

## ادبیات

## سراسری ریاضی ۹۱

تهیه و تنظیم: الهام محمدی  
ویراستار: مریم شمیرانی

۹- گزینه‌ی «۲» (زبان و ادبیات فارسی، آرایه‌ی ترکیبی)  
ج: «دور از تو» دو معنا دارد: ۱- هنگامی که از تو دورم ۲- از تو دور باشد. (جمله‌ی دعایی) / الف: شاعر علت سرخی لبان معشوق را خوردن خون دل مشتاقان می‌داند. د: به داستان «شیرین و فرهاد و خسرو» اشاره می‌کند. ب: «نسیم سر زلف معشوق چون دم جان بخش مسیح است» و «بناگوش چو نسیم» و «بناگوش چو بد بیضای کلیم»

۱۰- گزینه‌ی «۱» (زبان و ادبیات فارسی، آرایه)  
«زیر و بالا»، «پرسش و جواب» و «تلخ و شیرین».  
تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۲»: «درد و درمان» و «زخم و مرهم» تضاد دارند.  
گزینه‌ی «۳»: «شکر و زهر» و «وصل و جدایی» تضاد دارند.  
گزینه‌ی «۴»: «هستی و مرگ» تضاد دارند.

۱۱- گزینه‌ی «۴» (زبان و ادبیات فارسی، آرایه‌ی ترکیبی)  
معنای بیت: «آن قدر دردمند و گریانم که اگر آستین از روی چشمم بردارم، اشک تا دامنم جاری می‌شود.» شاعر در شدت ریزش اشک اغراق کرده است. / حسن تعلیل ندارد.

تشریح گزینه‌های دیگر  
گزینه‌ی «۱»: جناس تام: «زنم» اول: و «زنم» دوم / ایهام: «نفس زدن» دو معنا دارد: ۱- نفس کشیدن ۲- سخن گفتن

گزینه‌ی «۲»: «می‌کنم و می‌کنم» جناس ناقص / «دیدهی بخت» استعاره  
گزینه‌ی «۳»: «شهر» مجاز از «مردم شهر» / «تبغ برکشیدن» و «سپهر انداختن» تضاد  
۱۲- گزینه‌ی «۱» (زبان فارسی ۳، ساقتمان واژه ۳)، (درس ۲۳)

وابستگی ← (وابسته + گی) + (وا + بسته) + (بست + ه) +  
توجه: این صفحه از کتاب زبان فارسی ۳، چاپ ۹۰ حذف شده است.  
۱۳- گزینه‌ی «۲» (زبان فارسی ۳، گروه اسمی ۲، درس ۱۵، صفحه‌ی ۱۰۹)

گزینه‌ی «۱»: «سرشار از آرایه‌های ادبی» ← «آرایه‌های ادبی» متمم اسم / گزینه‌ی «۳»: «لذت بردن از نمودهای طبیعت» ← «نمودهای طبیعت» متمم اسم / گزینه‌ی «۴»: «یکی از گونه‌های هنر» ← «گونه‌های هنر» متمم اسم و «بهره‌گیری از عواطف خویش» ← «عواطف خویش» متمم اسم  
توجه: در گزینه‌ی «۲»، هیچ نوع متممی وجود ندارد.

۱- گزینه‌ی «۳» (ادبیات فارسی ۳، لغت، ترکیبی، فهرست واژگان)  
چرب زبانی: مجامله/گام: خطوه / ستیزه کردن: معارضه / گفت‌وگو: محاوره / رفت و آمد: مرآورده  
۲- گزینه‌ی «۲» (ادبیات فارسی ۲، لغت ترکیبی، فهرست واژگان)  
ادباز: بدبختی، پشت کردن / ارتجالاً: بی‌درنگ، بدون اندیشه  
سخن گفتن / افکار: آزرده، زخمی، خسته، مجروح / ابرش: آسبی که بر اعضای او نقطه‌ها باشد: در کتاب، مطلق اسب منظور است. / ابدال: مردان خدا، نیک‌مردان

۳- گزینه‌ی «۳» (ادبیات فارسی پیش دانشگاهی، لغت ترکیبی، فهرست واژگان)  
در صورت سؤال، هفت واژه درست معنا شده‌اند.  
معنای صحیح واژگانی که نادرست معنا شده‌اند: محضر: استشهدنامه، متنی که ضحاک برای تبرئه‌ی خویش به امضای بزرگان حکومت رسانده است. / مسعی: سعی، کوشش / کهل: کسی که ستش بین سی تا پنجاه سال باشد.

۴- گزینه‌ی «۲» (املا‌ی ترکیبی، ادبیات فارسی ۲، درس ۲۲، صفحه‌ی ۱۶۲ و زبان و ادبیات فارسی پیش دانشگاهی، درس ۱۶، صفحه‌ی ۷۷)  
املا‌ی صحیح واژگان عبارت‌اند از: زلت و منسوب.

زلت: لغزش / منسوب: نسبت‌داده‌شده  
۵- گزینه‌ی «۴» (ادبیات فارسی پیش دانشگاهی، درس ۱۶، صفحه‌ی ۷۵)  
املا‌ی صحیح واژه عبارت است از: «فراق».

فراق: جدایی / فراغ: آسودگی  
۶- گزینه‌ی «۱» (ادبیات فارسی ۲، تاریخ ادبیات، ترکیبی، درس‌های ۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، صفحه‌های ۱۴، ۱۲۷، ۱۳۰، ۱۳۸، ۱۳۹ و بخش اعلام)

«انسان و اسرار شب» از عباس خلیلی / «سراب» از هوشنگ ابتهاج / «از زبان برگ» از دکتر محمدرضا شفیعی کدکنی / «سد و بازوان»: از طاهره صفارزاده / «در بهشت شاد» از جلال رفیع  
۷- گزینه‌ی «۳»

(ادبیات فارسی ۳، تاریخ ادبیات، ترکیبی، بخش اعلام و صفحه‌های ۹۴ و ۱۰۴)  
«لطایف الطوائف» از فخرالدین علی صفی / «مسئولیت شیعه بودن» از دکتر علی شریعتی / «در کوچه‌ی آفتاب» از دکتر قیصر امین پور / «گنجشک و جبرئیل» از سید حسن حسینی  
۸- گزینه‌ی «۴»

(ادبیات فارسی پیش دانشگاهی، تاریخ ادبیات، درس ۲۱، صفحه‌های ۱۰۸ و ۱۰۹)  
«الایام» اثر دکتر طه حسین، «دانشگاه‌های من» اثر ماکسیم کورکی، «بدایع الوقایع» اثر محمود واصفی، «حیات یحیی» اثر حاج میرزا یحیی دولت‌آبادی، «روزها» اثر دکتر محمدعلی اسلامی ندوشن، «از یاریز تا پاریس» اثر دکتر باستانی یاریزی، حسب حال هستند، اما «یکی قطره باران» یادنامه‌ی دکتر زریاب خوبی و «فرار از مدرسه» شرح حال امام محمد غزالی است.

## ۱۴- گزینهی «۴»

(زبان فارسی ۳، جمله، درس ۲، صفحه‌ی ۱۵)

و / فلک / محراب / ای / سرخ / گون / است /  $\phi$  / که / تو / در / آن / نماز / ا / -  
صبح / - / شهادت / را / گزارد / ه / ای / - ۲۱

## تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۱»: شیرین / ترین / لب / خند / بر / لب / ا / ان / - / اراده / ای / پولاد /  
ین / - / تو / جلوه / گر / است /  $\phi$  / ۱۸ - تکواژ

گزینه‌ی «۲»: در / گذر / گه / - / تاریخ / ایستاد / ه / ای / و / بشر / ا / یت / - /  
ره / گذار / را / می / آشام / ان / ی / - ۱۹

گزینه‌ی «۳»: مرد - آن / ای / چون / مرگ / - / پیروز / منند / انه /  
ات / غبطه / ای / بزرگ / - / زنده / گانی / شد /  $\phi$  / ۱۸ -

## ۱۵- گزینه‌ی «۱»

(زبان فارسی ۳، جمله، درس ۲، صفحه‌ی ۱۵)

«ی» نکره، تکواژ تصریفی است و در ساختمان واژه تأثیری ندارد.

«سوزی» واژه‌ی ساده است و «ی» وند تصریفی است.

«ی» در سایر گزینه‌ها مفهوم مصدری دارد.

توجه: انواع تکواژ از کتاب زبان فارسی ۳، چاپ ۹۰ حذف شده است.

## ۱۶- گزینه‌ی «۳»

(زبان فارسی ۳، انواع صرف، درس ۵، صفحه‌ی ۳۶ و گروه فعلی، درس ۷، صفحه‌های ۳۶ و ۳۷)

۱- خلد (= بخلد) فعل مضارع التزامی / ۲- برآید (= برمی‌آید) فعل  
مضارع اخباری / سازم (= بسازم) فعل مضارع التزامی / نشیند (=

می‌نشیند) فعل مضارع اخباری

در جمله‌ی اول «خلد گر به یا خاری»، «خاری» نهاد است، اما در سایر  
جمله‌ها نهاد جدا به فرینه حذف شده است:

جمله‌ی دوم: خار آسان برآید. / جمله‌ی سوم: من چه سازم به خاری /  
که آن خار در دل نشیند.

## ۱۷- گزینه‌ی «۳»

(ادبیات فارسی ۲، مفهوم ۲، درس ۴، صفحه‌ی ۱۰۲)

معنای عبارت عربی چنین است: «حکومت با کفر باقی می‌ماند، اما با  
ظلم باقی نمی‌ماند.» این مفهوم در رباعی گزینه‌ی «۳» نیز موجود

است. مفهوم گزینه‌ی «۳» چنین است: «چنان چه می‌خواهی  
فرمانروایی کنی، از ظلم کردن بپرهیز، زیرا در سایه‌ی عدل و داد،

ملک به آرامش می‌رسد با کفر می‌توان حکومت را نگه‌داشت اما با ظلم  
نه.»

## ۱۸- گزینه‌ی «۲»

(ادبیات فارسی ۲، مفهوم ۲، درس ۴، صفحه‌ی ۱۰۳)

در دو بیت صورت سؤال مفهوم چنین است: «در بزرگی انسان‌های  
کوچکی که به مقام بزرگی رسیده‌اند به چشم حقارت نگاه مکن.» در

گزینه‌های «۱»، «۳» و «۴» مفهوم متقابل آمده است، اما در گزینه‌ی «۲»  
مفهوم متقابل نیامده است.

مفهوم گزینه‌ی «۲» چنین است: ستیزیدن زبردست با بزرگ به  
شکست زبردست منجر خواهد شد.

## تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۱»: انسان بی‌مقدار اگرچه بر کیوان برود (به مقام بلندی  
برسد) هم‌چنان بی‌ارزش است.

گزینه‌ی «۳»: چنان چه سگی جاق شود، کسی گوشت او را نخواهد  
خورد، چه خام چه بریان.

گزینه‌ی «۴»: انسان بدمتنش با جاه و مقام به بزرگی نخواهد رسید.

نکته: منظور از تقابل معنایی، داشتن مفهوم متضاد است.

## ۱۹- گزینه‌ی «۴»

(ادبیات فارسی ۲، مفهوم ۲، درس ۲، صفحه‌ی ۱۳۸)

در عبارت صورت سؤال به ناپایداری حاکمان و حکومت ایشان اشاره  
می‌کند. این مفهوم در گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» نیز آمده است، اما معنا در

گزینه‌ی «۴» چنین است: «پرویز از بساط شاهانه‌اش که با میوه‌های  
زرین زینت می‌یافت، بوستانی دایمی داشت.»

## ۲۰- گزینه‌ی «۴»

(ادبیات فارسی ۳، مفهوم ۲، درس ۴، صفحه‌ی ۱۱۱)

گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» به مفهوم عبارت «از ماست که بر ماست» دلالت  
می‌کنند، اما بیت گزینه‌ی «۴» می‌گوید: «من خیر خواه تو هستم اما تو

بد من را می‌خواهی، با این حال من بدی نخواهم دید و تو نیز از خوبی  
بهره‌ای نخواهی برد.»

## ۲۱- گزینه‌ی «۳»

(ادبیات فارسی ۳، مفهوم ۲، مشابه درس ۲، صفحه‌ی ۹۷)

در گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» به پیام‌رسانی باد صبا اشاره شده است، اما  
بیت گزینه‌ی «۳» به همراه شدن باد صبا تا کوی دوست دلالت

می‌کند.

## ۲۲- گزینه‌ی «۲»

(ادبیات فارسی ۳، مفهوم ۲، درس ۲، صفحه‌ی ۱۳۹)

در بیت صورت سؤال آمده است: «در اقلیم عشق افراد فقیری را  
می‌بایی که از نظر معنوی به مقام و جایگاه والا‌یی رسیده‌اند.»

در بیت گزینه‌ی «۲» نیز آمده است: «در فقر به سر می‌برم اما به  
جایگاه والا‌یی رسیده‌ام» بنابراین با یک‌دیگر قرابت معنایی دارند.

## ۲۳- گزینه‌ی «۱»

(ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، مفهوم ۲، درس ۱۵، صفحه‌ی ۷۳)

بیت صورت سؤال و گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» به خاموشی اشاره می‌کنند  
اما بیت گزینه‌ی «۱» به غیبت نکردن دلالت می‌کند.

## ۲۴- گزینه‌ی «۱»

(ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، مفهوم ۲، درس ۹، صفحه‌ی ۳۹)

بیت صورت سؤال می‌گوید: «نسبت به تو وفادار نبوده‌ام، اگر یک روز  
آسوده و آرام زندگی کرده باشم.» این مفهوم در بیت گزینه‌ی «۱» نیز  
آمده است.

معنای بیت گزینه‌ی «۱»: «چنان چه مطمئن هستی که تا زمانی که زنده  
هستم به کسی جز تو عرض ارادت نخواهم کرد، آن‌گه جفا کردن بر من

درست خواهد بود.»

## ۲۵- گزینه‌ی «۴»

(ادبیات فارسی پیش‌دانشگاهی، مفهوم ۲، درس ۹، صفحه‌ی ۴۸)

مفهوم بیت صورت سؤال: «ارزش‌بخشی عشق» است که این مفهوم در  
بیت گزینه‌ی «۴» نیز دیده می‌شود.

معنای بیت گزینه‌ی «۴»: روزی که تصویر او بر صورت بیمار من  
بیفتد، چنان چه سیاه‌چهره هم باشم مانند ماه سفید چهره و زیبا  
خواهم شد (رومی رخ: سفید چهره و زنگی: سیاه چهره)



## عربی

## سراسری ریاضی ۹۱

## تهیه و تنظیم: فاطمه منصورخاکی

۲۶- گزینهی «۳»

(عربی ۲، ترمیم، درس ۱۰)

«کلمه خیر»: یک کلمه‌ی خوب، یک سخن نیک / «تفید»: که مفید

باشد (جمله‌ی وصفیه) / «أفضل»: بهتر است، برتر است / «من کتاب»:

از کتابی / «لا فائدة له»: فایده‌ای در آن نباشد (جمله‌ی وصفیه)

نکته‌ی مهم درسی

در ترجمه‌ی «لا»ی نفی جنس از کلمه‌ی «هیچ» به علاوه‌ی فعل «نیست

و نبودن» استفاده می‌شود.

۲۷- گزینهی «۴»

(عربی ۳، ترمیم، درس ۳)

«من»: کسی که (بهتر بود به صورت «هرکس» می‌آمد). (از ادات شرط)

/ «عرف»: بشناسد (فعل شرط) / «معرفة حقیقیة»: به‌طور واقعی

(بشناسد) / «لا تخدع»: نمی‌فریبد (جواب شرط) / «قلبه»: قلبش را /

«ظواهرها الخلابة»: ظواهر دلربای آن، ظواهر فریبنده‌ی آن

نکات مهم درسی

۱- در ترجمه‌ی جملات شرطی فعل شرط به‌صورت مضارع التزامی و

جواب شرط به‌صورت مضارع اخباری ترجمه می‌شوند.

۲- در زبان عربی برعکس زبان فارسی هرگاه کلمه‌ای دارای صفت و

مضاف‌الیه باشد، ابتدا مضاف‌الیه می‌آید و سپس صفت.

۳- در ترجمه‌ی مفعول مطلق بیانی از کلماتی مانند: «به نیکی، سخت،

حقیقتاً، به‌طور واقعی و...» استفاده می‌شود.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۱»: «اگر، واقعاً، ظاهر و او را» نادرست‌اند.

گزینه‌ی «۲»: «حقیقت دنیا، شناخته باشد، ظاهر و فریض نمی‌دهد»

نادرست‌اند.

گزینه‌ی «۳»: «شناخت، خوش، دل‌خوش نمی‌کند» نادرست‌اند.

۲۸- گزینه‌ی «۱»

(عربی ۳، ترمیم، درس ۵)

«کانت ... قد دعوت»: دعوت کرده بود (ماضی بعید) / «بعض

صدیقاتی»: بعضی دوستانم را / «حفلة»: جشن / «نجاحنا»: قبولیمان /

«نهاية السنة»: آخر سال

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۲»: «بعد از قبولی، دوستان، قبولی‌ام و دعوت کرد»

نادرست‌اند.

گزینه‌ی «۳»: «مدرسه‌ی ما و دوستان» نادرست‌اند.

گزینه‌ی «۴»: «به‌خاطر، در، دوستان و دعوت کرد» نادرست‌اند و

«بعد» ترجمه نشده است.

۲۹- گزینه‌ی «۲»

(عربی ۳، ترمیم، درس ۷)

«أخذتني»: مرا فرا گرفت / «الدهشة»: حیرت، شگفتی / «عندما»:

هنگامی که / «وجدت»: یافتم / «فی بعض الكتب»: در بعضی کتاب‌ها /

«آراء و نظریات»: آراء و نظریاتی / «كان ... قد طرحوها»: آن‌ها را

طرح کرده بودند (ماضی بعید) / «المسلمون»: مسلمانان / «لأول مرة»:

برای اولین بار (عدد ترتیبی)

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۱»: «ضمیر «ها» در فعل «قد طرحوها» ترجمه نشده است،

ضمن این‌که کلمات نیز با توجه به نقش خود ترجمه نشده‌اند.

گزینه‌ی «۳»: «دچار تعجب شدم» نادرست است و «آراء و نظریات»

که مفعول هستند به‌صورت فاعل آمده‌اند.

گزینه‌ی «۴»: «دچار تعجب شدم، توسط، طراحی شده بود و در آن»

نادرست‌اند.

۳۰- گزینه‌ی «۱»

(عربی ۳، ترمیم، درس ۵)

ترجمه‌ی صحیح عبارت: «مدیر هنگامی که نشان را بر گردن دانش‌آموز

نمونه آویزان می‌کرد به او گفت: کسی مانند تو در مدرسه دیده نشده

است.» سایر گزینه‌ها به‌صورت درست ترجمه شده‌اند.

نکته‌ی مهم درسی

فعل مضارع مجزوم به «لم» هنگام ترجمه به‌صورت ماضی ساده‌ی

منفی یا ماضی نقلی منفی می‌آید.

۳۱- گزینه‌ی «۳»

(عربی ۳، مفهومی، درس ۳)

ترجمه‌ی گزینه‌ی «۳»: «نیکی آن است که در پنهان مانند آشکارا عمل

نمایی.» «قلب مؤمن گنج‌های اسرار است پس آشکار کردن آن‌ها

خلاف نیکی است.» این دو عبارت از لحاظ معنایی با هم متفاوت‌اند.

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۱»: «هیچ خیری در دوستی با شخص دورنگ نیست: هیچ

فایده‌ای در کسی که پنهانش با آشکارش اختلاف دارد، نیست.»

گزینه‌ی «۲»: «چه بسا تشنه‌ای که با آب گوارا خفه شود: هیچ خیری

در آرزوهایی که به ما ضرر می‌رساند نیست، زیرا آن‌ها بعضی وقت‌ها

ما را هلاک می‌کند.»

گزینه‌ی «۴»: «وقتی کسی که او را دوست داری دیدی، دنیا را رها

کن و آن را به حال خود واگذار: اگر محبت خالق در قلب داخل شود،

دوست داشتن کارهای دنیوی از آن خارج می‌شود.»

۳۲- گزینه‌ی «۱»

(عربی ۲، تعریبی، درس ۶)

«مقدمه‌ی کتابم»: مقدمه‌ی کتابی / «پنج صفحه است»: خمس صفحات (از

اعداد اصلی) / «چهار سال پیش»: قبل اربع سنوات (از اعداد

اصلی) / «آخرین صفحه‌ی آن‌را»: آخر صفحة منها / «نوشتم»: کتبت

تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه‌ی «۲»: «منه و رابع» نادرست‌اند.

گزینه‌ی «۳»: «الصفحات الخامسة، لمقدمة، قد کتبت، صفحة الأخيرة و

منه» نادرست‌اند.

گزینه‌ی «۴»: «خامسة صفحات، رابع و سنين» نادرست‌اند.

- ۳۳- گزینه‌ی «۳» (عربی ۳، تعریب، درس ۶)  
تعریب صحیح این گزینه: «الَّذِي يُهْدِي إِلَيْكَ النَّصِيحَةَ، فَأَقْبَلْهَا.» و یا «مَنْ يُهْدِكِ النَّصِيحَةَ، فَأَقْبَلْهَا.» در سایر گزینه‌ها، تعریب به صورت صحیح به کار رفته است.  
نکته‌ی مهم درسی  
حرف اضافه‌ی فعل «يُحْصِلُ»، «علی» است: «يُحْصِلُ عَلِيٌّ: به دست می‌آورد.»  
ترجمه‌ی درک مطلب  
کشاورزی در مزرعه‌اش کار می‌کرد و اموالی نداشت و نه فرزندانی که او را کمک کنند، پس پیر و ضعیف شد و از آرزوهایش بود که مزرعه‌اش را پر از درختان و گیاهان ببیند مثل باغ‌های مجاور با آن! و مزرعه خالی شده بود در حالی که گیاهی یا درختی در آن نبود! ... هر روز در باغش قدم می‌زد و حسرت، رفیق ساعتش و روزهایش بود! این‌جا و آن‌جا موش‌هایی را در رفت و آمد می‌دید ... تصور می‌کرد که آن‌ها از دلایل ایجاد این مشکل‌اند ... مرگ بر آن‌ها! ... برای چه خداوند دانا آن‌ها را خلق کرده است؟! آیا برای این موش‌های لعنت شده خوبی‌ای هست؟! ... روزها گذشت و سال‌ها سپری شد ... زمستان آمد ... بهار نزدیک شد ... شگفتا! گویی مزرعه در شرف تغییری بزرگ است! این گیاهان چیستند؟! چه کسی بوده آن موجود خوب که تخم‌های این درختان را کاشته؟! ... روزها گذشت و مزرعه با برگ‌ها و شاخه‌ها پر شد ... و آخر راز کشف شد ... آن لعنت شده‌ها بودند که دانه‌ها را می‌آوردند و آن‌ها را زیر خاک دفن می‌کردند، اما آن‌ها (موش‌ها)، آن را فراموش می‌کردند، پس بعد از گذشت زمانی ... اتفاق افتاد آن‌چه اتفاق افتاد!
- ۳۴- گزینه‌ی «۴» (عربی ۲ و ۳، درک مطلب)  
مطابق متن، از دلایل خشک شدن باغ و نابودی‌اش این بود که آن‌جا کسی که بتواند مواظبش باشد و محافظتش کند، وجود نداشت.  
تشریح گزینه‌های دیگر  
گزینه‌ی «۱»: «دانه‌ها روی خاک بودند و موش‌ها آن‌ها را می‌خورند!» نادرست است.  
گزینه‌ی «۲»: «موش‌ها مانع رسیدن مواد لازم به درختان می‌شوند!» نادرست است.  
گزینه‌ی «۳»: «فرزندان صاحب باغ از آن محافظت نمی‌کردند!» نادرست است.
- ۳۵- گزینه‌ی «۱» (عربی ۲ و ۳، درک مطلب)  
صورت سؤال خواسته صاحب باغ را توصیف کنیم که مطابق متن، «در کارش تنها بود، اما او ناامید نبود!»  
تشریح گزینه‌های دیگر  
گزینه‌ی «۲»: «ثروتمند و بد اخلاق بود درحالی‌که دشنام می‌داد هر چیزی را که می‌دید!» نادرست است.  
گزینه‌ی «۳»: «بدبین و کینه‌توزی که زندگی و آنچه از مخلوقات در آن است را بد و ناپسند می‌دانست.» نادرست است.  
گزینه‌ی «۴»: «دوستدار طبیعت و هر چه در آن است، بود، اما او نمی‌توانست که آن‌ها را ببیند!» نادرست است.
- ۳۶- گزینه‌ی «۳» (عربی ۲ و ۳، درک مطلب)  
مطابق متن، موش‌ها بودند که دانه‌ها را می‌آوردند.  
در سایر گزینه‌ها به ترتیب «کشاورز، لعنت‌شده‌های پنهان و بادها» نادرست‌اند.
- ۳۷- گزینه‌ی «۴» (عربی ۲ و ۳، درک مطلب)  
در این گزینه آمده: شاید چیزی را مکروه بدارید و حال آن‌که آن برای شما خیر است. این عبارت این مفهوم را می‌رساند که با آن‌که کشاورز گمان می‌کرد موش‌ها جز ضرر خاصیتی ندارند، به او سود رساندند.  
تشریح گزینه‌های دیگر  
گزینه‌ی «۱»: «کسی که در زندگیش صبر کند به آن‌چه می‌خواهد می‌رسد!» مفهوم متن نیست.  
گزینه‌ی «۲»: «حسرت سلاح کسی است که هیچ چاره‌ای ندارد!» مفهوم متن نیست.  
گزینه‌ی «۳»: «عجله نکن، پس همانا عجله از شیطان است!» مفهوم متن نیست.
- ۳۸- گزینه‌ی «۲» (عربی ۲ و ۳، تشکیل)  
حرکت‌گذاری کامل عبارت: «بِئْرَى هُنَا وَ هُنَاكَ فَأَرَاتِ فِى أَيْبَابِ وَ ذَهَابِ، كَأَنَّ يَتَصَوَّرُ أَنَّهَا مِنْ أَسْبَابِ بَرُوزِ هَذِهِ الْمَشْكَلَةِ.» «بِئْرَى»: فعل مضارع و فاعل آن ضمیر مستتر «هو» / «هنا»: ظرف زمان، مفعول‌فیه و محلاً منصوب / «هُنَاكَ»: معطوف به «هنا» و محلاً منصوب به تبعیت / «فَأَرَاتِ»: مفعول‌به و منصوب با اعراب فرعی کسره / «أَيْبَابِ»: مجرور به حرف جر / «ذَهَابِ»: معطوف و مجرور به تبعیت / «كَأَنَّ»: از افعال ناقصه و اسم آن «هو» مستتر / «يَتَصَوَّرُ»: فعل و فاعل آن ضمیر مستتر «هو»، جمله‌ی فعلیه، خبر برای «كَانَ» و محلاً منصوب / «أَنَّ»: از حروف مشبّهة بالفعل / «ها»: اسم «أَنَّ» و محلاً منصوب / «مِنْ أَسْبَابِ»: جار و مجرور، خبر «أَنَّ» و محلاً مرفوع / «بَرُوزِ»: مضاف‌الیه و مجرور / «هَذِهِ»: مضاف‌الیه و محلاً مجرور / «الْمَشْكَلَةِ»: صفت و مجرور به تبعیت
- ۳۹- گزینه‌ی «۳» (عربی ۲ و ۳، تشکیل)  
حرکت‌گذاری کامل عبارت: «مَرَّتِ الْأَيَّامُ وَ اِمْتَلَأَ الْحَقْلُ بِالْأُورَاقِ وَ بِالْأَغْصَانِ، أَخِيراً كُشِفَ السَّرُّ.» «مَرَّتِ»: فعل ماضی / «الْأَيَّامُ»: فاعل و مرفوع / «اِمْتَلَأَ»: فعل ماضی / «الْحَقْلُ»: فاعل و مرفوع / «بِالْأُورَاقِ»: جار و مجرور / «بِالْأَغْصَانِ»: جار و مجرور / «أَخِيراً»: ظرف زمان، مفعول‌فیه و منصوب / «كُشِفَ»: فعل ماضی و مجهول / السَّرُّ: نایب فاعل و مرفوع
- ۴۰- گزینه‌ی «۲» (عربی ۲ و ۳، تویزه و ترکیب)  
نکات مهم درسی  
۱- از افعال ناقصه مجهول ساخته نمی‌شود، بنابراین معلوم و مجهول ندارند.  
۲- افعال ناقصه «متعدی و لازم» ندارند.  
تشریح گزینه‌های دیگر  
گزینه‌ی «۱»: «معتل و مثال و لازم» نادرست‌اند. / گزینه‌ی «۳»: «معرب» نادرست است. / گزینه‌ی «۴»: «متعدی و مبنی للمعلوم» نادرست‌اند.



- ۴۱- گزینه‌ی «۴» (عربی ۲ و ۳، تیزیه و ترکیب)  
تشریح گزینه‌های دیگر  
گزینه‌ی «۱»: «مزید ثلاثی من باب إفعال» نادرست است. / گزینه‌ی «۲»: «متعدّد» نادرست است. / گزینه‌ی «۳»: «ضمیر «أنت» مستتر» نادرست است.
- ۴۲- گزینه‌ی «۱» (عربی ۲ و ۳، تیزیه و ترکیب)  
تشریح گزینه‌های دیگر  
گزینه‌ی «۲»: «مجرور بالياء» نادرست است. / گزینه‌ی «۳»: «جمع سالم للمذكر» نادرست است. / گزینه‌ی «۴»: «جمع سالم للمذكر» نادرست است.
- ۴۳- گزینه‌ی «۲» (عربی ۳، معتلات)  
فعل مضارع منفی «لا يُرَجَى» دارای اعراب تقدیری است و اعرابش ظاهر نمی‌شود. «يَتَّخِذُونَ» فعل مضارع مرفوع به ثبوت «نون» اعراب فرعی است.  
تشریح گزینه‌های دیگر  
گزینه‌ی «۱»: «يُعِينُ» فعل مضارع مرفوع به ضمّه و فعل «لِيُبَلِّغَ» مضارع منصوب به فتحه است.  
گزینه‌ی «۳»: «اجْتَهَدَ» فعل ماضی و مبنی و «يَحْضُلُ» فعل مضارع مرفوع است.  
گزینه‌ی «۴»: «يَقَعُ» فعل مضارع منصوب است.
- ۴۴- گزینه‌ی «۴» (عربی ۳، معتلات)  
«لم أنس» در اصل به صورت «لم أنسى» بوده که مجزوم به حذف حرف عله شده است.  
تشریح گزینه‌های دیگر  
گزینه‌ی «۱»: «یرجون» اعلال به حذف دارد که حرف عله‌ی «واو» حذف شده است.  
گزینه‌ی «۲»: «انهین» بدون اعلال است و حروف اصلی آن «ن ه ی» می‌باشد. / گزینه‌ی «۳»: «تَدَعِينُ» اعلال به حذف دارد و حروف اصلی آن «و د ع» است.
- ۴۵- گزینه‌ی «۱» (عربی ۲، معلوم و مجهول)  
«کلام» نایب فاعل و مرفوع برای فعل مجهول و مجزوم «لَمْ يُؤَيِّدْ» است.  
تشریح گزینه‌های دیگر  
گزینه‌ی «۲»: «ضمیر مستتر «هو» در فعل مجهول «مُنِحَ» نایب فاعل است.  
گزینه‌ی «۳»: «ضمیر مستتر «هی» در فعل مجهول «قَدْ غُسِّلَتْ» نایب فاعل است.  
گزینه‌ی «۴»: «ضمیر مستتر «هی» در فعل مجهول «تُخْتَبَرُ» نایب فاعل است.
- ۴۶- گزینه‌ی «۲» (عربی ۳، مفعول فیه)  
«ساعات» در این گزینه مفعول به و منصوب با اعراب فرعی کسره است.  
تشریح گزینه‌های دیگر  
گزینه‌ی «۱»: «ساعات» ظرف زمان و مفعول فیه است. / گزینه‌ی «۳»: «الیوم» ظرف زمان و مفعول فیه است. / گزینه‌ی «۴»: «أیام» ظرف زمان و مفعول فیه است.
- ۴۷- گزینه‌ی «۲» (عربی ۲، جمله‌ی وصفیه)  
«تَكُنْ» جمله‌ی فعلیه و وصفیه‌ای است که اسم نکرده‌ی «غذاء» را توصیف کرده است و «مفید» صفت مفرد برای «غذاء» است.  
تشریح گزینه‌های دیگر  
گزینه‌ی «۱»: «الطیبة» صفت مفرد برای «أموال» است.  
گزینه‌ی «۳»: «غیر» صفت مفرد برای «أموال» است.  
گزینه‌ی «۴»: در این گزینه صفتی به کار نرفته است.
- ۴۸- گزینه‌ی «۱» (عربی ۳، مفعول مطلق)  
صورت سؤال، گزینه‌ای که در آن توجه به انجام وقوع فعل شده را خواسته که منظور «مفعول مطلق تأکید» است. «حقاً» مفعول مطلق جانشین برای فعل محذوف است که آنرا تأکید نموده است.  
تشریح گزینه‌های دیگر  
گزینه‌ی «۲»: در این گزینه مفعول مطلق به کار نرفته است.  
گزینه‌ی «۳»: «خلقاً» مفعول مطلق نوعی است که «عظیماً» صفت آن است.  
گزینه‌ی «۴»: «غفلة» مفعول مطلق نوعی است که «شدیدة» صفت آن است.
- ۴۹- گزینه‌ی «۳» (عربی ۳، حال)  
در این گزینه، «الطفلة» که فاعل است، صاحب حال می‌باشد و «قلقلة» حال مفرد و منصوب است که حالت آنرا بیان می‌کند.  
تشریح گزینه‌های دیگر  
گزینه‌ی «۱»: «الناس» که مفعول به است، صاحب حال می‌باشد و «ضائین» حال مفرد و منصوب به «یاء» است که حالت آنرا بیان می‌کند.  
گزینه‌ی «۲»: «ضمیر «ه» در «تَبَهَّتْ» که مفعول به است، صاحب حال می‌باشد و «نادماً» حال مفرد و منصوب است که حالت آنرا بیان می‌کند.  
گزینه‌ی «۴»: «إخوان» که مفعول به است، صاحب حال می‌باشد و «مظلومین» حال مفرد و منصوب به «یاء» است که حالت آنرا بیان می‌کند.
- ۵۰- گزینه‌ی «۱» (عربی ۳، استثناء)  
صورت سؤال، گزینه‌ای را خواسته که مستثنی منه در آن نباشد، یعنی مستثنی از نوع مفرغ باشد. مستثنای مفرغ فقط در جملات منفی و استفهامی می‌آید. اگر پیش از «إلّا» جمله ناقص باشد، نقشی که حذف شده با همان اعراب پس از «إلّا» می‌آید و مستثنای مفرغ می‌باشد. در این گزینه «ما» مستثنای مفرغ و منصوب با اعراب مفعول به محذوف است.  
تشریح گزینه‌های دیگر  
گزینه‌ی «۲»: «الخائفین» مستثنای تام و منصوب با «یاء» است.  
گزینه‌ی «۳»: «واحداً» مستثنای تام و منصوب است.  
گزینه‌ی «۴»: «الأخبار» مستثنای تام و منصوب است. (مستثنای تام در جملات منفی نیز می‌آید).

## دین و زندگی

## سراسری ریاضی ۹۱

## تهیه و تنظیم: کیومرث نصیری

## ۵۱- گزینهی «۱»

(بر اساس کنگور ۹۱، دین و زندگی ۲، درس ۳، صفحه ۴۰)

در آیهی ۵۳ سورهی قُصَلت چنین آمده است: «... اولم یکف بریک انه علی کلّ شیء شهید: ... آیا این بس نیست که پروردگارت بر همه چیز گواه و شاهد است؟» لذا می توان گفت «کفایت و بس بودن پروردگار» به این است که او بر همه ی احوال عالم آگاه و شاهد است و به عبارت دیگر عالم وجود، محضر او است. (در کتابهای دین و زندگی ۲، چاپ ۱۳۸۹ به بعد، این بحث حذف شده است.)

## ۵۲- گزینهی «۴»

(بر اساس کنگور ۹۱، دین و زندگی ۲، درس ۴، صفحه های ۳۷، ۳۸، ۵۰ و ۵۱)

(بر اساس کنگور ۹۲، دین و زندگی ۲، درس ۴، صفحه ۴۳)

کسی که خدا و آخرت را فراموش می کند و از آن ها غافل است، به آسانی تن به گناه می دهد و ذلت آلابش به گناه را برای خود فراهم می کند زیرا اگر انسانی احساس کند در پیشگاه خداوند قرار دارد، در چنگال گناه اسیر نخواهد شد؛ زیرا گناه در مقابل پروردگار مهربان باعث شرمساری و سرافکنندگی خواهد بود. عامل دیگر غلتیدن در لجنزار گناه، بی توجهی به آخرت است. کسی که به آخرت ایمان دارد، گناه را چون آتشی می بیند که اگر از آن توبه نکند، روزی گریبان او را خواهد گرفت. از دیگر سو، شوق رسیدن به پاداش آخرت سبب رغبت در اطاعت خداوند و مواظبت بر پاکیزگی است.

عبارت شریفه ی «فَعُولَا لَه سَاجِدِین: پس برای او به سجده در آئید.» در آیهی ۷۲ سورهی ص، پس از بیان عبارت «و نَفَخَ فِیهِ مِنْ رُوحِی: و از روح خود در او دمیدم» و خطاب به فرشتگان آمده است لذا می توان نتیجه گرفت که سجده ی فرشتگان بر آدم، معلول بهره مندی وی از روح الهی است. (دو بخش اول این سؤال از کتابهای دین و زندگی ۲، چاپ ۱۳۸۹ به بعد، حذف شده اند.)

## ۵۳- گزینهی «۳»

(بر اساس کنگور ۹۱، دین و زندگی ۲، درس ۵، صفحه ۶۶)

(بر اساس کنگور ۹۲، دین و زندگی ۲، درس ۵، صفحه ۵۹)

آیات ۳۲ تا ۳۷ سورهی مؤمنون «فَارسلنا فِیهِم رَسولًا مِنْهُم اَنْ اَعْبُدُوا اللّٰهَ مَا لَكُمْ مِنْ اِلٰهٍ غَیْرِهِ...» نگرش ملاً (اشراف) نسبت به مرگ و زندگی پس از آن را بیان می کند که در آن، این گروه وعدهی زنده شدن پس از مرگ را غیر ممکن و محال می دانند (بعدکم انکم اذا تمم و کنتم ترابا و عظاماً انکم مخرجون هیات هیات لما توعدون: آیا به شما وعده می دهد که وقتی مردید و خاک و استخوان شدید [باز] شما [از گور زنده] بیرون آورده می شوید؟ وه! چه دور است آن چه که وعده داده می شوید.) و در نتیجه به تکذیب و انکار قیامت می پردازند و می گویند: «ان هی اَلْاَحِیَاتَا الدنِیَا نموت و نحیا و ما نحن بمبعوثین: جز این زندگانی دنیای ما چیزی نیست. می میریم و زندگی می کنیم و دیگر برانگیخته نخواهیم شد.»

## ۵۴- گزینهی «۱» (بر اساس کنگور ۹۱، دین و زندگی ۲، درس های ۶ و ۱۰، صفحه های ۶۸ و ۱۱۴ و

دین و زندگی پیش دانشگاهی، درس ۳، صفحه های ۳۰، ۳۱ و ۳۱)

(بر اساس کنگور ۹۲، دین و زندگی ۲، درس ۶، صفحه ۶۱ و دین و زندگی پیش دانشگاهی، درس

۳، صفحه های ۳۰ و ۳۱)

بررسی عبارت شریفه ی «اللّٰه لا اله الا هو لیجمعنکم الی یوم القیامة»:

«اللّٰه لا اله الا هو» ← این عبارت جامع همه ی ابعاد توحید است یعنی هم توحید نظری و هم توحید عملی را دربردارد؛ اما از آن جا که انسان ها بیش تر گرفتار شرک عملی می شوند و معبودهای دیگری جز خدا را می پرستند، این عبارت بیش از هر چیزی ناظر بر توحید عملی و دعوت کننده ی به آن است.

«لیجمعنکم الی یوم القیامة» ← خداوند با بیان این عبارت از قطعی و حتمی بودن معاد جسمانی و روحانی انسان سخن می گوید.

بررسی عبارت «و ما توفیقی الا بالله علیه توکلت»: این عبارت از سوی حضرت شعیب (ع) خطاب به قوم خود بیان شد و بر توکل او بر خدای یگانه دلالت دارد. گفتنی است در توکل، انسان متوکل تنها خداوند را تکیه گاهی مطمئن برای خود قرار می دهد و آموزش را تنها به او واگذار می کند و هیچ کس دیگری را شایسته ی اعتماد نمی داند لذا توکل به خدای یگانه از مصادیق توحید عملی است. (بخش آخر این سؤال از کتابهای دین و زندگی ۲، چاپ ۸۹ به بعد، حذف شده است.)

## ۵۵- گزینهی «۲» (بر اساس کنگور ۹۱، دین و زندگی ۲، درس ۸، صفحه های ۸۸، ۸۹ و ۹۲)

(بر اساس کنگور ۹۲، دین و زندگی ۲، درس ۸، صفحه های ۷۹، ۸۰ و ۸۳)

«قالوا یا ولینا من بعثنا من مرقدنا... می گویند ای وای بر ما، چه کسی ما را از آرامگاهمان برانگیخت؟» ← نفخ صور دوم (زنده شدن همه ی انسان ها) «فأذا هم جمیع لدینا محضرون: ناگهان همگی نزد ما احضار خواهند شد.» ← نفخ صور دوم (زنده شدن همه ی انسان ها)

«و القت ما فیها و تخلّت: و آن چه را که در آن (زمین) است بیرون افکند و تهی شود.» ← نفخ صور اول (تغییر در ساختار زمین و آسمان)

گفتنی است عبارت دوم در کتاب درسی نیامده است؛ هر چند بدون دانستن آن و تنها با دانستن جواب عبارات اول و سوم می توان به پاسخ رسید.

## ۵۶- گزینهی «۲» (بر اساس کنگور ۹۱، دین و زندگی ۲، درس ۹، صفحه ۹۶)

(بر اساس کنگور ۹۲، دین و زندگی ۲، درس ۹، صفحه ۸۸)

پس از این که دوزخیان دچار عذاب شدند، ناله ی حسرتشان بر می خیزد و می گویند: ای کاش ما خدا را فرمان می بردیم و پیامبر او را اطاعت می کردیم؛ ای دریغ بر ما، به خاطر آن کوتاهی هایی که کردیم!

## ۵۷- گزینهی «۲» (بر اساس کنگور ۹۱، دین و زندگی ۲، درس ۱۰، صفحه ۱۱۴)

(بر اساس کنگور ۹۲، دین و زندگی ۲، درس ۱۰، صفحه ۱۱۳)

بنابر ترجمه ی آیهی ۵۸ سورهی فرقان: «و بر آن زنده که نمی میرد توکل کن و و به ستایش او تسبیح گوی؛ و همین بس که او به گناهان بندگانش آگاه است.» دو دلیل و مبنای توکل بر خداوند عنوان شده است ← الف) خداوند نیستی و نابودی ندارد و حیات از جمله صفات ذات خداوند است (الحی الّذی لا یموت ب) از گناهان بندگانش آگاه است و هر کس خود را در محضر او می یابد زیرا عالم محضر خداست (و کفی به بذنوب عباده خیراً) لذا کسانی که به دو مبنای فوق معتقدند بر وی توکل می کنند و زبان به حمد و ستایش او می گشایند.



## ۵۸- گزینهی «۴»

(بر اساس کنگور ۹۱، دین و زندگی ۲، درس ۱۱، صفحه ۱۲۴)

(بر اساس کنگور ۹۲، دین و زندگی ۲، درس ۱۱، صفحه ۱۱۳)

قرآن کریم اساس و پایه‌ی دین‌داری را محبت خداوند قرار می‌دهد و [در کتاب‌های دین و زندگی ۲، چاپ ۱۳۸۹ به بعد، این جمله به چشم نمی‌خورد و حذف شده است.] می‌فرماید: «و من الناس من يتخذ من دون الله اندادا يحوينهم كحب الله و الذين آمنوا اشدَّ حبا لله: و بعضی از مردم همتیانی به جای خدا می‌گیرند و آنان را مانند خداوند دوست دارند و (اَما) کسانی که ایمان دارند به خدا محبت بیش‌تری دارند.»

## ۵۹- گزینهی «۱»

(بر اساس کنگور ۹۱، دین و زندگی ۲، درس ۱۲، صفحه ۱۳۲)

(بر اساس کنگور ۹۲، دین و زندگی ۲، درس ۱۲، صفحه ۱۳۲)

حضرت یوسف (ع) در قرآن کریم یکی از مظاهر برجسته‌ی عفاف معرفی شده است و در آیات ۲۱ تا ۵۴ سوره‌ی یوسف جلوه‌های عفت و پاکدامنی وی آمده است: «... و رواوَدتهُ التي هو فی بیتها عن نفسه عَلَّقَتِ الْاَبواب و قالت هیت لك قال معاذ الله انه ربی احسن مَثوای انه لا یفلح الظالمون...»

## ۶۰- گزینهی «۴»

(بر اساس کنگور ۹۱، دین و زندگی ۳، درس‌های ۱ و ۲، صفحه‌های ۱۶ و ۲۵)

(بر اساس کنگور ۹۲، دین و زندگی ۳، درس ۱، صفحه‌های ۱۳ و ۱۷)

اصیل‌ترین نیاز انسان و به عبارت دیگر جامع‌همه‌ی نیازهای انسان، کشف راه درست زندگی است که در آن والاترین هدف زندگی انسان نشان داده می‌شود و از آینده‌تصویری روشن به‌دست می‌آید. حال به بررسی آیات مطرح شده می‌پردازیم:

آیه‌ی ۹۷ سوره‌ی نحل: «من عمل صالحاً من ذكْرٍ او اُنثیٰ فلنُحییَنه حیاة طیبة و لنجزینهم اجرهم باحسن ما كانوا یعملون» خداوند در این آیه رسیدن به زندگی پاکیزه و دریافت پاداشی بهتر از عمل انجام گرفته را در گرو انجام عمل صالح برای هر مرد و زن مؤمن عنوان می‌کند و در نتیجه راه درست و چگونگی رسیدن به سعادت را بیان می‌کند.

آیه‌ی ۹ سوره‌ی اسراء: «ان هذا القرآن یهدی للتی هی اقوم و یشر المؤمنین الذین یعملون الصالحات ان لهم اجرأ کبیراً» خداوند در این آیه به راهنمایی انسان از سوی قرآن به راه‌های پایدارتر و قرار گرفتن برنامه صحیح زندگی در اختیار وی از این طریق سخن می‌گوید و ایمان و عمل صالح را از لوازم رسیدن به سعادت برمی‌شمرد.

آیه‌ی ۷۸ سوره‌ی نحل: «و الله اخرجکم من بطون امهاتکم لا تعلمون شیئاً و جعل لکم السمع و الابصار و الافئدة لعلکم تشکرون» خداوند در این آیه به دادن ابزار تفکر (السمع و الابصار و الافئدة) به انسان برای کسب علم و آگاهی در زندگی و رسیدن به راه درست زندگی با بهره‌گیری از آن ابزارها پرداخته است. [این آیه از کتاب دین و زندگی ۳، چاپ ۱۳۹۰، حذف شده است.]

## ۶۱- گزینهی «۳»

(بر اساس کنگور ۹۱، دین و زندگی ۳، درس ۳، صفحه ۳۸)

(بر اساس کنگور ۹۲، دین و زندگی ۳، درس ۲، صفحه ۳۰)

اگر پیامبری در هنگام اجرای فرمان‌های الهی معصوم نباشد، امکان دارد کارهایی مخالف دستورات الهی انجام دهد و مردم نیز از او سرمشق بگیرند و به گمراهی و انحراف مبتلا شوند. پیامبران، با وجود مقام و منزلتی که دارند، انسان‌اند و کارهای خود را با اختیار انجام می‌دهند و با بهره‌مندی از الطاف الهی چنان مرتبه‌ای از ایمان و تقوا را دارند که هیچ‌گاه به‌سوی گناه نمی‌روند. هم‌چنین از چنان بینش عمیقی برخوردارند که به خطا و اشتباه گرفتار نمی‌شوند.

## ۶۲- گزینهی «۳»

(بر اساس کنگور ۹۱، دین و زندگی ۲، درس‌های ۵ و ۸، صفحه‌های ۱۲۱، ۱۲۱، ۱۲۶، ۱۲۸)

(بر اساس کنگور ۹۲، دین و زندگی ۲، درس‌های ۳ و ۸، صفحه‌های ۵۶، ۹۸، ۱۰۱ و ۱۰۳)

بهره‌مندی انسان از هدایت معنوی که نتیجه‌ی ولایت معنوی است، به درجه‌ی ایمان، اخلاص و عمل بستگی دارد. (در کتاب دین و زندگی ۳، چاپ ۱۳۹۰، اخلاص حذف شده است.)

«تربیت شخصیت‌های اسلامی» ← اقدامات مربوط به مرجعیت علمی (مرجعیت دینی در کتاب دین و زندگی ۳، چاپ ۱۳۹۰)

«آگاهی‌بخشی به مردم» ← مجاهده در راستای ولایت ظاهری

## ۶۳- گزینهی «۲»

(بر اساس کنگور ۹۱، دین و زندگی ۳، درس ۳، صفحه‌های ۸۳ و ۸۴)

(بر اساس کنگور ۹۲، دین و زندگی ۳، درس ۵، صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

حدود سه سال از بعثت گذشته بود که خداوند به پیامبر (ص) دستور داد در یک دعوت آشکار، خویشان خود را انذار کند. رسول خدا (ص) چهل نفر از بزرگان بنی‌هاشم را دعوت کرد و درباره‌ی اسلام با آنان سخن گفت و در پایان به آنان فرمود: «کدام‌یک از شما مرا در این راه کمک می‌دهد تا برادر من، وصی من و خلیفه‌ی من در میان شما باشد؟» این اقدام پیامبر (ص) در ابتدای دعوتش اهمیت موضوع جانشینی و خلافت پیغمبر (ص) را نشان می‌دهد که از همان روزهای اول باید برای مردم مشخص می‌شد.

## ۶۴- گزینهی «۱»

(بر اساس کنگور ۹۱، دین و زندگی ۳، درس ۷، صفحه ۱۱۰)

(بر اساس کنگور ۹۲، دین و زندگی ۳، درس ۷، صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

یکی از مسائل و مشکلات سیاسی، اجتماعی و فرهنگی دوره‌ی امامت ائمه‌ی اطهار (ع) عبارتست از: ممنوعیت از نوشتن احادیث پیامبر اکرم (ص) که چند اشکال اساسی داشت از جمله فراهم آمدن شرایط مناسب برای جاعلان حدیث که براساس اغراض شخصی به جعل یا تحریف احادیث بپردازند یا (به نفع حاکمان ستمگر) از نقل برخی احادیث خودداری کنند و بی‌بهره ماندن مردم از یک منبع مهم هدایت و دخیل شدن سلیقه‌های شخصی در احکام دینی.

## ۶۵- گزینهی «۴»

(بر اساس کنگور ۹۱، دین و زندگی ۳، درس ۹، صفحه ۱۳۸)

(بر اساس کنگور ۹۲، دین و زندگی ۳، درس ۹، صفحه ۱۱۱)

برای درک درست رهبری امام در عصر غیبت، ابتدا باید توجه کنیم که «غیبت» در این‌جا در مقابل «ظهور» است، نه «حضور». امام را «غایب» نامیده‌اند؛ زیرا ایشان از نظرها «غایب» اند، نه این‌که در جامعه حضور ندارند. به عبارت دیگر، این انسان‌ها هستند که امام را نمی‌بینند، نه این‌که ایشان در بین مردم حضور نداشته باشند.

## ۶۶- گزینهی «۲»

(براساس کنگور ۹۱، دین و زندگی ۳، درس ۱۰، صفحه ۱۴۹)

(براساس کنگور ۹۲، دین و زندگی ۳، درس ۱۰، صفحه ۱۲۰)

پیامبران الهی برای تحقق وعده‌های الهی، از طرح خاصی برای پایان تاریخ سخن گفته‌اند. آنان می‌گویند که در پایان تاریخ، درحالی‌که شرایط کاملاً آماده شده است، یک ولی الهی ظهور می‌کند و حکومت جهانی و عادلانه‌ای تشکیل می‌دهد که فقط براساس دین خدا اداره می‌شود. اعتقاد به منجی در بین پیروان پیامبران، فرصت ارزشمندی برای همکاری میان آن‌ها و تلاش برای تحقق آرمان‌های بزرگ همه‌ی پیامبران است. (بخش دوم سؤال از کتاب دین و زندگی ۳، چاپ ۱۳۹۰، حذف شده است.)

## ۶۷- گزینهی «۳»

(براساس کنگور ۹۱، دین و زندگی ۳، درس ۱۲، صفحه‌های ۱۷۷ و ۱۷۸)

(براساس کنگور ۹۲، دین و زندگی ۳، درس ۱۲، صفحه ۱۴۶)

امام علی (ع) در نامه‌ای خطاب به مالک اشتر، که به فرمانروایی مصر برگزیده شده بود، می‌نویسد: «در قبول و تصدیق سخن چین شتاب مکن؛ زیرا سخن چین در لباس نصیحت ظاهر می‌شود، اما خیانتکار است.»

## ۶۸- گزینهی «۲»

(براساس کنگور ۹۱، دین و زندگی ۳، درس ۱۶، صفحه‌های ۲۳۴ و ۲۳۵)

(براساس کنگور ۹۲، دین و زندگی ۳، درس ۱۶، صفحه ۱۲۰)

مهم‌ترین وظیفه‌ی پدر و مادر، ایجاد زمینه‌ی مناسب برای رشد و تعالی خانواده است و بنابر سخن امیرمؤمنان علی (ع)، مدیریت عمومی خانواده با مرد و مدیریت داخل خانه با زن می‌باشد. (بخش اول از کتاب دین و زندگی ۳، چاپ ۱۳۹۰، حذف شده است.)

## ۶۹- گزینهی «۴»

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس‌های ۲ و ۳، صفحه‌های ۱۵، ۱۶، ۱۹، ۲۶ و ۳۰)

بررسی آیة ۲ سوره‌ی فاتحه (الحمد لله رب العالمین):

الحمد لله: بیانگر توحید عبادی است زیرا بیان حمد و ستایش خداوند است که عملی عبادی محسوب می‌شود.

رب العالمین: بیانگر توحید در ربوبیت (از شاخه‌های توحید افعالی) است.

بررسی آیة «... خالق کل شیء فاعبده»:

خالق کل شیء: این بخش از سؤال باز هم اختلاف بین طراحان کنکور و متن کتاب درسی را آشکار می‌کند. در صفحه‌ی ۱۵ کتاب درسی ذیل توضیح توحید ذاتی چنین آمده است: «او (خداوند) تنها مبدأ و خالق جهان است.» اما باز هم مطابق سال‌های گذشته کنکور سراسری خالقیت را جزء توحید افعالی در نظر گرفته است.

فاعبده: بیانگر توحید عبادی (عملی) است.

## ۷۰- گزینهی «۱»

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۳، صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

پس از شناخت خداوند به‌عنوان تنها مبدأ و آفریننده‌ی جهان و تنها سرچشمه‌ی خوبی‌ها و زیبایی‌ها و آگاهی به این که او تنها مالک، سرپرست، اداره‌کننده و تنها تکیه‌گاه و پشتیبان جهان است، این نتیجه به‌دست می‌آید که تنها وجود شایسته‌ی پرستش و اطاعت، یعنی تنها معبود واقعی انسان‌ها خداست. در آیة ۵۱ سوره‌ی آل عمران «ان الله ربی و ربکم فاعبده هذا صراط مستقیم» نیز به همین تکیه داشتن توحید عملی بر توحید نظری (توحید ذاتی، توحید افعالی و توحید صفاتی) و میوه و ثمره‌ی آن بودن اشاره شده است.

## ۷۱- گزینهی «۳»

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۳، صفحه ۲۵)

ترجمه‌ی آیة ۳۱ سوره‌ی توبه «اینان گرفتند دانشمندان و راهبان را به‌جای خداوند به پروردگاری و هم‌چنین مسیح پسر مریم را؛ در حالی‌که مأمور نبودند جز این که فقط خدای یگانه را بپرستند. معبودی جز او نیست و او منزه است از آن‌چه شریکش می‌سازند.»

براساس عبارت قرآنی «اتخذوا احبارهم و رهبانهم ارباباً من دون الله و المسيح ابن مریم». گرفتن اربابی غیر از خدا، شرک عملی اجتماعی محسوب می‌شود که گریبانگیر اطاعت‌کنندگان ارباب و رهبان شده است.

## ۷۲- گزینهی «۴»

(دین و زندگی ۲، درس ۳، صفحه‌ی ۳۹)

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۵، صفحه‌های ۳۰، ۳۲ و ۳۳)

پیام آیات ۲۷ تا ۳۰ سوره‌ی فجر «یا ایها النفس المطمئنة ارجعی الی ربک راضیة مرضیة... یاد معاد و روز حساب و پیام آیة‌ی شریفه‌ی «... لو كنا نسمع او نعقل ما كنا فی اصحاب السعیر»، تقویت روحیه‌ی حق‌پذیری است که آن‌ها از لوازم برنامه‌ریزی برای رسیدن به حقیقت‌بندی و اخلاص است. (آیات بخش اول از کتاب‌های دین و زندگی ۲، چاپ ۱۳۸۹ به بعد، حذف شده است.)

## ۷۳- گزینهی «۱»

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۷، صفحه‌های ۹۶ و ۹۷)

پیامبر اکرم (ص) در کنار دعوت به توحید، افق نگاه انسان‌ها را از محدوده‌ی تنگ دنیا فراتر برد، منکرین را با استدلال‌های محکم و آشکار، با حقیقت معاد آشنا ساخت و با عقاید خرافی پیرامون آن به مبارزه برخاست. خدای متعال به ایشان امر نمود: «... قل متاع الدنیا قلیل و الآخرة خیر لمن اتقى و لا تظلمون قتیلاً»

## ۷۴- گزینهی «۳»

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۹، صفحه‌های ۱۵۱، ۱۵۲ و ۱۵۵)

پس از گذر از کشورهای اروپایی از قرون وسطی و شکل‌گیری دوره‌ی جدید، توجه گسترده‌ای به حقوق، قانون، ساختار حکومت و دولت پدید آمد که عموماً عکس‌العملی در برابر حاکمیت نامطلوب کلیسا در قرون وسطی بود. هم‌چنین دین در تاریخ تمدن جدید، به‌خصوص در این چند قرن اخیر، با نگاه‌های متفاوتی مواجه شده است؛ این نگاه‌ها که متأثر از حاکمیت کلیسا در قرون وسطی و در تقابل با اندیشه‌های دینی آن پدید آمده، عموماً نگاهی منفی‌گراست و هم‌چنین انسان در این دیدگاه، یک موجود زنده‌ی طبیعی، مانند دیگر موجودات زنده‌ی شناخته‌شده، ولی پیچیده‌تر است، با یک سری نیازهای طبیعی و مادی. از بُعد معنوی و فطرت الهی او، که او را مسجود فرشتگان و مقرب پروردگار می‌سازد، خبری نیست. لذا می‌توان گفت پیوند فطری بشر با مسائل وحیانی کم رنگ شده است.

## ۷۵- گزینهی «۱»

(دین و زندگی پیش‌دانشگاهی، درس ۱۰، صفحه ۱۸۶)

قدیمی‌ترین و مقدس‌ترین آرمان و اهداف انبیا الهی در طول تاریخ پرفراز و فرود نبوت، تشکیل جامعه‌ی عدل جهانی به رهبری موعود الهی بوده است.



## زبان انگلیسی

## سراسری ریاضی ۹۱

## تهیه و تنظیم: زهره جوادی

۷۶- گزینهی «۱»

(زبان انگلیسی پیش‌دانشگاهی، کاربرد ربط‌دهنده‌های دلیل، زمان و شرط، درس ۱)

ترجمه‌ی جمله: «او از زمانی که هفته‌ی گذشته به این‌جا رسید، دوستان قدیمی‌اش را ندیده است.»

نکات مهم درسی:

“since” به معنی «از زمانی که، چون که» ربط‌دهنده‌ی زمان و دلیل است. “when” به معنی «وقتی که» ربط‌دهنده‌ی زمان می‌باشد. “so that” به معنی «به منظور این که، تا این که» برای ربط دو جمله‌ی پایه و پیرو به کار می‌رود و بیانگر هدف و منظور است. “so as to” به معنی «به منظور این که، تا این که» برای بیان هدف و منظور به کار می‌رود و بعد از آن جمله‌ی کامل به کار نمی‌رود.

با توجه به ساختار «گذشته‌ی ساده + since + ماضی نقلی» و همچنین اشاره‌ی “since” به مبدأ زمان، گزینه‌ی «۱» صحیح است.

۷۷- گزینه‌ی «۳»

(زبان انگلیسی پیش‌دانشگاهی، کاربرد ربط‌دهنده‌ی مقایرت غیرمنتظره، درس ۷)

ترجمه‌ی جمله: «به کلیولند همواره به‌عنوان یک شهر کثیف و خسته‌کننده اشاره شده است، علی‌رغم این که اکنون آن‌ها می‌گویند، آن خیلی بهتر است.»

نکات مهم درسی:

“as” به معنی «چون که، هنگامی که» ربط‌دهنده‌ی دلیل و زمان است. “because” به معنی «به دلیل این که، چون که» ربط‌دهنده‌ی دلیل می‌باشد. “though” به معنی «علی‌رغم این که، با وجود این که، اگرچه» برای بیان مقایرت (تضاد غیرطبیعی) به کار می‌رود و این ربط‌دهنده، دو جمله‌ای را به هم ربط می‌دهد که مفهوم جمله‌ی پایه غیرمنتظره و دور از انتظار باشد. “whether” به معنی «که آیا، خواه» ربط‌دهنده‌ی جمله‌ی اسمیه و شرط است. با توجه به مفهوم جمله، گزینه‌ی «۳» صحیح است.

۷۸- گزینه‌ی «۴»

(زبان انگلیسی پیش‌دانشگاهی، کاربرد فعل وویی must، درس ۸)

ترجمه‌ی جمله: «مارک: چرا او قبل از آمدن زنگ نزد؟»  
«سارا: او همیشه زنگ می‌زند. وقتی او آمد، شما حتماً خواب بودید.»

نکات مهم درسی:

از ساختار “must + have + p.p.” برای بیان نتیجه‌گیری و استنباط منطقی در زمان گذشته استفاده می‌کنیم. از ساختار “should + have + p.p.” برای بیان کاری که بهتر بود و یا باید در زمان گذشته صورت می‌گرفت، ولی انجام نشده است، استفاده می‌کنیم.

۷۹- گزینه‌ی «۳»

(زبان انگلیسی پیش‌دانشگاهی، درس ۷)

ترجمه‌ی جمله: «متأسفم می‌گویم که هواپیما یک ساعت بعد از (زمان) معمول به مقصدش خواهد رسید.»

- (۱) فضا، جا (۲) سفر، مسافرت (۳) مقصد (۴) موقعیت، وضعیت

۸۰- گزینه‌ی «۴»

(زبان انگلیسی پیش‌دانشگاهی، درس ۲)

ترجمه‌ی جمله: «شما واقعاً مرا خجالت زده کردید، وقتی که اشتباهاتم را در حضور همکلاسیهایم ذکر کردید.»

(۱) مقایسه کردن

(۲) معرفی کردن

(۳) نتیجه‌ی (کلی) گرفتن، همگانی ساختن، تعمیم دادن

(۴) خجالت‌زده کردن، دستپاچه کردن

۸۱- گزینه‌ی «۲»

(زبان انگلیسی پیش‌دانشگاهی، درس ۱)

ترجمه‌ی جمله: «وظیفه‌ی تبلیغات است تا تصویر منحصر به‌فردی برای شرکت شما ایجاد نماید.»

(۱) پیش‌بینی

(۲) وظیفه، عملکرد، کار

(۳) مرجع، منبع

(۴) درگیری، مشارکت

۸۲- گزینه‌ی «۱»

(زبان انگلیسی پیش‌دانشگاهی، درس ۲)

ترجمه‌ی جمله: «صحبت نکنید. شما ممکن است توجه راننده را از جاده پرت کنید.»

(۱) پرت کردن حواس، منحرف کردن

(۲) خراب کردن، آسیب زدن

(۳) کشیدن، کش آمدن

(۴) شناختن، تشخیص دادن

۸۳- گزینه‌ی «۲»

(زبان انگلیسی پیش‌دانشگاهی، درس ۱)

ترجمه‌ی جمله: «هیچ کس چیزی را که او گفت باور نکرد، بهانه‌اش منطقی نبود.»

(۱) کارآمد، مؤثر

(۲) منطقی، معقول

(۳) مصنوعی

(۴) پیچیده

۸۴- گزینه‌ی «۱»

(زبان انگلیسی پیش‌دانشگاهی، درس ۲)

ترجمه‌ی جمله: «الف: آیا شما هیچ خبری درباره‌ی تد برایم دارید؟»  
«ب: نه. من او را اخیراً ندیده‌ام.»

(۱) اخیراً، به‌تازگی

(۲) به‌طور خلاصه

(۳) به‌طور رایج

(۴) به‌طور مناسب

۸۵- گزینه‌ی «۲»

(زبان انگلیسی پیش‌دانشگاهی، درس ۲، درس ۸)

ترجمه‌ی جمله: «من سعی می‌کنم هر شب دو ساعت را به کار مدرسه‌ام اختصاص دهم.»

(۱) تخمین زدن، برآورد کردن

(۲) اختصاص دادن، وقف کردن (با حرف اضافه‌ی “to”)

(۳) گذراندن، صرف کردن

(۴) افزایش دادن، بالا بردن

ترجمه‌ی متن Cloze Test:

من ایستادم تا صحبت کنم و ذهنم خالی شد. (نتوانستم چیزی به‌یاد بیاورم). آیا این (موضوع) تاکنون برای شما اتفاق افتاده است؟ شما ممکن است در مقابل حضار عصبی شوید. شما ممکن است نگران شوید که به اندازه‌ی کافی آماده نیستید. شما ممکن است برخی از حقایق خود را فراموش کنید. چه کاری می‌توانید انجام دهید؟ گاهی اوقات افراد بیش از حد آماده می‌شوند و اگر آن‌ها نتوانند کلماتی را که تمرین کردند را به‌خاطر بیاورند، می‌ترسند. آن ایده‌ی خوبی است که تعدادی یادداشت بیاورید که به شما در سازماندهی (ذهنتان) کمک نماید، اما سخنرانیتان را حفظ نکنید. اگر شما چیزی را نتوانستید به‌یاد بیاورید، با توضیح هدف سخنرانی خود شروع کنید و بقیه‌ی (مطالب) احتمالاً از پی خود خواهند آمد.

۸۶- گزینهی «۳»

۱) شوخ طبعی

۲) ارائه، بیان

۳) ذهن

۴) اثر، تأثیر، برداشت

۸۷- گزینهی «۴»

نکته‌ی مهم درسی:

از ساختار **“may + have + p.p.”** برای بیان احتمال وقوع انجام

کاری در زمان گذشته استفاده می‌شود.

۸۸- گزینهی «۲»

۱) تعجب‌انگیز، شگفت آور

۲) ترسیده

۳) مخرب

۴) بی‌احساس

۸۹- گزینهی «۱»

۱) سازماندهی کردن

۲) حمایت کردن

۳) جلوگیری کردن

۴) تعریف کردن

۹۰- گزینهی «۳»

۱) موضوع، مسئله

۲) جنبه، لحاظ

۳) هدف

۴) طرز نشستن یا ایستادن، حالت بدن

ترجمه‌ی متن اول:

اردو یک تفریح بیرون از خانه است که افراد سراسر جهان (از آن)

لذت می‌برند. آن یک راه عالی است تا در حومه‌ی شهر بگردید.

بسیاری از افراد اردو زدن را با یک سازمان مانند پیشاهنگ‌ها یاد

می‌گیرند. دیگران ممکن است اولین تجربه‌ی اردوی خود را در یک

اردوی تعطیلاتی در کوهستان یا در کنار دریا کسب نمایند. در

بسیاری از کشورها، اردوگاه‌های خاصی برای گردشگران وجود دارد،

بنابراین شما همیشه نباید یک چادر با خود حمل کنید. ممکن است

اردوگاه یکی (برای شما) فراهم نماید. به هر حال، یادگیری مهارت‌های

اساسی اردو زنی جالب است: چگونه یک چادر بزنید، چگونه برای

پختن یک آتش درست کنید، چگونه یک کوله‌پشتی ببندید، چگونه

اردوگاه خود را تمیز و مرتب نگه دارید، چگونه چادر را جمع کنید.

سازمان‌های اردو زنی می‌توانند کمک و توصیه‌ی بیش تری بدهند و

کتاب‌های مفید بسیار زیادی برای خواندن وجود دارد. قبل از بر پا

ساختن اردو، شما باید همیشه مطمئن شوید که اجازه‌ی صاحب

زمینی را که می‌خواهید روی آن اردو بزنید را دارید. آن مهم است تا

جای مناسبی را انتخاب کنید که دور از لبه‌ی پرتگاه‌ها یا مکان‌های

نرم و مرطوب باشد و زیر درخت‌ها نباشد. (شاخه‌ها ممکن است

بیفتند و اگر باران ببارد، آب چادر شما را خواهد ریخت.) اگر ممکن

است زمین مسطح را انتخاب کنید. مطمئن باشید شما آب نوشیدنی

تازه در اختیار دارید، شاید لازم باشد بعداً از آن استفاده نمایید.

۹۱- گزینهی «۱»

ترجمه‌ی جمله: «طبق متن، اردو یک فعالیت جهانی است.»

۹۲- گزینهی «۲»

ترجمه‌ی جمله: «واژه‌ی **“one”** در سطر پنجم به **“tent”** «چادر»

اشاره می‌کند.»

۹۳- گزینهی «۴»

ترجمه‌ی جمله: «کدام یک از (موارد) زیر، بهترین (شکل) تمرکز اصلی

پاراگراف دوم را نشان می‌دهد؟»

«مهارت‌ها»

۹۴- گزینهی «۳»

ترجمه‌ی جمله: «طبق متن، چادر زدن زیر یک درخت عاقلانه

نیست.»

۹۵- گزینهی «۱»

ترجمه‌ی جمله: «پاراگراف سوم قصد دارد به خواننده اطلاعاتی

درباره‌ی این که کجا اردو بزند، ارائه دهد.»

ترجمه‌ی متن دوم:

ارتباط چشمی یک روش غیرکلامی است که به سخنران کمک می‌کند

تا عقایدش را به حضار عرضه نماید. ارتباط چشمی هم‌چنین کمک

می‌کند تا علاقه‌ی شنونده را حفظ نماید. یک سخنران موفق باید

سعی نماید تا ارتباط چشمی با حضار داشته باشد. به‌منظور داشتن

یک رابطه‌ی خوب با شنوندگان، یک سخنران باید دست کم ۷۵ درصد

از زمان را ارتباط چشمی مستقیم (با حضار) برقرار کند. برخی از

سخنران‌ها فقط روی یادداشت‌هایشان تمرکز می‌کنند. دیگران به

بالای سر شنوندگان‌شان خیره می‌شوند. هر دو ممکن است علاقه و

احترام حضار را از دست بدهند. افرادی که در حین سخنرانی، چه از

تریبون یا چه از پشت میز، ارتباط چشمی برقرار می‌سازند، نه تنها

استثنائاً توسط هدف (مخاطب) خود در صحبت کردن ماهر هستند

(به‌نظر می‌رسند)، بلکه هم‌چنین قابل اطمینان‌تر و جدی‌تر در نظر

گرفته می‌شوند. به منظور نشان دادن قدرت ارتباط چشمی در زندگی

روزمره، ما فقط باید (به این موضوع) توجه کنیم که افراد چگونه رفتار

می‌کنند زمانی که آن‌ها به‌طور اتفاقی در خیابان به هم‌دیگر نگاه

می‌کنند. در یک سو افرادی هستند که احساس می‌کنند آن‌ها

مجبورند زمانی که ارتباط چشمی برقرار می‌سازند، لبخند بزنند. در

سمت دیگر افرادی هستند که احساس آرامش نمی‌کنند و فوراً به دور

دست می‌نگرند. به‌نظر می‌رسد که برقراری ارتباط چشمی ایجاد

ارتباطی خاص با یک شخص است.

۹۶- گزینهی «۳»

ترجمه‌ی جمله: «ایده‌ی اصلی این متن چیست؟»

«ارتباط چشمی به‌عنوان یک وسیله‌ی ارتباطی»

۹۷- گزینهی «۴»

ترجمه‌ی جمله: «چه آیا نویسنده به‌طور ضمنی بیان می‌کند ارتباط

چشمی می‌تواند انجام دهد زمانی که وی (در سطرهای ۱-۲) می‌گوید

«... کمک می‌کند سخنران عقایدش را به حضار عرضه نماید؟»

«آن می‌تواند احتمال قبول عقاید سخنران توسط افراد را افزایش

دهد.»

۹۸- گزینهی «۴»

ترجمه‌ی جمله: «طبق متن، چه کسی محتمل‌تر است توسط حضار

محترم‌تر باشد؟»

«سخنرانی که در بیش‌تر (زمان) سخنرانی‌اش، ارتباط چشمی با حضار

برقرار می‌سازد.»

۹۹- گزینهی «۲»

ترجمه‌ی جمله: «کدام یک از (موارد) زیر بدون تغییری در معنی

می‌تواند به‌جای واژه‌ی **“target”** در سطر هفتم قرار بگیرد؟

«حضار»

۱۰۰- گزینهی «۱»

ترجمه‌ی جمله: «نویسنده‌ی متن سعی می‌کند نکته‌ی اصلی خود را

در پاراگراف دوم از طریق ارائه‌ی یک مثال ثابت نماید.»



نمی‌دهد. چون علامت سرعت، جهت حرکت را تعیین می‌کند، و

همواره  $v > 0$  است، در نتیجه متحرک همواره در جهت مثبت

محور  $x$  ها حرکت می‌کند و در هیچ زمانی تغییر جهت نمی‌دهد.

در لحظه  $t = 3s$  شتاب متحرک صفر می‌شود و علامت آن عوض

می‌شود، بنابراین در این لحظه جهت شتاب عوض می‌شود (گزینه‌ی

«۲»). در بازه‌ی زمانی  $t = 0$  تا  $t = 3s$ ، علامت شتاب منفی و اندازه‌ی

آن در حال کاهش بوده (گزینه‌ی «۳») و چون علامت سرعت همواره

مثبت است، بنابراین در این بازه‌ی زمانی حرکت متحرک کندشونده و

در جهت محور  $x$  خواهد بود (گزینه‌ی «۴»).

(فیزیک پیش‌دانشگاهی، حرکت‌شناسی)

۱۵۸- گزینه‌ی «۳»

محل رها شدن دو گلوله را مبدأ مکان و جهت مثبت را رو به پایین در

نظر می‌گیریم و معادله‌ی حرکت هر گلوله را می‌نویسیم. دقت کنید

گلوله‌ی دوم را  $2/5s$  بعد از گلوله‌ی اول رها می‌کنیم.

$$y_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 + v_{01}t_1 + y_{01} \Rightarrow y_1 = \Delta t^2$$

$$y_2 = \frac{1}{2}gt_2^2 + v_{02}t_2 + y_{02} \xrightarrow{t_2 = t - 2/5} y_2 = \Delta(t - 2/5)^2$$

چون گلوله‌ی اول همواره جلوتر از گلوله‌ی دوم است، بنابراین داریم:

$$\Delta y = y_1 - y_2 = \Delta t^2 - \Delta(t - 2/5)^2$$

$$\xrightarrow{\Delta y = 68/75m} 68/75 = 25t - 31/25$$

$$\Rightarrow 25t = 100 \Rightarrow t = 4s$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی، حرکت‌شناسی)

۱۵۹- گزینه‌ی «۴»

ابتدا با دو بار مشتق گرفتن از بردار مکان نسبت به زمان، بردار سرعت

و بردار شتاب متحرک را به دست می‌آوریم و سپس در لحظه‌ی  $t = 0$ ،

بردارهای سرعت و شتاب را به دست می‌آوریم:

$$\vec{r} = (2t^2 - 4t + 2)\vec{i} + (4t^2 - 8t + 10)\vec{j}$$

تهیه و تنظیم: بابک اسلامی

فیزیک پیش‌دانشگاهی و پایه سراسری ۹۱

۱۵۶- گزینه‌ی «۴»

اندازه‌ی برابری دو بردار برابر است با:

$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b} \Rightarrow R^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta$$

$$\xrightarrow{a=b} R^2 = 2a^2(1 + \cos \theta) \quad (I)$$

اندازه‌ی تفاضل دو بردار برابر است با:

$$\vec{R}' = \vec{a} - \vec{b} \Rightarrow R'^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta$$

$$\xrightarrow{a=b} R'^2 = 2a^2(1 - \cos \theta) \quad (II)$$

از رابطه‌های (I) و (II) می‌توان نوشت:

$$\xrightarrow{(I),(II)} \frac{R}{R'} = \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta}} \quad \theta = 53^\circ \Rightarrow \cos 53^\circ = 4/5$$

$$\frac{R}{R'} = \sqrt{\frac{1 + 4/5}{1 - 4/5}} = \sqrt{\frac{9/5}{1/5}} = 3$$

(فیزیک ۲ و ۳، بردار)

۱۵۷- گزینه‌ی «۱»

با دوبار مشتق گرفتن از معادله‌ی حرکت متحرک نسبت به زمان،

معادله‌های سرعت و شتاب متحرک را به دست می‌آوریم:

$$x = t^3 - 9t^2 + 27t$$

$$v = \frac{dx}{dt} = 3t^2 - 18t + 27 \Rightarrow v = 3(t - 3)^2 \geq 0 \Rightarrow v = 0 \Rightarrow t = 3s$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = 6t - 18 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow t = 3s$$

طبق معادلات بالا در لحظه‌ی  $t = 3s$ ، اندازه‌ی سرعت و شتاب متحرک

صفر می‌شود، ولی دقت کنید به ازای تمامی زمان‌ها، سرعت متحرک

همیشه مثبت است (مربع کامل) و بنابراین هیچگاه تغییر علامت

۱۶۱- گزینه‌ی «۳»

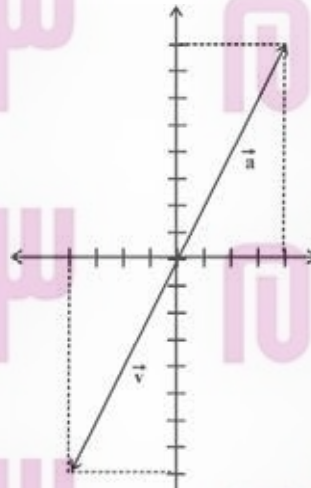
$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow \vec{v} = (4t-4)\vec{i} + (8t-8)\vec{j}$$

$$\xrightarrow{t=0} \vec{v} = (-4)\vec{i} + (-8)\vec{j}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \vec{a} = 4\vec{i} + 8\vec{j}$$

با توجه به این که در لحظه‌ی  $t=0$ ، مؤلفه‌های بردار سرعت و شتاب

قربنی یک‌دیگرند، بنابراین نسبت به مرکز مختصات تقارن دارند و

بنابراین زاویه‌ی بین دو بردار سرعت و شتاب در لحظه‌ی  $t=0$  برابربا  $180^\circ$  خواهد بود.

(فیزیک پیش‌دانشگاهی، حرکت‌شناسی)

۱۶۰- گزینه‌ی «۲»

بر طبق قانون دوم نیوتون، تغییرات بردار تکانه‌ی یک جسم نسبت به

زمان برابر با بردار نیروی وارد بر آن جسم است ( $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ ). اگر نیرو

ثابت باشد و یا از نیروی متوسط استفاده کنیم، می‌توان نوشت:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad \vec{F} \text{ ثابت باشد یا از } \vec{F} \text{ متوسط استفاده شود} \Rightarrow \Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t \Rightarrow \Delta p = F\Delta t$$

در حرکت پرتابی در شرایط خلأ، تنها نیروی وزن بر جسم اثر می‌کند

که اندازه‌ی آن نیز ثابت است، بنابراین با استفاده از تعریف تکانه،

می‌توان نوشت:

$$m\Delta v = mg\Delta t \Rightarrow \Delta v = g\Delta t = 10 \times 1 \Rightarrow \Delta v = 10 \frac{m}{s}$$

بنابراین اندازه‌ی بردار سرعت طی هر ثانیه و بدون توجه به این که

گلوله در چه مقطعی باشد، به مقدار  $10 \frac{m}{s}$  تغییر می‌کند.

(فیزیک پیش‌دانشگاهی، رینامیک)

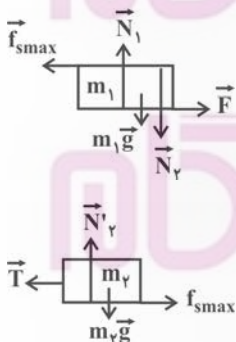
نخ از جایی پاره می‌شود که بیش‌ترین نیرو به آن وارد شود، زمانی که در بار اول نخ را به آرامی پایین می‌کشیم و به تدریج نیرو را افزایش می‌دهیم، نیروی وارد بر پایین وزنه فقط نیرویی است که ما وارد می‌کنیم ولی نیروی وارد بر بالای وزنه، برابر با مجموع نیروی ما و وزن وزنه می‌باشد، بنابراین نخ از بالای وزنه پاره می‌شود.

در بار دوم که نخ را به صورت ضربه‌ای در یک لحظه پایین می‌کشیم، نیروی زیادی را در یک لحظه کوتاه وارد می‌کنیم و بنابراین نخ از پایین وزنه پاره خواهد شد.

(فیزیک پیش‌دانشگاهی، رینامیک)

۱۶۲- گزینه‌ی «۳»

با توجه به ناچیز بودن اصطکاک بین وزنه‌ی  $m_1$  و سطح افقی، در راستای افقی به جرم  $m_1$  دو نیروی  $\vec{F}$  و نیروی اصطکاک بین جرم‌های  $m_1$  و  $m_2$  وارد می‌شود. در حالتی که نخ بسته است، به اِزاء حداقل اندازه‌ی  $F = 12N$ ، جرم  $m_1$  به حرکت در می‌آید، بنابراین در این حالت نیروی اصطکاک ایستایی بین دو جرم بیشینه مقدار خود است. با توجه به شکل‌های زیر که نیروهای وارد بر جرم‌های  $m_1$  و  $m_2$  را نشان می‌دهد، با استفاده از قانون دوم نیوتون، می‌توان نوشت:



$$m_1 \text{ جرم } : F_{\min} - f_{s\max} = 0 \Rightarrow f_{s\max} = F_{\min}$$

و وقتی نخ باز می‌شود و با اعمال نیروی  $\vec{F}$  اگر دو جسم روی هم نلغزند، مجموعه با شتاب یکسانی حرکت می‌کند؛ داریم:



چون وزنه‌ها با نخ به هم متصل هستند، بنابراین جابه‌جایی، سرعت و

شتاب آن‌ها همواره با هم برابر است و بنابراین مجموعه با

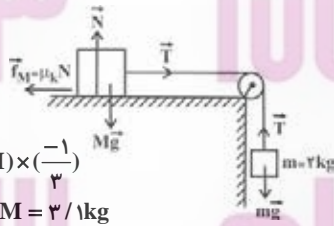
شتاب  $a = \frac{-1}{3} \frac{m}{s^2}$  حرکت می‌کند. از طرفی تنها نیروی وزن  $mg$  و

نیروی اصطکاک  $\mu_k Mg$  در راستای حرکت مجموعه بر آن اثر می‌کند،

بنابراین با استفاده از قانون دوم نیوتون، داریم:

$$\sum F = (\sum m)a \Rightarrow mg - \mu_k Mg = (m + M)a$$

$$\frac{m=2\text{kg}, \mu_k=0.7}{a=\frac{-1}{3} \frac{m}{s^2}}$$



$$2 \times 10 - 0.7 \times 2 \times 10 = (2 + M) \times \left(\frac{-1}{3}\right)$$

$$\Rightarrow 3(20 - 7M) = -2 - M \Rightarrow M = 3/1 \text{ kg}$$

دقت کنید نیروی کشش نخ ( $\vec{T}$ ) یک نیروی داخلی مجموعه به حساب

می‌آید و تأثیری در حرکت مجموعه ندارد.

(فیزیک پیش‌دانشگاهی، دینامیک)

۱۶۵- گزینه‌ی «۴»

چون اصطکاک ناچیز است، بنابراین انرژی مکانیکی ارباب در کل مسیر

ثابت است. با در نظر گرفتن مکان ارباب در حالت B به عنوان مبدأ

انرژی پتانسیل گرانشی، داریم:

$$E_A = E_B \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B$$

$$\Rightarrow 0 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + 0 \xrightarrow{h_A=3 \cdot 0.12=1.8\text{m}} 1 \cdot 10 \cdot 1.8 = \frac{1}{2}v_B^2$$

$$\Rightarrow v_B = 6\sqrt{10} \frac{m}{s} \quad (\text{I})$$

$$E_A = E_C \Rightarrow K_A + U_A = K_C + U_C$$

$$\Rightarrow 0 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C \xrightarrow{h_A=1.8\text{m}, h_C=2.4-1.2=1.2\text{m}}$$

$$1 \cdot 10 \cdot 1.8 = \frac{1}{2}v_C^2 + 1 \cdot 10 \cdot 1.2 \Rightarrow v_C = 2\sqrt{30} \frac{m}{s} \quad (\text{II})$$

$$\xrightarrow{(\text{I}), (\text{II})} \frac{v_B}{v_C} = \frac{6\sqrt{10}}{2\sqrt{30}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

(فیزیک ۲، پایستگی انرژی)

$$F = (m_1 + m_2)a \Rightarrow a = \frac{F}{(m_1 + m_2)}$$

نیروی که باعث حرکت جرم  $m_2$  می‌شود، نیروی اصطکاک ایستایی

است که حداکثر مقدار آن برابر با  $f_{s\max}$  است. بنابراین حداکثر

اندازه‌ی نیروی  $\vec{F}$  که دو جسم روی هم نلغزند، برابر است با:

$$f_{s\max} = m_2 a \Rightarrow F_{\min} = m_2 \frac{F_{\max}}{m_1 + m_2}$$

$$\Rightarrow F_{\max} = \frac{m_1 + m_2}{m_2} F_{\min} \xrightarrow{m_1=6\text{kg}, m_2=4\text{kg}, F_{\min}=12\text{N}}$$

$$F_{\max} = \frac{6+4}{4} \times 12 \Rightarrow F_{\max} = 30\text{N}$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی، دینامیک)

۱۶۳- گزینه‌ی «۱»

در حرکت دایره‌ای یکنواخت، باید نیروی جانب مرکز توسط نیرو یا

نیروهایی تأمین شود. در این مسأله در بالاترین نقطه‌ی مسیر، دو نیروی

وزن و عمود بر سطح بر شخص وارد می‌شود که برآیند آن‌ها نیروی

مرکز‌گرای لازم برای حرکت دایره‌ای یکنواخت را در آن نقطه تأمین

می‌کند، داریم:

$$\sum F = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow mg - N = \frac{mv^2}{R}$$

$$\Rightarrow N = mg - \frac{mv^2}{R} = 50 \times 10 - \frac{50 \times 4^2}{10} \Rightarrow N = 420\text{N}$$

$\vec{N}$ ، نیرویی است که سطح صندلی بر شخص وارد می‌کند، بنابراین

طبق قانون سوم نیوتون، شخص نیز نیرویی به بزرگی  $N' = 420\text{N}$  و در

خلاف جهت نیروی  $\vec{N}$  بر صندلی وارد می‌کند.

(فیزیک پیش‌دانشگاهی، حرکت دایره‌ای)

۱۶۴- گزینه‌ی «۳»

با توجه به این که وزنه‌ی M که با سرعت  $\frac{m}{s}$  به سمت راست حرکت

می‌کند، پس از پیمودن مسافت  $\Delta m/5$  متوقف می‌شود، شتاب حرکت

وزنه‌ی M برابر است با:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v_0=1 \frac{m}{s}, \Delta x=1/5\text{m}} 0 - 1^2 = 2a \times 1/5 \Rightarrow a = \frac{-1}{3} \frac{m}{s^2}$$

۱۶۶- گزینهی «۴»

۱۶۶- گزینهی «۳»

انرژی درونی مقدار معینی گاز کامل، تابع دمای مطلق گاز است و چون فرایند AB، فرایندی هم فشار است که طی آن حجم گاز افزایش می‌یابد، بنابراین طبق معادله‌ی حالت گازهای کامل، دمای گاز در این فرایند و در نتیجه، انرژی درونی آن افزایش می‌یابد و بنابراین  $\Delta U > 0$  است. از طرفی در فرایند هم فشار، کار و گرما بین گاز و محیط مبادله می‌شود، بنابراین با استفاده از قانون اول ترمودینامیک،

با توجه به نمودار، در مدت ۱۲۰s، دمای جسم جامد همواره افزایش یافته است، بنابراین طی این مدت، تغییر حالتی روی نداده است و بنابراین برای گرمای جذب شده توسط جسم جامد، می‌توان نوشت:

$$Q = mc\Delta\theta \quad \begin{matrix} m=0.1\text{kg}, c=400 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}} \\ \theta_1=-20^\circ\text{C}, \theta_2=40^\circ\text{C} \end{matrix}$$

$$Q = 0.1 \times 400 \times (40 - (-20)) \Rightarrow Q = 2400 \text{ J}$$

این مقدار گرما در مدت ۱۲۰s توسط جسم گرفته شده است، بنابراین در هر ثانیه گرمای گرفته شده برابر است با:

$$P = \frac{Q}{t} = \frac{2400}{120} \Rightarrow P = 20 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

می‌توان نوشت:

(فیزیک ۲، گرماسنجی)

$$\Delta U = Q + W = nC_{MP}\Delta T - P\Delta V$$

$$\frac{C_{MP} = \frac{5}{2}R}{nR\Delta T = P\Delta V} \rightarrow \frac{5}{2}P\Delta V - P\Delta V \Rightarrow \Delta U = \frac{3}{2}P\Delta V$$

$$\frac{P = 2 \times 10^5 \text{ Pa}}{\Delta U = 9 \times 10^3 \text{ J}} \rightarrow 9 \times 10^3 = \frac{3}{2} \times 2 \times 10^5 \Delta V$$

$$\Rightarrow \Delta V = 0.03 \text{ m}^3 = 3 \text{ lit} \Rightarrow V_B - V_A = 3$$

$$\frac{V_A = 2 \text{ lit}}{V_B - 2 = 3} \Rightarrow V_B = 5 \text{ lit}$$

(فیزیک ۳، ترمودینامیک)

۱۶۷- گزینهی «۴»

با توجه به این که ضریب انبساط حجمی یک جسم جامد، تقریباً سه برابر ضریب انبساط طولی آن است، می‌توان نوشت:

$$\Delta L = \alpha L_1 \Delta T \quad \frac{\Delta L = 0.01 L_1}{0.01 L_1 = \alpha L_1 \Delta T}$$

$$\Rightarrow \alpha \Delta T = 0.01$$

$$\Delta V = 3\alpha V_1 \Delta T \quad \frac{\alpha \Delta T = 0.01}{\frac{\Delta V}{V_1} = 3 \times 0.01 = 0.03}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta V}{V_1} = 0.03$$

۱۷۰- گزینهی «۳»

(فیزیک ۲، انبساط جامدات)

ابتدا حجم گاز را در حالت دوم به دست می‌آوریم. چون فرایند هم فشار است، با استفاده از معادله‌ی حالت گازهای کامل، داریم:

$$PV = nRT \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad \begin{matrix} T_1 = 273 + 27 = 300 \text{ K} \\ T_2 = 273 + 127 = 400 \text{ K} \end{matrix}$$

$$\frac{V_2}{2} = \frac{400}{300} \Rightarrow V_2 = \frac{8}{3} \text{ lit}$$

در فرایند هم فشار، کاری که گاز روی محیط انجام می‌دهد، برابر است

$$W' = P\Delta V \quad \begin{matrix} V_1 = 2 \times 10^{-3} \text{ m}^3, V_2 = \frac{8}{3} \times 10^{-3} \text{ m}^3 \\ P = 1/5 \times 10^5 \text{ Pa} \end{matrix}$$

با:

$$W' = 1/5 \times 10^5 \times \left(\frac{8}{3} \times 10^{-3} - 2 \times 10^{-3}\right) \Rightarrow W' = 10 \text{ J}$$

(فیزیک ۳، ترمودینامیک)

۱۶۸- گزینهی «۲»

با استفاده از معادله‌ی حالت گازهای کامل، ابتدا تعداد مول‌های موجود در گاز کامل را حساب می‌کنیم. داریم:

$$PV = nRT \quad \begin{matrix} P = 10^5 \text{ Pa} \quad T = 273 + 27 = 300 \text{ K} \\ V = 1 \text{ cm}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3, R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}} \end{matrix}$$

$$10^5 \times 10^{-6} = n \times 8 \times 300 \Rightarrow n = \frac{1}{24 \times 10^3} \text{ mol}$$

در هر مول گاز کامل، به اندازه‌ی عدد آووگادرو یعنی  $6 \times 10^{23}$  مولکول

از آن گاز کامل وجود دارد، بنابراین تعداد مولکول‌های موجود در این

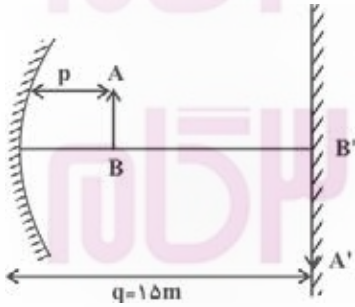
گاز کامل برابر است با:

$$\text{مولکول} = \frac{6 \times 10^{23}}{24 \times 10^3} = 2/5 \times 10^{19} \text{ مولکول}$$

(فیزیک ۳، ترمودینامیک)



۱۷۱- گزینه‌ی «۱»



$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{15} = \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{5}{2} \text{ m}$$

بنابراین شعاع آینه برابر است با:

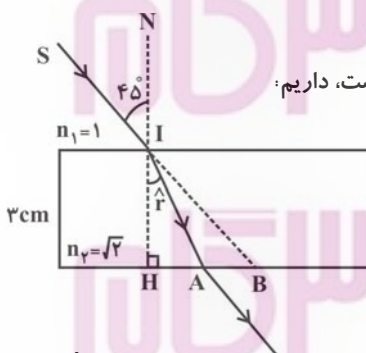
$$R = 2f = 2 \times \frac{5}{2} = 5 \text{ m}$$

دقت کنید چون تصویر حقیقی و بزرگ‌تر از جسم است، جسم بین کانون و مرکز و تصویر خارج از مرکز قرار دارد.

روش دوم: در آینه‌های مقعر رابطه‌ی  $f = \frac{q}{m+1}$  برقرار است که علامت مثبت برای تصویر حقیقی و علامت منفی برای تصویر مجازی است. در این مسأله تصویر حقیقی است، بنابراین داریم:

$$f = \frac{q}{m+1} \Rightarrow \frac{5}{2} = \frac{15}{m+1} \Rightarrow m+1 = 6 \Rightarrow m = 5 \Rightarrow R = 2f = 5 \text{ m}$$

(فیزیک ۱، نورشافت)



$$\frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin 45^\circ}{\sin \hat{r}} = \frac{\sqrt{2}}{1} \Rightarrow \sin \hat{r} = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{r} = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \sin \hat{r} = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{r} = 30^\circ$$

از طرفی زاویه‌ی  $\hat{BIH}$  برابر با  $45^\circ$  است، بنابراین مثلث  $BIH$  یک مثلث قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین است و در نتیجه

نتیجه  $HB = HI = 3 \text{ cm}$  است. از طرفی در مثلث  $AIH$  می‌توان نوشت:

$$\tan \hat{r} = \frac{HA}{HI} \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{HA}{3} \Rightarrow HA = \sqrt{3} \text{ cm}$$

بنابراین  $AB$  برابر است با:

$$AB = HB - HA = 3 - \sqrt{3} \text{ cm}$$

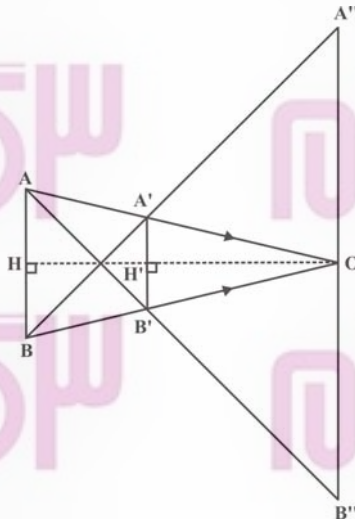
(فیزیک ۱، نورشافت)

مطابق شکل زیر و با استفاده از تشابه مثلث‌های  $\triangle OA'B'$  و  $\triangle OAB$

$$\triangle OAB \sim \triangle OA'B' \Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{OH}{OH'} \Rightarrow \frac{3}{2} \frac{D}{2} = \frac{OH}{OH'}$$

داریم:

$$\Rightarrow OH' = \frac{2}{3} OH \quad (I)$$



از طرفی، با توجه به تشابه مثلث‌های  $\triangle OA''B$  و  $\triangle B'A'B$ ، می‌توان نوشت:

$$\triangle OA''B \sim \triangle B'A'B \Rightarrow \frac{OA''}{B'A'} = \frac{OH}{OH - OH'}$$

$$\xrightarrow{(I)} \frac{OA''}{D} = \frac{OH}{OH - \frac{2}{3}OH} \Rightarrow \frac{OA''}{D} = 3 \Rightarrow OA'' = 3D$$

$$\Rightarrow \text{قطر نیم‌سایه} = A''B'' = 2OA'' = 6D$$

(فیزیک ۱، نورشافت)

۱۷۲- گزینه‌ی «۳»

روش اول: مطابق شکل زیر و با استفاده از تعریف بزرگ‌نمایی خطی

داریم:

$$m = \frac{A'B'}{AB} = \frac{q}{p} \Rightarrow \frac{5AB}{AB} = \frac{q}{p} \Rightarrow q = 5p$$

$$\xrightarrow{q=15\text{m}} p = 3\text{m}$$

با استفاده از رابطه‌ی آینه‌های کروی مقعر، برای حالتی که تصویر حقیقی است، داریم:

## ۱۷۷- گزینهی «۱»

در این مسائل، با استفاده از بایستگی جرم و در نظر گرفتن این نکته که تغییر حجمی در اثر مخلوط کردن مایعها ایجاد نمی‌شود، داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2}$$

$$V_1 = \frac{1}{3}V, V_2 = \frac{2}{3}V \rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 \times \frac{1}{3}V + \rho_2 \times \frac{2}{3}V}{V}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 + 2\rho_2}{3}$$

(فیزیک ۲، ویژگی‌های ماده)

## ۱۷۸- گزینهی «۲»

در خازن‌های متوالی، بار الکتریکی ذخیره شده روی هر خازن برابر و هم‌اندازه‌ی بار کل خازن است ( $q_1 = q_2 = q_3 = q_T$ )، بنابراین طبق رابطه‌ی انرژی الکتریکی ذخیره شده در خازن، می‌توان نوشت:

$$U = \frac{q^2}{2C} \quad \begin{matrix} q_1=q_2=q_3 \\ C_1=C_2=\frac{1}{2}C_3 \end{matrix} \rightarrow U_1 = U_2 = 2U_3$$

از طرفی با توجه به رابطه‌ی بار الکتریکی ذخیره شده در هر خازن، می‌توان نوشت:

$$V = \frac{q}{C} \quad \begin{matrix} q_1=q_2=q_3 \\ C_1=C_2=\frac{1}{2}C_3 \end{matrix} \rightarrow V_1 = V_2 = 2V_3$$

(فیزیک ۳، الکترواستاتیستیک ساکن)

## ۱۷۹- گزینهی «۱»

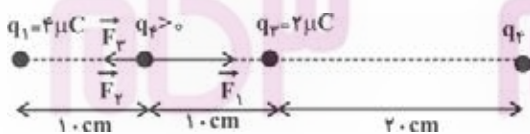
اگر فرض کنیم  $q_4 > 0$  است، چون فاصله‌ی بارهای مثبت  $q_1$  و  $q_2$  از بار  $q_4$  یکسان و  $q_1 = 2q_2$  است، بنابراین  $F_1 = 2F_2$  است و برآیند نیروهای  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  به سمت راست خواهد بود. بنابراین برای این که برآیند نیروهای وارد بر بار  $q_4$  برابر با صفر شود، باید نیروی وارد بر آن از طرف بار  $q_3$  به طرف چپ باشد و با توجه به فرض مثبت بودن علامت بار  $q_4$ ، علامت بار  $q_3$  نیز مثبت خواهد بود. بنابراین داریم:

$$F_1 = F_2 + F_3 \Rightarrow k \frac{q_1 q_4}{r_1^2} = k \frac{q_2 q_4}{r_2^2} + k \frac{q_3 q_4}{r_3^2}$$

$$\Rightarrow \frac{q_1}{r_1^2} = \frac{q_2}{r_2^2} + \frac{q_3}{r_3^2} \quad \begin{matrix} q_1=4\mu\text{C}, r_1=1\text{cm} \\ q_2=2\mu\text{C}, r_2=1\text{cm} \end{matrix} \rightarrow \frac{4}{1.2} = \frac{2}{1.2} + \frac{q_3}{3.2}$$

$$q_3 = \frac{2}{1.2} \times 9.0 \Rightarrow q_3 = 18\mu\text{C}$$

دقت کنید علامت بار  $q_4$  هیچ تأثیری بر جواب نهایی و علامت بار  $q_3$  ندارد (مسئله را با فرض  $q_4 < 0$  یک بار دیگر خودتان حل کنید).



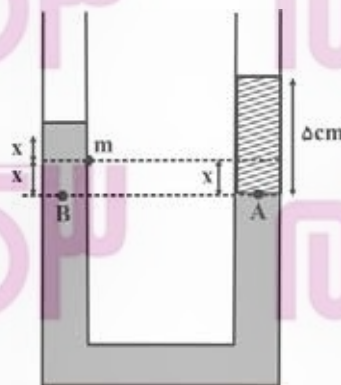
(فیزیک ۳، الکترواستاتیستیک ساکن)

## ۱۷۴- گزینهی «۴»

وسیله‌ی نوری رسم شده در گزینه‌ها یک عدسی واگرا است. در عدسی واگرا، جسم در هر فاصله‌ای مقابل عدسی قرار داده شود، تصویر آن کوچک‌تر، مجازی، مستقیم و در فاصله‌ی بین عدسی و کانون دیده می‌شود، در نتیجه تنها در گزینهی «۴» جسم و تصویر مجازی آن به درستی رسم شده است.

(فیزیک ۱، نورشنافت)

## ۱۷۵- گزینهی «۲»



با ریختن نفت در شاخه‌ی سمت راست لوله، در این شاخه سطح آب پایین می‌رود و همان ارتفاعی که آب در این شاخه پایین رفته است، در شاخه‌ی دیگر (سمت چپ) بالا می‌آید. بعد از ایجاد تعادل، با توجه به برابری فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن، داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_{\text{نفت}} gh_{\text{نفت}} + P_0 = \rho_{\text{آب}} gh_{\text{آب}} + P_0$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{نفت}} h_{\text{نفت}} = \rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} \quad \begin{matrix} \rho_{\text{نفت}} = 0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \\ h_{\text{نفت}} = 5\text{cm}, h_{\text{آب}} = 2\text{cm} \end{matrix}$$

$$0.8 \times 5 = 1 \times 2x \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2\text{cm}$$

(فیزیک ۲، ویژگی‌های ماده)

## ۱۷۶- گزینهی «۳»

طبق تعریف، فشار پیمانه‌ای برابر با اختلاف فشار گاز درون محفظه و فشار هوا است. با استفاده از برابری فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن، داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} = \rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}} + P_0 \Rightarrow P_{\text{گاز}} - P_0 = \rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}}$$

$$\rho_{\text{جیوه}} = \frac{13600 \text{ kg}}{\text{m}^3} = P_{\text{گاز}} - P_0 = 13600 \times 10 \times 5 \times 10^{-2}$$

$$h_{\text{جیوه}} = 5 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$= 680 \text{ Pa}$$

(فیزیک ۲، ویژگی‌های ماده)



## گزینه‌ی «۱» - ۱۸۲

ابتدا با تعیین مقاومت معادل هر شاخه، شدت جریان عبوری از هر شاخه را با توجه به موازی بودن شاخه‌ها تعیین می‌کنیم.  
مقاومت معادل شاخه‌ی بالایی برابر با  $R_1 = 6 + 30 = 36\Omega$  و مقاومت معادل شاخه‌ی پایینی برابر با  $R_2 = 10 + 2 = 12\Omega$  است. با توجه به موازی بودن این شاخه‌ها، اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها یکسان است و می‌توان نوشت:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow I_1 R_1 = I_2 R_2 \Rightarrow 36 I_1 = 12 I_2 \Rightarrow I_2 = 3 I_1$$

$$I_1 + I_2 = I \xrightarrow{I_2 = 3 I_1} I_1 + 3 I_1 = I \Rightarrow I_1 = \frac{1}{4} I, I_2 = \frac{3}{4} I$$

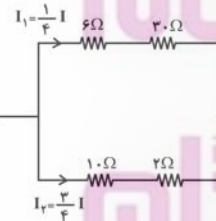
بنابراین نسبت توان مصرفی در مقاومت‌های  $1\Omega$  و  $5\Omega$  برابر است با:

$$P = RI^2 \Rightarrow \frac{P_1}{P_5} = \frac{R_1}{R_5} \times \left(\frac{I_1}{I_5}\right)^2$$

$$\frac{R_1 = 1\Omega, R_5 = 5\Omega}{I_1 = I_2 = \frac{3}{4} I, I_5 = I} \rightarrow \frac{P_1}{P_5} = \frac{1}{5} \times \left(\frac{3}{4}\right)^2$$

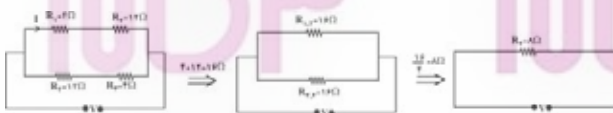
$$\Rightarrow \frac{P_1}{P_5} = 2 \times \frac{9}{16} \Rightarrow \frac{P_1}{P_5} = \frac{9}{8}$$

(فیزیک ۳، جریان الکتریکی)



## گزینه‌ی «۱» - ۱۸۳

در حالتی که کلید k باز است، با توجه به موازی و یا متوالی بودن مقاومت‌ها، مدار را مرحله به مرحله ساده می‌کنیم.



در این حالت جریان شاخه‌ی اصلی مدار برابر است با:

$$I_T = \frac{V_T}{R_T} = \frac{V}{8}$$

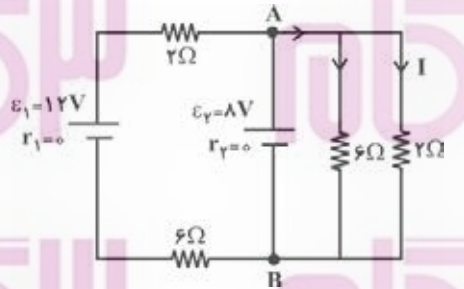
با توجه به برابری مقاومت‌های موازی شاخه‌های بالا و پایین، جریان  $I_T$  به صورت مساوی بین این دو شاخه تقسیم می‌شود، بنابراین:

$$I = \frac{I_T}{2} = \frac{V}{16}$$

در حالتی که کلید k بسته است نیز با توجه به موازی و یا متوالی بودن مقاومت‌ها، می‌توان مدار را به صورت زیر ساده کرد:

## گزینه‌ی «۳» - ۱۸۰

با توجه به مدار شکل زیر و در نظر گرفتن این نکته که در شاخه‌ای که مولد  $\mathcal{E}_2$  قرار دارد (بین دو نقطه‌ی A و B) مقاومتی وجود ندارد که باعث افت پتانسیل شود، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های موازی  $6\Omega$  و  $3\Omega$  برابر با نیروی محرکه مولد  $\mathcal{E}_2$  است. در نتیجه جریان عبوری از مقاومت  $3\Omega$  برابر است با:



$$V_3 = \mathcal{E}_2 = 8V \Rightarrow I = \frac{V_3}{R_3} = \frac{V_3 = 8V}{R_3 = 3\Omega} \Rightarrow I = \frac{8}{3} A$$

(فیزیک ۳، جریان الکتریکی)

## گزینه‌ی «۲» - ۱۸۱

چون دو سیم A و B موازی هستند، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها با هم برابر است و طبق قانون اهم می‌توان نوشت:

$$V_A = V_B \Rightarrow I_A R_A = I_B R_B \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = \frac{R_B}{R_A} \quad (I)$$

از طرفی با توجه به رابطه‌ی بین مقاومت الکتریکی یک رسانای فلزی با ویژگی‌های فیزیکی آن، می‌توان نوشت:

$$R = \rho \frac{l}{A} \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{l_B}{l_A} \times \frac{A_A}{A_B}$$

$$\frac{l_A = l_B, D_A = D_B \Rightarrow A_A = A_B}{\rho_A = 1/6 \times 10^{-8} \Omega \cdot m, \rho_B = 5/6 \times 10^{-8} \Omega \cdot m} \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{5/6 \times 10^{-8}}{1/6 \times 10^{-8}} \times 1 \times 1$$

$$\Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = 5 \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I), (II)} \frac{I_A}{I_B} = 5 \Rightarrow I_A = 5 I_B$$

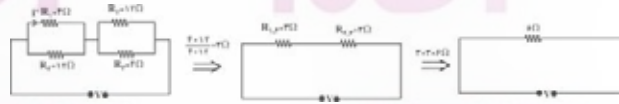
از طرفی طبق صورت سؤال، داریم:

$$I_A + I_B = 4/5A \xrightarrow{I_A = 5 I_B} 5 I_B + I_B = 4/5A$$

$$\Rightarrow I_B = 1A \Rightarrow I_A = 4/5A - I_B = 4/5A - 1 \Rightarrow I_A = 3/5A$$

(فیزیک ۳، جریان الکتریکی)

۱۸۵- گزینه‌ی «۴»



با استفاده از رابطه‌ی بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز یک پیچه،

در این حالت شدت جریان شاخه‌ی اصلی مدار برابر است با:

داریم:

$$I'_T = \frac{V_T}{R'_T} = \frac{V}{6}$$

$$B = \mu_0 \frac{NI}{2R} \quad \mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}, I = 8A$$

$$N = 250, R = 0.1m$$

$$B = 12 \times 10^{-7} \times \frac{250 \times 8}{2 \times 0.1} = 12 \times 10^{-3} T$$

دقت کنید جواب نهایی برحسب گاوس خواسته شده است، بنابراین:

بنابراین جریان  $I'$  برابر است با:

$$I' = \frac{R_f}{R_1 + R_f} I'_T \quad R_1 = 4\Omega, R_f = 12\Omega \rightarrow I' = \frac{12}{4+12} \times \frac{V}{6}$$

$$I_T = \frac{V}{6}$$

$$\Rightarrow I' = \frac{V}{8}$$

$$\xrightarrow{1T=10^4 G} B = 12 \times 10^{-3} \times 10^4 G \Rightarrow B = 120 G$$

(فیزیک ۳، مغناطیس)

$$\Rightarrow \frac{I'}{I} = \frac{\frac{V}{8}}{\frac{V}{16}} = 2$$

بنابراین خواهیم داشت:

۱۸۶- گزینه‌ی «۱»

با حرکت میله‌ی رسانای MN به سمت چپ، شار درون‌سوی عبوری از

(فیزیک ۳، جریان الکتریکی)

۱۸۴- گزینه‌ی «۲»

قاب کاهش می‌یابد، بنابراین طبق قانون لنز، جریان در جهت القاء

برای هر حرکت دایره‌ای، نیرویی باید نیروی جانب مرکز لازم برای

خواهد شد که با تغییر شار (کاهش شار درون‌سو) مخالفت کند و

حرکت را تأمین کند. جهت این نیرو باید به سمت مرکز دایره باشد.

بنابراین جهت جریان القایی از  $\underline{M}$  به  $\underline{N}$  خواهد بود.در این جا با توجه به شکل، بار  $q > 0$  در میدان مغناطیسی روی یکاز طرفی طبق رابطه‌ی  $\varepsilon = Blv$  و با توجه به حرکت شتاب‌دار میله به

دایره حرکت می‌کند و نیروی جانب مرکز توسط نیروی

سمت چپ از حال سکون، چون سرعت میله در حال افزایش است،

الکترومغناطیسی تأمین می‌شود. برای لحظه‌ای که بار  $q$  در بالای مسیراندازه‌ی جریان القایی  $I = \frac{Blv}{R}$  نیز در حال افزایش خواهد بود.

قرار دارد، با توجه به شکل، جهت بردار سرعت، برون‌سو و جهت

(فیزیک ۳، القای الکترومغناطیسی)

نیروی الکترومغناطیسی به سمت پایین (مرکز دایره) است. بنابراین با

۱۸۷- گزینه‌ی «۴»

چون نمودار جریان برحسب زمان به صورت خط راست با شیب

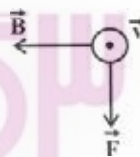
استفاده از قاعده‌ی دست راست، اگر چهار انگشت در جهت حرکت

غیرصفر است، بنابراین نیروی محرکه‌ی القایی سیم‌لوله مقداری ثابت

بار و انگشت شست جهت نیرو را نشان دهد، کف دست جهت میدان

مغناطیس را نشان می‌دهد که به سمت چپ خواهد بود.

است و اندازه‌ی آن برابر است با:



$$\varepsilon_L = -L \frac{\Delta I}{\Delta t} = -0.5 \times \frac{0-8}{0.2-0} \Rightarrow \varepsilon_L = 20 V$$

(فیزیک ۳، القای الکترومغناطیسی)

(فیزیک ۳، مغناطیس)



با توجه به نمودار، بیشینه‌ی انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر که برابر با انرژی مکانیکی نوسانگر است، برابر با  $0.4J$  است. بنابراین زمانی که انرژی جنبشی نوسانگر برابر  $0.2J$  می‌شود، اندازه‌ی انرژی جنبشی و پتانسیل کشسانی با هم برابر است و در این لحظه فاز نوسانگر برابر

$$\varphi = \frac{\pi}{4} \text{ rad}, \frac{3\pi}{4} \text{ rad}, \frac{5\pi}{4} \text{ rad}, \frac{7\pi}{4} \text{ rad} \quad \text{است با:}$$

با توجه به نمودار، در لحظه‌ی  $t = 0$  داریم:

$$U = E \sin^2(\omega t + \varphi_0) \xrightarrow{t=0 \Rightarrow U=0.3J} \xrightarrow{E=0.4J}$$

$$0.3 = 0.4 \sin^2(\varphi_0) \Rightarrow \sin \varphi_0 = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \varphi_0 = \frac{\pi}{3} \text{ rad} \text{ ق.ق} \\ \varphi_0 = \frac{2\pi}{3} \text{ rad} \text{ ق.ق} \\ \varphi_0 = \frac{4\pi}{3} \text{ rad} \text{ غ.ق} \\ \varphi_0 = \frac{5\pi}{3} \text{ rad} \text{ ق.ق} \end{cases}$$

چون بعد از لحظه‌ی  $t = 0$ ، انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر کاهش می‌یابد، بنابراین نوسانگر در ربع دوم و یا چهارم دایره‌ی مرجع قرار دارد و در نتیجه فاز اولیه‌ی نوسانگر  $\varphi_0 = \frac{2\pi}{3}$  rad یا  $\varphi_0 = \frac{5\pi}{3}$  rad

قابل قبول است.

از طرفی با توجه به نمودار در فاصله‌ی زمانی  $\frac{2}{3}$  s، اندازه‌ی انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر برای اولین بار دوباره برابر با  $0.3J$  می‌شود.

بنابراین در این حالت فاز نوسانگر می‌تواند یکی از مقادیر  $\frac{4\pi}{3}$  rad و

یا  $\frac{\pi}{3}$  rad باشد. در این حالت می‌توان نوشت:

$$\Delta\varphi = \omega\Delta t \xrightarrow{\varphi_2 = \frac{4\pi}{3} \text{ rad}, \varphi_1 = \frac{2\pi}{3} \text{ rad}} \xrightarrow{\varphi_2 = \frac{\pi}{3} \text{ rad}, \varphi_1 = -\frac{\pi}{3} \text{ rad}} \frac{2\pi}{3} = \omega \times \frac{2}{3} \Rightarrow \omega = \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

دقت کنید تفاوتی نمی‌کند که کدام حالت را در نظر بگیریم.

روش اول: معادله‌ی سرعت- زمان نوسانگر ساده را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$v^2 = 0.4 - 400 \cdot x^2 \Rightarrow v^2 = 400 \cdot (10^{-4} - x^2)$$

با مقایسه‌ی این معادله با معادله‌ی سرعت- زمان نوسانگر ساده در

حالت کلی  $(v^2 = \omega^2(A^2 - x^2))$ ، می‌توان نتیجه گرفت:

$$\omega^2 = 400 \cdot \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2, \quad A^2 = 10^{-4} \Rightarrow A = 10^{-2} \text{ m}$$

بیشینه شتاب این نوسانگر، برابر است با:

$$a_{\max} = A\omega^2 \xrightarrow{A=10^{-2} \text{ m}} \xrightarrow{\omega^2=400 \cdot \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2} a_{\max} = 10^{-2} \times 400 \\ \Rightarrow a_{\max} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

روش دوم:

بیشینه‌ی شتاب یک نوسانگر زمانی به دست می‌آید که نوسانگر در یکی از دو انتهای مسیر حرکت خود باشد. در این حالت سرعت نوسانگر برابر با صفر است و جابه‌جایی نوسانگر برابر با دامنه‌ی حرکت است:

$$v^2 = 0.4 - 400 \cdot x^2 \xrightarrow{v=0} \xrightarrow{x=A} 0 = 0.4 - 400 \cdot A^2 \\ \Rightarrow A^2 = \frac{0.4}{400} = 10^{-4} \Rightarrow A = 10^{-2} \text{ cm}$$

از طرفی با مشتق گرفتن از طرفین رابطه‌ی سرعت- مکان برحسب

زمان، خواهیم داشت:

$$v^2 = 0.4 - 400 \cdot x^2 \Rightarrow 2va = -400 \cdot 2xv \Rightarrow a = -400 \cdot x$$

با توجه به این که بیشینه‌ی اندازه‌ی شتاب زمانی به دست می‌آید که

متحرک در انتهای مسیر حرکت خود باشد، داریم:

$$\xrightarrow{x=A=10^{-2} \text{ m}} |a_{\max}| = 400 \cdot 10^{-2} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(فیزیک پیش‌رانشگاهی، حرکت نوسانی)

## ۱۹۲- گزینهی «۱»

در امواج ایستاده‌ای که در یک بُعد تشکیل می‌شوند، نقاط بین دو گرهی متوالی همواره با هم به بیشینه فاصله‌ی خود از وضع تعادل می‌رسند. بنابراین هم‌فاز و هم‌بسامد هستند، ولی چون بیشینه فاصله‌ی آن‌ها از وضع تعادل متفاوت است، در لحظه‌ی عبور از وضع تعادل، سرعت آن‌ها که برابر با بیشینه سرعت حرکت ارتعاشی است  $(v_{max} = A\omega)$  با هم برابر نیست. از طرفی بسامد آن‌ها برابر با مجموع بسامد موج‌های تشکیل دهنده‌ی موج ایستاده نیست، بلکه رابطه‌ی پیچیده‌ای دارد که از سطح کتاب درسی فراتر است.

(فیزیک پیش‌دانشگاهی، موج مکانیکی)

## ۱۹۳- گزینهی «۲»

با استفاده از رابطه‌ی بین شدت صوت و فاصله، داریم:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

از طرفی برای تغییرات تراز شدت صوت برحسب دسی‌بل، می‌توان نوشت:

$$\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \Delta\beta = 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_1} = 20 \cdot \log \frac{r_1}{r_2}$$

$$\frac{\Delta\beta = +12 \text{ dB}}{10} \Rightarrow 12 = 20 \cdot \log \frac{\lambda}{r_2}$$

$$\Rightarrow \log \frac{\lambda}{r_2} = 0.6 = 2 \times 0.3 = 2 \log 2 = \log 2^2 \Rightarrow \frac{\lambda}{r_2} = 2^2$$

$$\Rightarrow r_2 = 2\lambda$$

$$\Delta r = r_2 - r_1 = 2 - 8 = -6 \text{ m}$$

بنابراین شنونده باید ۶ متر به منبع صوت نزدیک شود.

(فیزیک پیش‌دانشگاهی، موج مکانیکی)

## ۱۹۴- گزینهی «۲»

با توجه به شکل زیر و با استفاده از رابطه‌ی دوپلر برای امواج صوتی  $(f_O = \frac{v - v_O}{v - v_S} f_S)$ ، بسامدی که شنونده از منبع A می‌شنود، برابر است با:

$$f_{OA} = \frac{v - v_O}{v - v_S} f_{SA}$$

همچنین بسامدی که شنونده از منبع B می‌شنود، برابر است با:

$$v_{SA} = 0$$

$$f_{SA} = 500 \text{ Hz}$$

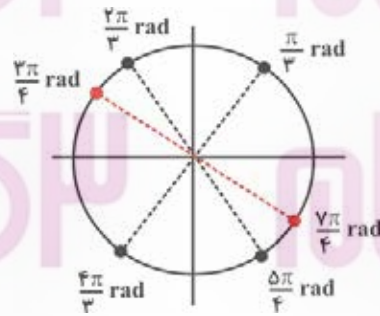
$$f_{OA} = \frac{v - v_O}{v - v_S} f_{SA}$$

$$v_{SB} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$f_{SB} = 500 \text{ Hz}$$

$$f_{OA} = \frac{v - v_O}{v - v_S} f_{SA}$$

همچنین بسامدی که شنونده از منبع B می‌شنود، برابر است با:



اگر فرض کنیم فاز اولیه‌ی نوسانگر برابر با  $\frac{3\pi}{4} \text{ rad}$  است، برای اولین بار در فاز  $\frac{3\pi}{4} \text{ rad}$  اندازه‌ی انرژی جنبشی و پتانسیل کشسانی آن برابر می‌شوند و بنابراین می‌توان نوشت:

اگر فرض کنیم فاز اولیه‌ی نوسانگر برابر با  $\frac{3\pi}{4} \text{ rad}$  است، برای اولین بار در فاز  $\frac{3\pi}{4} \text{ rad}$  اندازه‌ی انرژی جنبشی و پتانسیل کشسانی آن برابر می‌شوند و بنابراین می‌توان نوشت:

اگر فرض کنیم فاز اولیه‌ی نوسانگر برابر با  $\frac{3\pi}{4} \text{ rad}$  است، برای اولین بار در فاز  $\frac{3\pi}{4} \text{ rad}$  اندازه‌ی انرژی جنبشی و پتانسیل کشسانی آن برابر می‌شوند و بنابراین می‌توان نوشت:

$$\varphi = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \omega t + \varphi_0 = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \frac{\omega = \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}}{\varphi_0 = \frac{3\pi}{4} \text{ rad}} \Rightarrow \pi t + \frac{3\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{12} \text{ s}$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی، حرکت نوسانی)

## ۱۹۰- گزینهی «۱»

ابتدا دوره‌ی نوسان‌های حرکت نوسانی کم دامنه‌ی آونگ ساده را محاسبه می‌کنیم.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \xrightarrow{l=1\text{m}} T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{\pi^2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} \Rightarrow T = 2\text{ s}$$

بنابراین تعداد نوسان‌های کامل گلوله‌ی این آونگ در هر دقیقه برابر

$$n = \frac{t}{T}$$

$$\frac{t=1\text{min}=60\text{ s}}{T=2\text{ s}} \Rightarrow n = \frac{60}{2} \Rightarrow n = 30 \text{ نوسان}$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی، حرکت نوسانی)

## ۱۹۱- گزینهی «۳»

با توجه به شکل، تار دو انتها بسته هماننگ سوم خود را تشدید کرده است، بنابراین:

$$L = n \frac{\lambda_n}{2} \xrightarrow{L=6\text{ cm}, n=3} 6 = 3 \times \frac{\lambda_3}{2}$$

$$\Rightarrow \lambda_3 = 4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m}$$

با توجه به این که بسامد نوسان‌های تار برابر با ۱۵۰ Hz است، سرعت امواج عرضی منتشر شده در تار برابر است با:

$$v = \lambda f \xrightarrow{f=150\text{ Hz}, \lambda=0.04\text{ m}} v = 0.04 \times 150 \Rightarrow v = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

نیروی کشش تار توسط وزن جرم m تأمین می‌شود. با توجه به رابطه‌ی بین سرعت امواج عرضی و ویژگی‌های فیزیکی محیط، می‌توان نوشت:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{Mg}{L}} \Rightarrow M = \frac{v^2 m}{Lg}$$

$$\frac{v=6 \frac{\text{m}}{\text{s}}, m=2 \times 10^{-3} \text{ kg}}{L=0.6 \text{ m}} \Rightarrow M = \frac{6^2 \times 2 \times 10^{-3}}{0.6 \times 10} = 120 \text{ g}$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی، موج مکانیکی)



با توجه به این که بسامد نور تابشی به فلز از بسامد قطع فلز کوچکتر است، بنابراین فوتون‌های تابشی انرژی لازم برای کندن الکترون‌ها را ندارند و بنابراین پدیده فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد.

از طرف دیگر، طبق رابطه اینشتین، تابع کار فلز برابر است با:

$$K = hf - W_0 \xrightarrow{K=0} W_0 = hf_0$$

$$\frac{h=6.6 \times 10^{-34} \text{ J.s}}{f_0=6 \times 10^{14} \text{ Hz}} \rightarrow W_0 = 6.6 \times 10^{-34} \times 6 \times 10^{14}$$

$$\Rightarrow W_0 = 3.96 \times 10^{-19} \text{ J}$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی، فیزیک بریر)

۱۹۸- گزینه «۴»

رشته‌ی بالمر، رشته‌ای است که در آن الکترون از تراز  $n > 2$  به تراز  $n' = 2$  می‌رود. با استفاده از رابطه‌ی ریذبرگ، داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \xrightarrow{R_H = 1.09 \times 10^7 \text{ nm}^{-1}, n'=2, \lambda=45 \text{ nm}}$$

$$\frac{1}{45} = 1.09 \times 10^7 \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} = \frac{2}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{n^2} = \frac{1}{4} - \frac{2}{9} = \frac{1}{36} \Rightarrow n = 6$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی، فیزیک بریر)

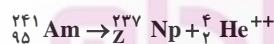
۱۹۹- گزینه «۳»

چون در ساختار نواری دو جسم A و B نوارهای نیمه‌پر وجود ندارد، بنابراین هیچ کدام از این دو جسم رسانا نیستند. از طرف دیگر چون گاف انرژی در ساختار نواری جسم B کوچک‌تر از گاف انرژی در ساختار نواری جسم A است، بنابراین جسم A نارسانا و جسم B نیمه‌رسانا است.

(فیزیک پیش‌دانشگاهی، فیزیک حالت جامد)

۲۰۰- گزینه «۴»

ذره‌ی آلفا، اتم هلیوم دو بار یونیده (هسته‌ی اتم هلیوم) است، بنابراین دارای عدد اتمی  $Z = 2$  و عدد جرمی  $A = 4$  است، با استفاده از برابری عدد اتمی در دو طرف رابطه‌ی واپاشی، می‌توان نوشت:



$$95 = Z + 2 \Rightarrow Z = 95 - 2 = 93$$

از طرفی، مجموع عدد اتمی و تعداد نوترون‌های یک هسته، عدد جرمی آن را تعیین می‌کند، بنابراین داریم:

$$A = Z + N \xrightarrow{A=241, Z=93} 241 = 93 + N$$

$$\Rightarrow N = 241 - 93 \Rightarrow N = 144 \text{ نوترون}$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی، سافتار هسته)

$$f_{OB} = \frac{v + v_O}{v + v_{SB}} f_{SB}$$

چون شنونده این دو صوت را با یک بسامد می‌شنود، داریم:

$$f_{OA} = f_{OB} \Rightarrow \frac{v - v_O}{v} f_{SA} = \frac{v + v_O}{v + v_{SB}} f_{SB}$$

$$\frac{f_{SA} = f_{SB} = 50 \text{ Hz}}{v = 330 \frac{\text{m}}{\text{s}}, v_{SB} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \rightarrow \frac{330 - v_O}{330} = \frac{330 + v_O}{330 + 15}$$

$$\Rightarrow \frac{330 - v_O}{22} = \frac{330 + v_O}{23}$$

$$\Rightarrow 23 \times 330 - 23 v_O = 22 \times 330 + 22 v_O$$

$$\Rightarrow 45 v_O = 330 \Rightarrow v_O = \frac{22 \text{ m}}{3 \text{ s}}$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی، موج مکانیکی)

۱۹۵- گزینه «۲»

امواج رادار از نوع امواج رادیویی هستند که طول موجی در حدود متر و بلندتر دارند. طول موج امواج فرو سرخ در حدود دهم میلی‌متر و طول موج اشعه ایکس در حدود آنگستروم یا دهم نانومتر است. با توجه به طیف امواج الکترومغناطیسی، طول موج امواج مربوط به رادار از هر دو بلند است.

(فیزیک پیش‌دانشگاهی، موج‌های الکترومغناطیسی)

۱۹۶- گزینه «۴»

در آزمایش ینگ، اختلاف راه نوری، منشأ تشکیل نوارهای تاریک و روشن است. برای نوارهای تاریک، اختلاف راه برابر است با:

$$\delta = (2m - 1) \frac{\lambda}{2}$$

اگر فرض کنیم نور با سرعت C حرکت می‌کند، اختلاف زمان رسیدن نور به محل شکاف‌های تاریک، برابر است با:

$$\delta = C \Delta t \rightarrow \Delta t = (2m - 1) \frac{\lambda}{2C} \Rightarrow \Delta t = (2m - 1) \frac{T}{2}$$

برای اولین و دومین نوار تاریک داریم:

$$m = 1 \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{2}$$

$$m = 2 \Rightarrow \Delta t' = 3 \frac{T}{2}$$

(فیزیک پیش‌دانشگاهی، موج‌های الکترومغناطیسی)

۱۹۷- گزینه «۲»

ابتدا بسامد قطع را به دست می‌آوریم:

$$f_0 = \frac{C}{\lambda_0} \xrightarrow{C = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \lambda_0 = 1.5 \times 10^{-6} \text{ m}}$$

$$f_0 = \frac{3 \times 10^8}{1.5 \times 10^{-6}} \Rightarrow f_0 = 6 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

## ۱۰۳- گزینه‌ی «۱»

از رابطه‌ی  $\log a \times b = \log a + \log b$  داریم:

$$k = \log_3^{9A^2} = \log_3^9 + \log_3^{A^2} = \log_3^3 + \log_3^{A^2}$$

حالا با کمک رابطه‌ی  $\log a^n = n \log a$  خواهیم داشت:

$$k = 2 \log_3^3 + 2 \log_3^A \frac{\log_3^3 = 1}{2 + 2 \log_3^A}$$

از آنجا که  $A = 3^a$ ، مقدار  $k$  برابر است با:

$$k = 2 + 2 \log_3^{3^a} = 2 + 2a \log_3^3 = 2 + 2a$$

(ریاضی ۲، نگاریم)

تهیه و تنظیم: میثم ممزولوی

دیفرانسیل و ریاضی پایه سراسری ۹۱

۱۰۱- گزینه‌ی «۳» عبارت درجه‌ی دوم  $ax^2 + bx + c$  همواره منفی است

هرگاه:  $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$ . بنابراین برای این که عبارت درجه‌ی

دوم  $(a-1)x^2 + (a-1)x + 1$  همواره منفی باشد باید:

## ۱۰۴- گزینه‌ی «۳»

تعداد حالت‌های انتخاب سه رقم از پنج رقم داده شده برابر است با:

$$\binom{5}{3} = 10$$

حال با سه رقم موجود، (با توجه به این که رقم‌ها متمایزند) تنها در

یک حالت رقم صدگان < رقم دهگان < رقم یکان است. پس تعداد

حالات مطلوب، برابر است با:  $10 \times 1 = 10$  = تعداد حالات مطلوب

(ریاضی ۲، آنالیز ترکیبی)

$$\begin{cases} x^2 < 0 \Rightarrow (a-1) < 0 \Rightarrow a < 1 & (1) \\ \Delta < 0 \Rightarrow (a-1)^2 - 4(a-1) < 0 \Rightarrow (a-1)(a-1-4) < 0 \\ \Rightarrow (a-1)(a-5) < 0 \Rightarrow 1 < a < 5 & (2) \end{cases}$$

از آن جا که اشتراک (۱) و (۲) تهی است بنابراین این عبارت نمی‌تواند

همواره منفی باشد. پس مقداری برای  $a$  یافت نمی‌شود.

(ریاضی ۲، توابع خاص و حل نامعادل)

$$\cos\left(\frac{3\pi}{4} + \theta\right) = \sin \theta$$

۱۰۲- گزینه‌ی «۴» می‌دانیم:

$$\cos(\pi + \theta) = -\cos \theta$$

$$\sin(\pi - \theta) = \sin \theta$$

$$\sin(3\pi + \theta) = \sin(2\pi + \pi + \theta) = \sin(\pi + \theta) = -\sin \theta$$

(مضارب صحیح  $2\pi$  را برای  $\sin$  می‌توان حذف کرد)

پس کسر داده شده به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$A = \frac{\cos\left(\frac{3\pi}{4} + \theta\right) - \cos(\theta + \pi)}{\sin(\pi - \theta) - \sin(3\pi + \theta)} = \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta + \sin \theta} = \frac{\sin \theta + \cos \theta}{2 \sin \theta} = \frac{1}{2} + \frac{\cot \theta}{2}$$

از آنجا که مسأله مقدار  $\tan \theta$  را داده، با کمک

$$\cot \theta = \frac{1}{0.7} = 5$$

رابطه‌ی  $\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$  خواهیم داشت:

$$A = \frac{1}{2} + \frac{\cot \theta}{2} = \frac{1}{2} + \frac{5}{2} = 3$$

(ریاضی ۲، مثلثات)

## ۱۰۵- گزینه‌ی «۲»

$$(1 + \sqrt{2})^2 = 1 + 2 + 2\sqrt{2} = 3 + 2\sqrt{2}$$

چون:

پس با توجه به تساوی داده شده خواهیم داشت:

$$(1 + \sqrt{2})^{2n} = 99 + b\sqrt{2} \Rightarrow ((1 + \sqrt{2})^2)^n = 99 + b\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow (3 + 2\sqrt{2})^n = 99 + b\sqrt{2} \quad (*)$$

از تساوی (\*) می‌توان نتیجه گرفت که (\*\*):  $(3 - 2\sqrt{2})^n = 99 - b\sqrt{2}$

زیرا در بسط‌های (\*) و (\*\*): جملات فرد (جملاتی که عدد  $2\sqrt{2}$  توان

زوج دارد) کاملاً یکسانند و جملات زوج (جملاتی که عدد  $2\sqrt{2}$  توان

فرد دارد) قرینه‌ی یکدیگرند پس نتیجه‌گیری درست است. دقت کنید

در حالتی که  $(-2\sqrt{2})$  توان فرد دارد رادیکال حذف نمی‌شود.

حال برای محاسبه‌ی  $b$  کفایت طرفین عبارت‌های (\*) و (\*\*): را در هم

ضرب کنیم: (در ضرب عبارت‌ها از اتحاد مزدوج استفاده می‌کنیم).



$$\frac{1}{2}(\cos 4x - \cos 14x) = \frac{\sin \Delta x}{\sin 9x}$$

$$\begin{cases} (3 + 2\sqrt{2})^n = 99 + b\sqrt{2} \\ (3 - 2\sqrt{2})^n = 99 - b\sqrt{2} \end{cases} \xrightarrow{\text{ضرب}} (9-8)^n = (99)^2 - 2b^2$$

حال از رابطه‌ی  $\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$  استفاده کرده

$$\Rightarrow 1 = 9801 - 2b^2 \Rightarrow 2b^2 = 9800 \Rightarrow b^2 = 4900 \Rightarrow b = 70$$

(مسابان، معادلات جبری)

و کسر را ساده‌تر می‌کنیم:

۱۰۶- گزینه‌ی «۲»

$$A = \frac{\frac{1}{2}(-2 \sin 9x \sin(-\Delta x))}{\sin \Delta x} = \frac{\sin 9x \sin \Delta x}{\sin \Delta x} = \sin 9x$$

با توجه به داده‌های مسأله:

از آنجا که  $x = \frac{\pi}{54}$  است، حاصل عبارت برابر است با:

$$\begin{cases} f(g(x)) = \frac{x}{x-3} \Rightarrow f(2x-1) = \frac{x}{x-3} \quad (*) \\ g(x) = 2x-1 \end{cases}$$

$$A = \sin 9\left(\frac{\pi}{54}\right) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

حالا برای محاسبه‌ی  $f(3)$  کافی است  $(2x-1)$  را برابر ۳ قرار داده،  $x$  را

بیابیم و در عبارت  $(*)$  جای‌گذاری کنیم:

$$2x-1 = 3 \Rightarrow x = 2$$

۱۰۸- گزینه‌ی «۴»

$$\xrightarrow{(*)} f(3) = \frac{2}{2-3} = -2$$

چون  $f+g$  و  $f-g$  در  $x_0$  پیوسته هستند بنابراین مجموع و تفاضل آن‌ها

(مسابان، تابع)

نیز در  $x_0$  پیوسته است. یعنی:

۱۰۷- گزینه‌ی «۱»

در  $x_0$  پیوسته:  $f \Rightarrow$  در  $x_0$  پیوسته:  $y = (f+g) + (f-g) = 2f$

$$A = \frac{\sin^2 7x - \sin^2 2x}{\sin \Delta x}$$

با کمک اتحاد مزدوج داریم:

در  $x_0$  پیوسته:  $g \Rightarrow$  در  $x_0$  پیوسته:  $y = (f+g) - (f-g) = 2g$

$$= \frac{(\sin 7x - \sin 2x)(\sin 7x + \sin 2x)}{\sin \Delta x}$$

پس  $f$  و  $g$  در  $x_0$  پیوسته‌اند.

$$\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$$

حالا با کمک روابط

(مسابان، هر دو پیوستگی)

۱۰۹- گزینه‌ی «۲»

$$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$$

برای این که دو منحنی بر هم مماس باشند باید معادله‌ی تلاقی آن‌ها

ریشه‌ی مکرر بدهد. بنابراین:

$$A = \frac{(\sin \frac{\Delta x}{2} \cos \frac{9x}{2})(2 \sin \frac{9x}{2} \cos \frac{\Delta x}{2})}{\sin \Delta x}$$

داریم:

$$\begin{cases} g(x) = ax^2 + 4x \Rightarrow f(x) = g(x) \Rightarrow ax^2 + 4x = x^2 + 1 \\ f(x) = x^2 + 1 \end{cases}$$

$$= \frac{(2 \sin \frac{\Delta x}{2} \cos \frac{\Delta x}{2})(2 \sin \frac{9x}{2} \cos \frac{9x}{2})}{\sin \Delta x}$$

$$\Rightarrow (a-1)x^2 + 4x - 1 = 0 \quad (*)$$

$$A = \frac{\sin \Delta x \sin 9x}{\sin \Delta x}$$

از آنجا که  $2 \sin x \cos x = \sin 2x$  داریم:

چون عبارت درجه‌ی دوم حاصل شد برای داشتن ریشه‌ی مکرر

(مضاعف) باید  $\Delta = 0$  باشد در نتیجه:

$$x = \frac{\pi}{54} \Rightarrow \sin 9x = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{(*)} \Delta = 0 \Rightarrow 16 - 4(a-1)(-1) = 0 \Rightarrow 16 + 4a - 4 = 0$$

$$\Rightarrow 12 + 4a = 0 \Rightarrow a = -3$$

راه حل دوم: اگر از رابطه‌ی  $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$  استفاده کنیم خواهیم داشت:

(مسابان، معادلات جبری)

$$A = \frac{\sin^2 7x - \sin^2 2x}{\sin \Delta x} = \frac{1 - \cos 14x}{2} - \frac{1 - \cos 4x}{2}$$

پس تابع  $y = \cos(\sin^{-1} x)$  همان تابع  $y = \sqrt{1-x^2}$  است که نمودار

۱۱۰- گزینه‌ی «۴»

آن نمودار یک نیم‌دایره به شعاع ۱ است. زیرا:

$$\begin{cases} y = \sqrt{1-x^2} \geq 0 \\ y^2 = 1-x^2 \Rightarrow y^2 + x^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

(حسابان، مثلثات)

۱۱۲- گزینه‌ی «۱»

به نمودار تابع  $y = (-1)^{[x]}$  توجه کنید:

چون در تساوی

$$|f(x)| = (-1)^{[x]} f(x)$$

راست تساوی همواره نامنفی است

پس برای برقرار بودن تساوی، باید

طرف چپ نامنفی باشد.

پس باید  $f$  طوری انتخاب شود که

در هر زیر فاصله به طول یک با

تابع  $y = (-1)^{[x]}$  هم‌علامت باشد.

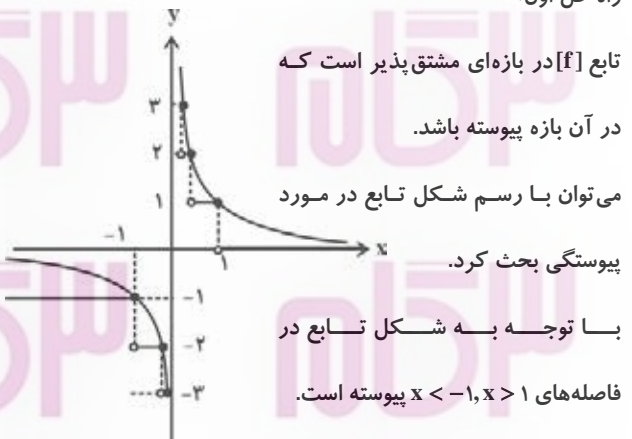
بنابراین در گزینه‌ی «۱» داریم: همان طور که در شکل بالا می‌بینید در

هر زیر فاصله مقادیر دو تابع با هم، هم‌علامت هستند.

بنابراین  $f(x) = \sin \pi x$  قابل قبول است.

(حسابان، تابع)

۱۱۳- گزینه‌ی «۴»



راه حل اول:

تابع  $[f]$  در بازه‌ای مشتق پذیر است که

در آن بازه پیوسته باشد.

می‌توان با رسم شکل تابع در مورد

پیوستگی بحث کرد.

با توجه به شکل تابع در

فاصله‌های  $x < -1, x > 1$  پیوسته است.

راه حل دوم: این تابع در بازه‌ای پیوسته است که خروجی براکت تنها

یک مقدار داشته باشد.

حال با توجه به ضابطه‌ی  $y = \left[\frac{1}{x}\right]$  گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم.

گزینه‌ی «۱»: چون  $x = 0$  در این بازه ریشه‌ی مخرج کسر عبارت

داخل براکت است پس تابع در این فاصله ناپیوسته است.

گزینه‌ی «۲»:

$\left[\frac{1}{x}\right]$  بی‌شمار خروجی دارد پس تابع در این فاصله ناپیوسته است.  $\Rightarrow -1 < x < 0 \Rightarrow \frac{1}{x} < -1$

گزینه‌ی «۳»: تابع در این فاصله ناپیوسته است  $\Rightarrow 0 < \frac{1}{x} \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{x} = 0$  یا  $\frac{1}{x} = 1$

گزینه‌ی «۴»: تابع در این فاصله پیوسته است  $\Rightarrow \frac{1}{x} > -1 \Rightarrow \frac{1}{x} = -1$

(ریفرانسیل، مشتق)

۱۱۱- گزینه‌ی «۲»

فرض کنیم  $\sin^{-1} x = \alpha$  باشد (با توجه به برد تابع  $y = \sin^{-1} x, \alpha, y$

بازه‌ی  $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$  تغییر می‌کند)

در نتیجه  $x = \sin \alpha$ . بنابراین:  $\cos(\sin^{-1} x) = \cos \alpha$  (\*)

$$x = \sin \alpha \quad (**)$$

حال با کمک رابطه‌ی  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$  داریم:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \xrightarrow{(**), (*)} x^2 + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - x^2$$

$$\xrightarrow{\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]} \cos \alpha = \sqrt{1-x^2} \xrightarrow{(*)} \cos(\sin^{-1} x) = \sqrt{1-x^2}$$

چون  $n \in \mathbb{N}$  داخل قدرمطلق همواره مثبت است بنابراین:

$$a_n = \frac{2n+8}{3n+4} \quad \text{ابتدا عدد همگرایی دنباله (L) را می‌یابیم:}$$

$$\Rightarrow L = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+8}{3n+4} = \frac{2}{3}$$

فاصله‌ی نقاط دنباله‌ی  $\{a_n\}$  از نقطه‌ی همگرایی آن (L) کم‌تر از  $0.04$ .

$$|a_n - L| < 0.04 \Rightarrow \left| \frac{2n+8}{3n+4} - \frac{2}{3} \right| < \frac{4}{100}$$

$$\Rightarrow \left| \frac{6n+24-6n-8}{3(3n+4)} \right| < \frac{4}{100} \Rightarrow \left| \frac{16}{9n+12} \right| < \frac{4}{100}$$



۱۱۶- گزینه‌ی « ۱ »

$$\frac{16}{9n+12} < \frac{4}{100} \Rightarrow 9n+12 > 400 \Rightarrow 9n > 388$$

تابع  $f$  در بازه‌ی  $[-1, 1]$  شرایط قضیه‌ی رول را دارد هر گاه:

$$\Rightarrow n > \frac{388}{9} = 43.11 \Rightarrow n \geq 44$$

(۱) در بازه‌ی  $[-1, 1]$  پیوسته باشد:پس کم‌ترین مقدار  $n$  برابر ۴۴ است.چون هر یک از ضابطه‌های  $f$  چند جمله‌ای و در دامنه‌ی خود پیوسته‌اند

(دیفرانسیل، دنباله و سری)

پس تنها باید شرط پیوستگی در  $x = 0$  (نقطه‌ی مرزی) را بنویسیم:

۱۱۴- گزینه‌ی « ۱ »

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2 + cx) = 0 = f(0) \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (ax + b) = b \end{cases} \xrightarrow{\text{شرط پیوستگی}} b = 0$$

از آنجا که  $S_n - S_{n-1} = a_n$  است جمله‌ی عمومی قابل محاسبه است:

$$S_n = S_{n-1} - \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

(۲) در بازه‌ی  $(-1, 1)$  مشتق‌پذیر باشد:

$$\Rightarrow S_n - S_{n-1} = -\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} \Rightarrow a_n = -\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} \quad (n > 1)$$

$$f(x) = \begin{cases} ax + b, -1 < x < 0 \\ x^2 + cx, 0 \leq x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} a, -1 < x < 0 \\ 2x + c, 0 \leq x < 1 \end{cases}$$

برای مشتق‌پذیر بودن  $f$  در بازه‌ی  $(-1, 1)$  باید مشتق‌های راست و چپاما برای محاسبه‌ی  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ، نیاز به جمله‌ی اول هم داریم

$$\Rightarrow \begin{cases} f'_-(0) = a \\ f'_+(0) = 2(0) + c \end{cases} \Rightarrow a = c \quad \text{در } x = 0 \text{ برابر باشند:}$$

بنابراین رابطه را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\begin{cases} f(-1) = -a + b \\ f(1) = 1 + c \end{cases} \Rightarrow -a + b = 1 + c \quad (3) \quad f(-1) = f(1) \text{ باشد:}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = a_1 + \sum_{n=2}^{\infty} a_n = 1 + \sum_{n=2}^{\infty} -\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

$$\xrightarrow{b=0} -a + 0 = 1 + a \Rightarrow a = \frac{-1}{2}$$

$$= 1 - \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{2-1}}{1 - \frac{1}{3}} = 1 - \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

(دیفرانسیل، کاربرد مشتق)

۱۱۷- گزینه‌ی « ۴ »

دقت کنید که مجموع جملات  $\sum_{n=k}^{\infty} a(r)^{n-1}$  از رابطه‌ی  $\frac{a(r)^{k-1}}{1-r}$  بهبا کمک فرمول مشتق تابع مرکب، مشتق  $f \circ g$  را در  $x = 2$  می‌نویسیم:

دست می‌آید.

$$(f \circ g)'(x) = g'(x) f'(g(x)) \Rightarrow (f \circ g)'(2) = g'(2) f'(g(2))$$

(دیفرانسیل، دنباله و سری)

$$\text{چون } g(2) = \frac{1}{4} \sqrt{5(2) - 9} = \frac{1}{4}$$

۱۱۵- گزینه‌ی « ۱ »

$$(f \circ g)'(2) = g'(2) f'\left(\frac{1}{4}\right) \quad (*)$$

$$\text{دامنه: } |x-1| < 2$$

با مشتق‌گیری از توابع  $f$  و  $g$  خواهیم داشت:

(چون طرفین نامعادله نامنفی هستند می‌توانیم به توان ۲ برسانیم)

$$f(x) = \sin^2 \pi x \Rightarrow f'(x) = 2\pi \sin \pi x \cos \pi x$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 < 4 \quad (*)$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{1}{4}\right) = 2\pi \sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{4} = \pi$$

از طرفی با مربع کامل کردن ضابطه‌ی  $f$  داریم:

$$g(x) = \frac{1}{4} \sqrt{5x-9} \Rightarrow g'(x) = \frac{1}{4} \times \frac{5}{2\sqrt{5x-9}} \Rightarrow g'(2) = \frac{5}{8}$$

$$f(x) = x^2 - 2x - 3 \Rightarrow f(x) = x^2 - 2x + 1 - 4 = (x-1)^2 - 4$$

بنابراین از (\*) و مقادیر به دست آمده، حاصل مشتق را می‌یابیم:

بنابراین در (\*), چون  $(x-1)^2 < 4$  و در نتیجه  $(x-1)^2 - 4 < 0$  است.

$$(f \circ g)'(2) = \frac{5}{8} \times \pi = \frac{5\pi}{8}$$

بنابراین تابع  $f(x) = (x-1)^2 - 4$  همواره منفی است.

(دیفرانسیل، مشتق)

(مسایبان، تابع)

با قرار دادن  $x = a$  در تابع مقدار می‌نیم را می‌یابیم:

$$y(a) = \frac{3a+a}{\sqrt[4]{a^3-a}} = \frac{4a}{a} = 4$$

ابتدا تابع  $gof(x)$  را تشکیل می‌دهیم:

$$\begin{cases} f(x) = [x] - x \\ g(x) = \sqrt{x} \end{cases} \Rightarrow g(f(x)) = \sqrt{[x]-x}$$

راه حل دوم: چون  $a$  و  $x$  مثبت هستند:

$$y = \frac{3a+x}{\sqrt[4]{a^3x}} = \frac{3a}{\sqrt[4]{a^3x}} + \frac{x}{\sqrt[4]{a^3x}}$$

$$= 3\sqrt[4]{\frac{a^4}{a^3x}} + \sqrt[4]{\frac{x^4}{a^3x}} = 3\sqrt[4]{\frac{a}{x}} + \sqrt[4]{\left(\frac{x}{a}\right)^3}$$

با فرض  $\sqrt[4]{\frac{x}{a}} = t \geq 0$  داریم: (عبارت با فرجه‌ی زوج منفی نمی‌شود.)

$$y = \frac{3}{t} + t^3$$

می‌نیم این عبارت، همان می‌نیم عبارت داده شده است بنابراین:

$$y' = \frac{-3}{t^2} + 3t^2 = 0 \Rightarrow t^4 = 1 \xrightarrow{t \geq 0} t = 1$$

$$\Rightarrow y(1) = 3 + 1 = 4 = \text{می‌نیم}$$

(دیفرانسیل، کاربرد مشتق)

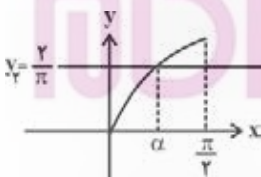
۱۲- گزینه‌ی «۴»

برای بررسی جهت تقعر تابع، باید مشتق دوم بگیریم:

$$y = \sin x + \frac{x^2}{\pi} \Rightarrow y' = \cos x + \frac{2x}{\pi} \Rightarrow y'' = -\sin x + \frac{2}{\pi} = 0$$

$$\Rightarrow \sin x = \frac{2}{\pi}$$

با رسم نمودارهای  $y_1 = \sin x$  و  $y_2 = \frac{2}{\pi}$  در یک دستگاه مختصات در



بازه‌ی  $[0, \frac{\pi}{2}]$  داریم:

نمودارها یک نقطه‌ی تقاطع دارند

پس در یک نقطه جهت تقعر تابع

عوض می‌شود. بنابراین:

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{تقعر رو به بالا} \Rightarrow y'' > 0 \Rightarrow -\sin x + \frac{2}{\pi} > 0 \Rightarrow \sin x < \frac{2}{\pi} \Rightarrow x \in [\alpha, \frac{\pi}{2}] \\ \text{تقعر رو به پایین} \Rightarrow y'' < 0 \Rightarrow -\sin x + \frac{2}{\pi} < 0 \Rightarrow \sin x > \frac{2}{\pi} \Rightarrow x \in [0, \alpha] \end{cases}$$

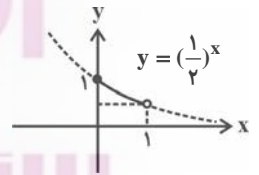
بنابراین تقعر تابع  $y$  در بازه‌ی  $[\alpha, \frac{\pi}{2}]$  ابتدا رو به بالا سپس رو به پایین

است.

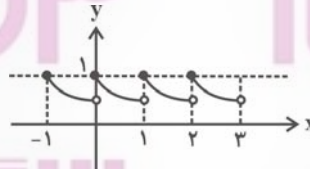
(دیفرانسیل، کاربرد مشتق)

از آنجا که تابع  $y = x - [x]$  و در نتیجه  $y = [x] - x$  توابعی متناوب با دوره‌ی تناوب یک هستند بنابراین برای رسم نمودار  $gof$  کافی است نمودار را در یک دوره‌ی تناوب رسم کنیم و سپس آن را به بازه‌های دیگر تعمیم دهیم.

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow gof(x) = \sqrt{x-x} = \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^x \Rightarrow$$



بنابراین نمودار تابع در  $\mathbb{R}$  به صورت زیر است.



با توجه به نمودار، تابع در نقاط صحیح دارای ماکزیمم نسبی است ولی می‌نیم نسبی ندارد.

(دیفرانسیل، کاربرد مشتق)

۱۱۹- گزینه‌ی «۴»

راه حل اول: از تابع  $y = \frac{3a+x}{\sqrt[4]{a^3x}}$  مشتق می‌گیریم و نقطه‌ی می‌نیم را

$$y = \frac{3a+x}{\sqrt[4]{a^3x}} = \frac{1}{\sqrt[4]{a^3}} \left( \frac{3a+x}{\sqrt{x}} \right)$$

می‌یابیم:

$$\Rightarrow y' = \frac{1}{\sqrt[4]{a^3}} \times \frac{\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}}(3a+x)}{\sqrt[4]{x^3}}$$

اگر در صورت، مخرج مشترک بگیریم:

$$\Rightarrow y' = \frac{1}{\sqrt[4]{a^3}} \times \frac{2x - (3a+x)}{2\sqrt[4]{x^5}} = \frac{3(x-a)}{2\sqrt[4]{x^5}} = 0 \Rightarrow x = a$$

چون  $a$  مثبت است پس در همسایگی  $x = a$  مخرج مثبت است و جدول

تعیین علامت مشتق در همسایگی  $a$  به صورت زیر است:

|      |     |   |  |
|------|-----|---|--|
|      | $a$ |   |  |
| $y'$ | -   | + |  |

$\Rightarrow x = a$  : می‌نیم تابع است



۱۲۳- گزینه‌ی «۴»

۱۲۱- گزینه‌ی «۱»

$$f(x) = \int_1^x \frac{dt}{1+t^2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{شیب خط مماس: } m = f'(x) = 1 \times \frac{1}{1+x^2} \xrightarrow{x=1} m = \frac{1}{2} \\ \text{نقطه‌ی تماس: } A(1,0) \Rightarrow f(1) = \int_1^1 \frac{dt}{1+t^2} = 0 \end{cases}$$

بنابراین معادله‌ی خط مماس برابر است با:

$$y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y - 0 = \frac{1}{2}(x - 1) \Rightarrow 2y = x - 1$$

$$\int_a^a f(x) dx = 0$$

(دیفرانسیل، انتگرال)

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{1 - \tan \pi x}{2x - \sqrt{x}} = \frac{0}{0}$$

برای رفع ابهام هوییتال می‌گیریم:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{1 - \tan \pi x}{2x - \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{-\pi(1 + \tan^2 \pi x)}{2 - \frac{1}{2\sqrt{x}}}$$

$$= \frac{-\pi(1 + \tan^2 \frac{\pi}{4})}{2 - \frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{4}}}} = \frac{-2\pi}{1} = -2\pi$$

۱۲۴- گزینه‌ی «۴»

(دیفرانسیل، کاربرد مشتق)

$$f(x) = \frac{1 + \sin x}{\cos^2 x}$$

مساحت ناحیه‌ی محدود به منحنی تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{1 + \sin x}{\cos^2 x}$  محور  $x$  ها و دو خط  $x = \frac{\pi}{3}$  و  $x = \frac{-\pi}{3}$  برابر است با:دقت کنید که  $f$  در بازه‌ی  $[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}]$  مثبت است.

$$S = \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1 + \sin x}{\cos^2 x} dx = \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\cos^2 x} dx + \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$$

حال حاصل هر یک از انتگرال‌ها را جداگانه می‌یابیم:

$$\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\cos^2 x} dx = \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} (1 + \tan^2 x) dx = \tan x \Big|_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}$$

$$= \sqrt{3} - (-\sqrt{3}) = 2\sqrt{3} \quad (*)$$

$$\text{اما در مورد } \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx \text{ چون تابع } y = \frac{\sin x}{\cos^2 x} \text{ تابعی فرد است}$$

بنابراین حاصل انتگرال فوق صفر است. در نتیجه:

$$S = \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\cos^2 x} dx \stackrel{(*)}{=} 2\sqrt{3}$$

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 0$$

یادآوری (۱): اگر  $f$  فرد باشد.

$$\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$$

یادآوری (۲):

(دیفرانسیل، انتگرال)

۱۲۲- گزینه‌ی «۳»

نمودار تابع  $f$  مجانب افقی خود را در نقطه‌ای به طول  $x = 0$  قطع کرده. بنابراین چون  $f(0) = 2$  است پس خط  $y = 2$  مجانب افقی تابع است.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2 + bx + 2}{x^2 + 1}$$

بنابراین:

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2}{x^2} = a = 2$$

هم‌چنین با توجه به شکل، نمودار  $f$  در سمت راست محور  $y$  ها برمحور  $x$  ها مماس است. بنابراین معادله‌ی تلاقی تابع  $f$  باخط  $y = 0$  (محور  $x$  ها) ریشه‌ی مکرر می‌دهد:

$$f(x) = \frac{2x^2 + bx + 2}{x^2 + 1} = 0 \Rightarrow 2x^2 + bx + 2 = 0$$

برای این که معادله‌ی فوق ریشه‌ی مکرر (در اینجا مضاعف) بدهد

$$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4(2)2 = 0$$

باید  $\Delta = 0$  باشد. بنابراین:

$$\Rightarrow b^2 = 16 \Rightarrow b = \pm 4$$

چون منحنی در سمت راست محور  $y$  ها بر محور  $x$  ها مماس شده، بایدریشه‌ی مضاعف مثبت باشد. بنابراین  $b = -4$  قابل قبول است زیرا به

$$2x^2 + bx + 2 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 4x + 2 = 0$$

ازای آن:

$$\Rightarrow 2(x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1 > 0$$

(دیفرانسیل، کاربرد مشتق)

در مثلث ABC داریم:

$$\begin{aligned}\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} &= 180^\circ \\ \Rightarrow 58^\circ + 180^\circ - 2\alpha + 180^\circ - 2\beta &= 180^\circ \\ \Rightarrow \alpha + \beta &= 119^\circ\end{aligned}$$

در زاویه‌ی نیم صفحه‌ی D داریم:

$$\alpha + x + \beta + 180^\circ \Rightarrow x = 180^\circ - (\alpha + \beta) = 61^\circ$$

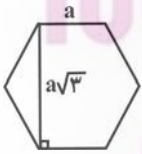
(هنرسه، استرلال)

۱۲۶- گزینه‌ی «۳»

راه حل اول:

نکته: در شش ضلعی منتظم به ضلع a، قطر کوچک برابر  $a\sqrt{3}$  و

مساحت برابر  $\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$  است.



با توجه به صورت سؤال، مساحت یک شش ضلعی منتظم به

ضلع  $x = a\sqrt{3}$  برابر خواهد بود با:

$$S_1 = \frac{3\sqrt{3}}{2}x^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2}(a\sqrt{3})^2 = \frac{9\sqrt{3}}{2}a^2$$

نسبت مساحت این شش ضلعی به مساحت شش ضلعی منتظم به

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{9\sqrt{3}}{2}a^2}{\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2} = 3$$

ضلع a برابر است با:

راه حل دوم:

می‌دانیم که هر دو شش ضلعی منتظم با هم متشابه‌اند و نسبت

مساحت‌هایشان برابر مربع نسبت تشابه آن‌هاست، پس نسبت

مساحت‌های دو شش ضلعی منتظم مورد نظر برابر با مربع نسبت اضلاع

$$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{a\sqrt{3}}{a}\right)^2 = 3$$

آن‌هاست، یعنی:

(هنرسه، مساحت و قشبه‌ی فیثاغورس)

تهیه و تنظیم: مهرداد ملوندی

ریاضیات حسابداری، مهندسی، مصیبه، سراسری ۹۱  
مهندسی پایه، آمار

۱۰۴- گزینه‌ی «۳»

ابتدا سه رقم متمایز از بین این ۵ رقم انتخاب می‌کنیم که

به  $\binom{5}{3} = 10$  حالت امکان پذیر است.

واضح است که با هر سه رقم متمایز، فقط یک عدد سه رقمی با شرط

«رقم صدگان < رقم دهگان < رقم یکان» می‌توان نوشت؛ پس تعداد

اعداد مورد نظر ۱۰ تا است.

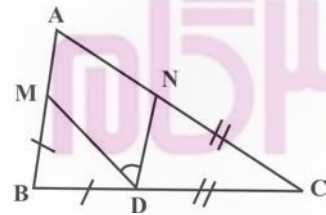
(ریاضی ۲، آنالیز ترکیبی)

۱۲۵- گزینه‌ی «۳»

راه حل اول:

نکته: در مثلث شکل زیر که  $BM = BD$  و  $CN = CD$  است، داریم:

$$\hat{MDN} = 90^\circ - \frac{\hat{A}}{2}$$

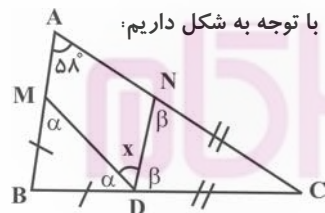


با توجه به صورت سؤال و نکته‌ی فوق داریم:

$$\hat{MDN} = 90^\circ - \frac{58^\circ}{2} = 90^\circ - 29^\circ = 61^\circ$$

راه حل دوم: با توجه به شکل داریم:

$$\begin{cases} \hat{B} = 180^\circ - 2\alpha \\ \hat{C} = 180^\circ - 2\beta \end{cases}$$





با توجه به اندازه‌ی اضلاع، نیمساز خارجی رو به‌رو به ضلع ۶ مورد نظر

۱۲۷- گزینه‌ی «۲»

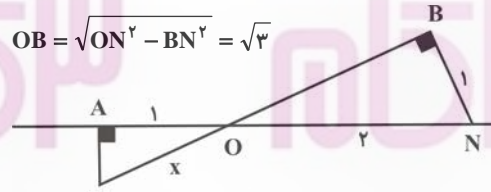
است. با توجه به نکته‌ی فوق، اگر  $AD'$  نیمساز خارجی زاویه‌ی  $A$  باشد،

با نوشتن قضیه‌ی فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه‌ی  $OBN$  داریم:

$$\frac{S_{AD'B}}{S_{AD'C}} = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{5} \quad \text{آنگاه:}$$

$$OB = \sqrt{ON^2 - BN^2} = \sqrt{3}$$

$$\rightarrow \text{تفضیل درمخرج} \quad \frac{S_{AD'B}}{S_{AD'C} - S_{AD'B}} = \frac{3}{5-3} \Rightarrow \frac{S_{AD'B}}{S_{ABC}} = \frac{3}{2}$$



(هندسه ۲، استرلا)

دو مثلث  $OAN$  و  $OBN$  به حالت تساوی دو زاویه با هم متشابه‌اند و

۱۳۰- گزینه‌ی «۳»

$$\triangle OAN \sim \triangle OBN \Rightarrow \frac{OM}{ON} = \frac{OA}{OB} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{داریم:}$$

نکته: اندازه‌ی مماس مشترک خارجی دو دایره  $C(O, R)$  و

$$\Rightarrow x = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$C'(O', R') \text{، در صورت وجود، برابر است با: } \sqrt{OO'^2 - (R - R')^2}$$

با توجه به این نکته و فرض سؤال داریم:

(هندسه ۱، تشابه)

$$\sqrt{OO'^2 - (14 - 6)^2} = 15 \Rightarrow OO'^2 = 225 + 64 = 289$$

۱۲۸- گزینه‌ی «۴»

$$\Rightarrow OO' = 17$$

نکته: قطر مکعبی که درون یک کره محاط شده با قطر آن کره برابر

(هندسه ۲، رابره)

$$\text{است، یعنی } a\sqrt{3} = 2R$$

۱۳۱- گزینه‌ی «۳»

با توجه به نکته‌ی فوق، نسبت حجم این مکعب به حجم کره برابر است

با:

با توجه به شکل، از هر یک از نقاط  $A$  و  $B$  یک مماس و یک قاطع بر دایره رسم شده است. با نوشتن روابط طولی برای این دو نقطه داریم:

$$\frac{V(\text{مکعب})}{V(\text{کره})} = \frac{a^3}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \left(\frac{3}{4\pi}\right)\left(\frac{a}{R}\right)^3 = \frac{3}{4\pi} \times \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^3 = \frac{3 \times 8}{4\pi \times 3\sqrt{3}} = \frac{2}{\pi\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3\pi}$$

(هندسه ۱، شکل‌های فضایی)

۱۲۹- گزینه‌ی «۲»

$$AT^2 = AM \cdot AN \Rightarrow 6^2 = 4 \times (4 + m) \Rightarrow m = 5$$

$$BT'^2 = BN \cdot BM \Rightarrow x^2 = 3 \times (3 + m) = 3 \times (3 + 5) = 24$$

$$\Rightarrow x = 2\sqrt{6}$$

(هندسه ۲، رابره)

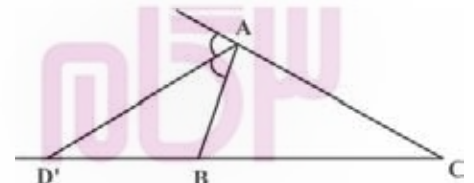
نکته: مطابق شکل در مثلث  $ABC$  ( $\hat{B} > \hat{C}$ )، نیمساز خارجی

۱۳۲- گزینه‌ی «۱»

زاویه‌ی  $A$ ، امتداد ضلع  $BC$  را قطع کرده است؛ با توجه به شکل داریم:

نکته: اگر خط  $D$  بر صفحه‌ی  $P$  عمود باشد بر تمام خطوط آن صفحه نیز عمود است.

$$\frac{S_{AD'B}}{S_{AD'C}} = \frac{D'B}{D'C} = \frac{AB}{AC}$$



می‌دانیم که کوچک‌ترین زاویه‌ی خارجی یک مثلث متناظر با بزرگ‌ترین زاویه‌ی داخلی است.

همان‌طور که می‌بینید، به خط  $\Delta_1$ ،  $\Delta_2$  و  $\Delta_3$  بر خط  $D$  عمود هستند. ولی وضعیت دو به دو این سه خط ( $\Delta_1$  و  $\Delta_2$ ،  $\Delta_2$  و  $\Delta_3$ ،  $\Delta_1$  و  $\Delta_3$ ) هر سه وضعیت موازی، متقاطع و متنافر را قبول می‌کند.

(هندسه ۲، هندسه در فضا)

با توجه به این نکته و خطوط داده شده داریم:

$$d: \text{محور } y \Rightarrow A \begin{pmatrix} \circ \\ \circ \\ \circ \end{pmatrix}, u = (\circ, 1, \circ)$$

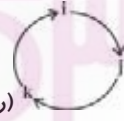
$$d': (x = t, y = t + 2, z = -2t + 5)$$

$$\Rightarrow A' \begin{pmatrix} \circ \\ 2, u' = (1, 1, -2) \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$h = \frac{|\overrightarrow{AA'} \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{u}')|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{u}'|} = \frac{|(\circ, 2, 5) \cdot ((\circ, 1, \circ) \times (1, 1, -2))|}{|(\circ, 1, \circ) \times (1, 1, -2)|}$$

$$\Rightarrow h = \frac{|(\circ, 2, 5) \cdot (-2, \circ, -1)|}{|(-2, \circ, -1)|} = \frac{|\circ + \circ - 5|}{\sqrt{4 + \circ + 1}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

نکته: ضرب خارجی بردارهای یگانه  $i, j, k$  در یکدیگر به صورت



راستگرد است، یعنی به عنوان مثال داریم:

$$\begin{cases} i \times j = k \\ k \times j = -i \end{cases}$$

برای عبارت صورت سؤال داریم:

$$(\mathbf{i} \times (\mathbf{j} \times \mathbf{k})) \times \mathbf{k} = (\mathbf{i} \times \mathbf{k}) \times \mathbf{k} = (-\mathbf{j}) \times \mathbf{k} = -(\mathbf{j} \times \mathbf{k}) = -\mathbf{i}$$

(هنرسه تلمیلی، بردارها)

۱۳۴- گزینهی «۴»

راه حل دوم:

نکته: برای دو خط متناظر فقط یک جفت صفحه‌ی موازی هم وجود دارد که هر کدام از خطوط متناظر روی یکی از این دو صفحه قرار دارد.

فاصله‌ی بین این صفحه‌ی موازی همان طول عمود مشترک دو خط متناظر است.

معادله‌ی محور  $y$  ها به صورت  $(x = \circ, z = \circ)$  است. با توجه به معادلات خط دیگر  $(x = t, y = t + 2, z = -2t + 5)$  می‌توان نتیجه گرفت که

معادلات آن دو جفت صفحه‌ی موازی به

ترتیب  $2x + z = 5$  و  $2x + z = \circ$  است. فاصله‌ی این دو جفت صفحه‌ی موازی که همان طول عمود مشترک دو خط متناظر است به صورت زیر

$$h = \frac{|5 - \circ|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

به دست می‌آید:

(هنرسه تلمیلی، خط و صفحه)

صفحه‌ی عمودمتناصف پاره‌خط واصل بین دو نقطه‌ی  $A \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$  و  $B \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ \circ \end{pmatrix}$

نقطه‌ی وسط  $AB$  گذشته و بر بردار  $\overrightarrow{AB}$  عمود است، پس:

$$M \begin{pmatrix} 2 \\ \circ \\ 1 \end{pmatrix} \text{ نقطه‌ی وسط } AB$$

$$\overrightarrow{AB} = (-2, -2, 2) \Rightarrow \text{بردار نرمال صفحه } n = (1, 1, -1)$$

معادله‌ی صفحه‌ی مورد نظر عبارتست از:

$$(x - 2) + (y - \circ) - (z - 1) = \circ \Rightarrow x + y - z = 1$$

در بین نقاط داده شده تنها مختصات نقطه‌ی  $(3, -1, 1)$  در معادله‌ی این صفحه صدق می‌کند.

(هنرسه تلمیلی، خط و صفحه)

۱۳۵- گزینه‌ی «۲»

۱۳۶- گزینه‌ی «۲»

راه حل اول:

ابتدا معادله‌ی سهمی را استاندارد می‌کنیم:

$$2y^2 + ay - 3x = \circ \Rightarrow 2(y^2 + \frac{a}{2}y) = 3x \Rightarrow (y + \frac{a}{4})^2 - \frac{a^2}{16} = \frac{3}{2}x$$

$$\Rightarrow (y + \frac{a}{4})^2 = \frac{3}{2}x + \frac{a^2}{16} = \frac{3}{2}(x + \frac{a^2}{24})$$

معادله‌ی اخیر مربوط به یک سهمی افقی با مشخصات زیر است:

نکته: برای به دست آوردن طول عمود مشترک دو خط متناظر  $d'$  و  $d$ ,

نقاط دلخواه  $A$  و  $A'$  را روی این دو خط انتخاب کرده و به صورت زیر

$$h = \frac{|\overrightarrow{AA'} \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{u}')|}{|\mathbf{u} \times \mathbf{u}'|}$$

عمل می‌کنیم:

( $u$  و  $u'$  بردارهای هادی خطوط  $d$  و  $d'$  هستند.)



۱۳۹- گزینه‌ی «۳»

نکته (۱): اگر  $A$  و  $B$  ماتریس‌های مربعی از مرتبه‌ی ۳ و  $\lambda$  عددی حقیقی باشد، آنگاه:

$$|AB| = |A| \cdot |B| \quad (\text{الف})$$

$$|\lambda A| = \lambda^3 |A| \quad (\text{ب})$$

نکته (۲): اگر ماتریس مربعی  $A$  وارونپذیر باشد، آنگاه:  $|A^{-1}| = |A|^{-1}$

(هنرسه تالیلی، وارونپذیری)

$$S: \begin{cases} \alpha = -\frac{a^2}{24} \\ \beta = \frac{-a}{4} \end{cases}$$

$$P = \frac{3}{8} \Rightarrow \text{پارامتر}$$

$$F: \begin{cases} \alpha + P = \frac{-a^2}{24} + \frac{3}{8} \\ \beta = \frac{-a}{4} \end{cases}$$

$\Rightarrow$  کانون سهمی افقی

۱۴۰- گزینه‌ی «۲»

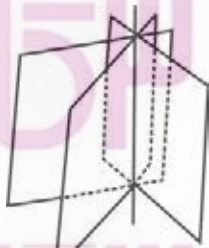
راه حل اول:

نکته: در معادله‌ی ماتریسی  $AX = B$ ، اگر  $|A| \neq 0$  باشد آنگاه دستگاه معادلات یا بیشمار جواب دارد یا فاقد جواب است. در روش کرامر،

این نتیجه را می‌توان گرفت که در حالت  $|A| = 0$ ، اگر هر سه دترمینان  $|A_x|$ ،  $|A_y|$  و  $|A_z|$  نیز برابر صفر شد آنگاه دستگاه معادلات بیشمار جواب دارد، در غیر این صورت فاقد جواب است.

$$\text{در معادله‌ی ماتریسی} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -1 \\ 4 & -1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 9 \end{bmatrix}$$

هر سه دترمینان  $|A_x|$ ،  $|A_y|$  و  $|A_z|$  برابر صفر است، پس طبق نکته‌ی فوق نتیجه می‌شود که این معادله‌ی ماتریسی بیشمار جواب دارد که با توجه به گزینه‌ها می‌توان نتیجه گرفت فصل مشترک‌های دو به دوی این سه صفحه بر هم منطبق‌اند، مانند شکل زیر:



راه حل دوم:

دستگاه معادلات متناظر با این

$$\begin{cases} P: x - 2y + 3z = 4 \\ Q: 2x + 3y - z = 1 \\ R: 4x - y + 5z = 9 \end{cases}$$

معادله‌ی ماتریسی به صورت روبه‌روست:

با کمی دقت متوجه می‌شویم که اگر طرفین معادله‌ی صفحه‌ی  $P$  را در ۲ ضرب کنیم و با معادله‌ی صفحه‌ی  $Q$  جمع کنیم، معادله‌ی صفحه‌ی  $R$  به دست می‌آید ( $2P + Q = R$ ). به بیان دیگر صفحه‌ی  $R$  صفحه‌ای از دسته صفحات  $P$  و  $Q$  است. پس سه صفحه‌ی  $P$ ،  $Q$  و  $R$  در یک خط مشترکند.

(هنرسه تالیلی، دستگاه معادلات)

طبق فرض سؤال، کانون سهمی روی محور  $y$ ها قرار دارد، پس:

$$x_F = \frac{-a^2}{24} + \frac{3}{8} = 0 \Rightarrow \frac{a^2}{24} = \frac{3}{8} \Rightarrow a^2 = 9 \Rightarrow a = \pm 3$$

(هنرسه تالیلی، مقاطع مخروطی)

۱۳۷- گزینه‌ی «۴»

نقطه‌ی  $\left(\frac{x'}{y'}\right)$  را تبدیل یافته‌ی نقطه‌ی  $\left(\frac{x}{y}\right)$  تحت تأثیر ماتریس  $A$  در نظر

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -x = x' \\ 3y = y' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -x' \\ y = \frac{1}{3}y' \end{cases}$$

تبدیل یافته‌ی دایره‌ی  $x^2 + y^2 = 4$  تحت اثر ماتریس  $A$  به صورت زیر به دست می‌آید:

$$(-x')^2 + \left(\frac{1}{3}y'\right)^2 = 4 \Rightarrow \frac{x'^2}{4} + \frac{y'^2}{36} = 1$$

معادله‌ی اخیر مربوط به یک بیضی قائم با مشخصات زیر است:

$$\begin{cases} a^2 = 36 \\ b^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 32$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{32}}{6} = \frac{4\sqrt{2}}{6} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

(هنرسه تالیلی، ماتریس و دترمینان)

۱۳۸- گزینه‌ی «۱»

نکته: اگر به درایه‌ی  $z$  از ماتریس  $A_{3 \times 3}$ ،  $x$  واحد افزوده شود به دترمینان اولیه، مقدار  $x A_{zz}$  افزوده خواهد شد.

فرض می‌کنیم به هر درایه‌ی سطر سوم دترمینان داده شده،  $x$  واحد افزوده شود، با توجه به نکته‌ی فوق و فرض مسأله داریم:

$$x A_{31} + x A_{32} + x A_{33} = 8 \Rightarrow x \left( \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} \right) = 8$$

$$\Rightarrow x(3 - 34 + 27) = 8 \Rightarrow x = \frac{8}{-4} = -2$$

(هنرسه تالیلی، ماتریس و دترمینان)

۱۴۳- گزینهی «۴»

۱۴۱- گزینهی «۴»

جدول فراوانی متناظر با داده‌های مفروض به صورت زیر است:

با توجه به صورت سؤال داریم:

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = (1+2+\dots+n)^2$$

|       |    |    |    |    |        |
|-------|----|----|----|----|--------|
| $x_i$ | ۳۳ | ۳۷ | ۴۱ | ۴۵ | ۴۹     |
| $f_i$ | ۷  | ۱۰ | ۱۵ | ۱۲ | $a-44$ |

میانگین جامعه برابر ۴۱ است، پس داریم:

حاصل عبارت مورد نظر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$1 \cdot 3 + 12 \cdot 3 + 15 \cdot 3 + \dots + 3 \cdot 3 = 3^3 \times (5^3 + 6^3 + 7^3 + \dots + 15^3)$$

$$\sum f_i x_i = \bar{x} \cdot \sum f_i \\ \Rightarrow 7 \times 33 + 10 \times 37 + 15 \times 41 + 12 \times 45 + (a-44) \times 49$$

$$= 8 \times [(1^3 + 2^3 + \dots + 15^3) - (1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3)]$$

$$= 41 \times a \Rightarrow 1756 + 49a - 2156 = 41a \Rightarrow 8a = 400 \Rightarrow a = 50$$

$$= 8 \times [(1+2+\dots+15)^2 - (1+2+3+4)^2]$$

می‌دانیم زاویه‌ی متناظر با داده‌ی  $x_i$  در نمودار دایره‌ای برابر است با

$$= 8 \times \left[ \left( \frac{15 \times 16}{2} \right)^2 - \left( \frac{4 \times 5}{2} \right)^2 \right] = 8 [120^2 - 10^2]$$

ضرب فراوانی نسبی آن دسته در  $360^\circ$ ، یعنی  $\frac{f_i}{\sum f_i} \times 360^\circ$ ؛ پس

$$= 8 \times [14400 - 100] = 8 \times 14300 = 114400$$

زاویه‌ی مربوط به دسته‌ی  $[39, 43]$  برابر است با:

(پیروافتمال، استرلاهای ریاضی)

$$\frac{15}{a} \times 360^\circ = \frac{15}{50} \times 360^\circ = 108^\circ$$

۱۴۴- گزینهی «۱»

(آمار و مدل‌سازی، نمودارها و تحلیل داده‌ها)

توجه کنید که دو مجموعه‌ی  $\{a, b\}$ ،  $\{b, a\}$  یکسانند پس مجموعه‌ی

۱۴۲- گزینهی «۴»

مورد نظر سه عضو  $a$ ،  $b$  و  $\{a, b\}$  را دارد. پس تعداد زیر مجموعه‌هاینکته: داده‌های  $x_i$  را در نظر بگیرید؛ واریانس این داده‌ها به صورت زیر

نیز به دست می‌آید:

مورد نظر که فاقد عضو  $\{a, b\}$  است برابر خواهد بود با:  $2^3 - 1 = 4$ .

(پیروافتمال، مهموعه‌ها)

$$\sigma^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \left( \frac{\sum x_i}{n} \right)^2$$

۱۴۵- گزینهی «۱»

اگر طول اضلاع مربع‌ها را  $x_i$  در نظر بگیریم، با توجه به فرض سؤال وچون ۱۱ عددی اول و  $(5, 11) = 1$ ، لذا طبق قضیه‌ی فرما داریم:

$$\begin{cases} C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} = 0.2 \Rightarrow \sigma = 15 \times 0.2 = 3 \\ \bar{x} = 15 \end{cases}$$

$$5^{11} \equiv 1$$

پس در رابطه‌ی هم باقیمانده بر ۱۱، عدد  $5^{11}$  عضو دسته‌ی  $[1]_{11}$  خواهد

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - (15)^2} = 3 \Rightarrow \frac{\sum x_i^2}{n} = 225 + 9 = 234$$

از آنجا که مساحت مربع‌ها به صورت  $x_i^2$  است، پس میانگین مساحت

بود.

مربع‌ها برابر ۲۳۴ است.

(ریاضیات گسسته، همنوشتی)

(آمار و مدل‌سازی، شاخص‌های پرکنندگی)



۱۴۶- گزینه‌ی «۲»

۱۴۶- گزینه‌ی «۴»

نکته (۱): در یک گراف ساده، حداکثر اندازه برابر  $\binom{p}{2}$  است.

نکته (۲): اگر در یک گراف ساده،  $q < p - 1$  باشد، آن گراف حتماً

ناهمبند است. با توجه به نکات فوق و فرض مسأله، جدول روبه‌رو را

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| p | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ | ۷ | ۸ |
| q | ۷ | ۶ | ۵ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ | ۰ |

ناهمبند      غیر ساده

پس در این گراف،  $p = q = 4$  است.

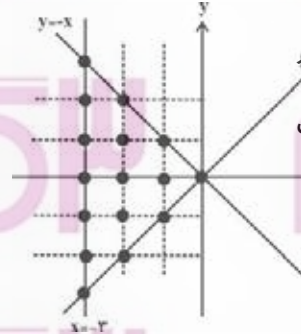
گراف کامل  $K_4$ ،  $\binom{4}{2} = 6$  یال دارد که با افزودن ۲ یال به گراف

قبلی، می‌توان این گراف کامل را ساخت.

باید ببینیم که نامعادله‌ی  $|y| \leq -x$  چه بخشی از دستگاه مختصات را

در بر می‌گیرد:

$$|y| \leq -x \Rightarrow \begin{cases} y \geq x: y = x \\ y \leq -x: y = -x \end{cases}$$



نقاط تشکیل دهنده‌ی رابطه‌ی  $K_4$  در

شکل روبه‌رو به صورت تو پر مشخص

شده‌اند.

$$1 + 3 + 5 + 7 = 16$$

تعداد این نقطه‌ها برابر است با:

(ریاضیات گسسته، گراف)

(پیروافتمال، ضرب دکارتی و رابطه)

۱۵۰- گزینه‌ی «۲»

۱۴۷- گزینه‌ی «۳»

می‌دانیم که تعداد یک‌های ماتریس مجاورت یک گراف ساده برابر

است با  $2q$ ؛ پس در این گراف با توجه به ماتریس مجاورت آن داریم:

$$2q = 4 \Rightarrow q = 2$$

(ریاضیات گسسته، گراف)

با توجه به فرض سؤال، احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2} \times \binom{5}{4}}{\binom{4+5}{6}} = \frac{6 \times 5}{48} = \frac{5}{14}$$

(پیروافتمال، احتمال)

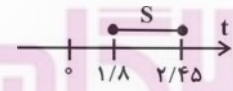
۱۴۸- گزینه‌ی «۴»

۱۵۱- گزینه‌ی «۴»

فضای پیوسته‌ی مذکور، یک بُعدی و طول آن برابر است با:

با توجه به فرض سؤال داریم:  $25 | 6^n - 3^n \Rightarrow 25 | 3^n (2^n - 1)$

$$L_S = 2/45 - 1/8 = 0/65$$

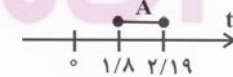


طول پیشامد مطلوب نیز برابر است با:

چون  $(25, 3^n) = 1$ ، پس طبق لِم اقلیدس داریم:  $25 | 2^n - 1 \Rightarrow 2^n \equiv 1 \pmod{25}$

نکته (قضیه‌ی اوپلر): اگر  $n$  عددی طبیعی و  $a$  عددی صحیح باشد به

$$L_A = 2/19 - 1/8 = 0/39$$



احتمال مطلوب برابر است با:

طوری که  $(a, n) = 1$ ، آنگاه  $a^{\phi(n)} \equiv 1 \pmod{n}$ . (توجه کنید که اگر  $n$  عددی

$$P(A) = \frac{L_A}{L_S} = \frac{0/39}{0/65} = \frac{3}{5} = 0/6$$

(پیروافتمال، احتمال)

اول باشد، قضیه‌ی فرما به دست می‌آید.)

با توجه به این نکته داریم:

۱۵۳- گزینهی «ب»

$$\begin{cases} \phi(25) \equiv 1 \\ \phi(25) = 25(1 - \frac{1}{5}) = 20 \end{cases} \Rightarrow 20 \equiv 1$$

صورت سؤال درست بیان نشده است. گراف متناظر با یک رابطه، گرافی

جهتدار است که در صورت سؤال به صورت گراف ساده تعریف شده

است. در ضمن برای هر راس گراف جهتدار نمی‌توان درجه‌ای یکتا

پس  $n = 20$  قابل قبول است، ولی از آنجا که کوچک‌ترین عددطبیعی  $n$  مطلوب است باید مقسوم علیه‌های طبیعی ۲۰ (که در گزینه‌ها

تعریف کرد، چون یال‌ها به صورت ورودی، خروجی و یا طوقه هستند.

آمده) را نیز چک کرد. برای  $n = 10$  داریم:

(ریاضیات گسسته، ترکیبیات)

$$20 = 10 \cdot 2 \equiv -1 \pmod{25}$$

۱۵۴- گزینهی «ب»

پس کوچک‌ترین مقدار طبیعی  $n$  برابر ۲۰ است.

پیشامد آن که مجموع اعداد دو کارت برابر ۱۱ باشد عبارت است از:

(ریاضیات گسسته، نظریه اعداد)

$$A = \{\{2,9\}, \{3,8\}, \{4,7\}, \{5,6\}\}$$

احتمال مورد نظر برابر است با:

۱۵۲- گزینهی «ب»

تعداد تمبرهای ۱۵۰ و ۲۵۰ ریالی را به ترتیب  $x$  و  $y$  در نظر می

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{\binom{9}{2}} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

گیریم. با توجه به فرض داریم:

(ریاضیات گسسته، احتمال)

$$150 \cdot x + 250 \cdot y = 3700 \Rightarrow 3x + 5y = 74$$

۱۵۵- گزینهی «ب»

مقادیر  $x_0 = 3$  و  $y_0 = 13$  یک جواب اولیه برای این معادله

با شرط مورد نظر، فضای نمونه‌ای محدود شده است. فضای نمونه‌ای

است. جواب‌های دیگر این معادله عبارتند از:

جدید عبارت است از:

$$S_1 = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1), (3,2), (4,1)\}$$

$$\begin{cases} x = x_0 + \frac{bk}{d} \\ y = y_0 - \frac{ak}{d} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 + \delta k \\ y = 13 - 3k \end{cases}$$

$$A \subseteq S_1 : A = \{(1,2), (2,1), (2,2), (2,3), (3,2)\}$$

مقادیر  $x$  و  $y$  باید نامنفی باشد، پس:

احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S_1)} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} x = 3 + \delta k \geq 0 \Rightarrow k \geq 0 \\ y = 13 - 3k \geq 0 \Rightarrow k \leq 4 \end{cases}$$

تنها ۵ مقدار  $k$  قابل قبول است، پس به ۵ طریق می‌توان

(ریاضیات گسسته، احتمال)

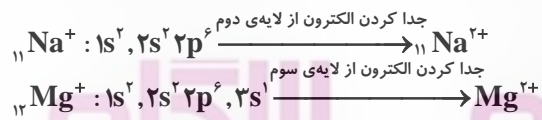
تمبرها را خرید.

(ریاضیات گسسته، نظریه اعداد)



چگالی (از بالا به پایین) منظم نیست و پتانسیم از این قاعده پیروی نمی کند.

در مورد انرژی دومین یونش (به عنوان مثال  ${}_{11}\text{Na}$  و  ${}_{12}\text{Mg}$ ) باید در نظر داشت که یون های  $M^+$  (مانند  $\text{Na}^+$  و  $\text{Mg}^+$ ) به  $M^{2+}$  (مانند  $\text{Na}^{2+}$  و  $\text{Mg}^{2+}$ ) تبدیل خواهند شد. با توجه به آرایش الکترونی این یون ها می توان گفت جدا کردن الکترون دوم از فلزهای قلیایی سخت تر از فلزهای قلیایی خاکی است زیرا این الکترون به هسته ی اتم نزدیکتر است:



(شیمی ۲، بخش ۲ - فواصل تناوبی عنصرها)

۲۰۰ - گزینه ی «۳» با توجه به فرمول ترکیب  $M_2O_3$ ، عنصر M باید ۳

ظرفیتی باشد و در بین موارد داده شده، مورد ۳ به فلزی ۳ ظرفیتی مربوط می شود. با بررسی اعداد داده شده برای IE این عنصر مشخص می شود که نخستین جهش بزرگ آن در  $IE_4$  مشاهده شده است. بنابراین عنصر M در آخرین لایه ی خود دارای ۳ الکترون بوده است

که با از دست دادن آن ها و تشکیل یون  $M^{3+}$ ، امکان تولید  $M_2O_3$  را خواهد داشت.

(شیمی ۲، بخش ۲ و ۳ - فواصل تناوبی عنصرها و ترکیب های یونی)

۲۰۱ - گزینه ی «۴» واکنش پذیری فلزهای قلیایی از بالا به پایین گروه و

با افزایش عدد اتمی آنها افزایش می یابد. چگالی فلزهای قلیایی خاکی و همچنین  $IE_1$  عنصرهای دوره ی دوم جدول تناوبی دارای تغییرات نامنظمی است. همچنین واکنش پذیری هالوژن ها (تمایل این عنصرها برای به دست آوردن یک الکترون) از بالا به پایین گروه کاهش پیدا می کند.

(شیمی ۲، بخش ۲ - فواصل تناوبی عنصرها)

## شیمی

### سراسری ریاضی ۹۱

#### نام پاسخ دهنده: محمدرضا پور جاوید

۲۰۱ - گزینه ی «۱» کشف پدیده ی پرتوزایی به طور تصادفی توسط هانری بکرل در هنگام مطالعه ی خاصیت فسفرسانس مواد شیمیایی صورت گرفت.

(شیمی ۲، بخش ۱ - سافتار اتم)

۲۰۲ - گزینه ی «۳» با توجه به آرایش الکترونی این عنصر  $m_1$  مربوط

به اوربیتال های آن عبارتند از:



به این ترتیب ۱۳ الکترون دارای  $m_1 = 0$  هستند و ۲ الکترون نیز

$m_1 = +2$  خواهند داشت.

(شیمی ۲، بخش ۱ - سافتار اتم)

۲۰۳ - گزینه ی «۲» کبالت دارای آرایش الکترونی زیر است (دوره ی ۴ و

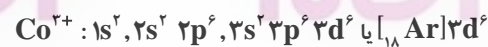
گروه ۹ از جدول تناوبی):



در ترکیب یونی  $\text{CoCl}_2$  کبالت به صورت یون  $\text{Co}^{2+}$  خواهد بود.

به این ترتیب برای تبدیل اتم Co به این یون باید دو الکترون موجود

در زیر لایه ی ۴s و یکی از الکترون های موجود در زیر لایه ی 3d را از آن جدا کنیم. در نتیجه خواهیم داشت:



(شیمی ۲، بخش ۱ - سافتار اتم)

۲۰۴ - گزینه ی «۲» در فلزهای قلیایی از بالا به پایین گروه با کاهش

نقطه ی ذوب مواجه می شویم ضمن این که در این گروه افزایش

|           |   |
|-----------|---|
| سراسری ۹۰ | ۲ |
|-----------|---|

۲۰۷- گزینه‌ی «۱» آرایش الکترونی این یون‌ها عبارتند از:

(۱ لایه ای، ۲ الکترونی)  $Li^+, Be^{2+} : 1s^2$  با یکدیگر پیوند کووالانسی قطبی تشکیل می‌دهند.

(شیمی ۲، بخش ۴ - پیوندهای کووالانسی قطبی و ناقطبی)

۲۱۰- گزینه‌ی «۴» استون ساده‌ترین عضو خانواده‌ی کتون‌ها است که

دارای فرمول تجربی و مولکولی یکسان به صورت  $C_4H_6O$  می

باشد. ضمن آنکه در این مولکول یکی از اتم‌های کربن دارای سه

قلمرو الکترونی است و دو اتم دیگر چهار قلمرو الکترونی خواهند

داشت. همچنین سیلیسیم نیز با تشکیل پل‌های Si-O-Si باعث ایجاد

سیلیس و سیلیکات‌ها می‌شود.

در مورد گزینه‌ی ۲ نیز صورت سوال کمی مبهم بوده و ممکن است این

برداشت را به وجود بیاورد که اتین به عنوان پلی میان ترکیب‌های آلی

و معدنی است. در حالی که کشف کلسیم کلرید توسط ولر چنین

شرایطی را دارد و اتین یک ترکیب آلی به شمار می‌رود. به نظر

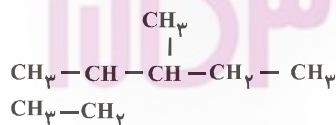
می‌رسد اگر در صورت سؤال عبارت درست (و نه نادرست) مطرح

می‌شد گزینه‌ی «۳» پاسخ مورد نظر بود.

(شیمی ۲، بخش ۵ - ترکیب‌های آلی)

۲۱۱- گزینه‌ی «۲» فرمول گسترده‌ی این ترکیب و زنجیره‌ی اصلی آن

عبارتست از:



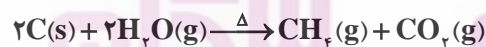
شماره گذاری کربن‌های زنجیره‌ی اصلی از هر طرف که انجام شود نام ۳، ۴-

دی میتل هگزان به دست خواهد آمد.

(شیمی ۲، بخش ۵ - ترکیب‌های آلی)

۲۱۲- گزینه‌ی «۳» گاز متان را می‌توان از واکنش زغال سنگ با بخار

آب بسیار داغ تهیه کرد:



از واکنش کربن مونواکسید و هیدروژن با یکدیگر متانول (ونه اتانول)

به دست می‌آید:

(۱ لایه ای، ۲ الکترونی)  $Li^+, Be^{2+} : 1s^2$

(۱۰ الکترونی)  $Na^+, Mg^{2+} : 1s^2, 2s^2, 2p^6$

با توجه به تعداد لایه‌های الکترونی می‌توان نتیجه گرفت:

$Li^+, Be^{2+} < Na^+, Mg^{2+}$  شعاع یونی

از طرفی با مقایسه‌ی  $Li^+$  و  $Be^{2+}$  می‌توان گفت که  $Be^{2+}$ ، ۲

الکترون خود را با ۴ پروتون جذب می‌کند در حالی که  $Li^+$  با

داشتن ۳ پروتون جاذبه‌ی کمتری را به ۲ الکترون خود اعمال خواهد

کرد. به این ترتیب شعاع  $Be^{2+}$  کوچکتر از  $Li^+$  خواهد بود.

از طرفی  $Mg^{2+}$  نیز با داشتن ۱۲ پروتون، کوچکتر از  $Na^+$  (با

۱۱ پروتون) است. بنابراین:

$Be^{2+} < Li^+ < Mg^{2+} < Na^+$  شعاع یونی

(شیمی ۲، بخش ۲ - فواصل تناوبی عنصرها)

۲۰۸- گزینه‌ی «۳» با توجه به فرمول مولکول  $AB_4$  اگر اتم مرکزی (A)

دارای ۴ قلمرو الکترونی باشد، تمام آنها به صورت جفت الکترون

پیوندی هستند و ترکیب دارای ساختاری چهاروجهی خواهد بود.

اگر اتم مرکزی عنصری از گروه ۱۸ یا ۱۶ (VIA) باشد تعداد

قلمروهای الکترونی بیش از ۴ خواهد بود و ساختار مولکول چهاروجهی

نمی‌شود. به عنوان مثال در  $XeF_4$  و  $SF_6$  به ترتیب ۶ و ۵ قلمرو

الکترونی وجود دارند که ۴ قلمرو به صورت پیوندی بوده و بقیه به

صورت ناپیوندی می‌باشند. وجود همین الکترون‌های ناپیوندی مانع از

چهاروجهی بودن شکل هندسی مولکول می‌شود.

(شیمی ۲، بخش ۴ - ترکیب‌های کووالانسی)

۲۰۹- گزینه‌ی «۴» اگر اختلاف الکترونگاتیوی دو اتم تشکیل دهنده‌ی

یک پیوند کم‌تر از ۰/۴ باشد (مانند W-X) پیوند بین آن‌ها کووالانسی

ناقطبی است. اگر این اختلاف بیش از ۱/۷ باشد (مانند W-Z) پیوند

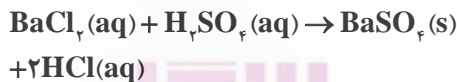


$$: 0/56L \times \frac{1 \text{ mol}}{22/4L} = 0/025 \text{ mol}$$

(شیمی ۳، بخش ۱ - استوکیومتری فرمولی)

۲۱۰- گزینه ی «۲» واکنش انجام شده به صورت زیر است که باعث

تولید رسوب باریم سولفات در ظرف واکنش می شود:



مقدار نظری رسوب تولید شده برابر است با:

$$0/01L \times \frac{0/5 \text{ mol BaCl}_2}{1L \text{ محلول}} \times \frac{1 \text{ mol BaSO}_4}{1 \text{ mol BaCl}_2}$$

$$\times \frac{233 \text{ g BaSO}_4}{1 \text{ mol BaSO}_4} \times \frac{1000 \text{ mg BaSO}_4}{1 \text{ g BaSO}_4} = 1165 \text{ mg BaSO}_4$$

به این ترتیب خواهیم داشت:

$$\text{بازده درصدی واکنش} = \frac{955/3}{1165} \times 100 = 82$$

(شیمی ۳، بخش ۱ - بازده درصدی واکنش)

۲۱۱- گزینه ی «۴» در این واکنش تعداد مول های گازی در دو طرف

واکنش با یکدیگر برابر هستند. بنابراین کار ناشی از تغییر حجم برابر

با صفر بوده ( $w = 0$ ) و انرژی درونی واکنش  $\Delta E = q_v$  خواهد

بود. از طرفی با ثابت ماندن شرایط و یکسان بودن تعداد مول های

گازی، در واقع واکنش در فشار ثابت انجام گرفته و گرمای ناشی از آن

معادل با  $q_p$  خواهد بود. با توجه به اینکه گرمای واکنش در فشار

ثابت را آنتالپی ( $\Delta H$ ) می نامیم، بنابراین می توان گفت:

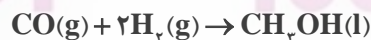
$$q_v = q_p = \Delta H$$

(شیمی ۳، بخش ۲ - انرژی درونی و آنتالپی)

۲۱۲- گزینه ی «۴»  $\Delta H^\circ$  تشکیل  $\text{N}_2\text{O}_5(\text{g})$  مربوط به واکنش زیر

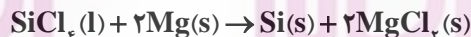
است که در آن یک مول از این ماده از عنصرهای سازنده اش در

حالت استاندارد ترمودینامیکی ساخته می شود:

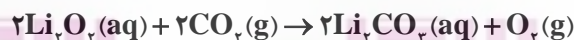


سیلسیم خالص از واکنش سیلسیم تتراکلرید مایع و منیزیم (و نه

منگنز) بسیار خالص تهیه می شود:

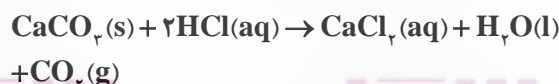


در تصفیه ی هوای درون فضاپیماها از لیتیم پراکسید استفاده می شود:



(شیمی ۳، بخش ۱ - واکنش های شیمیایی)

۲۱۳- گزینه ی «۴» واکنش انجام شده عبارتست از:



برای تعیین عامل محدودکننده می توان گفت:

$$\text{HCl} : 25 \text{ mL} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}} \times \frac{4 \text{ mol}}{1 \text{ L}} = 0/1 \text{ mol} \div 2$$

واکنش دهنده ی اضافی  $0/05$

$$\text{CaCO}_3 : 4 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{100 \text{ g}} = 0/04 \text{ mol} \div 1 = 0/04$$

واکنش دهنده ی محدودکننده

بدون حل مسئله نیز می توان گزینه ی ۳ را به عنوان پاسخ درست

برگزید، اما برای تعیین مقدار گاز تولید شده نیز داریم:

$$0/04 \text{ mol CaCO}_3 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol CaCO}_3} \times \frac{22/4 \text{ L CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 0/896 \text{ L CO}_2$$

(شیمی ۳، بخش ۱ - استوکیومتری و واکنش های شیمیایی)

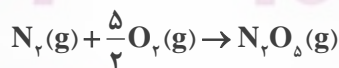
۲۱۴- گزینه ی «۳»

$$1/38 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{23 \text{ g}} = 0/06 \text{ mol}$$

$$2/34 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{58/5 \text{ g}} = 0/04 \text{ mol}$$

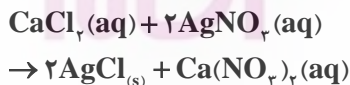
$$2/84 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{71 \text{ g}} = 0/04 \text{ mol}$$

۲۲۱- گزینه‌ی «۱» یک مول  $\text{CaCl}_2$  دارای ۲ مول یون  $\text{Cl}^-$  و یک



مول یون  $\text{Ca}^{2+}$  (در مجموع ۳ مول یون) است. از طرفی واکنش موردنظر عبارت است از:

برای تعیین  $\Delta H^\circ$  این واکنش با استفاده از واکنش‌های داده شده خواهیم داشت:



وجود  $0.06 \text{ mol.L}^{-1}$  یون، بیانگر محلول  $0.02 \text{ mol.L}^{-1}$  کلسیم کلرید است. بنابراین



$$0.02 \text{ mol CaCl}_2 \times \frac{1 \text{ mol AgCl}}{1 \text{ mol CaCl}_2} \times \frac{2 \text{ mol AgCl}}{1 \text{ mol CaCl}_2} \times \frac{1000 \text{ mg AgCl}}{1 \text{ mol AgCl}} = 574 \text{ mg AgCl}$$



$$\frac{143}{5 \text{ g AgCl}} \times \frac{1000 \text{ mg AgCl}}{1 \text{ g AgCl}} = 574 \text{ mg AgCl}$$

(شیمی ۳، بخش ۲ - روشن‌های غیر مستقیم تعیین گرمای واکنش)

(شیمی ۳، بخش ۳ - استوکیومتری محلول‌ها)

۲۱۸- گزینه‌ی «۳» مقدار انرژی آزاد گیبس از فرمول زیر محاسبه می‌شود:

۲۲۲- گزینه‌ی «۱»  $\text{NaCl}$  و  $\text{KNO}_3$  در آب به طور کامل تفکیک

$$\Delta G = \Delta H - T\Delta S \quad \text{بنابراین } \Delta S \text{ برابر است با:}$$

شده و ۲ ذره تولید می‌کنند. HF به مقدار جزئی یونیزه شده و کمی بیش از یک ذره را تولید می‌کند. اما انحلال شکر در آب به صورت مولکولی است و هیچ تفکیکی صورت نمی‌گیرد. بنابراین با توجه به غلظت این محلول‌ها خواهیم داشت:

$$-112000\text{J} = -76000\text{J} - (300\text{K} \times \Delta S)$$

$$\Rightarrow \Delta S = +120\text{JK}^{-1}$$

(شیمی ۳، بخش ۲ - انرژی آزاد گیبس)

$$4 = 2 \times 2 = \text{تعداد مول-ذره} \quad \text{سدیم کلرید (2m)}$$

۲۱۹- گزینه‌ی «۳» در شرایط استاندارد، یک مول از هر گازی دارای ۲۲/۴ لیتر حجم است. با توجه به وجود ۳ مول گاز به عنوان ماده‌ی اولیه می‌توان گفت:

$$2 = 2 \times 1 = \text{تعداد مول-ذره} \quad \text{پتانسیم نترات (1m)}$$

$$\text{کمی بیش از 1} = \text{تعداد مول-ذره} \quad \text{هیدروژن فلوئورید (1m)}$$

$$\frac{-484\text{kJ}}{3 \text{ mol } (\text{H}_2, \text{O}_2)} = -54\text{kJ} \times \frac{\text{گاز } 7/5 \text{ L}}{22/4 \text{ L گاز}} \times \frac{\text{گاز } 1 \text{ mol}}{22/4 \text{ L}}$$

$$\text{کمی بیش از 1} = 1 \times 1$$

(شیمی ۳، بخش ۱ و ۲ - استوکیومتری واکنش، تعیین آنتالپی واکنش)

$$1 = 1 \times 1 = \text{تعداد مول-ذره} \quad \text{شکر (1m)}$$

۲۲۰- گزینه‌ی «۳»

هر چقدر تعداد مول-ذره‌های تولید شده بیشتر باشد، کاهش نقطه‌ی انجماد محلول بیشتر بوده و در دماهای کمتری یخ می‌زند. بنابراین ترتیب مطرح شده در گزینه‌ی ۱ درست است.

$$0.100\text{L} \times \frac{2 \text{ mol HCl}}{1 \text{ L محلول نهایی}} \times \frac{36/5 \text{ HCl}}{1 \text{ mol HCl}}$$

۲۲۳- گزینه‌ی «۳» کاهش یافتن فشار بخار محلول، نشان دهنده‌ی

$$\times \frac{100\text{g محلول اولیه}}{36/5 \text{ g HCl}} \times \frac{1 \text{ mL محلول اولیه}}{1/25 \text{ g محلول اولیه}} = 16\text{mL}$$

وجود یک حل شونده‌ی غیرفرار در آن است. در این صورت نقطه‌ی جوش محلول افزایش یافته و نقطه‌ی انجماد آن کاهش پیدا می‌کند.

(شیمی ۳، بخش ۲ - استوکیومتری محلول‌ها)



$$K_{\text{ثانویه}} = \frac{\frac{x \text{ mol}}{\Delta L} \times \frac{x \text{ mol}}{\Delta L}}{\frac{y \text{ mol}}{\Delta L}} = \frac{x^2}{\Delta y}$$

بنابراین با دو برابر شدن غلظت مواد (ناشی از نصف شدن حجم گازها)، ثابت تعادل نیز دو برابر می شود.

از آنجا که واکنش در حالت تعادل است، با توجه به افزایش آنتروپی در جهت رفت می توان نتیجه گرفت که واکنش در جهت برگشت گرماده خواهد بود:



در حالت تعادل باید  $\Delta G = \Delta H - T\Delta S = 0$  باشد. ضمن آنکه افزایش دما و بیشتر شدن مقدار B نیز بیانگر گرماگیر بودن واکنش در جهت رفت است.

(شیمی پیش دانشگاهی، بخش ۲ - تعادل های شیمیایی)

۲۲۷- گزینه ی «۴» در حالت ابتدایی داریم:

$$K = \frac{[CO_2(g)]}{[CO(g)]} = \frac{0/1 \text{ mol.L}^{-1}}{0/1 \text{ mol.L}^{-1}} = 1$$

با توجه به گزینه های داده شده، تنها در گزینه ی ۴ می توان به

$$K = 99 \text{ رسید.} \quad \bar{R}_A = \bar{R}_C = 1, \quad \bar{R}_B = \frac{\bar{R}_C}{2} = 0/5$$

$$K = \frac{0/198}{0/002} = 99$$

(شیمی پیش دانشگاهی، بخش ۲ - ماسه بی ثابت تعادل واکنش)

۲۲۸- گزینه ی «۲»  $\Delta H^\circ$  تشکیل آمونیاک مربوط به تشکیل یک مول از آن است و با توجه به واکنش داده شده (که ۲ مول آمونیاک تولید شده است) می توان گفت:

$$\Delta H^\circ_{\text{تشکیل}} = \frac{-92}{2} = -46 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

(شیمی پیش دانشگاهی، بخش ۲ - عوامل مؤثر بر تعادل)

در محلول ۲/۵ مولال NaOH، امکان وجود ۱۰۰۰ گرم آب و

۱۰۰۰ g = ۲/۵ × ۴۰ از NaOH وجود دارد. بنابراین مقدار کل

محلول برابر است با: ۱۰۰۰ + ۱۰۰ = ۱۱۰۰ g

در نتیجه مقدار NaOH در ۲۲ گرم از این محلول عبارتست از:

$$22 \text{ g محلول} \times \frac{100 \text{ g NaOH}}{1100 \text{ g محلول}} = 2 \text{ g NaOH}$$

(شیمی ۳، بخش ۳ - قواعد کولیکاتو، محلول، کلویید و سوسپانسیون)

۲۲۴- گزینه ی «۲» در معادله ی مربوط به سرعت واکنش شیمیایی m و

n به طور تجربی تعیین می شوند و می توانند عددهایی درست و یا

اعشاری باشند.

(شیمی پیش دانشگاهی، بخش ۱ - عوامل مؤثر بر سرعت)

۲۲۵- گزینه ی «۴» در مورد واکنش داده شده می توان گفت:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_A}{2} = \frac{\bar{R}_B}{1} = \frac{\bar{R}_C}{2} = \frac{\bar{R}_D}{3}$$

به این ترتیب خواهیم داشت:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{R_C}{2} = 0/5, \quad \bar{R}_D = \frac{3}{2} \bar{R}_C = 1/5$$

$$\bar{R}_A = \bar{R}_C = 1, \quad \bar{R}_B = \frac{\bar{R}_C}{2} = 0/5$$

(شیمی پیش دانشگاهی، بخش ۱ - مفهوم سرعت واکنش)

۲۲۶- گزینه ی «۱» با کاهش فشار، غلظت فرآورده ها کاهش بیشتری

را در مقایسه با واکنش دهنده ها نشان می دهند. بنابراین واکنش در

جهت رفت با سرعت بیشتری انجام خواهد گرفت.

با کاهش حجم ظرف به ۵ لیتر، غلظت مواد نیز تغییر می کند و به طور

فرضی خواهیم داشت:

$$K_{\text{اولیه}} = \frac{[A(g)][B(g)]}{[AB(g)]} = \frac{\frac{x \text{ mol}}{10 \text{ L}} \times \frac{x \text{ mol}}{10 \text{ L}}}{\frac{y \text{ mol}}{10 \text{ L}}} = \frac{x^2}{10y}$$

۲۲۹- گزینه‌ی « ۱ » قدرت اسیدی مواد مورد نظر عبارتند از: ۲۳۲- گزینه‌ی « ۱ » در جدول پتانسیل کاهش استاندارد، از بالا به پایین

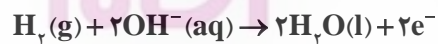
قدرت اکسندگی افزایش یافته و قدرت کاهش‌دهنده کمتر خواهد شد.

بنابراین  $\text{Cu}^{2+}(\text{aq})$  اکسندگی بیشتری از  $\text{Mn}^{2+}(\text{aq})$  بوده و  $\text{Mn}(\text{s})$  کاهش‌دهنده‌تر از  $\text{Fe}(\text{s})$  خواهد بود. از طرفی امکان نگهداری محلول  $\text{Cu}^{2+}(\text{aq})$  در ظرف آهنی وجود ندارد، چرا که  $\text{Fe}(\text{s})$  با دادن الکترون به این محلول باعث کاهش یافتن آن خواهد شد.

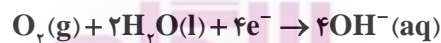
از مقایسه‌ی  $E^\circ$  سلول‌های ولتایی گفته شده نیز می‌توان فهمید که  $E^\circ$  سلول  $\text{Cu} - \text{Mn}$  بزرگتر از  $E^\circ$  سلول  $\text{Fe} - \text{Mn}$  است (چرا که اختلاف  $E^\circ$  میان  $\text{Cu}$  و  $\text{Mn}$  بیشتر از  $\text{Fe}$  و  $\text{Mn}$  می‌باشد).

(شیمی پیش‌دانشگاهی، بخش ۴ - پتانسیل الکترونی استاندارد)

۲۳۳- گزینه‌ی « ۱ » در این سلول‌ها فرایندی که در آند انجام می‌شود، اکسید شدن گاز هیدروژن است:



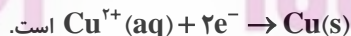
در کاتد نیز گاز اکسیژن کاهش می‌یابد:



این سلول‌ها در واقع سلول‌های گالوانی نوع اول هستند و جریان الکترون در مدار بیرونی آنها از آند به سوی کاتد است. در حالی که حرکت آنیون‌ها در الکترولیت دقیقاً برعکس بوده و غیر همسو با جریان الکترون‌ها خواهد بود.

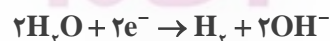
(شیمی پیش‌دانشگاهی، بخش ۴ - سلول‌های سوختی)

۲۳۴- گزینه‌ی « ۲ » نیم واکنش انجام شده در کاتد به صورت



(شیمی پیش‌دانشگاهی، بخش ۴ - پالایش مس)

۲۳۵- گزینه‌ی « ۴ » در کاتد (قطب منفی) رقابت بین  $\text{H}_2\text{O}$  و  $\text{Na}^+$  برای گرفتن الکترون به سود  $\text{H}_2\text{O}$  پایان یافته و واکنش زیر انجام می‌شود:



تولید  $\text{OH}^-$  در کاتد به تدریج باعث افزایش pH محلول و بازی شدن آن خواهد شد. چنین محلولی با افزودن فنول قتالین به رنگ ارغوانی درمی‌آید.

(شیمی پیش‌دانشگاهی، بخش ۴ - برکلافیت سریع‌گیر)

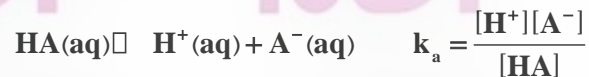
$c > b > a$

بنابراین قدرت باز مزدوج آنها به صورت  $a > b > c$  خواهد بود. در واقع باز حاصل از  $a$  ناپایدار است و تمایل بیشتری برای گرفتن  $\text{H}^+$  دارد، در حالی که باز مزدوج  $c$  تمایل کمتری برای این کار داشته و پایدارتر است.

روند تغییر  $\text{p}K_a$  به صورت  $a > b > c$  و در مورد  $\text{p}K_a$  به همان صورت ذکر شده در سوال ( $f > e > d$ ) است. به این ترتیب از نظر pH می‌توان گفت:  $f > e > d$ . ضمن آنکه جایگزین کردن  $\text{H}$  آمونیاک با یک گروه میتل باعث افزایش قدرت بازی و در نتیجه کاهش  $\text{p}K_b$  آن می‌شود.

(شیمی ۲، بخش ۱ - سافت‌اتم)

۲۳۰- گزینه‌ی « ۲ » در مورد این اسید ضعیف می‌توان از تغییر غلظت  $\text{HA}$  صرف نظر کرد. بنابراین:



$$10^{-5} = \frac{[\text{H}^+]^2}{0/1} \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-2.5} \Rightarrow \text{pH} = 2.5$$

(شیمی پیش‌دانشگاهی، بخش ۳ - مناسبه‌ی pH مملول اسیدهای ضعیف)

۲۳۱- گزینه‌ی « ۲ » بنزوئیک اسید ( $\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}$ ) یک اسید ضعیف است که همراه با نمک خود ( $\text{C}_6\text{H}_5\text{COONa}$ ) امکان تشکیل یک محلول بافر را خواهد داشت. pH این محلول بافر

$$\text{pH} = \text{p}K_a + \log \frac{[\text{C}_6\text{H}_5\text{COONa}]}{[\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}]}$$

$$5/2 = 4/2 + \log \frac{[\text{C}_6\text{H}_5\text{COONa}]}{0/0.5}$$

$$\Rightarrow [\text{C}_6\text{H}_5\text{COONa}] = 0/5 \text{ mol.L}^{-1}$$

مقدار جرم نمک مورد نیاز برای تهیه‌ی ۲۰۰ mL محلول  $0/5 \text{ mol.L}^{-1}$  برابر است با:

$$0/200 \text{ L محلول} \times \frac{0/5 \text{ mol C}_6\text{H}_5\text{COONa}}{1 \text{ L محلول}}$$

$$\times \frac{144 \text{ g C}_6\text{H}_5\text{COONa}}{1 \text{ mol C}_6\text{H}_5\text{COONa}} = 14/4 \text{ g}$$

(شیمی پیش‌دانشگاهی، بخش ۳ - مملول‌های بافر)