



آزمون‌های سراسر گاج

گزینه دروس را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۹۹-۱۳۹۸

دفترچه شماره ۳

آزمون شماره ۵

جمعه ۹۸/۰۶/۰۸



پاسخ‌های تشریحی

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۱۶۰	مدت پاسخگویی: ۱۷۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی. تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
			از	تا	
۱	فارسی ۲	۲۰	۱	۲۰	۱۵ دقیقه
۲	زبان عربی ۲	۲۰	۲۱	۴۰	۱۵ دقیقه
۳	دین و زندگی ۲	۲۰	۴۱	۶۰	۱۵ دقیقه
۴	زبان انگلیسی ۲	۲۰	۶۱	۸۰	۱۵ دقیقه
۵	ریاضیات	۱۰	۸۱	۹۰	۶۰ دقیقه
		۱۰	۹۱	۱۰۰	
		۱۰	۱۰۱	۱۱۰	
		۵	۱۱۱	۱۱۵	
		۵	۱۱۶	۱۲۰	
		۵	۱۲۱	۱۲۵	
		۵	۱۲۶	۱۳۰	
۶	فیزیک	۱۰	۱۳۱	۱۴۰	۳۰ دقیقه
		۱۰	۱۴۱	۱۵۰	
		۱۰	۱۵۱	۱۶۰	
۷	شیمی	۱۰	۱۶۱	۱۷۰	۲۰ دقیقه
		۱۰	۱۷۱	۱۸۰	
		۱۰	۱۸۱	۱۹۰	



آزمون‌های سراسر گاج

دروس	طراحان	ویراستاران علمی
فارسی	امیرنجات شجاعی - مهدی نظری	اسماعیل محمدزاده مسیح گرجی - مریم نوری‌نیا
زبان عربی	بهروز حیدریکی	حسام حاج مؤمن - پریسا فیلو شاهو مرادیان - سیدمهدی میرفتحی
دین و زندگی	مرتضی محسنی‌کبیر	بهاره سلیمی
زبان انگلیسی	امید یعقوبی‌فرد - بهروز کلاتری	پریسا فیلو - مریم پارسائیان
ریاضیات	سعید صبحی - علی منظمی محسن زارعی - مسعود طایفه	ندا فرهنگتی - بگانه افشار سودابه آزاد
فیزیک	ارسلان رحمانی - علی امانت	محمدجواد دهقان - محمدحسین جوان مروارید شاه‌حسینی
شیمی	پویا الفتی	امیرشهریار قربانیان - ایمان زارعی امین بابازاده - رضیه قربانی



دفتر مرکزی تهران، خیابان انقلاب بین
چهارراه ولیعصر (عج) و
خیابان فلسطین، شماره ۹۱۹

اطلاع‌رسانی و ثبت نام ۰۲۱-۶۴۲۰

نشانی اینترنتی www.gaj.ir



آماده‌سازی آزمون

مدیریت آزمون: ابوالفضل مزروعی

بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری

برنامه‌ریزی و هماهنگی: مریم جمشیدی عینی - مینا نظری

ویراستاران فنی: بهاره سلیمی - ساناز فلاحی - آمنه قلی‌زاده - مروارید شاه‌حسینی - مریم پارسائیان

سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی

طراح شکل: فاطمه میناسرشت

حروف‌نگاران: پگاه روزبهانی - زهرا نظری‌زاد - سارا محمودنسب - نرگس اسودی - فرهاد عیدی - الناز دارانی

امور چاپ: عباس جعفری

۱۳ ۲ «سهم» در این گزینه به معنی «بهره و نصیب» آمده، اما در

سه گزینه‌ی دیگر در معنی «ترس و بیم» است.

۱۴ ۱ مفهوم گزینه‌ی (۱): عقل، سامان‌دهنده‌ی امور است.

مفهوم مشترک بیت سؤال و سایر گزینه‌ها: جابه‌جایی ارزش‌ها و ضدّ ارزش‌ها

۱۵ ۴ مفهوم گزینه‌ی (۴): سعادت و جاودانگی دل ثمره‌ی عشق

ورزیدن به معشوق است.

مفهوم مشترک سایر گزینه‌ها: ضرورت رهایی از بندگی نفس

۱۶ ۳ ابیات سؤال بیانگر وقایع دوره‌ی پادشاهی ضحاک، فرزند

مرداس است.

هنگامی که به دستور ضحاک، هر شب دو مرد از کهنتران یا مهترزادگان را به دیوان او می‌بردند و مغز سر آنان را خوراک مارهایی می‌کردند که از کتف ضحاک رسته بودند، دو تن مرد پارسا و گران‌مایه راهی اندیشیدند و برای نجات همه، تا حدّ امکان، به خوالیگری دست زدند. آنان خورش‌خانه‌ی پادشاه را بر عهده گرفتند و بدین ترتیب توانستند روزانه یکی از دو نفری را که برای بیرون کردن مغز سرشان می‌آوردند، از مرگ نجات بخشند و در عوض، مغز گوسفند را با مغز دیگری درآمیزند و به خورد ماران دهند.

۱۷ ۲ مفهوم بیت‌های گزینه‌ی (۲):

ج غلبه‌ی اهل هنر بر فرومایگان / آزادی و ظلم‌ستیزی

مفهوم مشترک سایر بیت‌ها: غلبه‌ی ظلم و ستم بر خیر و نیکی

۱۸ ۳ مفهوم گزینه‌ی (۳): توانایی لازمه‌ی ستمگری است.

مفهوم مشترک ابیات سؤال و سایر گزینه‌ها: نکوهش دستیاری ظالمان

۱۹ ۴ مفهوم گزینه‌ی (۴): ناپایداری دنیا

مفهوم مشترک سایر گزینه‌ها: تغییر شرایط مساعد به نامساعد

۲۰ ۲ مفهوم گزینه‌ی (۲): طلب عنایت از معشوق / بی‌قراری عاشق

تسکین‌ناپذیر است.

مفهوم مشترک ابیات سؤال و سایر گزینه‌ها: ضرورت غلبه بر نفس

زبان عربی

■ درست‌ترین و دقیق‌ترین جواب را در ترجمه یا واژگان و یا مفهوم مشخص کن (۳۰ - ۲۱):

۲۱ ۱ إِنَّ: همانا، به درستی؛ ادات تأکید است. [رد گزینه‌های (۲) و

(۴)]

تُسَاعَدُ: یاری می‌رساند، کمک می‌کند؛ فعل مضارع است و هیچ دلیلی نیست که به صورت «التزامی» ترجمه شود. [رد گزینه‌های (۲) و (۳)]

الطالبات: دانش‌آموزان؛ جمع است. [رد گزینه (۳)]

دروسهِنَّ: درس‌هایشان؛ «دروس» جمع و ضمیر «هِنَّ» به آن متصل است. [رد گزینه‌های (۲) و (۳)]

فلیعلمن: پس باید بدانند؛ «لام» بر سر «یعلمن» برای امر و به معنی «باید» است، پس «یعلمن» به صورت «مضارع التزامی» ترجمه می‌شود. [رد سایر گزینه‌ها]

یُطالَعن: مطالعه کنند، بخوانند؛ فعل مضارع است که به تبعیت از «لیعلمن» به صورت «التزامی» ترجمه می‌شود. [رد گزینه‌های (۲) و (۴)]

الدروس: درس‌ها؛ ضمیری به آن متصل نیست. [رد گزینه (۳)]

فارسی

۱ ۲ معنی درست واژه‌ها: غزا: بیکار، جنگ / بیم: دریا / قبا: نوعی

جامه‌ی جلو باز که دو طرف جلو آن با دکمه بسته می‌شود.

۲ ۱ معنی درست واژه‌ها: باگهر: نجیب، اصیل، شریف / چیرگی:

استیلا، پیروزی، تسلط / خبیث: پلید، ناپاک، بدسیرت / کثیف: ناپاک، آلوده (در گذشته در معنی «غلیظ و فشرده» به کار می‌رفته است).

۳ ۱ املا‌ی درست واژه: می‌خایید

۴ ۴ روضه‌ی خلد اثری منشور از مجد خوافی است.

۵ ۳ اشاره به عقاید مذهبی، مراسم اجتماعی و جشن‌ها و آیین‌ها

جزء زمین‌های ملی حماسه به شمار می‌روند. در این بیت نیز به دو جشن آیینی ایرانیان باستان یعنی «مهرگان» و «سده» اشاره شده است

۶ ۱ آرایه‌ی استعاره در سایر گزینه‌ها:

(۲) آفتاب پنهانی: استعاره از امام زمان (عج) که از مشرق جغرافیای عرفانی یعنی مکه‌ی معظمه، ظهور می‌نماید.

(۳) ساز (در مصراع دوم): استعاره از دل شاعر («شکستن دل» و «گفت‌وگوی شاعر با عشق» نیز نوعی استعاره محسوب می‌شود).

(۴) چرخ: استعاره از آسمان؛ علاوه‌بر این «چرخ جفایبشه» خود دارای تشخیص یا جان‌بخشی است.

۷ ۳ آرایه‌ی اغراق در سایر گزینه‌ها:

(۱) شاعر در این بیت غم و درد خود را به کوه و اشک خود را به سیلاب مانند می‌کند و می‌گوید آن چنان می‌گرم که هر لحظه اشک‌هایم از زمین تا کمرم بالا می‌آیند.

(۲) شاعر ادعا می‌کند دهان معشوق چنان تنگ است که می‌توان دل بستن به آن (دهان تنگ یار) را با دل بستن به «هیچ» مساوی دانست.

(۴) این‌که شاعر ادعا می‌کند هرکه رخسار یار مرا ببیند، مانند فرهاد با نوک مژگان خود به کندن کوه بیستون مشغول می‌شود، بیانی اغراق‌آمیز است.

۸ ۴ آرایه‌ی کنایه در سایر گزینه‌ها:

(۱) دست شستن از ... کنایه از قطع علاقه‌کردن از ... یا رها کردن ... / دست کسی را گرفتن: کنایه از کمک کردن به کسی

(۲) روی زرد بودن: کنایه از عاشق بودن

(۳) دامن کسی را از دست گذاردن (رها کردن): کنایه از رها کردن کسی / از ... آستین برافشاندن: کنایه از اظهار بی‌زاری کردن از ...

۹ ۱ بیخجال: حفظ معنی قدیم و پذیرفتن معنی جدید /

گریه: حفظ معنی قدیم / پژه: تحوّل معنایی / ملطفه: حذف واژه

۱۰ ۲ هدف اساسی دانشمندان / کشف حقیقت گردش زمین

خسته وابسته وابسته خسته وابسته وابسته وابسته

۱۱ ۴ واژه‌ی «محضر» در این گزینه در معنی «محلّ حضور و

پیشگاه» به کار رفته است و در سایر گزینه‌ها در معنی «استشهادنامه».

۱۲ ۳ واژه‌ی «اِبرش» در این گزینه ترکیبی است از «اِبر (سحاب)» و

ضمیر «ش» و در سایر گزینه‌ها در معنی «اسبی که بر اعضای او نقطه‌ها باشد» به کار رفته است.



۲۸ ۳ ترجمه عبارت سؤال: پروردگارم مرا به مدارا کردن با مردم فرمان داد، چنان‌که به انجام واجبات فرمان داده است.
مفهوم: مدارا کردن با مردم، چه دوست چه دشمن هم‌چون واجبات الهی امری واجب بر انسان است.

۲۹ ۳ اِکتَسَبَ: به دست آورد

ترجمه گزینه‌ها:

(۱) به شمار آورد، شمرد (۲) تشکیل داد
(۳) به دست آورد (۴) احساس ... کرد

۳۰ ۲ ترجمه گزینه‌ها:

(۱) سیب (۲) آفتاب‌پرست
(۳) انگور (۴) انار

■ متن زیر را با دقت بخوان سپس متناسب با متن به سوالات پاسخ بده
(۳۴ - ۳۱):

سمیر جوانی است که دوست دارد به همه مردم نیکی کند و در این‌کار، پیش او میان خویشاوند و بیگانه فرقی نیست و با وجود این‌که سنش از سیزده سالگی تجاوز نمی‌کند، در خود وظایف بسیاری را در برابر جامعه و خانواده‌اش می‌بیند. روزی سمیر سگ کوچکی را دید که از (شدت) خستگی و گرسنگی لاله می‌زد. پس او را ترک نکرد و به او غذا و نوشیدنی داد و هر روز این‌کار را برایش تکرار کرد تا این‌که جثه سگ بزرگ شد، پس سمیر پس از بزرگ شدنش او را رها کرد. روزی گرگی بزرگ وارد مزرعه سمیر شد تا گوسفندان و مرغ‌ها را بخورد. پس سمیر بسیار ترسید و نتوانست کاری بکند. ناگهان (آن) سگی که سمیر به آن نیکی کرده بود، ظاهر شد و به گرگ حمله کرد و او را کشت. پس سمیر بسیار خوشحال شد و از سگ باوفا با دادن قطعه‌ای بزرگ از گوشت سپاس‌گزاری کرد.

۳۱ ۴ ترجمه گزینه‌ها:

(۱) سمیر به نزدیکان نیکی می‌کند و نه بیگانگان.
(۲) سمیر در دوازده سالگی به سگ کوچک گرسنه کمک کرد.
(۳) سمیر سگ کوچک را پس از این‌که غذا و نوشیدنی به او داد، رها کرد.
(۴) سمیر از گرگ ترسید و نتوانست در برابرش کاری کند.

۳۲ ۴ ترجمه گزینه‌ها:

(۱) انجام کار نیک نزد سمیر امری بسیار عادی است.
(۲) سگی که سمیر به او نیکی کرد، بزرگ نبود.
(۳) گرگ نتوانست گوسفندان و مرغ‌ها را در مزرعه سمیر زخمی کند.
(۴) سمیر سگ باوفا را پس از کشتن گرگ بوسید، سپس او را رها کرد.

۳۳ ۲ ترجمه گزینه‌ها:

(۱) برای انسان یاری رساندن به حیوان سودمندتر از یاری رساندن به انسان است.
(۲) هر کس کار خیری انجام دهد، نتیجه سودمندش را می‌بیند.
(۳) اگر انسان به سگی یاری برساند، روزی [سگ] به او در برابر گرگ یاری می‌رساند.
(۴) برای انسان بهتر است که از سیزده سالگی در نیکی کردن میان مردم فرق نگذارد.

۳۴ ۱ «المعروف» مفعول برای فعل «أَنْ یصنع»، «به» مجرور به حرف جرّ «علی» و «الوفی» صفت برای «الکلب» است.

۲۲ ۳ کانت ... تدعو: به ... دعوت می‌کرد (فرا می‌خواند)؛ ترکیب «کان + فعل مضارع» به صورت ماضی استمراری ترجمه می‌شود. [رد گزینه‌های (۲) و (۴)]

المعلّمة: معلّم؛ ضمیری به آن متصل نیست. [رد گزینه (۲)]
التلميذات: دانش‌آموزان؛ ضمیری به آن متصل نیست. [رد گزینه (۱)]
البحث: پژوهش؛ معرفه (به «ال») است. [رد گزینه‌های (۲) و (۴)]
أسرار: اسرار، رازها؛ جمع است. [رد گزینه (۴)]
حتیّ یفهمن: تا بفهمند؛ هرگاه یکی از حروف «أَنْ، کي، لکي، حتیّ و لـ» بر سر فعل مضارع بیاید، معنای آن به «مضارع التزامی» تبدیل می‌شود. [رد گزینه (۲)]

حقائق: حقایق، حقیقت‌ها؛ جمع است. [رد گزینه (۴)]

۲۳ ۱ اِنّ: به درستی که، همانا [رد گزینه (۲)]

الذنوب: گناهان؛ جمع است. [رد گزینه (۲)]

المعاصي: معصیت‌ها، نافرمانی‌ها؛ جمع و بدون ضمیر است. [رد گزینه (۴)]
غضب اللّٰه: خشم (غضب) خدا؛ یک ترکیب اضافی است. [رد گزینه‌های (۳) و (۴)]

فلنبتعد: پس باید دوری کنیم؛ «لام» بر سر «نبتعد» برای امر است، لذا فعل مضارع «نبتعد» باید به صورت «مضارع التزامی» ترجمه شود. [رد گزینه (۳)]
الحياة: زندگی؛ ضمیری به آن متصل نیست. [رد گزینه‌های (۳) و (۴)]

۲۴ ۴ أولئك التلميذات: آن دانش‌آموزان؛ «التلميذات» دارای «ال» است، لذا اسم اشاره «أولئك» به صورت مفرد ترجمه می‌شود. [رد گزینه‌های (۲) و (۳)]

لم ینجحن: موفق نشدند، موفق نشده‌اند؛ حرف «لم» فعل مضارع را به «ماضی ساده منفی» یا «ماضی نقلی منفی» تبدیل می‌کند. [رد گزینه‌های (۱) و (۲)]

امتحاناتهم: امتحاناتشان، جمع است و ضمیر به آن متصل است. [رد گزینه‌های (۱) و (۳)]

لم یدرسن: درس نخواندند، درس نخوانده‌اند [رد گزینه‌های (۱) و (۲)]

۲۵ ۲ ألقى ... محاضرة: ... سخنرانی کرد [رد گزینه (۴)]

الأستاذ: استاد؛ یک اسم معرفه است و ضمیری به آن متصل نیست. [رد گزینه‌های (۱) و (۳)]

تستى: نامیده می‌شود؛ فعل مضارع مجهول است. [رد گزینه‌های (۱) و (۴)]
مظاهر: جلوه‌ها؛ جمع است. [رد گزینه (۳)]

التقدم: پیشرفت؛ ضمیری به آن متصل نیست. [رد گزینه (۴)]

میادین: میادین، میدان‌ها؛ جمع است. [رد گزینه (۱)]

العلم: علم، دانش؛ مفرد است. [رد گزینه (۳)]

الصناعة: صنعت؛ مفرد است. [رد گزینه (۳)]

الأدب: ادبیات [رد گزینه (۴)]

۲۶ ۴ ألقى: بنگار، بنویس / تسع: نه

ترجمه درست عبارت: یک مقاله بنگار که نه کلمه فارسی عربی‌شده را در برگیرد.

۲۷ ۱ ترجمه عبارت سؤال: «بهترین کارها میانه‌ترین آن‌هاست.»

مفهوم: افراط و تفریط در هیچ کاری مطلوب نیست و میانه‌روی و اعتدال بهترین روش در هر کاری است. این مفهوم فقط با مفهوم گزینه (۱) سازگاری ندارد.



■ گزینه مناسب را در پاسخ به سوالات زیر مشخص کن (۴۰ - ۳۵):

۳۵ ۳ «لا» در «لا تجالِس» لای نهی است، لذا «لا تجالِس» فعل نهی به معنی «هم‌نشینی مکن» است. «لا» به ترتیب در «لا یتقدّم»، «لا یُربد» و «لا یسمحن» لای نفی است و افعال مذکور فعل مضارع منفی به شمار می‌روند.

ترجمه گزینه‌ها:

- ۱) آیا این کودکان نمی‌خواهند که برای بازی به باغ بروند؟
- ۲) دانش‌آموز تنبل هرگز در کارهای تحصیلی‌اش پیشرفت نمی‌کند.
- ۳) در زندگی‌ات تنها با عاقلان و حکیمان هم‌نشینی کن.
- ۴) زنان مؤمن به فرزندان‌شان اجازه نمی‌دهند که با بدان معاشرت کنند.

۳۶ ۱ «لِ» در «لِینتعلّم» لام امر است که به معنای «باید» می‌باشد. در سایر گزینه‌ها به ترتیب، «لِ» در «لیعلبوا» به معنای «تا»، در «لنا» حرف جرّ و به معنای «برای» و در «لیصدیقی» حرف جرّ و به معنای «داشتن» است.

ترجمه گزینه‌ها:

- ۱) همانا ما باید از پدرمان درس زندگی را بیاموزیم چرا که او داناتر از ماست.
- ۲) کودکان به باغ رفتند تا در آن بازی کنند.
- ۳) خداوند برای ما نعمت‌های فراوانی آفریده است، پس ما باید او را همیشه شکر کنیم.
- ۴) دوستم در رایانه، مدرکی دارد، پس در مسائل آن به من یاری می‌رساند.

۳۷ ۴ ترجمه عبارت: «به یک‌دیگر لقب‌های زشت ندهید، بسیار بد است نامیدن [مردم به] بدی و گناه بعد از ایمان [آوردن آن‌ها].»

۳۸ ۲ ترجمه و بررسی گزینه‌ها:

۱) للملکة ← للمضارع الاتزامی؛ برای مالکیت نیست، زیرا بر سر فعل مضارع آمده و به معنای «تا» است که فعل را مضارع التزامی می‌کند.

دقت کنید: «لام» مالکیت بر سر اسم می‌آید.

ترجمه: «در درس‌هایمان قطعاً کوشش می‌کنیم تا بهترین نتایج را کسب کنیم!»

۲) «لام» بر سر فعل مضارع در صیغه متکلم مع‌الغیر آمده و معنای «باید» می‌دهد، پس «لام» برای امر درست است.

ترجمه: «هرگاه بخواهیم اهدافمان محقق شوند، باید بسیار بکوشیم!»

۳) للمضارع الإخباری ← للمضارع الاتزامی؛ «لام» بر سر مضارع آمده و معنای «برای این‌که، تا» می‌دهد، پس فعل مضارع بعدش التزامی می‌شود.

ترجمه: «برای این‌که به اهدافتان دست یابید، باید بسیار تلاش کنید!»

۴) للنهی ← للأمر؛ لام بر سر مضارع آمده و معنای «باید» می‌دهد، پس برای «امر» است.

دقت کنید: حرف «لام» اصلاً برای نهی به کار نمی‌رود!

ترجمه: «تلاشگران تا رسیدن به اهداف خود باید صبر کنند!»

۳۹ ۲ ترجمه سؤال: حرف «لام» را مشخص کن که بر ضمیر وارد شده و مفتوح نیست. (یعنی فتحه «ت» نگرفته است).

حرف «لِ» بر سر ضمیرها به «لِ» تبدیل می‌شود (جز ضمیر «ی»).

بررسی سایر گزینه‌ها:

حرف «لِ» در «لَه»، «لَکُم» و «لنا» مفتوح است.

۴۰ ۱ از کلمه «أسی» به معنای «دیروز» متوجه می‌شویم که در جای خالی باید فعلی بیاید که معنای «ماضی» (گذشته) بدهد. «لم» معنای فعل مضارع را به «ماضی ساده منفی» یا «ماضی نقلی منفی» تبدیل می‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) «لا» برای منفی کردن فعل «مضارع» می‌آید.

۳) «لن» معنای فعل مضارع را به «مستقبل منفی» تبدیل می‌کند.

۴) «لِ» معنای فعل مضارع را به «مضارع التزامی» تبدیل می‌کند.

دین و زندگی

۴۱ ۱ یکی از مسئولیت‌های منتظران در عصر غیبت «پیروی از فرمان‌های امام عصر (عج)» است. مراجعه به عالمان دین، عمل به احکام فردی و اجتماعی دین و مقابله با طاغوت از جمله دستورات امام زمان (عج) است که پیروان آن حضرت به دنبال انجام آن هستند.

۴۲ ۱ با توجه به کلیدواژه‌های «زیور» (کتاب حضرت داود (ع)) و «الذکر» (کتاب تورات حضرت موسی (ع))، آیهی شریفه «و لَقَدْ كَتَبْنَا فِي الزُّبُورِ مِنْ بَعْدِ الذِّكْرِ ...» اشاره به موضوع موعود و منجی در ادیان دارد؛ زیرا همه‌ی ادیان در اصل الهی بودن پایان تاریخ و ظهور ولی خدا برای برقراری حکومت جهانی، اتفاق نظر دارند.

۴۳ ۱ پیامبر اکرم (ص) درباره‌ی دوازده جانشین خود با مردم سخن گفته بود و امام مهدی (عج) را به عنوان آخرین امام و قیام‌کننده علیه ظلم و برپاکننده‌ی عدل در جهان معرفی کرده بود. امیرالمؤمنین علی (ع) و سایر امامان نیز از آن حضرت و مأموریتی که از جانب خدا دارد، یاد کرده بودند، به همین دلیل حاکمان بنی‌عباس درصدد بودند که مهدی موعود (عج) را به محض تولد به قتل برسانند و در بیان امام علی (ع): «زمین از حجت خدا (امام) خالی نمی‌ماند، اما خداوند به علت سستگری انسان‌ها و زیاده‌روی‌شان در گناه، آنان را از وجود حجت در میانشان بی‌بهره می‌سازد.»

۴۴ ۴ خداوند در آیه‌ی ۵ سوره‌ی مبارکه‌ی قصص می‌فرماید: «ما می‌خواهیم بر مستضعفان زمین، منت نهمیم و آنان را پیشوایان [مردم] قرار دهیم و آنان را وارثان [زمین] قرار دهیم.»

توجه: خداوند در آیه‌ی ۵۵ سوره‌ی مبارکه‌ی نور به کسانی که ایمان آورده و عمل صالح انجام داده‌اند، وعده‌ی جانشینی در زمین را داده است (نادرستی گزینه‌های (۱) و (۳)).

در کتاب‌های حدیثی اهل سنت تأکید شده است که امام مهدی از نسل پیامبر و حضرت فاطمه (س) است. البته آنان معتقدند که امام مهدی (عج) هنوز به دنیا نیامده است.

۴۵ ۴ دوره‌ی امامت امام زمان (عج) با غیبت کوتاهی آغاز شد که ۶۹ سال به طول انجامید. پس از آن غیبتی طولانی آغاز شد که تا کنون ادامه دارد. ایشان به اذن خداوند از احوال انسان‌ها آگاه است و افراد مستعد را از کمک‌های معنوی خود بهره‌مند می‌سازد. ایشان در نامه‌ای به شیخ مفید می‌فرماید: «ما از اخبار و احوال شما آگاهیم و هیچ‌چیز از اوضاع شما بر ما پوشیده و مخفی نیست.»

عبارت «حجت خداوند در میان مردم حضور دارد، از معابر و خیابان‌ها عبور می‌کند ...» نشانگر این است که ایشان از نظرها غایب است، نه این‌که در جامعه حضور ندارد (نادرستی گزینه‌های (۱) و (۳)).

۴۶ ۳ با تشکیل حکومت امام عصر (عج) همه‌ی اهداف انبیا تحقق می‌یابد. مهم‌ترین این اهداف، فراهم شدن زمینه‌ی رشد و کمال است که در نتیجه‌ی آن، انسان‌ها بهتر می‌توانند خدا را بندگی کنند و فرزندان صالح به جامعه تقدیم نمایند و خیرخواه دیگران باشند.



پیامبر اکرم در خصوص مراجعه به فقیهان می‌فرماید: «حال کسی که از امام خود دور افتاده و به او دسترسی ندارد، سخت‌تر از حال یتیمی است که پدر را از دست داده است؛ زیرا چنین شخصی، در مسائل زندگی، حکم و نظر امام را نمی‌داند ...»

۵۵ ۲ در عصر غیبت «مرجعیت دینی» در شکل «مرجعیت فقیه» ادامه می‌یابد. شرایط مرجع تقلید عبارت است از:

- ۱- باتقوا باشد.
- ۲- عادل باشد.

۳- زمان‌شناس باشد و بتواند احکام دین را متناسب با نیازهای روز به دست آورد.

۴- اعلم باشد؛ یعنی از میان فقها از همه عالم‌تر باشد.

۵۶ ۴ شناخت متخصص در احکام دین، مانند شناخت هر متخصص دیگر است. راه‌های شناخت مرجع تقلید عبارتند از:

۱- از دو نفر عادل و مورد اعتماد که بتوانند فقیه واجد شرایط را تشخیص دهد، بپرسیم.

۲- یکی از فقیهان، در میان اهل علم آن چنان مشهور باشد که انسان مطمئن شود و بداند که این فقیه، واجد شرایط است.

۵۷ ۲ اگر «ولایت ظاهری» ادامه نیابد و حکومت اسلامی تشکیل نشود، نمی‌توان احکام اجتماعی اسلام را که نیازمند مدیریت و پشتیبانی حکومتی است، در جامعه به اجرا درآورد.

تفقه، به معنای تلاش برای کسب معرفت عمیق است. افرادی که به معرفت عمیق در دین می‌رسند و می‌توانند قوانین و احکام اسلام را از قرآن و روایات به دست آورند، «فقیه» نامیده می‌شوند.

۵۸ ۲ از آن‌جا که ولی فقیه، بیان‌کننده قوانین و مقررات اجتماعی اسلام است، انتخاب وی نمی‌تواند مانند انتخاب مرجع تقلید باشد؛ یعنی نمی‌شود که هرکس به طور جداگانه برای خود ولی فقیه انتخاب کند، زیرا اداره‌ی جامعه تنها با یک مجموعه قوانین و یک رهبری امکان‌پذیر است.

۵۹ ۳ تلاش برای اجرای احکام و دستورات الهی در جامعه: رهبر جامعه‌ی اسلامی می‌کوشد جامعه مطابق با دستورات دین اداره شود و مردم از مسیر قوانین الهی خارج نشوند.

حفظ استقلال کشور و جلوگیری از نفوذ بیگانگان: کشورهای بیگانه، به خصوص قدرت‌های بزرگ، همواره درصدد سلطه بر کشورهای دیگرند و از روش‌های مختلف برای رسیدن به این هدف استفاده می‌کنند. یکی از روش‌های آنان فشار اقتصادی و روانی است. رهبر با دعوت مردم به استقامت و پایداری و بستن راه‌های سلطه، تلاش می‌کند که عزت و استقلال کشور از دست نرود.

۶۰ ۳ امام عصر (ع) در پاسخ یکی از یاران خود به نام اسحاق بن یعقوب که درباره‌ی «رویدادهای جدید» عصر غیبت سؤال کرد و راه چاره را پرسید، فرمود: «وَأَمَّا الْحَوَادِثُ الْوَاقِعَةُ فَارْجِعُوا فِيهَا إِلَى زُوَاةِ حَدِيثِنَا فَإِنَّهُمْ حُجَّتِي عَلَيْكُمْ وَأَنَا حُجَّةُ اللَّهِ عَلَيْهِمْ؛ و در مورد رویدادهای زمان به راویان حدیث ما رجوع کنید که آنان حجت من بر شمایند و من حجت خدا بر آن‌ها می‌باشم.»

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) این آیه اشاره به فراگیری دانش دین و تفقه در آن دارد.

(۲) این حدیث بیانگر «تقویت معرفت و محبت به امام زمان (عج)» است که از جمله مسئولیت‌های منتظران می‌باشد.

(۴) این حدیث امام علی (ع) با «شناخت ارزش خود و فروختن خویش به بهای اندک» که از راه‌های تقویت عزت نفس است، ارتباط معنایی دارد.

۴۷ ۲ مردم مسئولیت‌هایی نسبت به رهبر دارند که اولویت دادن به

اهداف اجتماعی از جمله‌ی آن‌هاست. در برخی موارد که اهداف و آرمان‌های اجتماعی در برابر منافع فردی قرار می‌گیرند، باید بتوانیم از منافع فردی خود بگذریم و برای اهداف اجتماعی تلاش کنیم؛ مثلاً خرید کالاهای ایرانی سبب می‌شود که کارخانه‌های داخلی به تولید خود ادامه دهند و مانع بیکاری صدها هزار کارگر شوند. برای درک درست رهبری امام در عصر غیبت، ابتدا باید توجه کنیم که امام را «غایب» نامیده‌اند؛ زیرا ایشان از نظرها «غایب» است، نه این‌که در جامعه حضور ندارد.

۴۸ ۲ اگرچه حاکمان بنی‌امیه و بنی‌عباس ظالمانه و غاصبانه

حکومت را به دست گرفته بودند و عاملان اصلی به شهادت رساندن امامان بودند، اما بیش‌تر مردم تسلیم این حاکمان شده بودند و با آنان مبارزه نمی‌کردند و وظیفه‌ی امر به معروف و نهی از منکر را انجام نمی‌دادند. اگر مردم آن دوره با این حاکمان ظالم، مبارزه می‌کردند، خلافت در اختیار امامان قرار می‌گرفت و آن بزرگواران، بیش از پیش مردم را به سوی توحید و عدل فرا می‌خواندند و جامعه‌ی بشری در مسیر صحیح کمال پیش می‌رفت.

۴۹ ۲ تعلیمات هر پیامبری، جز پیامبر خاتم، پس از وی دستخوش

دگرگونی شد؛ یکی از این دگرگونی‌ها، مربوط به چگونگی ظهور و تشکیل حکومت جهانی بود.

در کتاب‌های حدیثی اهل سنت تأکید شده که امام «مهدی» (عج) از نسل پیامبر اکرم (ص) و حضرت فاطمه (س) است، البته آنان معتقدند که امام مهدی (عج) هنوز به دنیا نیامده است.

۵۰ ۳ در عصر حاضر زندگانی بشر نیز امام عصر (عج) سرپرست،

حافظ و یاور مسلمانان است و رهبری مسلمانان را بر عهده دارد.

خداوند در سوره‌ی قصص می‌فرماید: «و تُرِيدُ أَنْ نَمُنَّ عَلَى الَّذِينَ اسْتَضَعُوا فِي الْأَرْضِ وَ نَجْعَلُهُمْ أُتْمَةً وَ نَجْعَلَهُمُ الْوَارِثِينَ؛ ما می‌خواهیم بر مستضعفان زمین، منت نهیم و آنان را پیشوایان [مردم] قرار دهیم و آنان را وارثان [زمین] قرار دهیم.»

۵۱ ۳ از آن‌جا که دین اسلام همیشگی و برای همه‌ی دوران‌هاست،

عقلاً ضروری است که دو مسئولیت امام یعنی «مرجعیت دینی» و «ولایت و رهبری» در عصر غیبت ادامه یابد. هم‌چنین لازم نیست مؤمنان همگی برای آموزش دین اعزام شوند.

۵۲ ۱ اگر «مرجعیت دینی» ادامه نیابد، یعنی متخصصی نباشد که

احکام دین را بداند و برای مردم بیان کند و پاسخگوی مسائل جدید مطابق با احکام دین نباشد، مردم با وظایف خود آشنا نمی‌شوند و نمی‌توانند به آن وظایف عمل کنند.

اگر «ولایت ظاهری» ادامه نیابد و حکومت اسلامی تشکیل نشود، نمی‌توان احکام اجتماعی اسلام را که نیازمند مدیریت و پشتیبانی حکومتی است، در جامعه به اجرا درآورد.

۵۳ ۲ تشکیل نظام و حکومت اسلامی، بر پایه‌ی «مشروعیت» و

«مقبولیت» استوار است.

۵۴ ۴ گروهی از فقیهان، احکام و قوانین دین را در اختیار مردم قرار

می‌دهند. کسانی که در احکام دین متخصص نیستند، به این متخصصان مراجعه می‌کنند و احکام دین را از آنان می‌آموزند. این مراجعه را پیروی یا «تقلید» می‌گویند. البته این مراجعه، یک روش رایج عقلی است؛ یعنی انسان در امری که تخصص و مهارت ندارد، به متخصص آن مراجعه می‌کند. پس، تقلید در احکام، به معنای رجوع به متخصص دین است.



زبان انگلیسی

۴ ۶۱

A: تمایل دارید چیزی بخورید؟

B: نه، ممنون. همین الان نهار خوردم.

توضیح: هم "just" (تازه، همین الان) و هم "ever" (تا حالا، تاکنون) حتماً بین دو بخش فعل حال کامل قرار می‌گیرند؛ بنابراین فقط یکی از گزینه‌های (۳) و (۴) می‌تواند صحیح باشد.

دقت کنید: همراه زمان حال کامل و برای اشاره به عملی که از زمان انجام آن مدت بسیار اندکی گذشته است، از "just" و "recently" (اخیراً، به تازگی) استفاده می‌کنیم، نه "ever".

۴ ۶۲

در صورتی که هوا خوب بماند، به راحتی می‌توانیم نقاشی خانه را تا یکشنبه تمام کنیم.

توضیح: بعد از فعل "finish" (تمام کردن، به پایان رساندن)، فعل دوم به صورت اسم مصدر (فعل ing دار) به کار می‌رود.

۴ ۶۳

او از سال ۱۹۸۶ در هفت کشور مختلف زندگی کرده است؛ بنابراین در مورد فرهنگ‌های مختلف خیلی اطلاع دارد.

توضیح: اصلی‌ترین کاربرد زمان حال کامل (مثل "has lived") در این تست (تست) برای اشاره به عملی است که در زمان مشخصی از گذشته (در این تست سال ۱۹۸۶ میلادی) آغاز شده و تاکنون به صورت پیوسته یا متناوب ادامه داشته است.

دقت کنید: در جای خالی دوم، قید به مبدأ عمل در گذشته (سال ۱۹۸۶ میلادی) اشاره دارد؛ بنابراین در این جا از "since" (از؛ از وقتی که) استفاده می‌کنیم، نه "for" (برای، به مدت).

۲ ۶۴

برای جمع‌بندی [مطالب] شما به منظور [داشتن] قلبی سالم باید مرتب ورزش و سیگار را ترک کنید.

(۱) امن، ایمن

(۲) سالم؛ تندرست

(۳) مؤثر، کارآمد

(۴) مناسب، شایسته

۱ ۶۵

باید مطمئن شویم وقتی در اتاق نیستیم لامپ‌ها را خاموش کنیم تا در برق صرفه جویی کنیم.

(۱) لامپ و غیره [خاموش کردن

(۲) [هتل] اتاق گرفتن؛ [چمدان خود را] [فرودگاه و غیره] تحویل دادن

(۳) ترک کردن؛ رها کردن

(۴) [لباس و غیره] پوشیدن، بر تن کردن

۲ ۶۶

او در طول دو ماه گذشته در رژیم بوده است چون که در طول زمستان خیلی وزن اضافه کرد.

(۱) عادت (۲) رژیم (غذایی)؛ غذا، خوراک

(۳) مورد، نمونه (۴) برنامه، طرح

۲ ۶۷

همسر هاوارد اخیراً بیمار بوده است، بنابراین فکر نمی‌کنم قادر باشند به مهمانی بیایند.

(۱) به سختی؛ به ندرت

(۲) اخیراً، به تازگی

(۳) در نهایت، بالاخره

(۴) به شکل مضر، به صورت زبان‌بخشی

۳ ۶۸

رژیم غذایی متوازن و ورزش جسمانی روزانه، کلیدهای سبک زندگی سالم هستند.

(۱) ممکن، امکان‌پذیر (۲) پیش‌گیرانه

(۳) متوازن، متعادل (۴) جسمانی؛ فیزیکی

۳ ۶۹

یک راه خوب برای شکستن عادت خیلی تند غذا خوردن، پایین گذاشتن فاشق و چنگالتان بعد از هر لقمه است.

(۱) فشار (۲) اعتیاد

(۳) عادت (۴) تمرین؛ روال معمول

۱ ۷۰

استفان بعد از این‌که از کارش در فروشگاه اخراج گردید، کاملاً افسرده شد.

(۱) افسرده، غمگین (۲) مطلق، کامل

(۳) مکرر، تکرارشونده (۴) غیرممکن

پرورش محصولات زراعی و پرورش حیوانات برای غذا در بین مهم‌ترین اقداماتی است که تاکنون بشریت انجام داده است. قبل از این‌که کشاورزی شروع شود، مردم با جمع‌آوری توت‌ها و سایر مواد گیاهی و شکار حیوانات وحشی غذای خودشان را تأمین می‌کردند. مردم چادرنشین بودند، آن‌ها مجبور بودند برای یافتن غذا جابه‌جا شوند. حدود ۱۲,۰۰۰ سال پیش، در خاورمیانه، مردم پی بردند [که] می‌توانند محصولات غلات مانند گندم را پرورش دهند. این افراد اولین کشاورزان بودند. با شروع کشاورزی، مردم ساکن شدن دائمی در یک مکان را آغاز کردند. روستاها به شهرهای کوچک و بزرگ تبدیل شدند. کشاورزان غذای کافی برای تأمین کردن جمعیت تولید کردند، بنابراین بعضی از افراد آزاد بودند تا دیگر شغل‌ها مانند بافندگی، ساخت سفال و ابزارها را انجام دهند. در طول قرن‌ها مردم روش‌های بسیار متفاوتی را برای تولید کردن محصولات بهتر امتحان کرده‌اند. در انقلاب کشاورزی در سده‌ی ۱۷۰۰ (سده‌ی هجدهم)، روش‌های علمی جدید به غلبه بر مشکل خشکسالی کمک کرد.

۲ ۷۱

توضیح: یکی از کاربردهای مصدر با "to" (مانند "to find" در این تست) بیان هدف و مقصود از انجام فعل است.

دقت کنید: "food" (غذا) در این تست به مفهوم عام غذا اشاره دارد؛ بنابراین غیرقابل شمارش است و نمی‌توانیم آن را جمع ببندیم یا پیش از آن از حرف تعریف "a" استفاده کنیم.

۴ ۷۲

(۱) شناسایی کردن؛ شناختن

(۲) ترجیح دادن

(۳) اندازه‌گیری کردن، اندازه گرفتن

(۴) کشف کردن؛ پی بردن (به)

۱ ۷۳

توضیح: برای بیان نتیجه در بین دو بند جملات مرکب، از "so" استفاده می‌شود.

۳ ۷۴

(۱) محصول کشاورزی (۲) غذا

(۳) ابزار، وسیله (۴) مهارت

۴ ۷۵

توضیح: اصلی‌ترین کاربرد زمان حال کامل (have / has + p.p.) بیان عملی است که از گذشته تاکنون به صورت پیوسته یا متناوب انجام شده است.



- ۸۰ ۴ در متن اطلاعات کافی وجود دارد تا به کدام یک از پرسش‌های زیر پاسخ دهد؟
- (۱) در قرن بیستم مردم چقدر زمان را در مقابل تلویزیون می‌گذراندند؟
- (۲) چند کشور در هفته‌ی تلویزیون - خاموش شرکت می‌کنند؟
- (۳) بعضی از برنامه‌هایی که بچه‌ها معمولاً در تلویزیون تماشا می‌کنند، چه چیزهایی هستند؟
- (۴) چه کسی مدیر اجرایی شبکه‌ی تلویزیون - خاموش است؟

ریاضیات

۸۱ ۴

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{\text{Rad}}{\pi} \Rightarrow \frac{15^\circ}{180^\circ} = \frac{\theta}{\pi} \Rightarrow \theta = \frac{15}{18} \pi = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow 15^\circ = \frac{5\pi}{6} \text{ rad}$$

$$l = r\theta \Rightarrow 16\pi = r \times \frac{5\pi}{6} \Rightarrow r = \frac{16}{5} = \frac{16 \times 6}{5} = \frac{96}{5} \Rightarrow r = 19\frac{1}{5} \text{ متر}$$

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{\text{Rad}}{\pi} \Rightarrow \frac{D}{180^\circ} = \frac{4}{\pi}$$

$$\frac{\pi = 3/14}{180^\circ} \rightarrow D = \frac{4 \times 180^\circ}{3/14} = \frac{720^\circ}{3/14} = 23^\circ \Rightarrow \text{ربع سوم}$$

۸۲ ۳

$$\theta = 180^\circ = \pi \text{ رادیان}$$

$$l = r\theta = 40 \times \pi = 40\pi$$

مسافت طی شده توسط چرخ بزرگ‌تر برابر است با: 40π

بنابراین چرخ کوچک‌تر نیز همین مسافت را طی می‌کند:

۸۳ ۴

$$l' = r'\theta' \xrightarrow{l'=l} 20\pi = 20\theta' \Rightarrow \theta' = \frac{4}{3}\pi$$

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{\text{rad}}{\pi} \Rightarrow \frac{D}{180^\circ} = \frac{\frac{4}{3}\pi}{\pi} \Rightarrow D = \frac{4}{3} \times \frac{60}{1} = 24^\circ$$

۸۴ ۲

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta = 1 - \left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)^2 = 1 - \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{\text{ربع دوم}}{\cos \theta < 0} \rightarrow \cos \theta = -\sqrt{\frac{1}{10}} = -\frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) = \cos \theta + \sin \theta$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{10}} + \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{2}{\sqrt{10}} = \frac{2\sqrt{10}}{10} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

۸۵ ۳

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} + 4x\right) - \tan(-x)\sin(\pi - 4x)$$

$$= \cos 4x + \frac{\sin x}{\cos x} \sin 4x = \frac{\cos 4x \cos x + \sin x \sin 4x}{\cos x}$$

$$= \frac{\cos(4x - x)}{\cos x} = \frac{\cos 3x}{\cos x} = \frac{\cos(2x + x)}{\cos x}$$

$$= \frac{\cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x}{\cos x} = \frac{(1 - 2\sin^2 x)\cos x - 2\sin^2 x \cos x}{\cos x}$$

$$= \frac{\cos x(1 - 2\sin^2 x - 2\sin^2 x)}{\cos x} = 1 - 4 \frac{\sin^2 x}{1 - \cos^2 x} = 4\cos^2 x - 3$$

آیا می‌توانید یک هفته‌ی بدون تلویزیون را تصور کنید؟ [برنامه‌ی شبکه‌ی تلویزیون - خاموش می‌خواهد شما دقیقاً این کار را انجام دهید؛ و تصور کنید [که] به جای تماشای تلویزیون، می‌توانید چه کاری را انجام دهید.

در نتیجه، مضمون هفته‌ی تلویزیون - خاموش، «تصور» است. این مراسم از ۲۴ آوریل تا ۳۰ آوریل برگزار می‌شود. در طول این رویداد هفتگی، مسئولان [برگزارکنندگان] تلویزیون - خاموش امیدوارند که آگاهی [مردم] در مورد اثرات زیان‌بار [تماشای] زیاد تلویزیون را بالا ببرند.

طبق [یافته‌های] رنال ویژن و شبکه‌ی تلویزیون - خاموش، هر بیننده‌ی آمریکایی به طور متوسط هر روز بیش از چهار ساعت تلویزیون می‌بیند. در واقع، بچه‌ها زمان بیش‌تری را مقابل تلویزیون (۱,۰۲۳ ساعت در سال) به نسبت مدرسه (۹۰۰ ساعت در سال) می‌گذرانند!

کارشناسان می‌گویند [گذراندن] زمان بسیار زیاد مقابل تلویزیون می‌تواند روی بچه‌ها اثرات منفی بگذارد. بچه‌ها در مدرسه به خوبی فعالیت نمی‌کنند و به اندازه‌ی کافی ورزش نمی‌کنند تا متناسب بمانند.

رابرت کستن، مدیر اجرایی [برنامه‌ی] شبکه‌ی تلویزیون - خاموش امیدوار است که بچه‌ها تلویزیون را خاموش کنند و درگیر علائق دیگر شوند. کستن به [مجله‌ی] ویکی ریدر [خواننده‌ی هفتگی] گفت: «خاموش کردن تلویزیون به بچه‌ها اجازه می‌دهد جهان واقعی را ببینند.» ما فکر می‌کنیم [که] اگر بچه‌ها تصمیم بگیرند که تلویزیون را برای یک هفته خاموش کنند، از کشفیات جدیدی [که] انجام خواهند داد، متعجب خواهند شد.»

۷۶ ۲ نویسنده در مورد اثرات منفی تلویزیون اطلاعات می‌دهد تا

- (۱) خواننده را بترساند
- (۲) توضیح دهد چرا هفته‌ی تلویزیون - خاموش وجود دارد
- (۳) نشان دهد که در مورد آثار تلویزیون، شواهد کافی وجود ندارد
- (۴) خواننده را تشویق کند که به کتابخانه برود
- ۷۷ ۴ یک آمریکایی معمولی بیش از تماشا می‌کند.
- (۱) ۱۰ ساعت تلویزیون در روز
- (۲) ۶ ساعت تلویزیون در روز
- (۳) ۱ ساعت تلویزیون در روز
- (۴) ۴ ساعت تلویزیون در روز
- ۷۸ ۳ عبارت "in shape" (متناسب) در آخر پاراگراف چهارم به معنی "in good physical condition" می‌باشد.

- (۱) از نظر ذهنی سالم
- (۲) به لحاظ اجتماعی فعال
- (۳) در شرایط جسمی خوب
- (۴) با فعالیت‌های کافی

۷۹ ۴ نویسنده [در متن] نقل قول رابرت کستن را گنجانده است تا

- (۱) به خواننده نمونه‌ای از یک شخص را که در هفته‌ی تلویزیون - خاموش شرکت کرده است، نشان دهد
- (۲) استدلالی را برای تماشای بیش‌تر تلویزیون بگنجاند
- (۳) توصیه‌ی کارشناسی را در مورد شکل‌های خوب ورزش بگنجاند
- (۴) در مورد این‌که چرا هفته‌ی تلویزیون - خاموش وجود دارد، اطلاعات بیش‌تری را ارائه کند



۳ ۸۹

$$y = \cos(x+h) + k \begin{cases} \left(0, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \rightarrow -\frac{\sqrt{3}}{2} = \cosh + k \quad (1) \\ \left(\pi, \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \underbrace{\cos(\pi+h)}_{-\cosh} + k \quad (2) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \frac{(1)-(2)}{\dots} &\rightarrow -\sqrt{3} = 2 \cosh \\ \Rightarrow \cosh &= -\frac{\sqrt{3}}{2} \xrightarrow{0 < h < \pi} h = \frac{5\pi}{6} \end{aligned}$$

از طرفی داریم:

$$\begin{aligned} \cosh &= -\frac{\sqrt{3}}{2} \xrightarrow{(1)} -\frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2} + k \Rightarrow k = 0 \\ \Rightarrow h + k &= \frac{5\pi}{6} + 0 = \frac{5\pi}{6} \end{aligned}$$

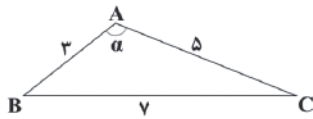
$$\begin{aligned} \cos \theta &= 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} - 1 \Rightarrow \frac{1}{5} = 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} - 1 \\ \Rightarrow 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} &= \frac{1}{5} + 1 \Rightarrow 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} = \frac{6}{5} \Rightarrow \cos^2 \frac{\theta}{2} = \frac{3}{5} \\ \Rightarrow \sin^2 \frac{\theta}{2} &= 1 - \cos^2 \frac{\theta}{2} = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \end{aligned}$$

و بنابراین:

$$2 \sin^2 \frac{\theta}{2} - \cos^2 \frac{\theta}{2} = 2\left(\frac{2}{5}\right) - \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$$

۳ ۹۱

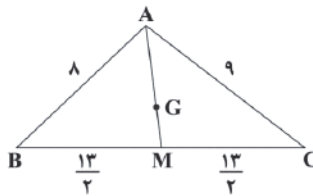
اعداد اول یک‌رقمی ۲، ۳، ۴، ۵ و ۷ است که فقط ۳، ۴ و ۵ می‌توانند اضلاع یک مثلث مختلف‌الاضلاع باشند. بزرگ‌ترین زاویه‌ی این مثلث روبه‌رو به بزرگ‌ترین ضلع است و به کمک قضیه‌ی کسینوس‌ها محاسبه می‌شود:



$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{5^2 + 3^2 - 7^2}{2 \times 5 \times 3} = \frac{25 + 9 - 49}{30} = \frac{-15}{30} = -\frac{1}{2} \\ \Rightarrow \alpha &= 120^\circ \end{aligned}$$

۳ ۹۲

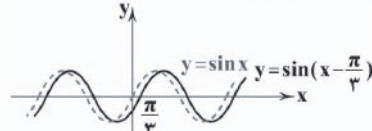
مطابق شکل، G نقطه‌ی هم‌رسی میانه‌ها می‌باشد. می‌خواهیم طول پاره‌خط GM را محاسبه کنیم. می‌دانیم $GM = \frac{AM}{3}$ ، پس کافی است طول میانه‌ی AM را بیابیم:



$$\begin{aligned} AB^2 + AC^2 &= 2AM^2 + \frac{BC^2}{2} \Rightarrow 5^2 + 9^2 = 2AM^2 + \frac{7^2}{2} \\ \Rightarrow 64 + 81 &= 2AM^2 + \frac{49}{2} \\ \Rightarrow 2AM^2 &= 145 - \frac{49}{2} = \frac{290 - 49}{2} = \frac{241}{2} \Rightarrow AM^2 = \frac{241}{4} \\ \Rightarrow AM &= \frac{11}{2} \Rightarrow GM = \frac{AM}{3} = \frac{11}{6} \end{aligned}$$

۴ ۸۶

با توجه به انتقال‌های نمودار، تابع موردنظر $y = 1 - \left| \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \right|$ یا $y = 1 - \left| \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \right|$ می‌باشد. با رسم نمودار درمی‌یابیم که نمودار $y = 1 - \left| \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \right|$ به صورت زیر است:



با انتقال نمودار $y = -\left| \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \right|$ به اندازه‌ی ۱ واحد به بالا، نمودار داده‌شده به دست می‌آید. پس تابع مربوط به نمودار، $y = 1 - \left| \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \right|$ است.

۴ ۸۷

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= -\frac{1}{3} \\ \xrightarrow{\alpha \text{ در ربع چهارم}} \cos \alpha &= \sqrt{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \\ \cos \beta &= \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \xrightarrow{\beta \text{ در ربع چهارم}} \sin \beta &= -\sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} = -\sqrt{1 - \frac{3}{9}} = -\frac{\sqrt{6}}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \\ &= \left(-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) + \left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)\left(-\frac{\sqrt{6}}{3}\right) \\ &= \frac{-\sqrt{3}}{9} - \frac{4\sqrt{3}}{9} = \frac{-5\sqrt{3}}{9} < 0 \Rightarrow \text{ربع سوم یا چهارم} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\ &= \left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) - \left(-\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{\sqrt{6}}{3}\right) \\ &= \frac{2\sqrt{6}}{9} - \frac{\sqrt{6}}{9} = \frac{\sqrt{6}}{9} > 0 \Rightarrow \text{ربع اول یا چهارم} \end{aligned}$$

بنابراین $(\alpha + \beta)$ نیز در ربع چهارم قرار دارد.

۳ ۸۸

$$\begin{aligned} \cot x - \tan x &= 2\sqrt{2} \Rightarrow \frac{\cos x}{\sin x} - \frac{\sin x}{\cos x} = 2\sqrt{2} \\ \Rightarrow \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin x \cos x} &= 2\sqrt{2} \\ \Rightarrow \frac{\cos 2x}{\frac{1}{2} \sin 2x} &= 2\sqrt{2} \Rightarrow 2 \frac{\cos 2x}{\sin 2x} = 2\sqrt{2} \Rightarrow 2 \cot(2x) = 2\sqrt{2} \\ \Rightarrow \cot(2x) &= \sqrt{2} \Rightarrow \tan(2x) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$



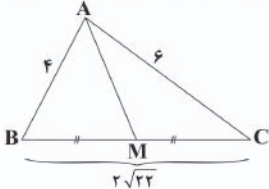
$$AB^2 \times CD + AC^2 \times BD = AD^2 \times BC + BD \times CD \times BC$$

$$\Rightarrow 25 \times 2 + 16 \times 4 = AD^2 \times 6 + 4 \times 2 \times 6$$

$$\Rightarrow 114 = 6AD^2 + 48 \Rightarrow 6AD^2 = 66$$

$$\Rightarrow AD^2 = 11 \Rightarrow AD = \sqrt{11}$$

۱ ۹۸ با دیدن اطلاعات طول سه ضلع و خواسته شدن طول یکی از میانه‌ها به یاد قضیه میانه‌ها می‌افتیم. حال چون بزرگ‌ترین ضلع با طول $2\sqrt{22}$ است، پس کوچک‌ترین میانه بر این ضلع وارد می‌شود و داریم:

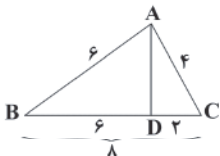


$$AB^2 + AC^2 = \frac{BC^2}{2} + 2AM^2 \Rightarrow \frac{4^2 + 6^2}{2} = \frac{88}{2} + 2AM^2$$

$$\Rightarrow 2AM^2 = 8 \Rightarrow AM = 2$$

$$\Rightarrow \Delta AMC \text{ محیط} = 2 + 6 + \sqrt{22} = 8 + \sqrt{22}$$

۱ ۹۹ از این‌که نقطه D نزدیک رأس C است و ضلع BC = 8 با نسبت 1 به 3 تقسیم می‌کند، می‌توان نتیجه گرفت DC = 2 و BD = 6.



با توجه به شکل، فاصله نقطه D از رأس A برابر طول پاره خط AD است که با استفاده از قضیه استوارت در تمرین 5 صفحه 69 کتاب می‌توان آن را محاسبه کرد:

$$AB^2 \cdot DC + AC^2 \cdot BD = AD^2 \cdot BC + BD \cdot DC \cdot BC$$

$$36 \times 2 + 16 \times 6 = AD^2 \times 8 + 6 \times 2 \times 8$$

$$\Rightarrow AD^2 = \frac{72}{8} = 9 \Rightarrow AD = 3$$

۳ ۱۰۰ برای حل این سؤال از هر دو قاعده سینوس‌ها و سینوس‌ها استفاده می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac \cos B \\ b^2 - c^2 &= a(a - c) \end{aligned} \right\} \text{طبق قضیه سینوس‌ها}$$

$$\Rightarrow a^2 + c^2 - 2ac \cos B - c^2 = a^2 - ac$$

$$\Rightarrow -2ac \cos B = -ac \Rightarrow \cos B = \frac{1}{2} \Rightarrow B = 60^\circ \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{b}{\sin B} &= \frac{c}{\sin C} \\ b &= \frac{c \sqrt{3}}{\sqrt{2}} \end{aligned} \right\} \text{طبق قضیه سینوس‌ها}$$

$$\Rightarrow \frac{c \sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sin C}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sin C} \Rightarrow \sin C = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{C} = 45^\circ \quad (2) \\ \hat{C} = 135^\circ \end{cases} \text{غرق ق، زیرا مجموع زوایای داخلی مثلث را بیش‌تر از } 180^\circ \text{ می‌کند.}$$

$$\xrightarrow{(1) \text{ و } (2)} \hat{A} = 180^\circ - (45^\circ + 60^\circ) = 75^\circ$$

به کمک قضیه سینوس‌ها داریم:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \Rightarrow \frac{3}{\sin 120^\circ} = \frac{10\sqrt{6}}{\sin B}$$

$$\Rightarrow 3 \sin B = \sqrt{6} \times \sin 120^\circ = \sqrt{6} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow 3 \sin B = \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \sin B = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \hat{B} = 45^\circ \text{ یا } 135^\circ$$

جواب $\hat{B} = 135^\circ$ قابل قبول نیست، زیرا $\hat{A} + \hat{B}$ از 180° بیش‌تر می‌شود پس داریم:

$$\hat{A} = 120^\circ, \hat{B} = 45^\circ \Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - \hat{A} - \hat{B}$$

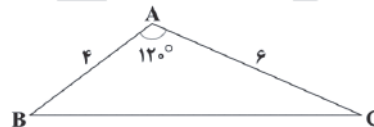
$$= 180^\circ - 120^\circ - 45^\circ = 15^\circ$$

به کمک قضیه سینوس‌ها چنین می‌نویسیم:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

$$\xrightarrow{\text{ویژگی تناسب}} \frac{a+b+c}{\sin \hat{A} + \sin \hat{B} + \sin \hat{C}} = 2R$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta \text{ محیط}}{\frac{\gamma}{4}} = 2 \times 14 \Rightarrow \Delta \text{ محیط} = 49$$



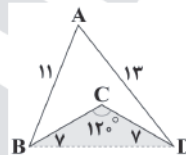
$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} + 60^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = 120^\circ$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos 120^\circ$$

$$\Rightarrow BC^2 = 4^2 + 6^2 - 2 \times 4 \times 6 \times (-\frac{1}{2})$$

$$\Rightarrow BC^2 = 16 + 36 + 24 = 76 = 4 \times 19 \Rightarrow BC = 2\sqrt{19}$$

۳ ۹۶ از B به D وصل می‌کنیم:



قضیه سینوس‌ها در ΔBCD :

$$BD^2 = 7^2 + 7^2 - 2 \times 7 \times 7 \times \cos 120^\circ = 2 \times 49 \Rightarrow BD = 7\sqrt{2}$$

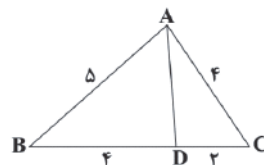
قضیه سینوس‌ها در ΔABD :

$$(7\sqrt{2})^2 = 11^2 + 13^2 - 2 \times 11 \times 13 \times \cos \hat{A}$$

$$\Rightarrow 147 = \frac{121 + 169 - 286 \cos \hat{A}}{290} \Rightarrow 286 \cos \hat{A} = 147$$

$$\Rightarrow \cos \hat{A} = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{A} = 60^\circ$$

۴ ۹۷ به کمک قضیه استوارت داریم:





۳ ۱۰۷

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = 20 \Rightarrow \sum_{i=1}^n x_i = 20n (*)$$

$$\bar{x}' = \frac{\sum_{i=1}^n x'_i}{n} = \frac{(x_1+1) + (x_2+2) + \dots + (x_n+n)}{n}$$

$$= \frac{(x_1+x_2+\dots+x_n) + (1+2+\dots+n)}{n}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^n x_i + \frac{n(n+1)}{2}}{n} \stackrel{(*)}{=} \frac{20n + \frac{n(n+1)}{2}}{n}$$

$$= 20 + \frac{n+1}{2} = 30 \Rightarrow \frac{n+1}{2} = 10 \Rightarrow n+1 = 20 \Rightarrow n = 19$$

۲ ۱۰۸ چون میانگین داده‌های پرت نیز ۳۰ می‌باشد

$$\left(\frac{50+45+15+10}{4} = 30 \right)$$

بنابراین میانگین کلی تغییر نمی‌کند.

از طرفی با توجه به واریانس داریم:

$$\sigma_{\text{قدیم}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{21} (x_i - 30)^2}{21} = 64$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{21} (x_i - 30)^2 = 21 \times 64 = 1344$$

$$= 25 \times 64 - (400 + 225 + 225 + 400) = 350$$

$$\sigma_{\text{جدید}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{21} (x_i - \bar{x})^2}{21} = \frac{350}{21} \approx 16.66 \Rightarrow \sigma_{\text{جدید}} \approx 4.08 \approx 4$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow \begin{cases} CV_{\text{جدید}} = \frac{4}{30} \\ CV_{\text{قدیم}} = \frac{8}{30} \end{cases}$$

$$\text{اختلاف ضریب تغییرات در دو حالت} = \frac{8}{30} - \frac{4}{30} = \frac{4}{30} = \frac{2}{15}$$

۱ ۱۰۹ ابتدا از واریانس طول عمر لاستیک‌های تولیدی جذر گرفته تا

انحراف معیار آن‌ها را به دست آوریم:

$$\begin{cases} \sigma_A^2 = 2500 \Rightarrow \sigma_A = 50 \\ \sigma_B^2 = 1600 \Rightarrow \sigma_B = 40 \end{cases}$$

حال ضریب تغییرات را به دست می‌آوریم و می‌دانیم هر قدر ضریب تغییرات کم‌تر باشد، کیفیت لاستیک بهتر است:

$$CV_A = \frac{\sigma_A}{\bar{x}_A} = \frac{50}{75000} = \frac{1}{1500}$$

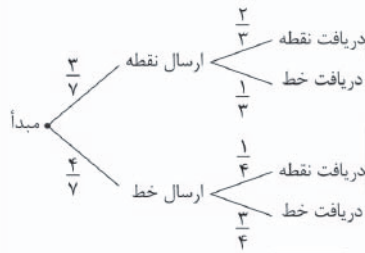
$$CV_B = \frac{\sigma_B}{\bar{x}_B} = \frac{40}{56000} = \frac{1}{1400}$$

$$\Rightarrow CV_B > CV_A \Rightarrow$$

کیفیت لاستیک‌های تولیدی کارخانه‌ی A بهتر است.

۱ ۱۰۱ چون آزمایش دو مرحله‌ای است، از نمودار درختی استفاده

می‌کنیم:



واضح است که احتمال شرطی است. با فرض این‌که A، پیشامد ارسال نقطه و B، پیشامد دریافت نقطه باشد، داریم:

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(B)} = \frac{\frac{3}{7} \times \frac{2}{3}}{\left(\frac{3}{7} \times \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{4}{7} \times \frac{1}{4}\right)} = \frac{\frac{2}{7}}{\frac{2}{7} + \frac{1}{7}} = \frac{2}{3}$$

۲ ۱۰۲

$$\begin{cases} P(B|A) = 1 - P(B'|A) = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5} \\ P(A|B) = 1 - P(A'|B) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \end{cases} \xrightarrow{\text{مجموع}}$$

$$P(A|B) + P(B|A) = \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{5+4}{20} = \frac{9}{20}$$

B = {پیشامد این‌که حداکثر ۲ بار پشت بیاید}

۳ ۱۰۳

$$\Rightarrow B = \{(پ, پ), (پ, ر), (ر, پ), (ر, ر), (پ, پ), (پ, ر), (ر, پ), (ر, ر)\}$$

$$\Rightarrow n(B) = 7$$

A = {پیشامد این‌که ۲ بار پشت بیاید}

$$\Rightarrow A = \{(پ, پ), (پ, ر), (ر, پ), (ر, ر)\} \Rightarrow n(A) = 4$$

$$A \cap B = \{(پ, پ), (پ, ر), (ر, پ), (ر, ر)\}$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = 4$$

$$\Rightarrow P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{4}{7}$$

البته می‌توانیم برای محاسبه‌ی $n(B)$ از $n(B')$ استفاده کنیم.

$$B' = \{(پ, پ), (پ, ر), (ر, پ), (ر, ر)\} \Rightarrow n(B') = 4$$

$$\Rightarrow n(B) = 1 - n(B') = 1 - 4 = 7$$

$$P(A' \cup B) = 1 - P((A' \cup B)') = 1 - P(A \cap B) \quad ۴ ۱۰۴$$

$$\stackrel{A \text{ و } B' \text{ مستقل}}{=} 1 - P(A) \times P(B') = 1 - \frac{2}{7} \times \frac{4}{6} = 1 - \frac{8}{21} = \frac{13}{21}$$

۳ ۱۰۵ اگر احتمال برخورد تیر محمد به هدف را $P(A) = \frac{2}{5}$ واحتمال برخورد تیر محسن به هدف را $P(B) = \frac{5}{7}$ بنامیم، آن‌گاه با توجه به

مستقل بودن دو پیشامد A و B می‌توانیم احتمال برخورد فقط یک تیر به هدف را به صورت زیر محاسبه کنیم:

$$P(A \cap B') + P(A' \cap B) = P(A \cap B') + P(A' \cap B)$$

$$= P(A) \times P(B') + P(A') \times P(B)$$

$$= \frac{2}{5} \times \frac{2}{7} + \frac{3}{5} \times \frac{5}{7} = \frac{4}{35} + \frac{15}{35} = \frac{19}{35}$$

۱ ۱۰۶ برای متغیرهای پیوسته از نمودار بافت نگاهت و برای

متغیرهای گسسته از نمودارهای دایره‌ای و میله‌ای استفاده می‌کنیم.



۱۱۴ ۳ دامنه‌ی نامعادله را به دست آورده، سپس آن را حل می‌کنیم:
 $x^2 - 4x - 12 > 0 \Rightarrow (x-6)(x+2) > 0 \Rightarrow x < -2$ یا $x > 6$ (۱)

$$\log_{\frac{1}{25}}(x^2 - 4x - 12) > -1 + \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \log_{\frac{1}{4}}(x^2 - 4x - 12) > -1 + \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \log_{\frac{1}{4}}(x^2 - 4x - 12) > -1 + \log_{\frac{1}{4}} 5^{-1}$$

$$\Rightarrow -\log_{\frac{1}{4}}(x^2 - 4x - 12) > -1 - \log_{\frac{1}{4}} 5$$

$$\Rightarrow \log_{\frac{1}{4}}(x^2 - 4x - 12) < \log_{\frac{1}{4}} 4 + \log_{\frac{1}{4}} 5$$

$$\Rightarrow \log_{\frac{1}{4}}(x^2 - 4x - 12) < \log_{\frac{1}{4}} 20$$

چون پایه‌ی لگاریتم بزرگتر از یک است ($4 > 1$)، پس جهت نامساوی عوض نمی‌شود:

$$x^2 - 4x - 12 < 20 \Rightarrow x^2 - 4x - 32 < 0$$

از اشتراک محدوده‌های (۱) و (۲)، مجموعه‌ی جواب به صورت $(-4, 8) \cup (6, 8)$ می‌شود که بزرگترین عدد صحیح آن ۷ می‌باشد.

۱۱۵ ۱ اگر فرض کنیم $P(x) = x^5 - 3mx + 2$ ، آن‌گاه داریم:
 $x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow P(-2) = -32 + 6m + 2 = 6$
 $\Rightarrow 6m = 36 \Rightarrow m = 6 \Rightarrow P(x) = x^5 - 18x + 2$
 $2x + 2 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow P(-1) = -1 + 18 + 2 = 19$

۱۱۶ ۴ یک رابطه‌ی زوج‌مرتبی، به شرطی تابع است که هیچ زوج‌مرتبی، مؤلفه‌ی اول یکسان نداشته باشند و اگر دو زوج مرتب مؤلفه‌ی اول یکسان داشتند، باید مؤلفه‌ی دوم آن‌ها هم برابر باشند.

$$m^2 = 6 - m \rightarrow \text{شرط تابع بودن} \rightarrow (4, m^2), (4, 6 - m) \in f$$

$$\Rightarrow m^2 + m - 6 = 0 \Rightarrow (m+3)(m-2) = 0$$

$$\Rightarrow m = -3, m = 2$$

حال m ها را جای‌گذاری می‌کنیم:

$m = 2 \Rightarrow f = \{(4, 4), (3, 5), (-2, 1), (3, 7)\}$
 چون دو زوج مرتب $(3, 5)$ و $(3, 7)$ را داریم، پس به‌ازای $m = 2$ ، رابطه‌ی f تابع نیست.

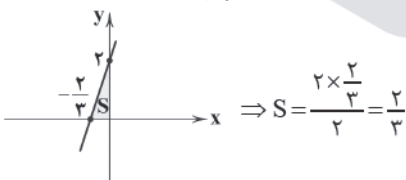
$m = -3 \Rightarrow f = \{(4, 9), (3, 5), (3, 1), (-7, 7)\}$
 چون دو زوج مرتب $(3, 5)$ و $(3, 1)$ را داریم، به‌ازای $m = -3$ ، نیز، f تابع نیست. در نتیجه این رابطه به‌ازای هیچ مقدار m تابع نخواهد شد.

۱۱۷ ۱ $f(x+2) = f(x) + 9$

$$\xrightarrow{x=1} f(4) = f(1) + 9 = \frac{f(1)=5}{5} + 9 = 14 \Rightarrow f(4) = 14$$

$$\begin{cases} f(1) = 5 \\ f(4) = 14 \end{cases} \xrightarrow{f(x) = ax + b} \begin{cases} a + b = 5 \\ 4a + b = 14 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$f(x) = 3x + 2 \Rightarrow \begin{array}{c|c} x & y \\ \hline 0 & 2 \\ -\frac{2}{3} & 0 \end{array}$$



۱۱۰ ۴ تعداد داده‌ها برابر ۱۱ می‌باشد، ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم و سپس چارک‌ها را به دست می‌آوریم:

$$5, 6, 6, 7, 9, 9, 10, 10, 11, 12, 13$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ Q_1 & Q_2 & Q_3 \end{array}$$

داده‌های درون جعبه: ۷، ۹، ۹، ۱۰، ۱۰

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{7+9+9+10+10}{5} = \frac{45}{5} = 9$$

$$\sigma^2 = \frac{(7-9)^2 + 2(9-9)^2 + 2(10-9)^2}{5} = \frac{4+0+2}{5} = \frac{6}{5} = 1.2$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{1.2} = 1.1$$

۱۱۱ ۳ دامنه‌ی تابع $y = f(2x)$ برابر بازه‌ی $[-4, 3]$ است. بنابراین دامنه‌ی تابع $y = f(x)$ را به صورت زیر تعیین می‌کنیم:

$$-4 \leq x \leq 3 \Rightarrow -8 \leq 2x \leq 6 \Rightarrow D_{f(x)} = [-8, 6]$$

از این‌که دامنه‌ی $y = f(x)$ بازه‌ی $[-8, 6]$ است، دامنه‌ی تابع $y = f(3-2|x|)$ را به دست می‌آوریم:

$$-8 \leq 3-2|x| \leq 6 \Rightarrow -11 \leq -2|x| \leq 3$$

$$\Rightarrow -\frac{3}{2} \leq |x| \leq \frac{11}{2} \Rightarrow |x| \leq \frac{11}{2} \Rightarrow -5.5 \leq x \leq 5.5$$

بدیهی

بنابراین دامنه‌ی تابع $y = f(3-2|x|)$ بازه‌ی $[-5.5, 5.5]$ می‌باشد که شامل ۱۱ عدد صحیح است.

۱۱۲ ۳ می‌دانیم توابع $y = 2x - 3$ و $y = x^3$ اکیداً صعودی هستند، پس حاصل جمع آن‌ها یعنی $f(x) = x^3 + 2x - 3$ نیز اکیداً صعودی می‌شود. برای یافتن نقطه‌ی تلاقی f و f^{-1} ، کافی است معادله‌ی $f(x) = x$ را حل نماییم:

$$x^3 + 2x - 3 = x \Rightarrow x^3 + x - 3 = 0 \Rightarrow (x^3 - 27) + (x - 3) = 0$$

$$\Rightarrow (x-3)(x^2 + 9 + 3x) + (x-3) = 0$$

$$\Rightarrow (x-3)(x^2 + 3x + 10) = 0 \Rightarrow x = 3$$

$\Delta < 0$

مقدار $x = 3$ را در $f(x)$ قرار می‌دهیم تا عرض نقطه‌ی برخورد به دست آید:

$$\xrightarrow{x=3} y = 3^3 + 2 \times 3 - 3 = 3$$

$$\text{فاصله تا مبدأ} = \sqrt{(3-0)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

۱۱۳ ۴ برای هر یک از گزینه‌ها $y = (f-g)(x)$ را تعیین می‌کنیم:

بررسی گزینه‌ها:

$$۱) (f-g)(x) = -x^2 - 8x + 1 \quad ۲) (f-g)(x) = x^2 + 3x + 1$$

$$۳) (f-g)(x) = -x^2 + 4x + 1 \quad ۴) (f-g)(x) = 2x^2 - 10x + 1$$

می‌دانیم برای تابع $y = ax^2 + bx + c$ در صورتی که $a > 0$ باشد، در بازه‌ی $(-\infty, \frac{-b}{2a}]$ اکیداً نزولی است. با توجه به فرض سؤال حتماً باید $a > 0$ باشد. پس گزینه‌های (۱) و (۳) رد می‌شوند. در تابع گزینه‌ی (۲)، $\frac{-b}{2a} = \frac{-3}{2} = -1.5$ و در نتیجه در بازه‌ی $(-\infty, -1.5]$ اکیداً نزولی است و در تابع گزینه‌ی (۴)، $\frac{-b}{2a} = \frac{5}{4} = 1.25$ و در نتیجه در بازه‌ی $(-\infty, 1.25]$ و نیز بازه‌ی $(-\infty, 2]$ ، اکیداً نزولی می‌باشد. بنابراین گزینه‌ی (۴) صحیح است.



حال چون ماتریس A ، 2×2 است، با استفاده از قضیه‌ی کیلی - همیلتن داریم:

$$A^2 - (2+4)A + (2 \times 4 - 2 \times (-1))I = \bar{0} \Rightarrow A^2 - 6A + 11I = \bar{0} \\ \Rightarrow A^2 - 6A = -11I$$

با مقایسه‌ی رابطه‌ی به دست آمده با $A^2 + \alpha A = \beta I$ داریم:
 $\alpha = -6, \beta = -11 \Rightarrow \alpha + \beta = -6 + (-11) = -17$

روش دوم:

$$\left. \begin{aligned} A^2 + \alpha A &= \beta I \\ A^2 &= \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 18 \\ -6 & 13 \end{bmatrix} \\ \alpha A &= \begin{bmatrix} 2\alpha & 3\alpha \\ -\alpha & 4\alpha \end{bmatrix} \\ \beta I &= \begin{bmatrix} \beta & 0 \\ 0 & \beta \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \\ \Rightarrow \begin{bmatrix} 2\alpha+1 & 3\alpha+18 \\ -\alpha-6 & 4\alpha+13 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta & 0 \\ 0 & \beta \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 3\alpha+18=0 \Rightarrow \alpha=-6 \\ 2\alpha+1=\beta \Rightarrow \beta=-11 \end{cases} \\ \Rightarrow \alpha+\beta=-17$$

۱۲۳ اگر طرفین تساوی $A = A^{-1}$ را در ماتریس A ضرب کنیم، داریم:

$$A = A^{-1} \xrightarrow{A \times} A \times A = A \times A^{-1} \Rightarrow A^2 = I \Rightarrow A^2 - I = 0$$

اگر رابطه‌ی $A^2 = I$ را با قضیه‌ی کیلی - همیلتن مقایسه کنیم، واضح است که باید اثر ماتریس A (مجموع درایه‌های قطری) برابر صفر و دترمینانش برابر -1 باشد. پس:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a+2=0 \Rightarrow a=-2 \\ 2a-b=-1 \quad (*) \Rightarrow 2(-2)-b=-1 \Rightarrow b=-3 \end{cases} \\ \Rightarrow a+b=-2+(-3)=-5$$

۱۲۴ کافی است طرفین تساوی $BX = A$ را از سمت چپ در B^{-1} ضرب کنیم:

$$B^{-1} \times BX = B^{-1} \times A \Rightarrow X = B^{-1}A$$

بنابراین ماتریس B^{-1} را به دست می‌آوریم:

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{6-5} \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

حال داریم:

$$X = B^{-1} \times A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -19 & -12 \\ 8 & 5 \end{bmatrix}$$

۱۲۵ با توجه به این‌که دستگاه باید بی‌شمار جواب داشته باشد، پس:

$$\frac{m}{3} = \frac{1}{m-2} = \frac{m-1}{4-2m} \xrightarrow{\text{چک کردن گزینه‌ها}} m = -1$$

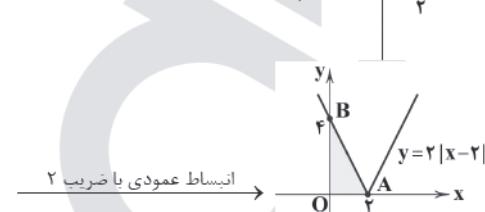
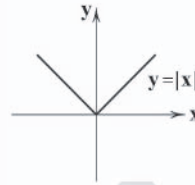
۱۲۶ بنا به قضیه‌ی خطوط موازی و مورب و مطابق شکل داریم:

$$x = 180^\circ - (90^\circ - \alpha) = 90^\circ + \alpha$$

۱۱۸ ضابطه‌ی تابع همانی به صورت $f(x) = x$ است. در نتیجه باید ضریب x برابر یک و بقیه‌ی ضرایب، صفر باشند:

$$\begin{cases} a-3=0 \Rightarrow a=3 \\ b+2=1 \Rightarrow b=-1 \\ c=0 \end{cases} \\ \Rightarrow a-b+c=3+1+0=4$$

۱۱۹ نمودار تابع را رسم می‌کنیم:



$$\Rightarrow S_{\Delta OAB} = \frac{OB \times OA}{2} = \frac{4 \times 2}{2} = 4$$

۱۲۰ نمودار تابع $f(x) = -(x-2)^2 + 3$ همان نمودار تابع $f(x) = x^2$ است که ابتدا ۲ واحد به سمت راست رفته، سپس نسبت به محور x ها قرینه شده و سرانجام ۳ واحد بالا رفته است.



۱۲۱ می‌دانیم $AB + A^2$ برابر $A \times (A+B)$ است، یعنی از سمت چپ از A فاکتور گرفتیم. بنابراین داریم:

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix} \times \left(\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \end{bmatrix} \right) \\ = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 0 & -1 & 6 \\ 6 & 3 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 4 & 25 \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{bmatrix}$$

همان‌طور که می‌بینید مجموع درایه‌های سطر اول برابر $9+4+25=38$ می‌باشد.

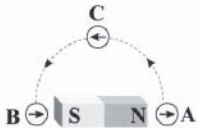
توجه کنید با نوشتن $AB + A^2$ به صورت $A \times (A+B)$ به‌جای دوبار انجام عمل ضرب، یک بار ضرب می‌کنیم.

۱۲۲ روش اول: ابتدا عبارت $A(A+\alpha I) = \beta I$ را ساده می‌کنیم:
 $A(A+\alpha I) = \beta I \Rightarrow A^2 + \alpha A = \beta I$



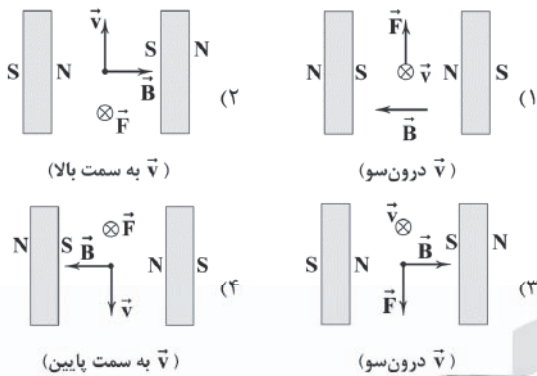
فیزیک

۳ ۱۳۱ همان طور که در شکل زیر می بینید، وضعیت قرارگیری عقربه‌ی مغناطیسی در سه نقطه‌ی A، B و C رسم شده است. از نقطه‌ی A تا نقطه‌ی C عقربه به اندازه‌ی 18° و از نقطه‌ی C تا نقطه‌ی B نیز عقربه به اندازه‌ی 18° می چرخد. بنابراین می توانیم بگوییم کلاً عقربه از نقطه‌ی A تا B به اندازه‌ی 36° چرخیده است.



۳ ۱۳۲ ابتدا باید قطب‌های آهنربا را به درستی مشخص کنیم، سپس توجه کنیم که جهت میدان مغناطیسی از قطب N به سمت قطب S آهنربای دیگر می باشد، در نهایت به کمک قاعده‌ی دست راست جهت درست \vec{v} را مشخص می کنیم.

بررسی گزینه‌ها:



۱ ۱۳۳ نیروی وارد شده به سیم را با F_1 و نیروی وارد شده به ذره‌ی باردار را با F_2 نشان می دهیم و داریم:

$$F_1 = BI\ell \sin \alpha \Rightarrow B \sin \alpha = \frac{F_1}{I\ell}$$

$$F_2 = |q|vB \sin \alpha \Rightarrow B \sin \alpha = \frac{F_2}{|q|v}$$

چون مقدار $B \sin \alpha$ برای هر دو مورد یکسان است داریم:

$$\frac{F_1}{I\ell} = \frac{F_2}{|q|v} \Rightarrow \frac{0.6}{4 \times 0.1} = \frac{F_2}{2 \times 10^{-6} \times 1.5} \Rightarrow F_2 = 0.3 \text{ N}$$

۲ ۱۳۴ می دانیم که اندازه‌ی میدان مغناطیسی در مرکز حلقه‌ای به شعاع R از رابطه‌ی $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$ به دست می آید. اما با توجه به شکل، حلقه‌ی مورد نظر به اندازه‌ی $\frac{2}{3}$ یک دایره کامل است، بنابراین میدان مغناطیسی در مرکز آن نیز $\frac{2}{3}$ میدان مغناطیسی یک حلقه‌ی کامل است.

حلقه‌ی کامل $= 2\pi = 36^\circ$

حلقه‌ی ناقص $= 36^\circ - 12^\circ = 24^\circ$

$$\frac{B}{B'} = \frac{36^\circ}{24^\circ} \Rightarrow B' = \frac{24^\circ}{36^\circ} B = \frac{2}{3} B$$

$$B' = \frac{2}{3} \frac{\mu_0 I}{2R} = \frac{2}{3} \times \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 5}{2 \times 2 \times 10^{-2}} = 10^{-4} \text{ T} = 1 \text{ G}$$

$$\hat{M} = 9^\circ + 6^\circ = 15^\circ$$

$$\Delta AMB: AM = MB = a \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}_1 = \frac{18^\circ - 15^\circ}{2} = 15^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{B}_2 = 12^\circ - 15^\circ = 105^\circ$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{ADC} &= 9^\circ + 15^\circ = 105^\circ \\ \hat{DAB} &= 9^\circ - 15^\circ = 75^\circ \\ \hat{BCD} &= 6^\circ + 15^\circ = 75^\circ \end{aligned} \right\}$$

بنابراین ABCD متوازی الاضلاعی با زاویه‌ی 75° است.

ΔDNC توجه کنید که بنا به قضیه‌ی نامساوی مثلثی در ΔDNC ، چون $DN = NC = a$ بنابراین $DC < 2a$ می باشد و نمی تواند ابعاد متوازی الاضلاع a و $2a$ باشد.

۲ ۱۳۸ AM میانه و AH ارتفاع وارد بر وتر BC می باشند. می دانیم

در هر مثلث قائم الزویه میانه، نصف وتر است، پس:

$$AM = MC = MB = \frac{BC}{2}$$

$$\Rightarrow \hat{MCA} = \hat{MAC} = \alpha$$

$$\hat{AMB} = 2\alpha = 30^\circ$$

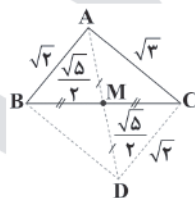
$$\Rightarrow \alpha = 15^\circ \Rightarrow AH = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} x$$

$$S = \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} x\right) x = 18 \Rightarrow \frac{1}{8} x^2 = 18$$

$$x^2 = 8 \times 18 = 144 \Rightarrow x = \sqrt{144} = 12$$

۳ ۱۳۹ میانه‌ی AM را به اندازه‌ی خودش تا نقطه‌ی D امتداد

می دهیم:



$$\left. \begin{aligned} \Delta AMB \cong \Delta CMD \Rightarrow AB = CD = \sqrt{2} \\ \Delta AMC \cong \Delta BMD \Rightarrow BD = AC = \sqrt{3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{متوازی الاضلاع است } (1)$$

و یا می توان گفت در چهارضلعی ABDC قطرهای منصفانند، پس این چهارضلعی متوازی الاضلاع است.

$$\Delta ACD: AD = 2\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right) = \sqrt{5} \Rightarrow AD^2 = AC^2 + CD^2$$

$$\Rightarrow \hat{ACD} = 90^\circ \quad (2)$$

(1), (2) \Rightarrow ABDC مستطیل است.

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} S_{ABDC} = \frac{1}{2} (AB \times AC) = \frac{1}{2} (\sqrt{2} \times \sqrt{3}) = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$S = \frac{b}{2} - 1 + i \xrightarrow{S = \frac{2}{2}} i = \frac{2}{2} + 1 - \frac{b}{2} = \frac{5}{2} - \frac{b}{2}$$

$$\xrightarrow{i \geq 0} \frac{5-b}{2} \geq 0 \Rightarrow b \leq 5 \xrightarrow{n \leq b} n \leq 5$$

پس حداکثر مقدار n برابر با 5 است.



با توجه به جهت جریان الکتریکی عبوری از سیم‌لوله‌ها و با توجه به قاعده‌ی دست راست، جهت میدان مغناطیسی روی محور سیم‌لوله‌ها برعکس یک‌دیگر می‌باشد، بنابراین داریم:

$$B_{\text{کل}} = B_Q - B_P = 180 - 60 = 120 \text{ G}$$

۱۴۰ چون اتم‌های میله‌های مورد نظر دارای دوقطبی مغناطیسی ذاتی هستند، پس نمی‌توانند دیامغناطیس باشند، بنابراین جنس این میله‌ها نمی‌تواند مس یا نقره باشد و گزینه‌های (۱) و (۲) حذف می‌شوند. از طرف دیگر با بستن کلید دو میله بلافاصله خاصیت مغناطیسی پیدا کرده و یک‌دیگر را دفع می‌کنند و با قطع کلید بلافاصله خاصیت مغناطیسی خود را از دست می‌دهند. پس آن‌ها نمی‌توانند فرومغناطیس سخت باشند، بنابراین گزینه‌ی (۴) که شامل فولاد می‌باشد حذف می‌شود و جواب گزینه‌ی (۳) می‌شود.

دقت کنید: جنس میله‌های مورد نظر باید پارامغناطیس یا فرومغناطیس نرم باشد که هر دو ماده‌ی مطرح شده در گزینه‌ی (۳) را شامل می‌شود.

۱۴۱ **گام اول:** (محاسبه‌ی لحظه‌ی عبور متحرک B از مبدأ؛ ابتدا معادله‌ی مکان - زمان متحرک B را به دست می‌آوریم:

$$|\vec{v}_B| = \left| \frac{\Delta x_B}{\Delta t_B} \right| = \left| \frac{-12 - 8}{5} \right| = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{شیب منفی است.} \quad \vec{v}_B = -4 \vec{i} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

$$x_B = v_B t + x_{0B} \Rightarrow x_B = -4t + 8$$

$$x_B = 0 \Rightarrow -4t + 8 = 0 \Rightarrow t = 2 \text{ s} \quad \text{لحظه‌ی عبور متحرک B از مبدأ}$$

گام دوم: محاسبه‌ی سرعت و مکان متحرک A در لحظه‌ی $t = 2 \text{ s}$:

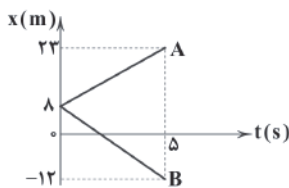
$$|\vec{v}_A| = \left| \frac{\Delta x_A}{\Delta t_A} \right| = \left| \frac{23 - 8}{5} \right| = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(سرعت متحرک A همیشه برابر $3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است.)

$$\Rightarrow \vec{v}_A = 3 \vec{i} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

$$x_A = v_A t + x_{0A} \Rightarrow x_A = 3t + 8 \xrightarrow{t=2\text{s}} x_A = 3 \times 2 + 8 = 14 \text{ (m)}$$

$$\Rightarrow \vec{d}_A = 14 \vec{i} \text{ (m)}$$



۱۴۲ هرگاه شتاب متحرکی در لحظه‌های مختلف یکسان باشد،

حرکت جسم را حرکت با شتاب ثابت می‌نامیم. اگرچه حرکت با شتاب ثابت نوع خاصی از حرکت است ولی در زندگی روزمره، با حرکت اجسامی که شتاب آن‌ها ثابت یا تقریباً ثابت است، زیاد سروکار داریم. جسمی که روی سطح هموار یک سراسیمبی در حال لغزیدن است، یا جسمی که در حال سقوط است و اثر مقاومت هوا بر آن ناچیز باشد، دارای حرکت با شتاب ثابت‌اند. هم‌چنین خودرویی که پس از سبز شدن چراغ، شروع به حرکت می‌کند یا هواپیمایی که روی باند پرواز حرکت می‌کند تا به شرایط لازم برای برخاستن برسد، مثال‌هایی از حرکت با شتاب تقریباً ثابت‌اند.

دقت کنید: حرکت بالن در هوا به دلیل وجود نیروی مقاومت هوای قابل توجه، یک حرکت با شتاب متغیر است.

۱۳۵ **توجه:** میدان مغناطیسی در نقطه‌ای می‌تواند صفر باشد که اندازه‌ی میدان مغناطیسی ناشی از سیم‌های I_1 و I_2 با هم برابر ولی در خلاف جهت یک‌دیگر باشند.

بنابراین با توجه به قاعده‌ی دست راست، جهت میدان مغناطیسی ناشی از سیم I_1 در نقطه‌ی a برون‌سو و در نقاط b، c و d درون‌سو می‌باشد و جهت میدان مغناطیسی ناشی از سیم I_2 در نقطه‌ی d برون‌سو و در نقاط a، b و c درون‌سو می‌باشد. با توجه به جهت میدان‌ها در دو نقطه‌ی a و d میدان برابری می‌تواند صفر باشد. اما باید به این نکته توجه کرد که اندازه‌ی میدان مغناطیسی در اطراف سیم به دو عامل بستگی دارد؛ یکی جریان و دیگری فاصله تا سیم، بنابراین چون $I_2 > I_1$ است، بنابراین باید نقطه‌ی مورد نظر به سیم I_1 نزدیک‌تر باشد تا کوچک‌تر بودن جریان I_1 جبران شود، بنابراین نقطه‌ی مورد نظر a می‌باشد.

۱۳۶ چون بار ذره‌ی مورد نظر منفی است، در خلاف جهت خطوط

میدان الکتریکی به آن نیرو وارد می‌شود. بنابراین جهت \vec{F}_E به سمت بالا خواهد بود. از طرف دیگر همان‌طور که در شکل زیر می‌بینید، جهت نیروی مغناطیسی وارد شده به ذره (\vec{F}_B) به سمت پایین می‌باشد. بنابراین باید بزرگی \vec{F}_E و \vec{F}_B را به دست آورده و با یک‌دیگر مقایسه کنیم:



کف دست چپ به سمت داخل صفحه

$$E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{100}{2 \times 10^{-3}} = \frac{1}{2} \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$F_E = E |q| = \frac{1}{2} \times 10^5 \times 2 \times 10^{-6} = 0.1 \text{ N}$$

$$F_B = |q| v B \sin \alpha = 2 \times 10^{-6} \times 10^6 \times 0.2 \times 1 = 0.4 \text{ N}$$

همان‌طور که می‌بینید $F_B > F_E$ است و در نتیجه ذره‌ی باردار مورد نظر به سمت پایین منحرف می‌شود.

۱۳۷ مقدار نیروی F که از طرف میدان مغناطیسی به سیم وارد می‌شود باید برابر با نیروی وزن سیم باشد تا از افتادن آن جلوگیری کند.

$$\left. \begin{aligned} F &= mg \\ F &= I l B \sin \alpha \end{aligned} \right\} \Rightarrow mg = I l B \sin \alpha$$

$$\xrightarrow{\alpha=90^\circ} 2 \times 10^{-3} \times 10 = I \times 40 \times 10^{-2} \times 0.2 \times \sin 90^\circ$$

$$\Rightarrow I = \frac{2 \times 10^{-2}}{8 \times 10^{-2}} \Rightarrow I = 0.25 \text{ A}$$

۱۳۸ مواد پارامغناطیسی در حضور میدان‌های مغناطیسی قوی، خاصیت مغناطیسی ضعیف و موقت پیدا می‌کنند.

۱۳۹ بزرگی میدان مغناطیسی روی محور هر سیم‌لوله به صورت زیر به دست می‌آید:

$$B_P = \frac{\mu_0 N I}{l} = \frac{12 \times 10^{-7} \times 1000 \times 10}{0.2} = 6 \times 10^{-3} \text{ T} = 60 \text{ G}$$

$$B_Q = \frac{\mu_0 N I}{l} = \frac{12 \times 10^{-7} \times 3000 \times 10}{0.2} = 18 \times 10^{-3} \text{ T} = 180 \text{ G}$$



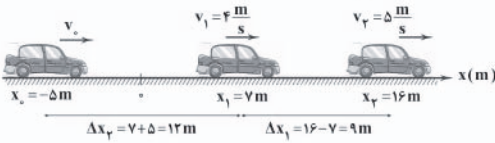
می‌دانیم مجموع مساحت‌های سطح زیر نمودار سرعت- زمان یک متحرک برابر با مسافت پیموده شده توسط متحرک است، بنابراین:

$$l = |S_1| + |S_2| = \left(\frac{4 \times 4}{2}\right) + \left(\frac{4 \times 4}{2}\right) = 16 + 16 = 32 \text{ m}$$

گام اول: با استفاده از معادله‌ی سرعت - جابه‌جایی در حرکت

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 5^2 - 4^2 = 2a \times 9$$

$$\Rightarrow (\Delta + 4)(\Delta - 4) = 2a \times 9 \Rightarrow a = 0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



گام دوم: در ادامه بین نقاط X_i و X_f می‌توان نوشت:

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 4^2 - v_0^2 = 2 \times 0.5 \times 12 \Rightarrow v_0 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

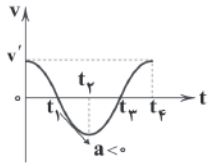
۱۴۷ | ۴ با توجه به شکل نمودار سرعت - زمان در صورت سؤال،

می‌توان به موارد زیر پی برد:

۱- متحرک در لحظات t_1 و t_2 تغییر جهت داده است (سرعت صفر شده و تغییر علامت می‌دهد).

۲- در بازه‌های زمانی $(t_1 \text{ تا } t_2)$ و $(t_2 \text{ تا } t_3)$ نمودار سرعت - زمان از محور افقی دور شده و حرکت تندشونده است و در بازه‌های زمانی $(t_3 \text{ تا } t_4)$ و $(t_4 \text{ تا } t_5)$ نمودار سرعت - زمان به محور افقی نزدیک شده و حرکت کندشونده است.

۳- با توجه به تساوی اندازه‌ی سرعت در لحظه‌های صفر و t_2 ، اندازه‌ی شتاب متوسط از لحظه‌ی t_2 تا t_3 برابر صفر است $(a_{av} = \frac{v' - v'}{t_3 - t_2} = 0)$.



۴- با توجه به شیب مماس رسم‌شده، بردار شتاب از لحظه‌ی t_1 تا لحظه‌ی t_2 در خلاف جهت محور X بوده و منفی است.

۱۴۸ | ۳ برای پاسخ دادن به این سؤال، به نکات زیر توجه کنید:

۱- در بازه‌ی زمانی صفر تا $t = 1\text{s}$ ، شتاب متحرک مثبت است، بنابراین باید شیب نمودار سرعت- زمان مثبت باشد. از طرف دیگر مساحت زیر نمودار شتاب - زمان برابر ۴ واحد است، بنابراین سرعت متحرک باید ۴ واحد افزایش یافته و از صفر به $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ برسد.

۲- در بازه‌ی زمانی $t = 1\text{s}$ تا $t = 2\text{s}$ ، شتاب متحرک برابر صفر بوده و در نتیجه سرعت حرکت آن ثابت است.

۳- در بازه‌ی زمانی $t = 2\text{s}$ تا $t = 8\text{s}$ ، شتاب متحرک ثابت و برابر $-1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

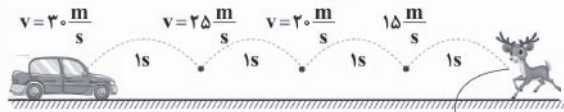
است. بنابراین سرعت متحرک در هر ثانیه $1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ کاهش یافته و پس از گذشت ۴ ثانیه (یعنی در لحظه‌ی $t = 6\text{s}$)، از $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به صفر می‌رسد. سپس از لحظه‌ی $t = 6\text{s}$ تا لحظه‌ی $t = 8\text{s}$ ، سرعت متحرک به اندازه‌ی $2 \times (-1) = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ دیگر کاهش یافته و از صفر به $-2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ می‌رسد.

[به عبارت دیگر در مجموع از $t = 2\text{s}$ تا $t = 8\text{s}$ ، سرعت متحرک به اندازه‌ی سطح زیر نمودار شتاب - زمان در این قسمت، یعنی $-6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ، کاهش یافته و

از $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به $-2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ می‌رسد.]

۱۴۳ | ۲ در هنگام ترمز کردن، تندی اتومبیل در هر ثانیه $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ کاهش

می‌یابد و بعد از ۴س تندی خودرو به $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ می‌رسد.



در هنگام برخورد با آهو، تندی اتومبیل برابر $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است.

۱۴۴ | ۳ برای تبدیل $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ به $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ ، کافی است که عدد داده شده را

بر 3.6 تقسیم کنیم.

روش اول: معادله‌ی سرعت- زمان یک متحرک با شتاب ثابت در حالت کلی به صورت زیر است و می‌توان نوشت:

$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2\text{s} \Rightarrow v_1 = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \\ t_2 = 6\text{s} \Rightarrow v_2 = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10 = 2a + v_0 & (1) \\ 20 = 6a + v_0 & (2) \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه دو معادله دو مجهول}} \begin{cases} a = 2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ v_0 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases}$$

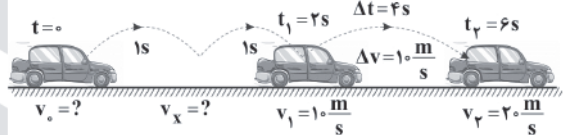
روش دوم: در یک حرکت با شتاب ثابت، سرعت در هر ثانیه به اندازه‌ی a واحد تغییر می‌کند. همان‌گونه که مشاهده می‌شود در این سؤال، سرعت متحرک در مدت زمان ۵ ثانیه از 10 واحد به 20 واحد رسیده، بنابراین:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20 - 10}{4} = 2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

از طرفی در دو ثانیه‌ی قبل ($t = 0$)، سرعت متحرک به اندازه‌ی $2a$ کم‌تر از 10 بوده است.

$$(v_0 = 10 - 2a = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}})$$

دقت کنید: برای درک بهتر به شکل زیر دقت کنید:



$$v_x = 10 - 2 \times 2.5 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow v_0 = v_x - 2 \times 2.5 = 5 - 5 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

دقت شود هنگامی که اندازه‌ی شتاب متحرک برابر $2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ است، سرعت در هر ثانیه باید 2.5 واحد SI تغییر کند و این همان مفهوم شتاب است.

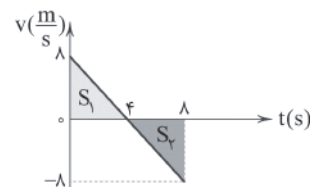
۱۴۵ | ۳ ابتدا نمودار سرعت- زمان متحرک را رسم می‌کنیم:

$$v = -2t + 8$$

$$t_1 = 0 \Rightarrow v_0 = -2(0) + 8 = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$t_2 = 8\text{s} \Rightarrow v_1 = -2(8) + 8 = -8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = 0 \Rightarrow -2t + 8 = 0 \Rightarrow 2t = 8 \Rightarrow t = 4\text{s}$$





۴ ۱۵۲

$$\rho_f = \rho_1(1 - \beta \Delta T) \xrightarrow{\beta = 3\alpha} \rho_f = \rho_1(1 - 3 \times 10^{-4} \times 100)$$

$$\Rightarrow \rho_f = \rho_1 - 0.03\rho_1 \Rightarrow \Delta\rho = -0.03\rho_1 \Rightarrow \frac{\Delta\rho}{\rho_1} \times 100 = -3\%$$

جسم B، ۶ برابر جسم A گرما از دست داده است، پس:

$$\frac{Q_A}{Q_B} = \frac{m_A c_A \Delta T_A}{m_B c_B \Delta T_B} \quad c_A = 2c_B \rightarrow$$

$$\frac{1}{6} = \frac{m \times 2c_B \times \Delta T_A}{3m \times c_B \times \Delta T_B} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{2\Delta T_A}{3\Delta T_B}$$

$$\Rightarrow 3\Delta T_B = 12\Delta T_A \Rightarrow 4\Delta T_A = \Delta T_B$$

از طرفی دمای تعادل هر دو جسم یکسان است:

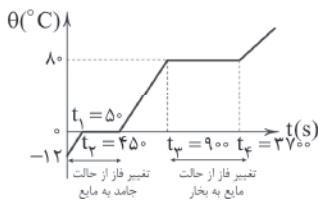
$$4(T_{\text{تعادل}} - T_A) = T_{\text{تعادل}} - T_B$$

$$\Rightarrow 4T_{\text{تعادل}} - 4T_A = T_{\text{تعادل}} - T_B \Rightarrow 3T_{\text{تعادل}} = 4T_A - T_B$$

$$\Rightarrow T_{\text{تعادل}} = \frac{4T_A - T_B}{3}$$

۲ ۱۵۴

مطابق شکل زیر، در بازه‌ی زمانی t_1 تا t_2 ، جسم در حال تغییر حالت از جامد به مایع و در بازه‌ی زمانی t_2 تا t_3 ، جسم در حال تغییر حالت از مایع به بخار می‌باشد (چرا؟). بنابراین برای به دست آوردن گرمای نهان تبخیر و گرمای نهان ذوب می‌توان نوشت:



$$\begin{cases} \text{رابطه ی (۱): } Q_{\text{ذوب}} = P(t_2 - t_1) = mL_F \\ \text{رابطه ی (۲): } Q_{\text{تبخیر}} = P(t_3 - t_2) = mL_V \end{cases}$$

بنابراین از تقسیم رابطه‌ی (۲) به رابطه‌ی (۱) داریم:

$$\frac{L_V}{L_F} = \frac{t_3 - t_2}{t_2 - t_1} = \frac{90 - 45}{45 - 5} = \frac{45}{40} = \frac{9}{8}$$

با توجه به داده‌های صورت سؤال ($\theta_e = 22^\circ\text{C}$) و قانون

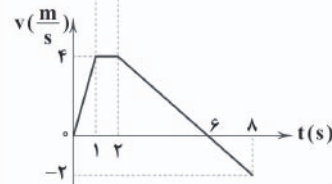
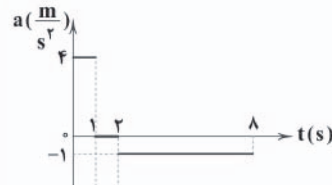
۱ ۱۵۵

پایستگی انرژی داریم:

$$\text{آب: } \begin{cases} m_1 = 500\text{g} = 0.5\text{kg} \\ \theta_1 = 20^\circ\text{C} \xrightarrow{\text{می‌رسد به}} \theta_e = 22^\circ\text{C} \\ c_1 = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \end{cases}$$

$$\text{مس: } \begin{cases} m_2 = 100\text{g} = 0.1\text{kg} \\ \theta_2 = 50^\circ\text{C} \xrightarrow{\text{می‌رسد به}} \theta_e = 22^\circ\text{C} \\ c_2 = 380 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \end{cases}$$

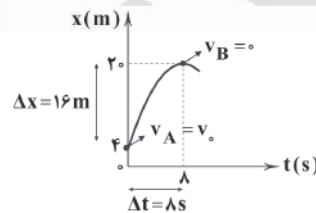
$$\text{فلز: } \begin{cases} m_3 = 15\text{g} = 0.015\text{kg} \\ \theta_3 = 62.5^\circ\text{C} \xrightarrow{\text{می‌رسد به}} \theta_e = 22^\circ\text{C} \\ c_3 = ? \end{cases}$$



با توجه به این‌که سرعت متحرک در لحظه‌ی $t = 8\text{s}$ برابر صفر

۲ ۱۴۹

است، داریم:



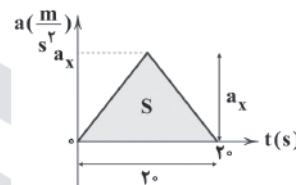
$$\Delta x_{AB} = \frac{v_A + v_B}{2} \times \Delta t$$

$$\Rightarrow 16 = \frac{v_0 + 0}{2} \times 8 \Rightarrow v_0 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\xrightarrow{\text{محاسبه ی } K_0} K_0 = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 4^2 = 16\text{J}$$

۳ ۱۵۰

نمودار داده‌شده شتاب-زمان است و می‌دانیم که سطح زیر آن، بیانگر تغییرات سرعت متحرک است. در صورتی‌که بیش‌ترین مقدار شتاب متحرک را برابر a_x فرض کنیم، با توجه به شکل زیر داریم:



$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{|S|}{t_0}, |S| = \frac{a_x \times 2}{2} = 1 \cdot a_x$$

در ادامه با توجه به داده‌های صورت سؤال می‌توان نوشت:

$$a_{av} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow \frac{1 \cdot a_x}{2} = 3 \Rightarrow a_x = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

۱ ۱۵۱ بررسی گزینه‌ها:

$$۱) T = 293\text{K} \Rightarrow \theta = 293 - 273 = 20^\circ\text{C}$$

$$\Rightarrow F = \frac{9}{5} \times 20 + 32 = 68^\circ\text{F} \checkmark$$

$$۲) T = 0\text{K} \Rightarrow \theta = -273^\circ\text{C} \Rightarrow F = \frac{9}{5} \times (-273) + 32 = -459.4^\circ\text{F} \times$$

$$۳) T = 173\text{K} \Rightarrow \theta = 173 - 273 = -100^\circ\text{C}$$

$$\Rightarrow F = \frac{9}{5} \times (-100) + 32 = -148^\circ\text{F} \times$$

$$۴) T = 238\text{K} \Rightarrow \theta = 238 - 273 = -35^\circ\text{C}$$

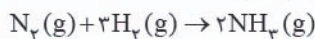
$$\Rightarrow F = \frac{9}{5} \times (-35) + 32 = -31^\circ\text{F} \times$$



۱۶۰ ۱ در اثر تبخیر سطحی برای جرم m از مایع، مایع گرمای mL_V را از دست می‌دهد و در اثر آن، دمای مایع پایین می‌آید. این موضوع یعنی انرژی درونی مایع باقی‌مانده نسبت به حالت اولیه، کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر در حین تبخیر سطحی، مولکول‌های پرنرژی‌تر از سطح مایع می‌گریزند و انرژی درونی مایع کاهش می‌یابد.

شیمی

۱۶۱ ۳ معادله‌ی فرایند هابر به صورت زیر است:



$$\bar{R}_{واکنش} = \frac{\bar{R}_{H_2}}{3} \Rightarrow 1/8 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1} = \frac{\bar{R}_{H_2}}{3}$$

$$\Rightarrow \bar{R}_{H_2} = 5/4 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$\bar{R}_{H_2} = \frac{-\Delta n(H_2)}{\Delta t} \Rightarrow 5/4 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1} = \frac{-(3/6 - n_1)}{(1/6) \text{ min}}$$

$$\Rightarrow n_1 = 4/5 \text{ mol } H_2$$

۱۶۲ ۴ در بازه‌ی زمانی صفر تا ۳ دقیقه، تغییر غلظت A ، D و X به ترتیب $0/6$ ، $0/9$ و $0/45$ و در بازه‌ی زمانی صفر تا ۶ دقیقه، تغییر غلظت این سه ماده به ترتیب $0/9$ ، $0/45$ و $0/45$ است، از این دو مورد می‌توان نتیجه گرفت که ضریب A ، $2/3$ ضریب X و ۲ برابر ضریب D است. ضمناً A ، واکنش‌دهنده و دو ماده‌ی دیگر، فرآورده هستند. به این ترتیب معادله‌ی موازنه شده‌ی واکنش مورد نظر به صورت زیر خواهد بود:



$$0/3 \text{ min} : \frac{|\Delta[A]|}{2} = \frac{\Delta[D]}{1} \Rightarrow \frac{0/6}{2} = \frac{m}{1} \Rightarrow m = 0/3$$

$$0/6 \text{ min} : \frac{|\Delta[A]|}{2} = \frac{\Delta[X]}{3} \Rightarrow \frac{0/9}{2} = \frac{n}{3} \Rightarrow n = 1/25$$

$$0/6 \text{ min} : \bar{R}_{واکنش} = \bar{R}_D = \frac{0/45 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}}{(6 \times 60) \text{ s}}$$

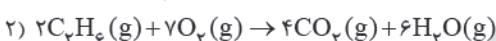
$$= 1/25 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

۱۶۳ ۲ معادله‌ی موازنه شده‌ی واکنش سوختن کامل هر چهار هیدروکربن در زیر آمده است:

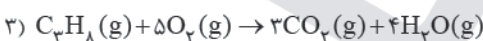
بررسی گزینه‌ها:



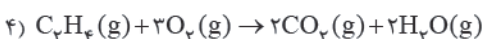
$$\bar{R}_{واکنش} = \bar{R}_{CH_4}$$



$$\bar{R}_{واکنش} = \frac{\bar{R}_{C_2H_6}}{2}$$



$$\bar{R}_{واکنش} = \bar{R}_{C_2H_8}$$

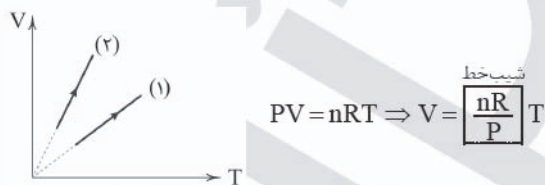


$$\bar{R}_{واکنش} = \bar{R}_{C_2H_4}$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow m_1 c_1 \Delta\theta_1 + m_2 c_2 \Delta\theta_2 + m_3 c_3 \Delta\theta_3 = 0$$

$$\Rightarrow 0/5 \times 4200 \times (22 - 20) + 0/1 \times 380 \times (22 - 50) + 0/15 \times c_3 \times (22 - 62/5) = 0 \Rightarrow c_3 = 516 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$$

۱۵۶ ۲ این نمودارها مربوط به دو فرایند هم‌فشار است که در فشار یکسان P انجام می‌شود ($P_1 = P_2 = P$)، با توجه به این‌که شیب نمودار (۲) از (۱) بزرگ‌تر است، داریم:



$$\text{شیب (۲)} > \text{شیب (۱)} \Rightarrow \frac{n_2 R}{P} > \frac{n_1 R}{P} \Rightarrow n_2 > n_1$$

۱۵۷ ۳ گام اول: محاسبه‌ی گرمایی که کل یخ می‌گیرد تا ذوب شود:

$$m = 100 \text{ g} = 0/1 \text{ kg}, L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 336 \times 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

$$\Rightarrow Q = mL_F = 0/1 \times 336 \times 10^3 = 33600 \text{ J}$$

گام دوم: محاسبه‌ی مقدار زمانی که گرمای $Q = 33600 \text{ J}$ ، به وسیله‌ی رسانش در میله منتقل می‌شود: $L = 18 \text{ cm} = 18 \times 10^{-2} \text{ m}$ (طول میله)

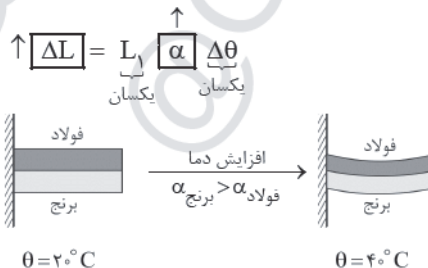
$$A = \pi r^2 = 3 \times \left(\frac{4 \times 10^{-2}}{2}\right)^2 = 12 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$k = 24 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}, \Delta\theta = (100 - 0) = 100^\circ\text{C}$$

$$Q = k \frac{A \Delta\theta}{L} t \Rightarrow 33600 = 24 \times \frac{12 \times 10^{-4} \times t \times 100}{18 \times 10^{-2}}$$

$$\Rightarrow t = \frac{33600}{160} = 210 \text{ s}$$

۱۵۸ ۲ از آنجایی که ضریب انبساط طولی برنج، بیش‌تر از فولاد است (فولاد $\alpha > \alpha_{\text{برنج}}$)، در اثر افزایش دما، میله‌ی برنجی افزایش طول بیش‌تری دارد، بنابراین با افزایش دما، تیغه خمیده شده و میله‌ی برنجی قوس بیرونی را تشکیل می‌دهد:



۱۵۹ ۴ ابتدا دماها را به کلوین تبدیل می‌کنیم:

$$T_1 = 273 + 27/3 = 11 \times (27/3) \text{ K}, T_2 = 273 + 273$$

$$= 20 \times (27/3) \text{ K}$$

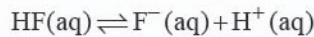
$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{20 \times 27/3}{11 \times 27/3} = \frac{20}{11}$$

$$\Rightarrow V_1 < V_2 < 2V_1$$



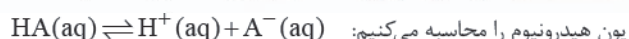
۱۷۲ ۴ شکل داده شده یک پاک‌کننده‌ی غیرصابونی را نشان می‌دهد. توجه کنید که پاک‌کننده‌های غیرصابونی و صابونی به ترتیب دارای گروه‌های SO_3^- و COO^- هستند. در پاک‌کننده‌های غیرصابونی، چربی‌ها به بخش هیدروکربنی می‌چسبند و گروه SO_3^- سبب پخش شدن چربی‌ها در آب می‌شود.

۱۷۳ ۱ در محلول آبی اسیدهای ضعیف، غلظت خود اسید ضعیف بیش‌تر از گونه‌های دیگر است، زیرا اسیدهای ضعیف درجه‌ی یونش پایینی دارند (حذف گزینه‌های ۳ و ۴). رتبه‌ی بعدی نیز به طور مشترک مربوط به غلظت یون هیدرونیوم و آنیون حاصل است (حذف گزینه‌ی ۲).



$$[H^+] = [F^-] > [HF]: \text{مقایسه‌ی غلظت گونه‌ها}$$

۱۷۴ ۲ هر دسی‌لیتر برابر ۱۰۰ میلی‌لیتر یا ۰/۱ لیتر است، ابتدا غلظت



$$[H^+] = M \cdot \alpha = (0/18 \times 10^{-2}) \cdot (5/4 \times 10^{-4}) = 5/4 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$? \text{ mol } H^+ = 4 \text{ dL HA(aq)} \times \frac{0/1 \text{ L HA(aq)}}{1 \text{ dL HA(aq)}} \times \frac{5/4 \times 10^{-4} \text{ mol } H^+}{1 \text{ L HA(aq)}} \\ = 2/16 \times 10^{-4} \text{ mol } H^+$$

به این ترتیب همین مقدار یون A^- وجود دارد و در مجموع شمار مول یون‌های موجود در محلول برابر است با:

$$2(2/16 \times 10^{-4}) = 4/32 \times 10^{-4} \text{ mol ion}$$

۱۷۵ ۳ هرچه غلظت یون‌ها کم‌تر باشد، محلول حاصل رسانایی الکتریکی کم‌تری دارد.

بررسی گزینه‌ها:

۱) $[HCl] = 0/8M \Rightarrow [H^+] = 0/8M$

۲) $[HNO_3] = \frac{10 \times \frac{W}{M} \times d}{W} = \frac{10 \times 40 \times 1/26}{63} = 8M \Rightarrow [H^+] = 8M$

۳) $[HCOOH] = 16M \Rightarrow [H^+] = M \cdot \alpha = 0/12 \times 10^{-2} \times 16 \\ = 0/0192M$

۴) $HNO_3 = 1/5M \Rightarrow [H^+] = M \cdot \alpha = 0/07 \times 1/5 = 0/014M$

۱۷۶ ۳ در یک واکنش در حال تعادل، سرعت واکنش رفت با سرعت واکنش برگشت برابر است. برای مقایسه‌ی سرعت مصرف واکنش‌دهنده‌ها و سرعت تولید فراورده‌ها باید ضرایب مولی آن‌ها در دسترس باشد. در واکنش تعادلی، غلظت تمام مواد شرکت‌کننده در تعادل، ثابت است، نه برابر!

بررسی گزینه‌ها:

۱) از شکل (الف) به شکل (ب) غلظت NO_2 افزایش یافته است. از این‌رو در شکل (ب) سرعت واکنش برگشت (مصرف NO_2) بیش‌تر از شکل (الف) است.
۲) واکنش تولید N_2O_4 همان واکنش برگشت است که در بررسی گزینه‌ی (۱) مشخص شد سرعت واکنش برگشت در شکل (ب) بیش‌تر از شکل (الف) است.
۳) در شکل‌های (پ) و (ت) غلظت‌های N_2O_4 و NO_2 ثابت و بدون تغییر مانده است. پس شکل (پ) نخستین لحظه‌ی برقراری تعادل را نشان می‌دهد. اما باید توجه کنید، شرط برقراری تعادل، برابر شدن غلظت N_2O_4 با غلظت NO_2 است.

۴) مطابق معادله‌ی واکنش و ضرایب مولی مواد، سرعت تولید NO_2 ، همواره دو برابر سرعت مصرف N_2O_4 است.

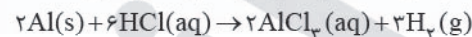
۱۶۴ ۴ بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) کلوسترول یکی از مواد آلی موجود در غذاهای جانوری (نه گیاهی!!) است.
۲) مقدار اضافی آن در دیواره‌ی رگ‌ها رسوب می‌کند، فرایندی که منجر به گرفتگی رگ‌ها و سکتته می‌شود.
۳) کلوسترول یک الکل سیرنشده است، اما فاقد حلقه‌ی بنزنی بوده و نمی‌توان آن را یک ترکیب آروماتیک به شمار آورد.

۱۶۵ ۲ بررسی عبارت‌های نادرست:

۱) قند موجود در جوانه‌ی گندم، مالتوز نام دارد.
ب) انحلال آمونیوم نیترات در آب، برخلاف انحلال کلسیم کلرید در آب، یک فرایند گرماگیر است.

۱۶۶ ۳ معادله‌ی موازنه‌شده‌ی واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



از آن‌جا که مشخص نیست چه مقدار از آلومینیم اولیه، مصرف شده است، سرعت متوسط واکنش را از روی مقدار گاز آزادشده به دست می‌آوریم:

$$\bar{R}_{H_2} = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{0/75 \text{ g } H_2 \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{2 \text{ g } H_2}}{4 \text{ min}} = 9/375 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$\bar{R} = \frac{\bar{R}_{H_2}}{3} = \frac{9/375 \times 10^{-2}}{3} = 3/125 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$? \text{ mL HCl(aq)} = 0/75 \text{ g } H_2 \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{2 \text{ g } H_2} \times \frac{6 \text{ mol HCl}}{3 \text{ mol } H_2}$$

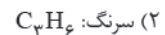
$$\times \frac{1 \text{ L HCl(aq)}}{0/5 \text{ mol HCl}} \times \frac{1000 \text{ mL HCl(aq)}}{1 \text{ L HCl(aq)}} - 1500 \text{ mL HCl(aq)}$$

۱۶۷ ۱ با توجه به ساختار پلیمر داده شده، مونومر سازنده‌ی آن به صورت زیر خواهد بود:



از آن‌جایی که گروه‌های $H_3C-C(=O)-O-$ و $H_3C=CH-$ به ترتیب با نام‌های وینیل و اتانوات خوانده می‌شوند، ترکیب فوق را می‌توان وینیل اتانوات نام‌گذاری کرد.

۱۶۸ ۲ فرمول مولکولی مونومر سازنده‌ی هر چهار مورد در زیر آورده شده است:



۱۶۹ ۱ آمارها نشان می‌دهند که در سال ۲۰۱۴ نزدیک به صد میلیون تن انواع الیاف در جهان تولید و مصرف شده است.

۱۷۰ ۴ سلولز در آب حل نمی‌شود. در صورتی‌که هپتانول به میزان بسیار کمی در آب حل می‌شود.

۱۷۱ ۴ فقط عبارت «ت» نادرست است.



۱۸۹ ۳ در محلول‌های آبی رقیق، ppm را می‌توان به صورت میلی‌گرم

حل‌شونده در کیلوگرم حلال تعریف کرد.

$$? \text{mg SO}_4^{2-} = 102/6 \text{mg Al}_2(\text{SO}_4)_3 \times \frac{1 \text{mol Al}_2(\text{SO}_4)_3}{342 \text{g Al}_2(\text{SO}_4)_3}$$

$$\times \frac{3 \text{mol SO}_4^{2-}}{1 \text{mol Al}_2(\text{SO}_4)_3} \times \frac{96 \text{g SO}_4^{2-}}{1 \text{mol SO}_4^{2-}} = 86/4 \text{mg SO}_4^{2-}$$

$$\text{ppm} = \frac{\text{میلی‌گرم سولفات}}{\text{کیلوگرم آب}} = \frac{86/4 \text{mg SO}_4^{2-}}{4 \text{kg H}_2\text{O}} = 21/6 \text{ppm}$$

۱۹۰ ۳ فراوانی یون پتاسیم در آب دریا، کم‌تر از یون منیزیم است.

۱۷۸ ۳ فعال شدن آتشفشان‌ها حجم زیادی گاز SO_۲ وارد محیط

می‌کند که همانند NO_x منجر به تولید باران اسیدی شده و pH را کاهش می‌دهد. آمونیاک همانند آهک خاصیت بازی دارد.

۱۷۹ ۱ از آن‌جا که کاغذ pH در اثر آغشته شدن به محلول مورد نظر

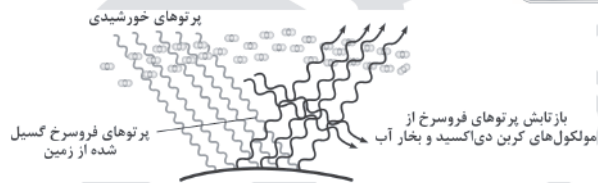
به رنگ سرخ درمی‌آید، می‌توان نتیجه گرفت که محلول مورد نظر اسیدی (pH < ۷) است و حل‌شونده‌ی آن می‌تواند HCl یا HCOOH باشد. اما چون رسانایی الکتریکی آن به طور آشکاری کم‌تر از محلول آبی NaCl است، به این معنی است که محلول مورد نظر الکترولیت ضعیف بوده و حل‌شونده‌ی آن فقط می‌تواند HCOOH باشد. محلول شامل HCl یک الکترولیت قوی است.

۱۸۰ ۴ $[\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})][\text{OH}^-(\text{aq})] = 10^{-14}$ در دمای ۲۵°C

$$\Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})] \times 4/5 \times 10^{-4} = 10^{-14}$$

$$\Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})] = 2/5 \times 10^{-11} \text{mol.L}^{-1}$$

۱۸۱ ۳ به شکل زیر توجه کنید:



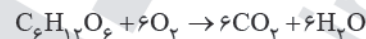
۱۸۲ ۴ یک درخت تنومند سالانه در حدود ۵۰ کیلوگرم و ماهانه در

حدود ۴ کیلوگرم کربن دی‌اکسید مصرف می‌کند.

۱۸۳ ۳ با توجه به شکل مندرج در خود را بیازمایید صفحه‌ی ۷۸

کتاب درسی شیمی دهم، شدت رنگ آبی اوزون مایع بیش‌تر از اکسیژن مایع است.

۱۸۴ ۲ معادله‌ی موازنه‌شده‌ی واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



$$? \text{g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 = 0/03 \text{mol H}_2\text{O} \times \frac{1 \text{mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{6 \text{mol H}_2\text{O}}$$

$$\times \frac{180 \text{g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{1 \text{mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6} = 0/9 \text{g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$$

۱۸۵ ۴ بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) گاز نیتروژن فراوان‌ترین جزء سازنده‌ی هواکره است.

(۲) برای پر کردن و تنظیم باد تایر خودرو به جای هوا از مخلوطی شامل ۹۵٪ نیتروژن و ۵٪ اکسیژن استفاده می‌کنند.

(۳) هرچند گاز نیتروژن واکنش‌پذیری ناچیزی دارد، اما امروزه در صنعت مواد گوناگونی از آن تهیه می‌کنند که آمونیاک یکی از مهم‌ترین آن‌هاست.

۱۸۶ ۳ در دما و فشار یکسان، حجم یک مول از گازهای گوناگون با

هم برابر است. این بیان نخستین بار در سال ۱۸۱۱ توسط آووگادرو ارائه و بعدها به قانون آووگادرو مشهور شد.

۱۸۷ ۴ هر چهار عبارت پیشنهادشده درباره‌ی فرایند هابر درست‌اند.

۱۸۸ ۲ به داده‌های جدول موجود در خود را بیازمایید صفحه‌ی ۹۳

کتاب درسی شیمی دهم مراجعه کنید.