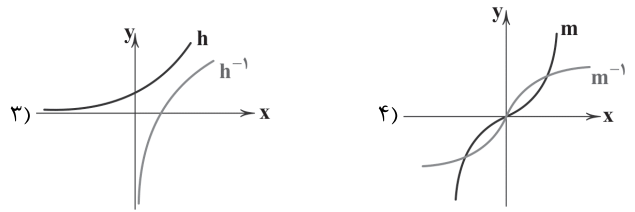
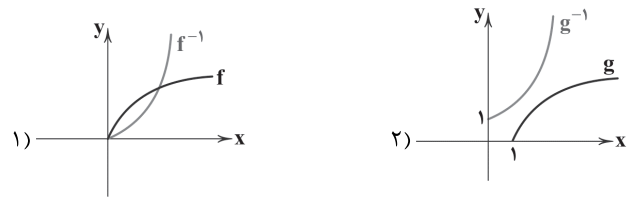
$$3) A \cup (B - C) \neq (A \cup B) - (A \cup C)$$

$$4) A - (B \cap C) \neq (A - B) \cap (A - C)$$

۱۳۶ ۳ با توجه به نمودار باید دو نقطه‌ی $(1, 1)$ و $(1, 2)$ یا این‌که دو

نقطه‌ی $(1, 1)$ و $(2, 2)$ و یا این‌که دو نقطه‌ی $(0, 1)$ و $(1, 2)$ حذف شوند تا f تابعی $1-1$ و در نتیجه وارون‌پذیر شود. پس سه حالت برای حذف وجود دارد.

۱۳۷ ۳ نمودار توابع داده‌شده و وارون آن‌ها را رسم می‌کنیم:



از بین توابعی که رسم شده‌اند، فقط h از h^{-1} بالاتر قرار می‌گیرد.

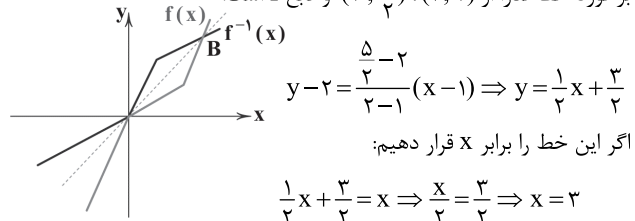
۱۳۸ ۱ در توابع وارون‌پذیر f و g همواره

تساوی $(f \circ g)^{-1}(x) = (g^{-1} \circ f^{-1})(x)$ برقرار است، پس معادله به صورت $x+1=0$ است و در نهایت $x=-1$ جواب خواهد بود.

۱۳۹ ۴ نمودارهای f و f^{-1} روی $y=x$ متقاطع‌اند. به نمودار نگاه

کنید. f و f^{-1} در نقطه‌ی B و مبدأ مختصات برخورد دارند. نقطه‌ی B محل

برخورد خط گذرا از $(2, \frac{5}{4})$ ، $(1, 2)$ و تابع f است.



$$f(x) - x > 0 \Rightarrow f(x) > x \Rightarrow x > 3$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} \mid 3^{x-2} > 1\}$$

$$3^{x-2} > 3^0 \Rightarrow x-2 > 0 \Rightarrow x > 2$$

$$\Rightarrow D_{f \circ g} = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\} = (2, +\infty)$$

۱۴۱ ۳ چون AD نیمساز رأس A است، پس:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{4}{7} = \frac{BD}{DC}$$

ترکیب در صورت می‌کنیم:

$$\frac{4+7}{7} = \frac{BD+DC}{DC} \Rightarrow \frac{11}{7} = \frac{8}{DC} \Rightarrow DC = \frac{56}{11}$$

$$BD = BC - DC = 8 - \frac{56}{11} = \frac{88-56}{11} = \frac{32}{11}$$

$$DC - BD = \frac{56}{11} - \frac{32}{11} = \frac{24}{11}$$



$$n(A) = m + n$$

$$n(B) = n$$

$$n(A \times B) = 12 \Rightarrow n(A) \times n(B) = 12 \Rightarrow (m+n)n = 12 \quad (1)$$

$$m + 2n = 13 \Rightarrow m = 13 - 2n \quad (2)$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری (2) در (1)}} (13 - n)n = 12 \Rightarrow -n^2 + 13n - 12 = 0$$

$$\Rightarrow n^2 - 13n + 12 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = 1 \Rightarrow m = 11 & \text{قق} \\ n = 12 \Rightarrow m = -11 & \text{غقق} \end{cases}$$

$$\text{تعداد زیرمجموعه‌های ۱۱ عضوی مجموعه‌ای ۱۲ عضوی} = \binom{12}{11} = \frac{12!}{1! \times 11!}$$

$$= 12$$

۲ ۱۵۴ می‌دانیم که:

$$1) A \times B = \emptyset \Rightarrow A = \emptyset \text{ یا } B = \emptyset$$

$$2) A \times B = B \times A \Rightarrow A = B \text{ یا } A = \emptyset \text{ یا } B = \emptyset$$

$$3) A \times B \neq \emptyset \Rightarrow A \neq \emptyset, B \neq \emptyset$$

طبق فرض مسأله، $A \times B = B \times A$ می‌باشد، بنابراین باید $A = B$ یا $A = \emptyset$ یا $B = \emptyset$ باشد و به دلیل آن‌که A و B مخالف تهی می‌باشند، داریم:

$$\{x + y, 3\} = \{5, x - y\} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases} \Rightarrow x = 4, y = 1$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{x^2 + 9y^2}}{|x + y|} = \frac{\sqrt{4^2 + 9(1)^2}}{|4 + 1|} = \frac{\sqrt{25}}{5} = \frac{5}{5} = 1$$

فیزیک

۱ ۱۵۶ ابتدا معادله‌ی مکان - زمان را برای متحرک می‌نویسیم:

$$\text{سرعت ثابت} \Rightarrow v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{35 - (-10)}{6 - 2} = \frac{45 \text{ m}}{4 \text{ s}}$$

$$x = vt + x_0 = \frac{45}{4}t + x_0 \xrightarrow{t=2\text{s}} -10 = \frac{45}{4} \times 2 + x_0$$

$$\Rightarrow x_0 = -32/5 \text{ m}$$

برای تعیین زمان عبور متحرک از مکان $x = 125 \text{ m}$ خواهیم داشت:

$$x = \frac{45}{4}t + x_0 \Rightarrow 125 = \frac{45}{4}t - 32/5$$

$$\xrightarrow{\times 4} 500 = 45t - 130 \Rightarrow 630 = 45t \Rightarrow t = 14 \text{ s}$$

۳ ۱۵۷ اتومبیل با سرعت ثابت $12 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ مسیر AB را پیموده و باسرعت ثابت $1/4, 90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ مسیر را در جهت عکس بازگشته است. بنابراین:

$$\left\{ \begin{aligned} v &= v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}, \Delta t_1 = \frac{AB}{120}, \Delta t_2 = \frac{4}{90} \\ v &= v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{AB - \frac{1}{4}AB}{\frac{AB}{120} + \frac{4}{90}} = \frac{\frac{3}{4}AB}{\frac{1}{120} + \frac{1}{360}} \\ &= \frac{3 \times 90}{4} = 67.5 \frac{\text{km}}{\text{h}} \end{aligned} \right.$$

۲ ۱۴۸ بررسی گزینه‌ها:

(۱) تفاضل مجموعه‌ها خاصیت شرکت‌پذیری ندارد، پس نادرست است.

$$(A - B) \cup (A \cap C) = (A \cap B') \cup (A \cap C) = A \cap (B' \cup C) \quad (2)$$
$$= A - (B \cap C') = A - (B - C)$$

پس درست است.

$$(A - B) - C = (A \cap B') - C = A \cap B' \cap C' \quad (3)$$
$$= A \cap (B' \cap C') = A - (B \cup C)$$

پس نادرست است.

$$(A - B) \cup (A - C) = (A \cap B') \cup (A \cap C') \quad (4)$$
$$= A \cap (B' \cup C') = A - (B \cap C)$$

پس نادرست است.

$$X = (B \cap (A \cap C')) - (A \cap B \cap C)$$

۱ ۱۴۹

$$= A \cap (B \cap C') - (A \cap (B \cap C))$$

طبق فرض مسئله $B \subseteq C$ می‌باشد. بنابراین:

$$\begin{cases} B \cap C = B \\ B \cap C' = \emptyset \end{cases}$$
$$\Rightarrow X = (A \cap \emptyset) - (A \cap B) = \emptyset - (A \cap B) = \emptyset$$

۱ ۱۵۰

$$X = (A \cap C) \cap [(B \cap C) \cup \underbrace{(C \cup (B \cap C))}_{\text{جذب}}]$$

$$X = (A \cap C) \cap \underbrace{[(B \cap C) \cup C]}_{\text{جذب}} = (A \cap C) \cap C = A \cap C = A - C'$$
$$\Rightarrow X' = (A - C')$$

۳ ۱۵۱ می‌دانیم که اگر A نامتناهی و B متناهی باشد، آن‌گاه نمودار $A \times B$ از تعداد معینی پاره‌خط ($n(B)$ = تعداد پاره‌خطها) به طول بازه‌ی A و موازی محور x ها تشکیل شده است.در این سوال طول بازه‌ی A برابر ۳ و $n(B) = 3$ است، بنابراین گزینه‌ی (۳) صحیح است.

۱ ۱۵۲ می‌دانیم که:

$$1) n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

$$2) n(A^c - B^c) = n(A^c) - n(A \cap B)^c$$

$$3) n((A \times B) \cap (B \times A)) = (n(A \cap B))^c$$

پس:

$$n(A) = 8$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) \Rightarrow 4 = 8 - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = 4$$

$$n(A^c - B^c) = n(A^c) - n(A \cap B)^c = 8^c - 4^c = 4^c$$

$$n((A \times B) \cap (B \times A)) = (n(A \cap B))^c = 4^c = 16$$

$$\Rightarrow \frac{n(A^c - B^c)}{n((A \times B) \cap (B \times A))} = \frac{4^c}{16} = 3$$



۱۶۱ ۳ در حرکت با شتاب ثابت داریم:

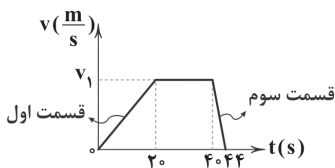
$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta x = \frac{1}{2} at^2 \\ v = at \end{array} \right. \xrightarrow{\Delta x = 4v}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} at^2 = 4at \Rightarrow t = 8s$$

۱۶۲ ۳ نمودار سرعت - زمان اتومبیل را رسم می‌کنیم.

ابتدا باید مدت زمانی که اتومبیل ترمز می‌کند را محاسبه کنیم.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{در قسمت اول } v_1 = a_1 t + v_0 \xrightarrow{t=20s} v_1 = 20a + 0 \\ \text{در قسمت سوم } v_3 = a_3 t' + v_0 \Rightarrow 0 = (-5a)t' + 20a \Rightarrow t' = 4s \end{array} \right.$$



مساحت زیر نمودار سرعت - زمان نشان‌دهنده‌ی جابه‌جایی است، بنابراین:

$$S = \frac{44+20}{2} \times v_1 = 1280 \Rightarrow v_1 = 40 \frac{m}{s}$$

اکنون اندازه‌ی شتاب a را محاسبه می‌کنیم.

$$v_1 = at + v_0 \Rightarrow 40 = 20a + 0 \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

۱۶۳ ۱ ابتدا با استفاده از معادله‌ی مکان - زمان، سرعت متحرک در

نقطه‌ی M را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \xrightarrow{t=5s} 150 = \frac{1}{2} \times 4 \times 5^2 + 5v_M$$

$$\Rightarrow v_M = 20 \frac{m}{s}$$

اکنون باید از طریق معادله‌ی مستقل از زمان طول AM را به دست بیاوریم:

$$v_M^2 - v_A^2 = 2a\Delta x_{AM} \Rightarrow 400 - 0 = 2 \times 4 \times \Delta x_{AM}$$

$$\Rightarrow \Delta x_{AM} = 50m$$

حال طول AB برابر $\Delta x_{AM} + \Delta x_{MB}$ است بنابراین:

$$AB = \Delta x_{AM} + \Delta x_{MB} = 50 + 150 = 200m$$

۱۶۴ ۲ با توجه به محور تقارن سهمی، سرعت متحرک در

لحظه‌ی $t = 5s$ برابر صفر است. با استفاده از معادله‌ی مستقل از شتاب سرعت اولیه‌ی متحرک را می‌توان به دست آورد.

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \Rightarrow -40 - 10 = \frac{v_0 + 0}{2} \times 5$$

$$\Rightarrow -50 = \frac{v_0}{2} \times 5 \Rightarrow v_0 = -20 \frac{m}{s}$$

حال با استفاده از معادله‌ی مستقل از مکان، شتاب متحرک را محاسبه

می‌کنیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = a \times 5 - 20 \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}$$

۱۵۸ ۳ باید توجه داشته باشیم که در حرکت بر روی خط راست، با

شتاب ثابت و بدون سرعت اولیه، جابه‌جایی از نقطه‌ی آغاز با مجذور زمان $(\Delta x = \frac{1}{2} at^2)$ و همین‌طور با مجذور سرعت $(v^2 = 2a\Delta x)$ رابطه‌ی مستقیم دارد بنابراین می‌توان رابطه‌ی مقایسه‌ای آن را به صورت زیر نوشت.

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \left(\frac{t_2}{t_1}\right)^2 = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{\frac{1}{16}x}{x} = \left(\frac{t_2}{12}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{16} = \left(\frac{t_2}{12}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{t_2}{12} \Rightarrow t_2 = 3s$$

۱۵۹ ۲ اگر شتاب دو متحرک را a_A و a_B فرض کنیم داریم:

$$v_A = a_A t + v_{0A} = a_A t + 7$$

$$v_B = a_B t + v_{0B} = a_B t + 13$$

در لحظه‌ی $t = 11s$ سرعت دو متحرک با هم برابر است.

$$v_A = v_B \xrightarrow{t=11s} 11a_A + 7 = 11a_B + 13$$

$$a_A - a_B = \frac{6}{11} \frac{m}{s^2} \quad (1)$$

در لحظه‌ی به هم رسیدن، مکان دو متحرک با هم برابر می‌شود مکان اولیه‌ی هر دو را $x_0 = 0$ فرض می‌کنیم.

به هم رسیدن: $x_A = x_B$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} a_A t^2 + v_{0A} t + x_{0A} = \frac{1}{2} a_B t^2 + v_{0B} t + x_{0B}$$

$$\xrightarrow{x_{0A} = x_{0B} = 0} \frac{1}{2} a_A t^2 + 7t = \frac{1}{2} a_B t^2 + 13t$$

$$\frac{1}{2} (a_A - a_B) t^2 = 6t$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{1}{2} \times \frac{6}{11} t^2 = 6t \Rightarrow t = 22s$$

۱۶۰ ۳ می‌دانیم حداکثر فاصله‌ی بین دو متحرک قبل از این‌که مجدداً

به هم برسند زمانی اتفاق می‌افتد که سرعت دو متحرک با یکدیگر برابر شود.

اگر شتاب دو متحرک را a_A و a_B فرض کنیم داریم:

$$v_A = a_A t + v_{0A} = a_A t + 3$$

$$v_B = a_B t + v_{0B} = a_B t + 9$$

در لحظه‌ی $t = 5s$ سرعت دو متحرک با یکدیگر برابر است و فاصله‌ی بین دو متحرک، به بیشینه‌ی خود می‌رسد، بنابراین:

$$v_A = v_B \xrightarrow{t=5s} 5a_A + 3 = 5a_B + 9 \Rightarrow a_A - a_B = 1/2 \frac{m}{s^2}$$

اگر نقطه‌ی شروع حرکت را مبدأ مکان فرض کنیم مکان اولیه‌ی هر دو متحرک یکسان است بنابراین داریم:

$$|x_A - x_B| = \left| \frac{1}{2} a_A t^2 + v_{0A} t - \left(\frac{1}{2} a_B t^2 + v_{0B} t \right) \right|$$

$$= \left| \frac{1}{2} a_A t^2 + v_{0A} t - \frac{1}{2} a_B t^2 - v_{0B} t \right|$$

$$= \left| \frac{1}{2} (a_A - a_B) t^2 + v_{0A} t - v_{0B} t \right|$$

$$= \left| \frac{1}{2} \times 1/2 \times 5^2 + 3 \times 5 - 9 \times 5 \right| = 15m$$

مشاهده می‌شود که از لحظه‌ی $t = 5s$ به بعد فاصله‌ی دو متحرک رو به کاهش است تا سرانجام در لحظه‌ی $t = 10s$ مجدداً به هم می‌رسند.



۱۶۹ ابتدا سرعت اولیه‌ی اتومبیل را با استفاده از معادله‌ی مستقل از زمان پیدا می‌کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 1100^2 - v_0^2 = 2 \times 4 \times 400$$

$$\Rightarrow -v_0^2 = 3200 - 1100^2 \Rightarrow v_0^2 = 4900 \Rightarrow v_0 = 70 \frac{m}{s}$$

روش اول: حال زمان حرکت اتومبیل از A تا B را محاسبه می‌کنیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 90 = 4 \times t + 70 \Rightarrow t = 5s$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{400}{5} = 80 \frac{m}{s}$$

روش دوم: سرعت متوسط را از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌کنیم:

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{70 + 90}{2} = 80 \frac{m}{s}$$

۱۷۰ اگر زمان کل حرکت را t_1 فرض کنیم، خواهیم داشت:

$$\Delta y_1 = \frac{9}{16} \Delta y_1$$

$$y(t_1) - y(t_1 - 1) = \frac{9}{16} y(t_1 - 1)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} g t_1^2 - \frac{1}{2} g (t_1 - 1)^2 = \frac{9}{16} (\frac{1}{2} g (t_1 - 1)^2)$$

$$\Rightarrow t_1^2 - (t_1 - 1)^2 = \frac{9}{16} (t_1 - 1)^2 \Rightarrow t_1 = 5s$$

برای محاسبه سرعت برخورد گلوله با زمین خواهیم داشت:

$$|v| = g t_1 = 9/8 \times 5 = 49 \frac{m}{s}$$

۱۷۱ منظور از نیم ثانیه پنجم حرکت، بازه‌ی زمانی ۲ تا ۲/۵ ثانیه است.

$$y = \frac{1}{2} g t^2 + y_0 \Rightarrow \Delta y = \frac{1}{2} g t_1^2 - \frac{1}{2} g t_2^2$$

$$\Rightarrow \Delta y = \frac{1}{2} g (2/5^2 - 2^2) = 5 \times (2/25 - 4) = 11/25 m$$

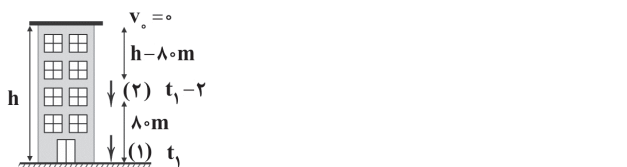
۱۷۲ کافی است از معادله‌ی مستقل از زمان بین دو نقطه استفاده کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = -2g\Delta y$$

$$v^2 - 0 = -2 \times (10) \times (-30) \Rightarrow v^2 = 600$$

$$|v| = \sqrt{600} = 10\sqrt{6} \frac{m}{s}$$

۱۷۳ بیش‌ترین فاصله‌ی دو جسم از هم مربوط به لحظه‌ی برخورد گلوله‌ی اول با زمین است. در این لحظه گلوله‌ی دوم در ارتفاع ۸m از سطح زمین قرار دارد.



۱۶۵ جهت حرکت متحرک در لحظه‌ی $t = 14s$ عوض می‌شود ($v = 0$) یعنی از لحظه‌ی $t = 0$ تا $t = 14s$ متحرک در خلاف جهت محور X حرکت می‌کند ($v < 0$) و از لحظه‌ی $t = 14s$ به بعد متحرک هم‌جهت با محور X حرکت می‌کند ($v > 0$). پس همان مقدار مسافتی که از لحظه‌ی $t = 0$ تا $t = 14s$ طی می‌کند از لحظه‌ی $t = 14s$ تا زمانی که دوباره به نقطه‌ی M باز گردد هم طی می‌کند. هم‌چنین، چون نمودار سرعت زمان متقارن است بنابراین از لحظه‌ای که سرعت صفر شده ($t = 14s$) ۱۴ ثانیه طول می‌کشد تا متحرک دوباره به نقطه‌ی M باز گردد.

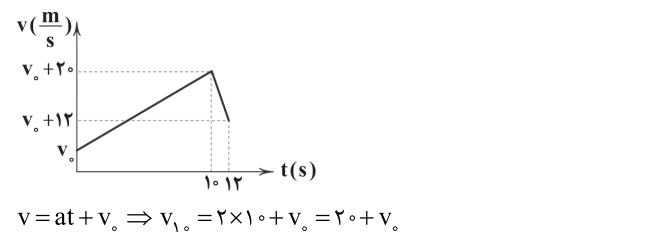
(مسافتی که از زمان صفر تا ۱۴ ثانیه طی می‌شود) $l = 2 \times$

$$= 2 \times (\frac{14 + 10}{2} \times 8) = 192m$$

$$\Delta t = 2 \times 14 = 28s$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{192}{28} = \frac{48}{7} \frac{m}{s}$$

۱۶۶ سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان، برابر جابه‌جایی متحرک است. بنابراین ابتدا با توجه به نمودار شتاب - زمان نمودار سرعت - زمان متحرک را در مدت ۱۲s رسم می‌کنیم و داریم:



$$v = at + v_0 \Rightarrow v_1 = 2 \times 10 + v_0 = 20 + v_0$$

$$v_{12} = -4 \times 2 + v_1 = -8 + 20 + v_0 = 12 + v_0$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 19 = \frac{\frac{20 + v_0 + v_0}{2} \times 10 + \frac{20 + v_0 + 12 + v_0}{2} \times 2}{12}$$

$$\Rightarrow 19 = \frac{132 + 12v_0}{12} \Rightarrow 11 + v_0 = 19 \Rightarrow v_0 = 8 \frac{m}{s}$$

۱۶۷ در حرکت با شتاب ثابت در t ثانیه $\Delta x = (n - \frac{1}{2})at^2 + v_0 t$ می‌توان از رابطه‌ی $\Delta x = (n - \frac{1}{2})at^2 + v_0 t$ استفاده کرد. بنابراین:

$$\Delta x_1 = (1 - \frac{1}{2})4 \times 3^2 + 3v_0 = 18 + 3v_0$$

$$\Delta x_2 = (3 - \frac{1}{2})4 \times 3^2 + 3v_0 = 90 + 3v_0$$

حال با تفاضل Δx های به دست آمده می‌توان تغییرات جابه‌جایی آن را به دست آورد.

$$\Delta x_2 - \Delta x_1 = 90 + 3v_0 - 18 - 3v_0 = 72m$$

۱۶۸ شتاب حرکت ثابت و برابر $1 \frac{m}{s^2}$ است. پس لحظه‌ی صفر شدن سرعت را پیدا می‌کنیم:

$$v = t - 5 \Rightarrow 0 = t - 5 \Rightarrow t = 5s$$

a و v مختلف‌العلامه هستند و حرکت کندشونده است. $0 < t < 5 \Rightarrow \begin{cases} v < 0 \\ a > 0 \end{cases}$

a و v هم‌علامت هستند و حرکت تندشونده است. $t > 5 \Rightarrow \begin{cases} v > 0 \\ a > 0 \end{cases}$



۱۷۹ ۲ دو نیروی 10N و 20N به جسم وارد می‌شود اما زاویه‌ی بین دو نیرو گفته نشده است. می‌دانیم کم‌ترین نیروی خالص، تفاضل نیرو و بیش‌ترین نیروی خالص جمع نیروها است. بنابراین:

$$F_{\min} \leq F_{\text{کل}} \leq F_{\max} \Rightarrow 20 - 10 \leq F_{\text{کل}} \leq 20 + 10$$

$$\Rightarrow 10 \leq ma \leq 30 \Rightarrow 10 \leq 2a \leq 30 \Rightarrow 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \leq a \leq 15 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

تنها گزینه‌ی (۲) در این بازه قرار دارد.

۱۸۰ ۱ با توجه به قانون دوم نیوتون برای هر دو حالت می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} F = ma \\ \frac{F}{2} = m(a - 2) \end{cases} \Rightarrow \frac{ma}{2} = ma - 2m \Rightarrow \left(-\frac{ma}{2} = -2m\right) \quad (1)$$

$$\Rightarrow -\frac{a}{2} = -2 \Rightarrow a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$F = ma$$

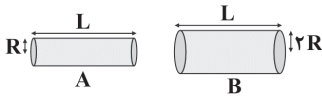
$$\Rightarrow 15 = m \times 4 \Rightarrow m = 3.75 \text{kg}$$

۱۸۱ ۴ تغییرات طول میله در اثر افزایش دما به صورت $\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta$ است بنابراین:

$$\frac{\Delta L_B}{\Delta L_A} = \frac{L_{1B}}{L_{1A}} \times \frac{\alpha_B}{\alpha_A} \times \frac{\Delta \theta_B}{\Delta \theta_A} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{L_{1B}}{L_{1A}} \times \frac{5}{6} \times 1$$

$$\Rightarrow \frac{L_{1B}}{L_{1A}} = \frac{1}{6} \times \frac{6}{5} = \frac{1}{5}$$

۱۸۲ ۲ دو میله جنس‌های یکسانی دارند در نتیجه ضریب انبساط طولی و چگالی آن‌ها نیز یکسان است.



$$V = AL \Rightarrow V = \pi R^2 \times L \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \left(\frac{R_A}{R_B}\right)^2 \times \frac{L_A}{L_B}$$

$$\Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \left(\frac{R}{2R}\right)^2 \times \frac{L}{L} \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{1}{4} \xrightarrow{\rho = \frac{m}{V}} \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A}$$

$$\xrightarrow{\rho_A = \rho_B} L = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{V_A}{V_B} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{1}{4}$$

تغییر طول میله‌ی A، ۲ برابر تغییر طول میله‌ی B است. بنابراین:

$$\frac{\Delta L_A}{\Delta L_B} = \frac{L_{1A}}{L_{1B}} \times \frac{\alpha_A}{\alpha_B} \times \frac{\Delta \theta_A}{\Delta \theta_B} \Rightarrow \frac{2}{1/5} = \frac{L}{L} \times 1 \times \frac{\Delta \theta_A}{\Delta \theta_B} \Rightarrow \frac{\Delta \theta_A}{\Delta \theta_B} = 2$$

با استفاده از رابطه‌ی $Q = mc\Delta\theta$ ، گرمای داده شده به جسم با جرم جسم و تغییر دمای آن رابطه‌ی مستقیم دارد.

$$\frac{Q_B}{Q_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \frac{c_B}{c_A} \times \frac{\Delta \theta_B}{\Delta \theta_A} \Rightarrow \frac{Q_B}{Q} = 4 \times 1 \times \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{Q_B}{Q} = 2$$

$$\Rightarrow Q_B = 2Q$$

۱۸۳ ۱ ابتدا مجموع تغییر طول هر دو میله را از

رابطه‌ی $\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta$ محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta L_A = L_{1A} \alpha_A \Delta \theta_A = 3 \times 2 \times 10^{-5} \times 250 = 1500 \times 10^{-5}$$

$$= 15 \times 10^{-3} \text{m} = 1.5 \text{cm}$$

$$y_1 - y_2 = 80 \text{m} \Rightarrow \frac{1}{2}gt_1^2 - \frac{1}{2}g(t_1 - 2)^2 = 80$$

$$5t_1^2 - 5(t_1 - 2)^2 = 80$$

$$\Rightarrow 5t_1^2 - 5(t_1^2 - 4t_1 + 4) = 80 \Rightarrow 20t_1 - 20 = 80$$

$$\Rightarrow 20t_1 = 100 \Rightarrow t_1 = 5 \text{s}$$

برای محاسبه‌ی h خواهیم داشت:

$$h = 5t_1^2 = 5 \times 5^2 = 125 \text{m}$$

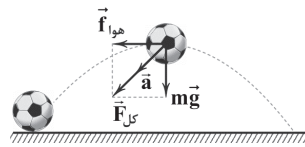
۱۷۴ ۳ بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ و ۴) طبق قانون سوم نیوتون هر عملی را عکس‌العملی است هم‌اندازه اما در خلاف جهت. باید توجه داشته باشیم که در قانون سوم نیوتون، عمل و عکس‌العمل همدیگر را خنثی نمی‌کنند.

۲) نیروهای وارد بر هر دو شخص هم‌اندازه بوده اما به علت متفاوت بودن جرم‌ها، شتاب آن‌ها هم متفاوت است.

۱۷۵ ۴ می‌دانیم جهت شتاب در جهت نیروی خالص است، تنها دو

نیروی مقاومت هوا و نیروی وزن بر توپ وارد می‌شود. بنابراین نیروی برایند، مطابق شکل می‌باشد و در نهایت، شتاب هم در جهت نیروی برایند (✓) است.



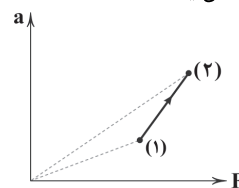
۱۷۶ ۲ وقتی ۴ نیرو در حال تعادل هستند، اندازه‌ی برایند ۳ نیرو برابر

اندازه‌ی نیروی چهارم ولی در خلاف جهت آن است. در حالت اول، اندازه‌ی برایند نیروهای x، y و z برابر اندازه‌ی نیروی k است. اگر نیروها را چهار برابر کنیم، برایند آن‌ها هم ۴ برابر می‌شود یعنی ۴k بنابراین:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow 4k - k = ma \Rightarrow 3k = ma \Rightarrow a = \frac{3k}{m}$$

۱۷۷ ۲ مطابق با قانون دوم نیوتون، شیب خط عبوری از مبدأ در هر

نقطه در نمودار a-F بیانگر معکوس جرم است. $(a = \frac{1}{m}F)$ از نقطه‌های (۱) و (۲) خطی به مبدأ وصل می‌کنیم. متوجه می‌شویم که شیب خط عبوری افزایش یافته است و این بدین معناست که جرم کاهش یافته است.



۱۷۸ ۲ می‌دانیم شتاب کمیتهی برداری و هم‌جهت با بردار نیرو است.

بنابراین با داشتن مؤلفه‌های افقی نیروها می‌توان جهت شتاب در راستای محور x را محاسبه کرد.

$$\sum F_x = ma_x \Rightarrow 3 + 1 = 2a_x \Rightarrow a_x = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

شتاب کمیتهی برداری است و هم‌جهت با بردار نیرو است بنابراین شتاب در دو جهت x و y قرار دارد. در نتیجه:

$$a^2 = a_x^2 + a_y^2 \Rightarrow 4^2 = 2^2 + a_y^2 \Rightarrow 16 - 4 = a_y^2$$

$$\Rightarrow 12 = a_y^2 \Rightarrow a_y = 2\sqrt{3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



۱۸۹ ۲ دو جسم یکسان در تماس با یکدیگر به دمای تعادل رسیده‌اند بنابراین می‌توان نوشت:

$$\theta = \frac{m_1 c_1 \theta_1 + m_2 c_2 \theta_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2} = \frac{m_1 c \theta_1 + m_2 c \theta_2}{m_1 c + m_2 c} = \frac{c(m_1 \theta_1 + m_2 \theta_2)}{c(m_1 + m_2)}$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{m_1 \theta_1 + m_2 \theta_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 \times 30 + 3 \times 50}{m_1 + 3} = 35$$

$$\Rightarrow 35 m_1 + 105 = 30 m_1 + 150 \Rightarrow 5 m_1 = 45 \Rightarrow m_1 = 9 \text{ kg}$$

۱۹۰ ۱ تبادل گرمایی بین ۳ جسم آب 80°C ، آب 30° و ظرف انجام شده است.

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$$

$$m_1 c \Delta\theta_1 + m_2 c \Delta\theta_2 + Q_3 = 0$$

$$\Rightarrow 1/5 \times 4200 \times (40 - 80) + 2/5 \times 4200 \times (40 - 30) + Q_3 = 0$$

$$-252 \times 10^3 + 105 \times 10^3 + Q_3 = 0 \Rightarrow Q_3 = (252 - 105) \times 10^3$$

$$Q_3 = 147 \times 10^3 \text{ J}$$

بنابراین 147 kJ گرما توسط ظرف جذب شده است.

۱۹۱ ۴ زمانی که کلید K باز است جریان در مدار صفر است در نتیجه پتانسیل نقطه‌ی A برابر پتانسیل مولد است.

حال که کلید K را می‌بندیم، جریان در مدار برقرار می‌شود، پس ابتدا جریان در مدار را به دست می‌آوریم و از طریق آن از نقطه‌ی A به سمت زمین در جهت خلاف عقربه‌های ساعت حرکت می‌کنیم.

$$I = \frac{\sum \mathcal{E}}{\sum R + r} = \frac{16}{\lambda} = 2A$$

$$V'_A - IR_3 - IR_2 = 0 \Rightarrow V'_A - 2 \times 2 - 2 \times 3 = 0$$

$$\Rightarrow V'_A - 10 = 0 \Rightarrow V'_A = 10V$$

کاهش $\frac{V'_A - V_A}{V_A} \times 100 = \frac{10 - 16}{16} \times 100 = -\frac{6}{16} \times 100 = -37.5\%$

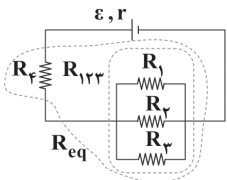
۱۹۲ ۲ شرط این که توان خروجی مولد بیش‌ترین مقدار باشد این است که مقاومت معادل خارجی برابر مقاومت داخلی باشد.

$$\frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow \frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{3R} + \frac{1}{3R} + \frac{1}{3R}$$

$$\Rightarrow R_{123} = R$$

$$R_{eq} = R_4 + R_{123} = R + R = 2R$$

$$R_{eq} = r \Rightarrow 2R = r \Rightarrow \frac{R}{r} = \frac{1}{2}$$



۱۹۳ ۲ **حالت اول:** محل قرارگیری دیود تغییری نکرده است. با توجه به جهت قرارگیری آن، اجازه‌ی عبور جریان از مقاومت 6Ω را نمی‌دهد. پس تنها مقاومت 3Ω در مدار قرار می‌گیرد و جریان در کل مدار را ابتدا به دست می‌آوریم و با استفاده از قانون اهم اختلاف پتانسیل بین نقطه‌ی A و B را محاسبه می‌کنیم:

$$R_{eq} = 3\Omega \Rightarrow I_1 = \frac{\sum \mathcal{E}}{\sum R + r} = \frac{\mathcal{E}}{3 + r}$$

$$V_{AB} = R_{eq} \times I_1 = 3 \times \frac{\mathcal{E}}{3 + r} = \frac{3\mathcal{E}}{3 + r}$$

$$\Delta L_B = L_B \alpha_B \Delta\theta_B = 2 \times 10^{-5} \times 250 = 500 \times 10^{-5}$$

$$= 5 \times 10^{-3} \text{ m} = 0.5 \text{ cm}$$

$$\Delta L_A + \Delta L_B = 2 \text{ cm}$$

حال طول میله‌ها افزایش می‌یابد، بنابراین فاصله‌ی میله‌ها از یکدیگر 1 cm می‌شود.

۱۸۴ ۱ هنگامی که جنس صفحه‌ی مربعی شکل و میله یکسان است یعنی ضریب انبساط طولی آن‌ها (α) نیز یکسان است. درصد افزایش مساحت ورقه‌ی مربعی شکل از رابطه‌ی $\frac{\Delta A}{A} \times 100 = 2\alpha \Delta\theta \times 100$ محاسبه می‌گردد بنابراین α برابر است با:

$$2\alpha \Delta\theta \times 100 = 20 \Rightarrow 2\alpha \times 30 \times 100 = 20$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{20}{100 \times 2 \times 30} = \frac{1}{300}$$

حال افزایش طول میله‌ی فلزی برحسب درصد به صورت $\frac{\Delta L}{L} \times 100 = \alpha \Delta\theta \times 100$ است بنابراین:

$$\alpha \Delta\theta \times 100 = \frac{1}{300} \times 30 \times 100 = 10\%$$

بنابراین طول میله 5 درصد افزایش می‌یابد.

۱۸۵ ۲ وقتی دمای نوار فلزی افزایش می‌یابد شعاع آن هم افزایش می‌یابد که از طریق رابطه‌ی انبساط طولی قابل محاسبه است. در نتیجه شعاع ثانویه‌ی حلقه را محاسبه می‌کنیم:

می‌دانیم:

$$L_2 = L_1 (1 + \alpha \Delta\theta)$$

$$R_2 = 20 (1 + 2 \times 10^{-4} \times 100) = 20 \times 1.02 = 20.4 \text{ cm}$$

$$R'_2 = 40 (1 + 2 \times 10^{-4} \times 100) = 40 \times 1.02 = 40.8 \text{ cm}$$

حال مساحت نوار فلزی را محاسبه می‌کنیم.

$$A_2 = \pi (R_2'^2 - R_2'^2) = \pi (40.8^2 - 20.4^2)$$

$$= \pi (40.8 - 20.4)(40.8 + 20.4) = 1248 / 48 \pi \text{ cm}^2 \approx 1248 \pi \text{ cm}^2$$

۱۸۶ ۳ چگالی و جرم دو گلوله یکسان است بنابراین حجم اولیه‌ی فلز به کار رفته در هر دو گلوله نیز یکسان است. مطابق رابطه‌ی $\Delta V = V_1 \alpha \Delta\theta$ تغییر حجم هر دو گلوله یکسان است.

۱۸۷ ۳ ابتدا بدون در نظر گرفتن تبخیر شدن مایع، افزایش حجم ظاهری مایع که باید از ظرف بیرون بریزد را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta V_{\text{مایع}} = V_1 \beta \Delta\theta = 1000 \times 5 \times 10^{-3} \times (50 - 10) = 200 \text{ cm}^3$$

$$\Delta V_{\text{ظرف}} = V_1 \alpha \Delta\theta = 1000 \times 3 \times 5 \times 10^{-5} \times (50 - 10) = 6 \text{ cm}^3$$

$$\Delta V = 200 - 6 = 194 \text{ cm}^3$$

باید 194 cm^3 مایع از ظرف بیرون بریزد اما $192/5 \text{ cm}^3$ بیرون ریخته است بنابراین $1/5 \text{ cm}^3$ از مایع تبخیر شده است.

۱۸۸ ۲ به هر دو جسم به یک اندازه گرما داده‌ایم بنابراین $Q_A = Q_B$ است. نسبت جرم‌ها به صورت $\frac{m_A}{m_B} = \frac{1}{3}$ است. بنابراین:

$$\frac{Q_A}{Q_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{c_A}{c_B} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} \Rightarrow 1 = \frac{1}{3} \times \frac{c_A}{c_B} \times \frac{20}{10}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{c_A}{c_B} \times \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{c_A}{c_B} = \frac{3}{2}$$

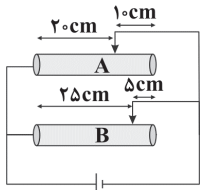


حالت اول: زمانی که هنوز لغزنده‌ها حرکت نکرده‌اند و طول مؤثر رساناها همان 30cm است. بنابراین:

$$R_A = \frac{\rho L}{A} = \frac{\rho \times 0.3}{A} \Rightarrow R_{eq} = \frac{R_A \times R_B}{R_A + R_B} = \frac{0.15\rho}{A}$$

$$R_B = \frac{\rho L}{A} = \frac{\rho \times 0.3}{A}$$

حالت دوم: لغزنده‌ها حرکت می‌کنند و طول مؤثر رسانای A، 20cm و طول مؤثر رسانای B، 25cm است. بنابراین داریم:



$$R'_A = \frac{\rho \times 0.2}{A}$$

$$R'_B = \frac{\rho \times 0.25}{A}$$

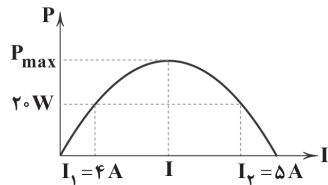
$$R'_{eq} = \frac{R'_A \times R'_B}{R'_A + R'_B} = \frac{1}{9} \frac{\rho}{A}$$

$$\frac{R'_{eq}}{R_{eq}} = \frac{\frac{1}{9} \frac{\rho}{A}}{\frac{0.15 \rho}{A}} = \frac{20}{9 \times 0.15} = \frac{20}{3}$$

۱۹۸ معادله‌ی توان خروجی از نیروی محرکه به صورت زیر است:

$$P = \varepsilon I - rI^2$$

بنابراین نمودار $P-I$ به صورت سهمی می‌باشد.



با توجه به تقارن سهمی، جریان الکتریکی که در آن توان خروجی بیشینه (P_{max}) است را به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{I_1 + I_2}{2} = \frac{4 + 5}{2} = 4.5\text{A}$$

حال توان داده شده در جریان‌های I_1 و I_2 را در معادله‌ی $P = \varepsilon I - rI^2$ می‌گذاریم تا بتوان ε و r را محاسبه کرد.

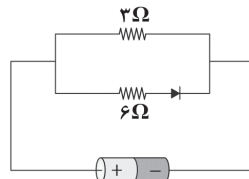
$$P = \varepsilon I - rI^2 \xrightarrow{I_1 = 4\text{A}} \begin{cases} 20 = \varepsilon \times 4 - r(4)^2 \\ 20 = \varepsilon \times 5 - r(5)^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \varepsilon - 4r = 5 \\ \varepsilon - 5r = 4 \end{cases} \Rightarrow \varepsilon = 9\text{V}, r = 1\Omega$$

جریان الکتریکی که در آن توان خروجی بیشینه است را محاسبه کردیم و مقدار آن برابر 4.5A به دست آمد. با قرار دادن این جریان الکتریکی در معادله‌ی توان خروجی داریم:

$$P = \varepsilon I - rI^2 = 9 \times 4.5 - 1 \times (4.5)^2 \xrightarrow{I = 4.5\text{A}} P_{max} = 20.25\text{W}$$

حالت دوم: با جابه‌جا کردن جهت قرارگیری دیود، جریان از مقاومت 6Ω اهمی هم عبور می‌کند. پس جریان جدید در مدار را به دست می‌آوریم، سپس اختلاف پتانسیل بین دو نقطه‌ی A و B را محاسبه می‌کنیم.



$$R_{eq} = \frac{3 \times 6}{3 + 6} = 2\Omega, I_V = \frac{\sum \varepsilon}{\sum R + r} = \frac{\varepsilon}{2 + r}$$

$$V_{AB} = R_{eq} \times I_V = 2 \times \frac{\varepsilon}{2 + r} = \frac{2\varepsilon}{2 + r}$$

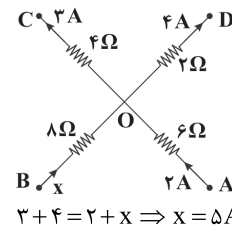
حال در حالت دوم اختلاف پتانسیل بین دو نقطه‌ی A و B 30% درصد کاهش می‌یابد بنابراین:

$$V_{AB} = V_{AB} - 0.3 V_{AB} \Rightarrow V_{AB} = 0.7 V_{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{2\varepsilon}{2 + r} = 0.7 \times \frac{2\varepsilon}{2 + r} \Rightarrow \frac{2\varepsilon}{2 + r} = \frac{2\varepsilon}{2 + r}$$

$$\Rightarrow 4/2 + 2/r = 6 + 2/r \Rightarrow r = 18\Omega$$

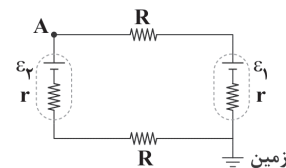
۱۹۴ ابتدا با استفاده از قانون انشعاب جریان‌ها، جریان عبوری از مقاومت 8Ω ، برابر 5 آمپر به دست می‌آید.



حال در فاصله‌ی بین نقطه‌ی A تا O در جهت جریان و از O تا B در خلاف جهت جریان حرکت می‌کنیم. بنابراین:

$$\frac{V}{A} - 6 \times 2 + 8 \times 5 = V_B \Rightarrow -12 + 40 = V_B \Rightarrow V_B = 28\text{V}$$

۱۹۵ با توجه به این‌که $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ است، بنابراین جهت جریان پادساعتگرد است. حال از نقطه‌ی A در خلاف جهت عقربه‌های ساعت حرکت می‌کنیم و معادله‌ی آن را می‌نویسیم:



$$V_A - \varepsilon_2 - Ir - IR - Ir + \varepsilon_1 - IR = V_A$$

$$\Rightarrow \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = 2I(R + r) = 6Ir$$

۱۹۶ با توجه به این‌که کلید K باز است و با توجه به جهت قرارگیری دیودها در مدار، جریان در مدار صفر است. بنابراین:

$$I = 0 \Rightarrow V = \varepsilon - IR \Rightarrow V = \varepsilon = 10\text{V}$$

حال کلید K را می‌بندیم جریان از دیودهای R_1 و R_2 عبور می‌کند حال جریان و ولتاژ دو سر مولد را به دست می‌آوریم.

$$I = \frac{\sum \varepsilon}{\sum R + r} = \frac{10}{2 + 2 + 1} = 2\text{A}$$

$$V = \varepsilon - Ir = 10 - 2 \times 1 = 8\text{V}$$



شیمی

۳ ۲۰۱ بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) شواهد بسیاری در تاریخ علم وجود دارد که نشان می‌دهند پیش از آن‌که ساختار اسیدها و بازها شناخته شود، شیمی‌دان‌ها افزون بر ویژگی‌های اسیدها و بازها با برخی واکنش‌های آن‌ها نیز آشنا بودند.
- (۲) مطابق مفاهیم نظریه‌ی آرنیوس، گاز HCl و جامد NaOH به ترتیب، اسید و باز آرنیوس به شمار می‌آیند.
- (۴) اسیدها را بر مبنای میزان یونشی که در آب دارند به دو دسته‌ی قوی و ضعیف تقسیم می‌کنند.

۲ ۲۰۲

- برای کاهش میزان اسیدی بودن آب دریاچه‌ها از آهک (اکسید فلزی) استفاده می‌شود. آب چنین دریاچه‌ای دارای $pH < 7$ است.
- رنگ گل ادریسی به میزان اسیدی بودن خاک بستگی دارد. این گل در خاکی با $pH < 7$ به رنگ آبی شکوفا می‌شود.

۱ ۲۰۳

معادله‌ی موازنه‌شده‌ی واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



$$\frac{126/9g RCOOH}{1 \times M} = \frac{24g NaOH \times \frac{75}{100}}{1 \times 40} \Rightarrow M = 282 g \cdot mol^{-1}$$



$$\Rightarrow 12n + (2n-1) + 12 + 22 + 1 = 282 \Rightarrow n = 17$$

فرمول اسید چرب: $C_{17}H_{33}COOH$ شمار اتم‌های اسید: $17 + 33 + 1 + 2 + 1 = 54$

۲ ۲۰۴

مطابق رابطه‌ی $K_a = \alpha \cdot M$ ، در دمای ثابت، مقدار K_a ثابت است و در نتیجه رابطه‌ی میان α و M به صورت وارونه است (حذف گزینه‌های (۳) و (۴)). از طرفی این ارتباط به صورت خطی نیست (حذف گزینه‌ی (۱)).

۳ ۲۰۵

تعداد مول OH^- در محلول نهایی برابر است با:

$$pH = 13 \Rightarrow pOH = 14 - 13 = 1$$

$$\Rightarrow [OH^-] = 10^{-pOH} = 10^{-1} = 0.1 mol \cdot L^{-1}$$

$$? mol OH^- [در محلول نهایی] = 0.1 \frac{mol}{L} \times 0.2 L = 0.02 mol OH^-$$

تعداد مول H^+ در محلول نیتریک اسید برابر است با:

$$pH = 1/3 \Rightarrow [H^+] = 10^{-pH}$$

$$= 10^{-1/3} = 10^{0.7-2} = 5 \times 10^{-2} = 0.05 mol H^+$$

$$? mol H^+ [در محلول اولیه] = 0.05 \frac{mol}{L} \times 0.2 L = 0.01 mol H^+$$

$$لازم \quad OH^- \text{ تعداد مول} = 0.02 mol + 0.01 mol = 0.03 mol$$

دقت کنید: سود (NaOH) اضافه‌شده باید ۰/۰۱ مول یون H^+ را مصرفکند و ۰/۰۲ مول یون OH^- موجود در محلول نهایی را تأمین کند.

$$? g NaOH = 0.03 mol OH^- \times \frac{1 mol NaOH}{1 mol OH^-} \times \frac{40 g NaOH}{1 mol NaOH}$$

$$= 1.2 g NaOH$$

۳ ۱۹۹ با کاهش مقاومت R، مقاومت معادل کل مدار کاهش و جریان

الکتریکی کل مدار افزایش می‌یابد به عبارتی:

$$\uparrow I = \frac{\varepsilon}{\downarrow R_{\text{کل}} + r}$$

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_1 افزایش می‌یابد.

$$\uparrow V_1 = \uparrow IR_1$$

ولت‌سنج عدد بیش‌تری را نشان می‌دهد.

$$\downarrow V = \varepsilon - \uparrow Ir$$

از طرفی ولتاژ دو سر مولد کاهش می‌یابد زیرا:

بنابراین ولتاژ دو سر مقاومت‌های موازی R_1 و R_2 نیز کاهش می‌یابد:

$$\downarrow V_2 = \downarrow V - V_1 \uparrow$$

در نتیجه جریان الکتریکی گذرنده از مقاومت R_2 کاهش می‌یابد زیرا:

$$\downarrow I_2 = \downarrow \frac{V_2}{R_2}$$

و آمپرسنج عدد کوچک‌تری را نشان می‌دهد.

۳ ۲۰۰

با افزایش مقاومت رئوستا می‌توان گفت مقاومت معادل

مدار (R_{eq}) افزایش می‌یابد. بنابراین جریان کل در مدار کاهش می‌یابد به عبارتی:

$$\downarrow I_{\text{کل}} = \frac{\varepsilon}{\uparrow R_{eq} + r} \xrightarrow{\text{افزایش } R_{eq}} I_{\text{کل}} \text{ کاهش}$$

ولتاژ دو سر مولد با کاهش جریان کل، افزایش می‌یابد.

$$\uparrow V_{\text{مولد}} = \varepsilon - \downarrow I_{\text{کل}} r \xrightarrow{\text{کاهش } I_{\text{کل}}} V_{\text{مولد}} \text{ افزایش}$$

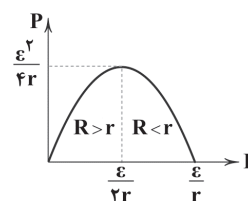
مقاومت R_1 با مقاومت‌های R و مقاومت R_2 (رئوستا) به صورت متوالی بسته شده است. بنابراین جریان عبوری از R_1 برابر جریان کل می‌باشد.

$$\downarrow V_1 = \downarrow I_{\text{کل}} R_1 \xrightarrow{\text{کاهش } I_{\text{کل}}} V_1 \text{ کاهش}$$

مقاومت R و مقاومت رئوستا با هم موازی می‌باشند و ولتاژ دو سر آن‌ها با هم برابر هستند و آن را V' فرض می‌کنیم.

$$\uparrow V_{\text{باتری}} = \downarrow V_1 + \uparrow V' \xrightarrow{\text{کاهش } V_1 \text{ افزایش } V'} V' \text{ افزایش}$$

$$\Rightarrow \uparrow P_R = \uparrow \frac{V'^2}{R} \xrightarrow{\text{افزایش } V'} P_R \text{ افزایش}$$

توان خروجی مولد $P = \varepsilon I - rI^2$ یک تابع درجه (۲) می‌باشد و نمودار آن سهمی به صورت زیر است:

با توجه به این‌که مقاومت‌های R و مقاومت متغیر (R_2) با R_1 متوالی هستند. پس $R_{eq} > R_1 = 8 \Omega$ و چون $r = 1 \Omega$ پس $R_{eq} > r = 1 \Omega$ در این مدار جریان الکتریکی کل در قسمت $R > r$ قرار دارد و جریان الکتریکی در حال کاهش می‌باشد. در واقع با افزایش R_{eq} و کاهش جریان کل، توان خروجی مولد کاهش می‌یابد.



۳ ۲۰۶

- به طور کلی اکسیدهای نافلزی، اسید آرنیوس محسوب می‌شوند و با حل شدن در آب، غلظت یون هیدرونیوم را افزایش می‌دهند. عنصرهای با اعداد اتمی ۱۵، ۱۶ و ۱۷ جزو نافلزها هستند.
- به طور کلی اکسیدهای فلزی، باز آرنیوس محسوب می‌شوند و با حل شدن در آب، غلظت یون هیدروکسید را افزایش می‌دهند. عنصرهای با اعداد اتمی ۳۷، ۲۰، ۳ و ۵۶ جزو فلزها هستند.

۴ ۲۰۷

- از Mg(OH)_2 ، Al(OH)_3 و NaHCO_3 به عنوان داروی ضد اسید استفاده می‌شود.

۲ ۲۰۸

- آب گازدار خاصیت اسیدی دارد و در آن $[\text{H}^+] > [\text{OH}^-]$ است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \frac{[\text{H}^+]}{[\text{OH}^-]} = 10^6 \\ [\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14} \end{cases} \Rightarrow [\text{H}^+] \times \frac{[\text{H}^+]}{10^6} = 10^{-14} \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-4}$$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+] = -\log 10^{-4} = 4$$

۱ ۲۰۹

- مطابق داده‌های سؤال، محلول مورد نظر یک الکترولیت ضعیف بوده و خاصیت بازی دارد. با توجه به موارد پیشنهادشده، محلول مورد نظر فقط می‌تواند شامل NH_3 باشد.

۴ ۲۱۰

- pH محلول ۱ مولار بازهای قوی یک‌ظرفیتی BOH در دمای اتاق برابر با ۱۴ است.

۴ ۲۱۱

- pH هر کدام از سامانه‌های مورد اشاره در زیر آمده است:

خون: ۷/۴

بازق دهان: ۷/۱ - ۵/۲

اسید معده: ۱/۸ - ۱/۶

محتویات روده‌ی کوچک: ۸/۵

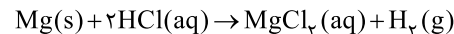
۲ ۲۱۲

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = \alpha \cdot M = 0.04 \times 0.2 = 8 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\begin{aligned} \text{pH} &= -\log[\text{H}_3\text{O}^+] = -\log(8 \times 10^{-3}) = -[\log 8 + \log 10^{-3}] \\ &= -[3 \log 2 + (-3)] = -[3(0.3) - 3] = 2.1 \end{aligned}$$

۱ ۲۱۳

- غلظت یون هیدرونیوم در شیرهای معده‌ی انسان بالغ در حدود ۰/۳ مولار است.



$$? \text{ g Mg} = \frac{0.1 \text{ L HCl(aq)}}{1 \text{ dL}} \times \frac{0.3 \text{ mol HCl}}{1 \text{ L HCl(aq)}} \times \frac{1 \text{ mol Mg}}{2 \text{ mol HCl}}$$

$$\times \frac{24 \text{ g Mg}}{1 \text{ mol Mg}} = 0.36 \text{ g Mg} \equiv 36 \text{ mg Mg}$$

۳ ۲۱۴

- محلول‌های لوله بازکن و شیشه پاک‌کن، خاصیت بازی داشته و به ترتیب شامل سدیم هیدروکسید و آمونیاک هستند.
- جوهرنمک خاصیت اسیدی دارد و محلولی شامل هیدروکلریک اسید است.

۳ ۲۱۵

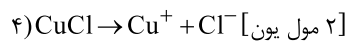
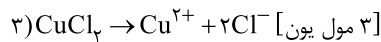
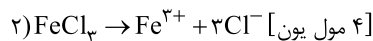
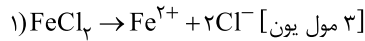
- به‌جز مورد «ت» بقیه‌ی موارد درست هستند. فرمول مولکولی آسپرین به صورت $\text{C}_9\text{H}_8\text{O}_4$ است.

۱ ۲۱۶

- مقایسه‌ی میان CO_2 تولید شده از سوخت‌های فسیلی، هنگامی‌که به عنوان منبع تولید برق مورد استفاده قرار گیرند (با فرض کیلووات ساعت یکسان) به صورت زیر است:

۲ ۲۱۷

بررسی گزینه‌ها:

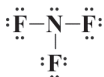


۱ ۲۱۸

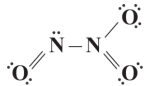
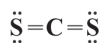
- اوزون نسبت به اکسیژن واکنش‌پذیری بیش‌تری دارد و نقطه‌ی جوش آن (-112°C) در مقایسه با اکسیژن (-183°C) بالاتر است.

۴ ۲۱۹

- فقط در نیتروژن تری فلئوئورید (NF_3) تمامی پیوندها به صورت یگانه (ساده) است:



ساختار لوویس سایر گونه‌ها در زیر آمده است:



۳ ۲۲۰

- به‌جز SO_3 ، سایر موارد جزو آلاینده‌های خروجی از آگزوز خودروها هستند.

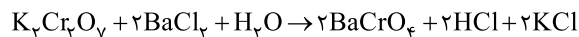
۴ ۲۲۱

بررسی گزینه‌های نادرست:

- از آن‌جا که مقداری از گوگرد اضافی است، تمام گرم آن وارد واکنش نمی‌شود و جرم نقره‌سولفید تولید شده کم‌تر از $a + b$ گرم خواهد بود.
- در برخی از کشورها، رشته‌ی درونی سیم‌های انتقال برق با ولتاژ بالا از فولاد و روکش آن‌ها از آلومینیم است.
- به طور کلی، اکسیدهای فلزی را اکسیدهای بازی و اکسیدهای نافلزی را اکسیدهای اسیدی می‌نامند؛ زیرا از واکنش آن‌ها با آب به ترتیب باز و اسید تولید می‌شود.

۲ ۲۲۲

- موازنه را به ترتیب می‌توانیم با Cr ، K ، Ba ، O و H انجام دهیم. در این صورت اتم‌های Cl نیز خود به خود موازنه می‌شوند، در نهایت شکل موازنه‌شده‌ی واکنش داده‌شده به صورت زیر خواهد بود:



بزرگ‌ترین نسبت میان ضرایب مولی مربوط به $\frac{b}{c}$ و برابر ۲ است.

۴ ۲۲۳

بررسی گزینه‌های نادرست:

- یک درخت تنومند سالانه در حدود ۵۰ کیلوگرم کربن‌دی‌اکسید مصرف می‌کند.
- برای تبدیل کربن‌دی‌اکسید به مواد معدنی می‌توان آن را با اکسیدهای فلزی واکنش داد.
- گرمای حاصل از سوختن یک گرم گاز طبیعی بیش‌تر از یک گرم زغال‌سنگ است.



با کمی دقت به اجزای واکنش و فرمول ساختاری آن‌ها، می‌توان نتیجه گرفت که این واکنش با شکستن یک مول پیوند N-O و تشکیل یک مول پیوند O-O همراه است.

$$\Delta H = [\Delta H(N-O)] - [\Delta H(O-O)] \\ = (201) - (146) = +55 \text{ kJ}$$

علامت مثبت نشان می‌دهد که این واکنش با مصرف گرما همراه است. ΔH به دست آمده مربوط به تولید یک مول اوزون (48 g O_3) است. در صورتی که $2/4 \text{ g}$ اوزون تولید شود، مقدار گرمای مصرف شده برابر است با:

$$? \text{ kJ} = 2/4 \text{ g O}_3 \times \frac{55 \text{ kJ}}{48 \text{ g O}_3} = 2/75 \text{ kJ}$$

۲ ۲۳۰ مقایسه‌ی میان گرمای سوختن مولی آلکان، آلکن، آلکین و الکل هم کربن به صورت زیر است:

آلکین > الکل > آلکن > آلکان: گرمای سوختن مولی

۲ ۲۳۱ با توجه به ویژگی‌های اشاره شده، در حالت کلی ایزومرها تنها در شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی، تفاوتی با هم ندارند. زیرا شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی از روی فرمول مولکولی تعیین می‌شود و ایزومرها نیز فرمول مولکولی یکسان دارند.

۴ ۲۳۲ هر واکنش شیمیایی ممکن است با تغییر رنگ، تولید رسوب، آزاد شدن گاز و ایجاد نور و صدا همراه باشد اما یک ویژگی بنیادی در همه‌ی آن‌ها، داد و ستد گرما با محیط پیرامون است.

۲ ۲۳۳ بررسی گزینه‌ها:

- ۱) $\text{N}_2\text{H}_4(\text{g}) + \text{H}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{NH}_3(\text{g})$; $\Delta H < 0$
- ۲) $\text{H}_2(\text{g}) + \text{Cl}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{HCl}(\text{g})$; $\Delta H < 0$
- ۳) $\text{C}(\text{s}, \text{گرافیت}) \rightarrow \text{C}(\text{s}, \text{الماس})$; $\Delta H > 0$
- ۴) $2\text{O}_3(\text{g}) \rightarrow 3\text{O}_2(\text{g})$; $\Delta H < 0$

۴ ۲۳۴

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) آنتالپی سوختن یک ماده، هم‌ارز با آنتالپی واکنشی است که در آن یک مول ماده در اکسیژن کافی به طور کامل بسوزد.

۲) شواهد نشان می‌دهد که ΔH واکنش تولید $\text{CO}(\text{g})$ را نمی‌توان به روش تجربی تعیین کرد.

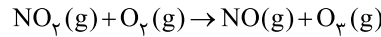
۳) متان از تجزیه‌ی گیاهان به وسیله‌ی باکتری‌های بی‌هوازی در زیر آب تولید می‌شود.

۱ ۲۳۵ هر چهار عامل اشاره شده در چگونگی و زمان نگهداری غذا مؤثر هستند.

۲ ۲۲۴ عبارتهای «آ» و «ب» درست هستند.

بررسی عبارتهای نادرست:

پ) از واکنش نیتروژن دی‌اکسید با گاز اکسیژن، اوزون تروپوسفری تولید می‌شود:



ت) تنها گاز NO_2 به رنگ قهوه‌ای دیده می‌شود.

۱ ۲۲۵

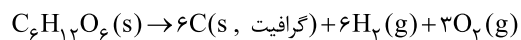
بررسی گزینه‌های نادرست:

۲) به واکنش آرام مواد با اکسیژن که با تولید انرژی همراه است، واکنش اکسایش می‌گویند.

۳) برخی از فلزها مانند طلا و پلاتین در برابر اکسیژن، اکسایش نمی‌یابند.

۴) اتم عنصر کروم در ترکیب‌های خود اغلب به صورت کاتیون Cr^{2+} یا Cr^{3+} یافت می‌شود.

۲ ۲۲۶ معادله‌ی واکنش هدف به صورت زیر است:



برای رسیدن به واکنش هدف، باید واکنش (I) را وارونه و ضرایب آن را در عدد ۶ ضرب کرده، واکنش (II) را وارونه و ضرایب آن را در عدد ۳ ضرب کرده و سپس این دو واکنش را با واکنش (III) جمع کنیم. به این ترتیب ΔH واکنش هدف برابر است با:

$$\Delta H = (-6\Delta H_{\text{I}}) + (-3\Delta H_{\text{II}}) + \Delta H_{\text{III}} \\ = (-6(-394)) + (-3(-572)) + (-2806) = +1274 \text{ kJ}$$

ΔH به دست آمده مربوط به مصرف یک مول گلوکز ($180 \text{ g C}_6\text{H}_4\text{O}_6$) است. در صورتی که $22/5 \text{ g}$ گلوکز مصرف شود، ΔH برابر خواهد بود با:

$$\begin{array}{l} \Delta H(\text{kJ}) \\ \text{جرم گلوکز (g)} \\ \left[\begin{array}{l} 180 \sim 1274 \\ 22/5 \sim x \end{array} \right] \Rightarrow x = 159/25 \text{ kJ} \end{array}$$

۲ ۲۲۷ بنزآلدئید ($\text{C}_7\text{H}_6\text{O}$) ماده‌ی آلی موجود در بادام است. ساختارهای نشان داده شده در گزینه‌های (۱)، (۳) و (۴) به ترتیب در میخک، گشنیز و رازیانه وجود دارند.

۱ ۲۲۸ فقط عبارت «آ» درست است.

بررسی عبارتهای نادرست:

ب) با استفاده از گرماسنج لیوانی می‌توان گرمای واکنش را در فشار ثابت حساب کرد؛ گرمایی که هم‌ارز با آنتالپی واکنش است.

پ) گاز متان را می‌توان از واکنش میان گرافیت و گاز هیدروژن در آزمایشگاه تهیه کرد. اما تأمین شرایط بهینه برای انجام این واکنش بسیار دشوار و پرهزینه است.

ت) نخستین بار هنری هس دریافت که گرمای یک واکنش معین به راهی که برای انجام آن در پیش گرفته می‌شود، وابسته نیست.

۳ ۲۲۹ معادله‌ی واکنش موردنظر به صورت زیر است:

