

۳ تا ۵

۳ تا ۵

۳ تا ۵

۳ تا ۵

۳ تا ۵

۳ تا ۵

۳ تا ۵

۳ تا ۵

۳ تا ۵

۳ تا ۵

۳ تا ۵

۳ تا ۵

۳ تا ۵

۳ تا ۵

۳ تا ۵

۳ تا ۵

۳ تا ۵

۳ تا ۵

۳ تا ۵

۳ تا ۵

۳ تا ۵

۳ تا ۵

۳ تا ۵

۳ تا ۵

۳ تا ۵

۳ تا ۵

۳ تا ۵

۶. «ا» گزینه‌ی «» صحیح است.

واژه‌های گزینده‌ی «ا» برای پرکردن متن صورت سؤال مناسب هستند.
رجوع کنید به صفحہ ۱۷۲ ادبیات فارسی ۲

۷. «ا» گزینه‌ی «» صحیح است.

هر سه اثر مطرح شده در گزینده‌ی «ا» از آثار میثاق امیرخبر هستند.
«تنفس صبح» و «آینه‌های ناگهان» در گزینده‌های ۳ و ۲ از آثار قیصر امین پور هستند و
«سفر سوختن» در گزینده‌ی «۴» از آثار فاطمه رابعی است.

۸. «۲» گزینه‌ی «» صحیح است.

آثاری که پدید آورندگان آن‌ها نادرست بیان شده است و نام درست پدید آورندگان
آن‌ها عبارت اند از: ۱- در حیات کوچک پاییز: مهدی اخوان ثالث
۲- بهشت گم شده: میلتون
۳- شرح احوال و آثار رودکی: دکتر سعید نفیسی

۹. «۳» گزینه‌ی «» صحیح است.

استعاره و تشبیه: زمین گیر بودن دانه‌ی امید و دست گرم (افخامی استعاره)
تشبیه: دانه‌ی امید / جناس: «دست» و «است»

۱۰. «۴» گزینه‌ی «» صحیح است.

۱- سرخ دل ۲- دام زلف ۳- دانه‌ی خال ۴- طایر اندیشه ۵- دام هوس
تشبیه‌های گزینده‌های دیگر عبارت اند از: گزینده‌ی «ا»: خار بلا / ساقی گل چهره
گزینده‌ی «۲»: سیل اشک / خاک وجود گزینده‌ی «۳»: قامت حائمه سرو / عارض مائه ماه

۱۱. «۳» گزینه‌ی «» صحیح است.

مجاز: بیت «د»: کف مجاز از دست

الف: کنایه: بیت «الف»: «روگردان شدن دولت» و «نعل در آتش بردن»
صنایع قضا: بیت «ه»: سر بر آوردن از خاک با وجود افتادگی

حسن تعلیل: بیت «ج»: مصراع دوم، دلیل ادبی و شاعرانه برای توجیه مصراع اول است.
اسلوب معادله: بیت «ب»: مصراع دوم در حکم تمثیلی برای مصراع اول است.

۲۱

۱۲. گزینه‌ی «ص» صحیح است.

«و» در گزینه‌ی «ا» نشانی مفعول است اما در گزینه‌های دیگر نشانی تک‌افعالی است و موجب جابجایی مضاف و مضاف‌الیه شده است.

گزینه‌ی «ب»: مغلط ما را سبب ← سبب نغفلت ما / گزینه‌ی «ج»: جان غافل را سفر ← سفر جان غافل / رای خواب آلوده را مترل ← مترل پای خواب آلوده / گزینه‌ی «د»: طفل طبعان رادل

۱۳. گزینه‌ی «ب» صحیح است.

نقش‌های تبعی عبارت انداز؛
گزینه‌ی «ا»: «خود»؛ بدل / گزینه‌ی «ب»: «سب و روز (معطوف)»
گزینه‌ی «ج»: «راه و رسم»؛ معطوف

۱۴. گزینه‌ی «ب» صحیح است.

واحد های میابجی عبارت انداز:

گزینه‌ی «ا»: «صامت»؛ «ی» در آخر واژه‌ی «خیمه»

گزینه‌ی «ب»: «صامت»؛ «ی» در واژه‌ی «جدایی»

گزینه‌ی «ج»: «صامت»؛ «ی» در واژه‌های «زاید» و «بفرساید» و «ک» در «آسودگی»

۱۵. گزینه‌ی «ب» صحیح است.

جمله‌ی اول: بیروم لیسانم را به دیوار گچ‌فرو ریخته‌ی اتاقمان آویخت.
نهاد مفعول متمم فعل

جمله‌ی دوم: نهاد؛ فعل ناگذر (دو جزئی)

جمله‌ی سوم: تصدیق‌ترا؛ مفعول

۱۶. گزینه‌ی «ب» صحیح است.

واژه‌های یک‌تکوازی (ساده) عبارت انداز:

- ۱- کینس ۲- هاله ۳- زمین ۴- پروانه ۵- پیران ۶- تمنا
- ۱- مصنا ۲- آوا ۳- فرایند ۴- بیگانه

۱۷. «ج»

گزینه‌ی «ج» صحیح است.

مفاهیم ابیات «ب»، «ج»، «ه» و «و» بر جدایی از هم صمیمت بد و هم‌نشین نامناسب تأکید دارند



پاسخ تشریحی کنکور سراسری ۹۳

۱۸. گزینه‌ی «۲» صحیح است.

بیت صورت سؤال و گزینه‌های ۱، ۳ و ۴ به این مفهوم اشاره دارند که هیچ کس از دست قضا و سرنوشت در امان نمی‌ماند و در نهایت ترک و همدرا به کام خود می‌کنند اما در گزینه‌ی «۲» شاعر به توصیف زیبایی‌های خود پرداخته است.

۱۹. گزینه‌ی «۴» صحیح است.

در عبارت صورت سؤال و گزینه‌ی «۴» به ناپایداری مقام و قدرت دنیا اشاره شده است.

۲۰. گزینه‌ی «۱» صحیح است.

مفهوم مشترک گزینه‌های «۱»، «۲»، «۳» و «۴» بی‌تعلقی و عدم وابستگی به تعلقات دنیا است اما در گزینه‌ی «۱» برخلاف گزینه‌های دیگر مفهوم دل بستگی به جهان وجود دارد.

۲۱. گزینه‌ی «۳» صحیح است.

مفهوم مشترک گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳»: بی‌وفایی دنیا و فلک
مفهوم گزینه‌ی «۴»: اسپر صورت و ظاهر شدن و بی‌خبر ماندن از لذت معانی

۲۲. گزینه‌ی «۳» صحیح است.

مفهوم مشترک عبارت صورت سؤال و گزینه‌ی «۳»: شرط رسیدن به معنویات و راه یافتن به اسرار الهی و داشتن قلب و روان پاک و معنوی است.

۲۳. گزینه‌ی «۱» صحیح است.

مفهوم مشترک بیت صورت سؤال و گزینه‌ی «۱»: نشانه‌های خداوند به صورت استعاره در همدی پدیده‌ها نمایان است.

پاسخ تشریحی کنکور سراسری ۹۳

«۲»

۲۴. گزینه‌ی «» صحیح است.

گزینه‌های «۱»، «۳» و «۴» بر این مضمون اشاره دارند که نیکان کردن، عشق، غیر ممکن است و در حد سه‌گزینه‌ی «شکر، ماست» موجب استوار شدن عشق او شده است.

۲۵. گزینه‌ی «» صحیح است.

در عبارت صورت سؤال و گزینه‌ی «۲» بر عشق حقیقی و فناء فی الله و بقاء بالله اشاره شده است.

پاسخ تشریحی درس عربی (ریاضی ۹۳)

حمزه فؤادیان

۲۶- کلمه «هوی» مفرد می باشد؛ ولی در گزینه های ۱ و ۳، آن را به اشتباه بصورت جمع معنی کرده اند. کلمه «ضرر» نیز مفرد است، ولی در صیغه ۴ ف آن را بصورت جمع ترجمه نموده اند و لذا غلط است.

۲۷- پاسخ: گزینه ۱

فعل مضارع (أشاهد) در گزینه ۳ و ۴ بصورت التزامی (ببینم) ترجمه شده و لذا غلط است. در گزینه ۳ نیز آن را بصورت اسم (شاهد) معنی شده و لذا غلط است.

۲۸- پاسخ: گزینه ۳

فعل «سندهب» باید بصورت آینده معنی شود؛ ولی در گزینه ۱ و ۴ آن را به غلط بصورت مضارع (رهسپار می شویم، می رویم) ترجمه نموده اند.

فعل «لن نترك» باید بصورت آینده منفی ترجمه شود؛ ولی در گزینه ۲، آن را به اشتباه بصورت مضارع نفی (رها نمی کنیم) ترجمه نموده اند.

۲۹- پاسخ: گزینه ۲

در گزینه ۱، «تفتح» فعل مضارع است ولی آن را به صورت ماضی (باز شده) ترجمه نموده اند.

در گزینه ۳ و ۴ فعل (یدق الجرس) که به معنای (زنگ می خورد) است، معنی نشده است. و آن را بصورت «بعد از زنگ» و «موقع زنگ» ترجمه نموده اند که هر دو غلط است.

۳۰- پاسخ: گزینه ۲

در گزینه ۲ فعل «رءیت» ماضی است؛ ولی در جواب آن را بصورت مضارع ترجمه نموده اند.

۳۱- پاسخ: گزینه ۲

معنی عبارت داده شده (هر کس قبل از سخن اندیشه و تدبیر کند، از اشتباه مصون می ماند).

که این مفهوم در گزینه ۲ به درستی آمده است.

۳۲- پاسخ گزینه ۱

عبارت «دارند» فقط در گزینه ۱ بصورت (لهم) ترجمه شده و در سایر صیغه ها ذکر نشده است .

در گزینه ۲ و ۳ نیز کلمه «فکرک» به همراه ضمیر اضافی (فکرهم) آمده است و لذا غلط است . کلمه «دهان» نیز در گزینه های ۲ و ۳ به اشتباه بصورت (لسان : زبان) ترجمه شده است .

۳۳- پاسخ : گزینه ۲

در گزینه ۱ ، کلمه این (هذه) معنی نشده است و مقاله علمی ترکیب وصفی و معرفه است و لذا هر دو باید به همراه «ال» بیایند .
مقالة العلمیة ← المقالة العلمیة

در گزینه ۳ و ۴ ، فعل «نوشته است» را به اشتباه به صورت «مجهول» ترجمه نموده اند . کلمه «بواسطه» در هر دو گزینه ۳ و ۴ اضافی است .

۳۴- پاسخ گزینه ۲

انسان باید در حالت سختی و آسانی ثابت باشد به دلیل

« زندگی از هر دو آنها تشکیل یافته ، پس هر کدام از آنها که بیاید ، توقع رفتنش را نیز داریم»

۳۵- پاسخ : گزینه ۳

پاکی و تمیزی هوا بر این دلالت دارد که حتما بعد از آلودگی بوجود آمده است . پس با هر چیزی باید حالت مخالف آن نیز دیده شود .

۳۶- پاسخ : گزینه ۱

متن از ما می خواهد که

« به حال حاضر اشیاء ننگریم ؛ بلکه گذشته و آینده آن ها را مدنظر قرار دهیم»

۳۷- پاسخ گزینه ۳

مفهوم متن اینست که

« سختی و آسانی هر دو مدرسه ای هستند که انسان را تربیت می کنند »

۳۸- پاسخ : گزینه ۴

در گزینه ۱ فعل «خرجت» بی دلیل مجهول شده است . چراکه انجام دهنده کار «بذره» قبل از آن ذکر شده است .

خُرَجَتْ ← خَرَجَتْ

در گزینه ۲ کلمه «الأعين» چون پس از حرف جر (عن) آمده لذا مجرور است . الأعين ← الأعين

در گزینه ۳ ، کلمه «بذرة» خبر کان و منصوب است . بذرة ← بذرة

۳۹- پاسخ : گزینه ۴

در گزینه ۱ ، «الربيع» مبتدا است و لذا باید مرفوع باشد . الربيع ← الربيع

در گزینه ۲ ، «برودة» بعلت اینکه پس از آن صفت (شدیده) آمده باید تنوین بگیرد . برودة ← برودة

در گزینه ۳ ، «أوراق» مبتدا است و لذا باید مرفوع باشد . أوراق ← أوراق

۴۰- پاسخ : گزینه ۳

در گزینه ۱ ، «أجوف» غلط است . چراکه سه حرف اصلی آن «رأى» است و لذا ناقص می باشد .

در گزینه ۲ ، ثلاثی مزید غلط است . چراکه ثلاثی مجرد است .

در گزینه ۴ ، در قسمت اعراب ، فاعل آن ضمیر «ت» بارز است ولی در این قسمت ، ضمیر مستتر «همیم ذکر شده است .

۴۱- پاسخ : گزینه ۱

در گزینه ۲ ، «للمخاطب» غلط است . چراکه صیغه ۴ و «لللغائب» است .

در گزینه ۳ ، در قسمت اعراب ، علامه جزم «حذف حرف عله» ذکر شده ، در صورتیکه علامت جزم آن ، «ساکن» می

باشد .

در گزینه ۴ ، در قسمت اعراب ، اسم آن ضمیر مستتر «هی» ذکر شده ، درحالیکه اسم آن «هذه» می باشد .

۴۲- پاسخ : گزینه ۳

در گزینه ۱ ، «معرف بالاضافه» غلط است . چراکه این کلمه نکره می باشد .

در گزینه ۲ ، اعراب آن بصورت «م.الیه» ذکر شده ، در صورتیکه «صفت» می باشد .

در گزینه ۴ ، «جامد» غلط است . چراکه مشتق و از نوع صفت مشبیه است .

در گزینه ۴ »

۴۳- پاسخ : گزینه ۴

در گزینه ۱ ، فعل مضارع «یتعلمون» دارای اعراب فرعی است .

در گزینه ۲ ، کلمه «صدیقتاک» اسم مثنی بوده است و لذا دارای اعراب فرعی است . اصل آن : صدیقتاک ← صدیقتان + ک

در گزینه ۳ ، «المجاهدین» جمع مذکر و دارای اعراب فرعی است .

ولی در گزینه ۴ ف اعراب فرعی نیامده است .

۴۴- پاسخ : گزینه ۳

در این گزینه فعل معتل و اجوف (تبعی) در صیغه ۱۰ بکار رفته است ، که در این صیغه حرف عله حذف نمی شود . ولی

در این گزینه به غلط حرف عله آن را حذف نموده اند . صحیح آن : لا تبعی ← لا تبعی

۴۵- پاسخ گزینه ۴

قبل از نقطه چین ، حرف شرط (إن) آمده و لذا در نقطه چین اولی فعل شرط و در فعل دومی ، جواب شرط باید بیاید .
که هر دو آنها باید مجزوم باشند .

در گزینه ۱ ، چون هر دو فعل ذکر شده ، جمع مؤنث (صیغه ۶) می باشند ، در هر دو فعل «ن» حذف نمی شود .

ولی در گزینه های ۲ ، هر دو فعل به صورت مثنی و در گزینه ۳ هر دو فعل بصورت جمع آمده اند و لذا «ن» آخر آنها حذف شده است .

ولی در گزینه ۴ ، با اینکه هر دو فعل مثنی می باشند ولی «ن» آخر آنها حذف نشده و لذا هر دو غلط می باشند .

۴۶- پاسخ گزینه ۱

در گزینه ۲، «أرسلت» فعل مجهول و ضمیر بارز «ت» که به همراه آن آمده، نائب فاعل آن می باشد.

در گزینه ۳، «لن تؤید» فعل مجهول و اسم ظاهر «آراء» که پس از آن آمده، نائب فاعل آن می باشد.

در گزینه ۴، «مُنَعْنَا» فعل مجهول و ضمیر بارز «نا» که به همراه آن آمده، نائب فاعل آن می باشد.

ولی در گزینه ۱، پس از فعل مجهول (عُلت)، ضمیر بارز یا اسم ظاهر نیامده و لذا نائب فاعل آن ضمیر مستتر می باشد.

۴۷- پاسخ گزینه ۲

در گزینه ۲؛ کلمه «إذا» به معنای هنگامیکه، ظرف زمان می باشد.

ولی در گزینه ۳، کلمه «متی» به علت آمدن حرف جر (إلی) قبل از آن دیگر مفعول فیه به شمار نمی رود.

در گزینه ۴ نیز، کلمه «الیوم» به علت آمدن حرف جر (فی) قبل از آن، دیگر مفعول فیه به شمار نمی رود.

۴۸- پاسخ: گزینه ۴

در گزینه ۱، کلمه «الذهیئة» صفت مفرد برای «أشعة» است و کلمه «المرتفعة» صفت مفرد برای «الجبال» می باشد.

در گزینه ۲، کلمه «المرءة» صفت مفرد برای «حوادث» می باشد.

در گزینه ۳، کلمه «العظیمه» صفت مفرد برای «ثروات» می باشد.

ولی در گزینه ۴، فعل «أنتظرها» پس از اسم نکره «لحظة» آمده و آن را وصف می کند. بنابراین جمله وصفیه برای آن می

باشد. حال آنکه در سایر گزینه ها، صفت بصورت مفرد بکار رفته است.

۴۹- پاسخ: گزینه ۳

در گزینه ۳ کلمه «مبادرة» مصدری است که از ریشه فعل «ابادر» می باشد و لذا مفعول مطلق است.

دقت نمایید که در گزینه ۴ کلمه «صبراً» مفعول به است و لذا نباید آن را به اشتباه به عنوان مفعول مطلق در نظر بگیرید.

۵۰- پاسخ: گزینه ۲

در گزینه ۲، مستثنی منه ذکر نشده و جمله قبل از إلاً ناقص است.

در گزینه ۳ مستثنی منه ← اغلب

در گزینه ۱ مستثنی منه ← جمیع

در گزینه ۴ مستثنی منه ← اعمال



با سلام حضور داوطلب گرامی

۱. معارف درس تفسیر به رای است و طراح هر چه گفت جواب صحیح است چون او طراح است!! و مقیقتش هر سال مثل امسال پندر سوال داریم

که دو جواب دارد و بهترین جواب را فقط طراح می داند!!

۲. امسال هم برآ به مال کسانی که اندیشه و تحقیق را نخوانند بود

پاسخ ها:

۲ (۵۱)

۳ (۵۲)

۱ (۵۳) البته قسمت سوم دچار مشکل است زیرا تعبیر کننده رویای کودکی حضرت یوسف خودش نباشد بلکه پدر ایشان حضرت یعقوب بودند.

۳ (۵۴)

۲ (۵۵)

۲ (۵۶)

۳ (۵۷) انتخاب بین گزینه های یک و سه کمی دشوار به نظر میرسد اما ما به دلیل (حیث نشا:هرجا که می خواهیم) گزینه ۳ را انتخاب نمودیم

۱ (۵۸)

۱ (۵۹)

۱ (۶۰)

۱ (۶۱)

۴ (۶۲)

۱ (۶۳)

۴ (۶۴)

۳۱۵

۳۱۵

۳۱۵

۳(۶۵)

۴(۶۶)

۳۱۵

۳۱۵

۳۱۵

۴(۶۷)

۳(۶۸)

۳۱۵

۳۱۵

۳۱۵

۳(۶۹)

۱(۷۰)

۳۱۵

۳۱۵

۳۱۵

۲(۷۱)

۱(۷۲)

۳۱۵

۳۱۵

۳۱۵

۴(۷۳)

۲(۷۴)

۳۱۵

۳۱۵

۳۱۵

۳(۷۵)

۳۱۵

۳۱۵

۳۱۵

۳۱۵

۳۱۵

۳۱۵

۳۱۵

۳۱۵

۳۱۵

پاسخنامه تشریحی کنکور سراسری ۹۳ رشته ی ریاضی

- ۷۶- گزینه ی ۲ معنی جمله: به دوستت چه گفتی وقتیکه او از تو پرسید که تعطیلات پایان هفته تان کجا گذرانده اید. بعد از کلمه پرسشی در وسط جمله ترتیب کلمات خبری است.
- ۷۷- گزینه ی ۱ معنی جمله: مرد آنقدر سریع صحبت می کرد که من یک کلمه از آنچه که گفت نتوانستم بفهمم. در این تست ساختار زیر بکار رفته است:
- جمله کامل + that + قید یا صفت + so + فعل + فاعل.
- ۷۸- گزینه ی ۳ معنی جمله: شما باید به همه سوالات پاسخ دهید چه آسان باشند چه نه. Or not نشانه خوبی برای انتخاب whether می باشد.
- ۷۹- گزینه ی ۲ معنی جمله: والدین ما باید در جلسه مدرسه حاضر می شدند اما این کار نکردند. در آخر جمله عبارت they didn't نشان می دهد که باید در گذشته کار انجام می شد که نشده است.
- ۸۰- گزینه ی ۳ معنی جمله: دانشمندان هنوز نمی دانند آیا یک جای بیرون از منظومه شمسی حیات از هر نوع اش وجود دارد. این برای ما مدت زمان طولانی است یک راز بوده و به احتمال زیاد سال های زیادی طول خواهد کشید که این راز باقی بماند..
۱. اکتشاف ۲. انتظارات، آرزوها ۳. راز ۴. تماس، ارتباط
- ۸۱- گزینه ی ۴ معنی جمله: هیچ کس در کلاس نمی خواهد که تد عضو گروهشان بشود زیرا که او تقریباً همیشه از انجام دادن وظایفی که به او محول می شود اجتناب می کند.
۱. ورزش کردن ۲. لحاظ کردن ۳. تشویق کردن ۴. انجام دادن
- ۸۲- گزینه ی ۴ معنی جمله: ما در انجام دادن آزمایش مشکل داشتیم. آن واقعا خیلی پیچیده بود.
۱. نگران ۲. ذهنی، روانی ۳. نگران ۴. پیچیده
- ۸۳- گزینه ی ۲ معنی جمله: سرانجام مرگ به درد و رنج او پایان داد. او دیگر هیچ دردی ندارد.
۱. هشدار ۲. درد و رنج ۳. افسانه ۴. بی خیالی
- ۸۴- گزینه ی ۲ معنی جمله: ویتامین ها توسط بدنمان نمی تواند تولید شوند؛ آن ها را ما از آنچه که می خوریم و می نوشیم بدست می آوریم.
۱. درگیر شده، شامل شده ۲. تولید شده، ساخته شده ۳. متمرکز شده ۴. پذیرفته شده
- ۸۵- گزینه ی ۱ معنی جمله: آیا شما تا کنون متوجه شده اید که درختان همسایه به طور چشمگیر رشد کرده اند.
۱. به طور چشمگیر ۲. براحتی ۳. بطور قوی ۴. به طور فعال
- ۸۶- گزینه ی ۳ معنی جمله: مقدمات عمومی قسمت های مختلف یک چیزی که ساخته می شود مانند ساختمان، کتاب، ماشین و غیره طراحی نامیده می شود.
۱. اساس، پایه ۲. پروژه ۳. طرح، طراحی ۴. کاتالوگ
- ۸۷- گزینه ی ۴ معنی جمله: رییس جمهور بطور کامل از پیشرفت های اخیر اطلاع رسانی شد.
۱. مقایسه شده با ۲. بسط داده شده به ۳. آزاد شده، در اختیار قرار داده شده ۴. اطلاع داده شده

Cloze passage

غذا و لباس مشکلات سختی را ارایه می دادند. بیشتر از اسکیموها آموخته می شد، مرمانی از گرینلند و کانادای شمالی که خودشان را به زندگی در شرایطی با سرمای شدید عادت داده اند. نبود غذای تازه مخصوصاً میوه و سبزیجات به این معنی بود که مسافران قطبی بوسیله بیماری کمبود ویتامین C تهدید می شدند که پیشگیریش فقط در ۱۰۰ سال گذشته بطور صحیح درک شد. پناهگاه و سوخت برای آتش مشکلات دیگری بودند که کم تا اندازه ای غلبه شدند.

۸۸- گزینه ی ۴

(۱) یاد داده شده ۲. کمک شده ۳. بهبود یافته ۴. آموخته شده

۸۹- گزینه ی ۱

۱. بینهایت

۲. غول پیکر

۳. ضروری

۴. موثر

۹۰- گزینه ی ۳

۱. قطعاً

۲. مستقیماً

۳. مخصوصاً

۴. بطور پیوسته

۹۱- گزینه ی ۲

۱. تاثیر

۲. پیشگیری

۳. بیان ، اصطلاح

۴. ارتقاء

۹۲- گزینه ی ۴

۱. موضوع

۲. آشغال

۳. وسیله

۴. سوخت

Reading Passage 1

پیش بینی هوا استفاده از علم و تکنولوژی برای پیشگویی حالت و چگونگی جو زمین برای مکان مشخص شده است. انسان ها تلاش کرده اند که سالیان سال بطور غیر رسمی و بطور رسمی از قرن نوزدهم هوا را پیشگویی کنند. پیش بینی هوا با جمع آوری داده های کمی در مورد وضعیت جاری جو زمین بر روی یک مکان مشخص انجام می شود و با استفاده از درک علمی فرایندهای جو برای پیشگویی کردن این که جو در آن مکان چگونه خواهد بود.

زمانیکه تمام تلاش انسانی عمدتاً بر اساس تغییرات در فشار میله ای، شرایط جاری هوا، و وضعیت آسمان استوار بود، پیش بینی کردن هوا اکنون تکیه بر مدال های استوار بر کامپیوتری دارد که فاکتورهای جو را در نظر می گیرد. ورودی (دانش) بشری هنوز مورد نیاز است برای انتخاب بهترین مدال پیش بینی ممکن تا پیش بینی را بر اسان بنا نهند، که شامل مهارت های شناخت الگو، ارتباطات مخابراتی، دانش اجرای مدل، و آگاهی از تمایلات الگویی. طبیعت پیوسته در حال تغییر جو، نیازمند توان محاسباتی زیاد برای حل معادلاتی که جو زمین را توصیف می کند، خطایی که در اندازه گیری شرایط اولیه شامل شده، و درک ناقص فرایندهای جو به این معنی است که پیش بینی ها کمتر دقیق می شوند همانطوریکه تفاوت بین زمان جاری و زمانی که پیش بینی برای آن انجام می شود افزایش می یابد.

۹۳- گزینه ی ۲ : معنی جمله: "بر اساس متن، پیش بینی هوا تاریخچه ی طولانی دارد."

۹۴- گزینه ی ۳ : معنی جمله: "متن عمدتاً در مورد تعریف پیش بینی کردن هوا و روشی که آن انجام می شود است."

۹۵- گزینه ی ۱: معنی جمله: "متن در مورد نقش انسان ها در پیش بینی کردن مدرن هوا چه چیزی را بیان می کند؟"

"کار انسان یک ضرورت است."

۹۶- گزینه ی ۴: معنی جمله: "کلمه ی "which" در نزدیک به انتهای پاراگراف ۲ اشاره می کند به "زمان"."

Reading Passage 2

مقامات باغ وحش می گویند که آن ها نگران حیوانات هستند. با وجود این ، اکثر باغ وحش ها کلسیونی از اقلام جالب باقی می مانند تا ساکنین حفاظت شده. باغ وحش ها به مردم یاد می دهند که نگهداری حیوانات در اسارت قابل قبول است. اما، حیوانات در باغ وحش ها خسته، محدود، تنها می شوند و از خانه های طبیعی شان دور هستند.

باغ وحش ها ادعا می کنند که به مردم آموزش می دهند، اما درحقیقت بازدید کنندگان هیچ چیز معنی دار در باره رفتار طبیعی ، هوش ، زیبایی حیوانات یاد نمی گیرند. اکثر مناطق باغ وحش کاملاً کوچک هستند، و بازدید کنندگان به ندرت می توانند رفتار طبیعی حیوانات را در فضاهای غیر طبیعی شان مشاهده کنند. آن ها از برچسب های روی قفس ها که نام گونه ها ، رژیم غذایی، و جایی که بطور عادی زندگی می کنند چیز خیلی زیادی نمی توانند یاد بگیرند.

حیوانات در فضاهای کوچک با هم دیگر نگهداری می شوند، بدون هیچ حریم شخصی و فرصت کمی برای تحرکات ذهنی یا فعالیت جسمانی. این منتهی می شود به رفتار غیر عادی و خود ویرانگر که (zoochosis) نامیده می شود. در یک مطالعه ی گسترده ی باغ وحش ها، بنیاد تولد آزاد یافت که (zoochosis) در بین حیوانات در فضا ها و قفس های کوچک رایج است. مطالعه ای دیگر نشان داد که فیل ها ۲۲ درصد از وقت خودشان را در گیر رفتار های غیر عادی صرف می کنند، از قبیل تکان های مکرر سر یا کوبیدن به میله های قفس. خرس ها ۳۰ درصد وقت خود را به جلو و عقب راه رفتن صرف می کنند. این ها همه نشانه های بیقراری هستند.

باغ وحش ها همچنین ادعای نجات حیوانات از انقراض می کنند. اما باغ وحش ها که تربیت می کنند حیواناتی که در خطر انقراض هستند ، از قبیل گربه های بزرگ و فیل های آسیایی، اغلب آن ها را در دنیای وحش آزاد نمی کنند. باغ وحش ها خیلی در باره ی برنامه های تربیت شان صحبت می کنند. یک دلیل این است که نگرانی مردم را در مورد گونه های در معرض خطر را کاهش دهند. دلیل بعدی این است که مشتری های زیادی که از دیدن بچه (توله) ی حیوانات لذت می برند را جذب کنند. چند مسابقه برای نام گذاری بچه حیوانات دیده ایم؟

نهایتاً ما گونه های در معرض خطر را نجات می دهیم تنها اگر زیست گاه شان را نجات دهیم. ما همچنین لازم است که مانع افرادی شویم که آن ها را می کشند. به جای حمایت از باغ وحش ها، باید از گروه هایی حمایت کنیم که برای حفاظت حیوانات و حفظ خانه هایشان در دنیای وحش کار می کنند.

۹۷ - گزینه ی ۱: معنی جمله: "نویسنده متن پیشنهاد می کند که باغ وحش ها تأثیرات منفی روی حیواناتی که به آن ها پناه داده اند می گذارد."

۹۸ - گزینه ی ۴: معنی جمله: "براساس متن ،اطلاعاتی که بازدید کنندگان درباره ی حیوانات از بازدیدشان در باغ وحش به دست م آورند ناقص و محدود است ."

۹۹ - گزینه ی ۴: معنی جمله: " تمامی موارد زیر درباره ی حیوانات نگه داشته شده در باغ وحش در متن ذکر شده است به جز اینکه چنین حیوانات غالباً مورد استفاده قرار می گیرند به عنوان آنچه که محققان برای انجام دادن آزمایشاتشان لازم دارند."

۱۰۰ - گزینه ی ۳: معنی جمله: " آخرین پاراگراف متن شامل تعدادی از پیشنهادات است."

با آرزوی پیروزی تک تک عزیزان



پاسخ تشریحی آزمون سراسری سال ۹۳
درس ریاضی، رشته ریاضی و فیزیک



۱۰۱- حاصل عبارت $\sqrt[3]{2\sqrt{2}} \cdot (\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{2+\sqrt{3}})$ ، کدام است؟

- $2\sqrt{3}(4)$ $1 + \sqrt{3}(3)$ $2(2)$ $\sqrt{3}(1)$

✎ اگر عبارت را x فرض کنیم:

$$x = (\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{2+\sqrt{3}}) \cdot \sqrt[3]{2\sqrt{2}} \Rightarrow x^3 = \left[(\sqrt{2-\sqrt{3}})^2 + (\sqrt{2+\sqrt{3}})^2 + 2\sqrt{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} \right] \cdot \sqrt[3]{(2\sqrt{2})^2}$$

$$= \left[(2-\sqrt{3}) + (2+\sqrt{3}) + 2\sqrt{4-3} \right] \sqrt[3]{8} = 6 \times 2 = 12 \Rightarrow x = \sqrt[3]{12} = 2\sqrt{3}$$

گزینه ۴

۱۰۲- دو تابع با ضابطه‌های $\{(2, 5), (3, 4), (1, 6), (4, 7), (8, 1)\}$ و $f(x) = 2x - 5$ مفروض‌اند، اگر $(f^{-1} \circ g)(a) = 6$ باشد، a کدام است؟

- $4(4)$ $3(3)$ $2(2)$ $1(1)$

$$f^{-1}(g(a)) = 6 \Rightarrow f(6) = g(a) = 2 \times 6 - 5 \Rightarrow g(a) = 7 \Rightarrow a = 4$$



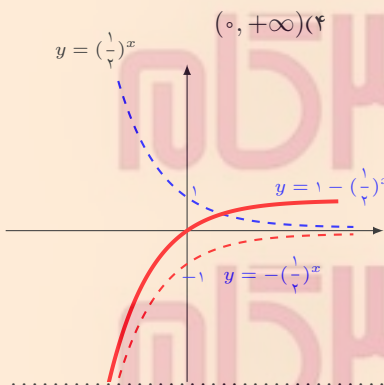
گزینه ۴

۱۰۳- اگر $f(x) = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^x$ باشد، دامنه تابع $y = \sqrt{xf(x)}$ کدام بازه است؟

- $(-\infty, +\infty)(3)$ $[-\infty, 0](2)$ $[-1, 1](1)$ $(0, +\infty)(4)$

✎ ابتدا نمودار تابع را رسم می‌کنیم:

باید زیر رادیکال نامنفی باشد، یعنی: $xf(x) \geq 0$ پس در واقع هر جا که x و $f(x)$ هم‌علامت باشند یا یکی از آن دو صفر باشد جواب مسئله خواهد بود، که در اینجا تمام نمودار این شرایط را دارد، بنابراین دامنه تمام اعداد حقیقی خواهد شد



گزینه ۳

۱۰۴- مساحت مثلثی به اضلاع ۷، ۹، ۱۲ واحد، کدام است؟

- $14\sqrt{5}(4)$ $12\sqrt{5}(3)$ $14\sqrt{3}(2)$ $15\sqrt{2}(1)$

✎ روش اول:

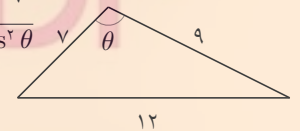
قضیه کسینوس‌ها:

$$12^2 = 9^2 + 7^2 - 2(9)(7) \cos \theta$$

$$\cos \theta = \frac{81 + 49 - 144}{2 \times 9 \times 7} = \frac{-14}{14 \times 9} = -\frac{1}{9}$$

$$S = \frac{1}{2}(7)(9) \sin \theta = \frac{1}{2}(7)(9) \sqrt{1 - \cos^2 \theta}$$

$$\frac{1}{2}(7)(9) \sqrt{\frac{80}{81}} = \frac{1}{2}(7)(9) \frac{4\sqrt{5}}{9} = 14\sqrt{5}$$



گزینه ۴

روش دوم: «قضیه هرون»:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$p = \frac{7+9+12}{3} = 14 \Rightarrow S = \sqrt{14(14-7)(14-9)(14-12)} =$$

$$\sqrt{14(7)(5)(2)} = \sqrt{14 \times 7 \times 5} = 14\sqrt{5}$$

۱۰۵- حاصل عبارت $\frac{t^{11} + t^{10} + t^9 + \dots + t + 1}{t^9 + t^6 + t^3 + 1}$ به ازای $t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ ، کدام است؟

- $5(4)$ $4(3)$ $3(2)$ $2(1)$

$$\frac{t^{11} + t^{10} + t^9 + \dots + t + 1}{t^9 + t^6 + t^3 + 1} = \frac{t^{12} - 1}{t - 1} = \frac{t^{12} - 1}{(t-1)(t^3+1)(t^6+1)} = \frac{t^6 - 1}{(t-1)(t^3+1)}$$

$$= \frac{t^6 - 1}{t-1} = t^5 + t + 1 = \left(t + \frac{1}{t}\right)^2 + \frac{3}{4} = \left(\frac{-1 + \sqrt{5}}{2} + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} = \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} = \frac{5}{4} + \frac{3}{4} = 2$$

گزینه ۱

۱۰۶- نقطه‌ای با کدام طول روی محور x ها انتخاب شود، به طوری که تفاضل فواصل آن، از دو نقطه‌ی $A(1, 5)$ و $B(7, -2)$ بیشترین مقدار را داشته باشد؟

- $11(4)$ $10(3)$ $9(2)$ $8(1)$

باید $|XA| = |XB|$ ماکزیمم باشد.

$$s = |XA| - |XB| = \sqrt{(x-1)^2 + (0-5)^2} - \sqrt{(x-7)^2 + (0+2)^2} =$$

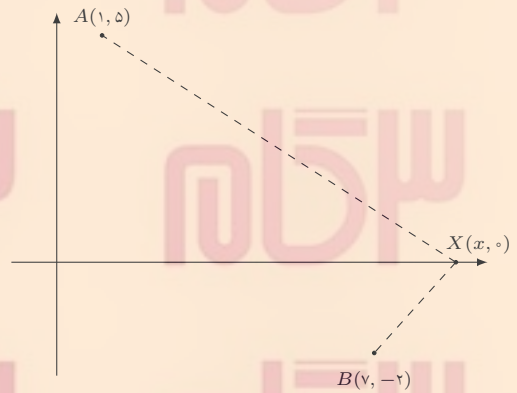
$$\xrightarrow{x-1=t} s = \sqrt{t^2 + 25} - \sqrt{(t-6)^2 + 4} \Rightarrow s'_t = 0$$

$$\frac{2t}{2\sqrt{t^2+25}} - \frac{2(t-6)}{2\sqrt{(t-6)^2+4}} = 0 \Rightarrow \frac{t}{\sqrt{t^2+25}} = \frac{(t-6)}{\sqrt{(t-6)^2+4}} \Rightarrow$$

$$\frac{t^2}{t^2+25} = \frac{(t-6)^2}{(t-6)^2+4} \Rightarrow t^2(t-6)^2 + 4t^2 = t^2(t-6)^2 + 25(t-6)^2$$

$$4t^2 - 25(t-6)^2 = 0 \Rightarrow (2t-5(t-6))(2t+5(t-6)) = 0 \Rightarrow$$

$$(-3t+30)(7t-30) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=10 \Rightarrow x=11 \\ t=\frac{30}{7} \Rightarrow x+\frac{30}{7} \end{cases} \quad \text{گزینه ۴}$$



۱۰۷- در کدام بازه از مقادیر x نمودار تابع $y = \sqrt{5+4x-x^2}$ در بالای نمودار تابع $y = |x-3| + 2$ قرار دارد؟

$$(2, 2 + \sqrt{15})(۴)$$

$$(2, \frac{4 + \sqrt{15}}{2})(۳)$$

$$(2, \frac{3 + \sqrt{17}}{2})(۲)$$

$$(\frac{3 - \sqrt{17}}{2}, 5)(۱)$$

$$5 + 4x - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 5 \leq 0 \Rightarrow (x-5)(x+1) \leq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 5$$

ابتدا دامنه رادیکال:

$$\sqrt{5+4x-x^2} > |x-3| + 2 \Rightarrow x \geq 3 \Rightarrow \sqrt{5+4x-x^2} > x-1 \Rightarrow 5+4x-x^2 > x^2-2x+1 \Rightarrow 2x^2-6x-4 < 0 \Rightarrow$$

$$x^2-3x-2 < 0, \Delta=17, x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2} \Rightarrow \frac{3-\sqrt{17}}{2} < x < \frac{3+\sqrt{17}}{2} \Rightarrow x \geq 3 \text{ اشتراک با دامنه} \Rightarrow 3 \leq x < \frac{3+\sqrt{17}}{2}$$

$$x < 3 \Rightarrow \sqrt{5+4x-x^2} > -x+5 \Rightarrow 5+4x-x^2 > x^2-10x+25 \Rightarrow 2x^2-14x+20 < 0 \Rightarrow x^2-7x+10 < 0$$

$$\Rightarrow (x-2)(x-5) < 0 \Rightarrow 2 < x < 5 \Rightarrow x < 3 \text{ اشتراک با دامنه} \Rightarrow 2 < x < 3 \Rightarrow \text{جواب} \Rightarrow (2, 3) \cup [3, \frac{3+\sqrt{17}}{2}) = (2, \frac{3+\sqrt{17}}{2})$$

گزینه ۲

۱۰۸- اگر $g(x) = 2x - 3$ و $(f \circ g)(x) = 4(x^2 - 4x + 5)$ باشند، تابع $f(x)$ کدام است؟

$$x^2 - 2x + 3(۴)$$

$$x^2 - 2x + 5(۳)$$

$$x^2 - 4x + 5(۲)$$

$$x^2 - 4x + 3(۱)$$

$$g(x) = 2x - 3 \Rightarrow x = \frac{g+3}{2}, (f \circ g)(x) = 4(x^2 - 4x + 5) = 4[(x-2)^2 + 1] =$$

$$= 4 \left[\left(\frac{g+3}{2} - 2 \right)^2 + 1 \right] = 4 \left[\left(\frac{g-1}{2} \right)^2 + 1 \right] = 4 \left[\frac{(g-1)^2}{4} + 1 \right] = (g-1)^2 + 4 = g^2 - 2g + 5 \Rightarrow f(x) = x^2 - 2x + 5$$

گزینه ۳

۱۰۹- جواب کلی معادله مثلثاتی $\frac{\sin 2x}{\sin x} = 2 \cos x$ کدام است؟

$$k\pi + \frac{\pi}{4}(۴)$$

$$k\pi - \frac{\pi}{4}(۳)$$

$$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}(۲)$$

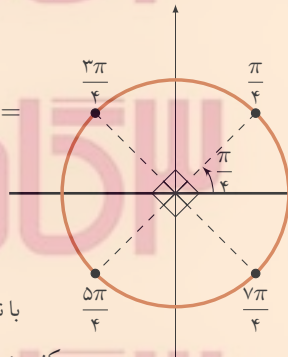
$$\frac{k\pi}{2}(۱)$$

$$\Rightarrow \frac{3 \sin \theta - 4 \sin^3 \theta}{\sin \theta} = 2(1 - \sin^2 \theta) \Rightarrow \frac{\sin \theta (3 - 4 \sin^2 \theta)}{\sin \theta} = 2(1 - \sin^2 \theta) \Rightarrow 3 - 4 \sin^2 \theta = 2 - 2 \sin^2 \theta \Rightarrow 2 \sin^2 \theta = 1$$

$$\Rightarrow \sin^2 \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \theta = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{cases} \theta_0 = \frac{\pi}{4}, \theta = \frac{3\pi}{4} \\ \theta'_0 = \frac{5\pi}{4}, \theta = \frac{7\pi}{4} \end{cases}$$

با توجه به دایره مثلثاتی مشخص می‌شود که اگر به $\frac{\pi}{4}$ مضرب‌های صحیح $\frac{\pi}{4}$ را اضافه

کنیم تمامی جواب‌ها بدست می‌آید. پس: $x = k\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}$



فرمول‌های مثلثاتی 3θ

$$\cos 3\theta = 4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta$$

$$\sin 3\theta = 3 \sin \theta - 4 \sin^3 \theta$$

گزینه ۲

۱۱۰- حاصل $\cos(3 \sin^{-1} \frac{2\sqrt{2}}{3})$ کدام است؟

$$-\frac{4}{9}(۴)$$

$$-\frac{5}{9}(۳)$$

$$-\frac{19}{27}(۲)$$

$$-\frac{23}{27}(۱)$$


$$\theta = \sin^{-1} \frac{2\sqrt{2}}{3} \Rightarrow \sin \theta = \frac{2\sqrt{2}}{3} \xrightarrow{\text{در ربع اول}} \cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta} = \sqrt{1 - (\frac{2\sqrt{2}}{3})^2} = \sqrt{1 - \frac{8}{9}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$$

$$\cos 3\theta = 4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta = \frac{4}{27} - 1 = -\frac{23}{27}$$

گزینه ۱

۱۱۱- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - \sqrt{\cos x}}{x^2}$ کدام است؟

$-\frac{3}{4}$ (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴)


هم‌ارزی: $\sqrt[3]{1+u} \sim \frac{u}{3}$ 

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - \sqrt{\cos x}}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sin^2 x - \sqrt{1 - \frac{x^2}{2}}}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - x^2 - (1 - \frac{x^2}{2})}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\frac{3}{2}x^2}{x^2} = -\frac{3}{2}$$

گزینه ۲

۱۱۲- مشتق تابع $y = \cos^2(\tan^{-1} x)$ به ازای $x = 1$ کدام است؟


$-\frac{1}{2}$ (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) 1 (۴)

$y = \cos^2 u \Rightarrow y' = -2u' \cos u \sin u = -u' \sin 2u = -\left(\frac{1}{1+x^2}\right) \sin(2 \tan^{-1} x) \Big|_{x=1} = -\frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{2}$ 

گزینه ۱

۱۱۳- به ازای مقادیر $n \geq 0$ ، اگر فاصله نقاط نظیر دنباله $\left\{ \frac{4n+1}{3n-2} \right\}$ از نقطه همگرایی خود، کمتر از 0.02 باشد، کوچک‌ترین مقدار n کدام است؟

61 (۱) 62 (۲) 63 (۳) 64 (۴)


$|a_n - L| < 0.02 \Rightarrow \left| \frac{4n+1}{3n-2} - \frac{4}{3} \right| < \frac{2}{100} \Rightarrow \left| \frac{12n+3-12n+8}{(3n-2)(3)} \right| < \frac{2}{100} \Rightarrow \left| \frac{11}{(3n-2)(3)} \right| < \frac{2}{100}$ 

$\Rightarrow \frac{(3n-2)(3)}{11} > \frac{100}{2} = 50 \Rightarrow (3n-2)(3) > 550 \Rightarrow 9n-6 > 550 \Rightarrow 9n > 556 \Rightarrow n > \frac{556}{9} = 61.77 \Rightarrow n \geq 62$

گزینه ۲

۱۱۴- حد عبارت $x \left[\frac{1}{x} \right]$ ، در کدام حالت عدد متناهی نیست؟

$x \rightarrow +\infty$ (۴) $x \rightarrow -\infty$ (۳) $x \rightarrow 0^+$ (۲) $x \rightarrow 0^-$ (۱)

متناهی $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^{\pm}} x \left[\frac{1}{x} \right] = \lim_{x \rightarrow 0^{\pm}} x \times \frac{1}{x} = 1$ 

نامتناهی $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left[\frac{1}{x} \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} x [0^-] = \lim_{x \rightarrow -\infty} x \times (-1) = +\infty$

متناهی $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left[\frac{1}{x} \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} x [0^+] = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \times 0 = 0$

گزینه ۳

در بینهایت می‌توان جزء صحیح را برداشت:

$$[u] \underset{u \rightarrow \pm\infty}{\sim} u$$

۱۱۵- تابع با ضابطه $f(x) = (-1)^{[x]} \sin \frac{\pi}{2} x$ در نقاط $x \in Z$ از نظر پیوستگی، چگونه است؟


فقط در اعداد زوج پیوسته (۱) فقط در اعداد فرد پیوسته (۲) همواره نا پیوسته (۳) همواره پیوسته (۴)

تابع اصلی، از حاصل ضرب دو تابع تشکیل شده است: $h(x) = \sin \frac{\pi}{2} x$ ، $g(x) = (-1)^{[x]}$ ، تابع g در همه نقاط صحیح ناپیوسته، و تابع h در همه نقاط صحیح پیوسته است. پس ضرب آن‌ها در نقاط صحیح ناپیوسته خواهد بود، به جز در نقاطی حد یکی از توابع و مقدار آن برابر صفر باشد و تابع دیگر در همسایگی آن نقطه کران‌دار باشد، که در این صورت حد و مقدار تابع اصلی هم صفر خواهد شد و پیوسته می‌شود. در x های زوج این حالت وجود دارد، زیرا در این نقاط حد تابع $\sin \frac{\pi}{2} x$ و مقدار آن برابر صفر است و $(-1)^{[x]}$ هم کران‌دار است. اما در نقاط فرد این گونه نیست. پس تنها در x های زوج پیوسته می‌باشد.

گزینه ۱

۱۱۶- اگر $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-4}{2x^2+ax+b} = -\infty$ باشد، $a+b$ کدام است؟

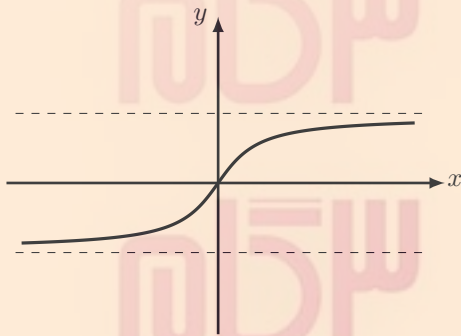
-3 (۱) 3 (۲) 6 (۳) 12 (۴)

$x = 3$ باید ریشه مخرج باشد تا حد بینهایت شود. اما اگر ریشه ساده باشد قبل و بعد از $x = 3$ مخرج تغییر علامت می‌دهد، و حد به صورت $\pm\infty$ می‌شود. پس باید ریشه مضاعف باشد. بنابراین $x = 3$ ریشه مخرج و ریشه مشتق آن است. 

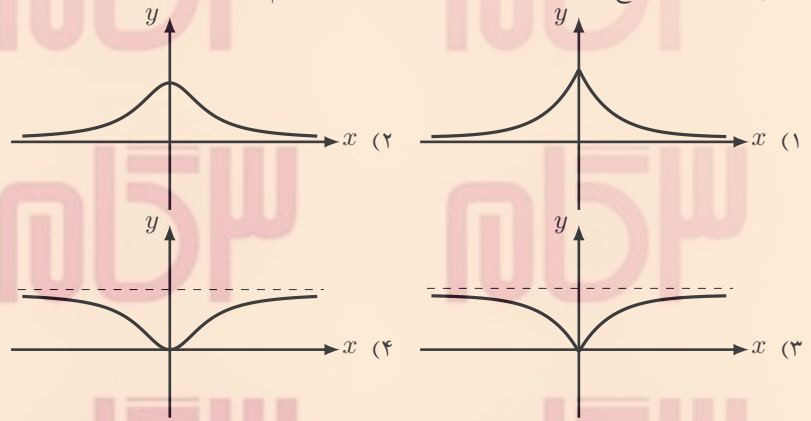
$$18 + 3a + b = 0 \Rightarrow 3a + b = -18$$

$$4x + a = 0 \Rightarrow x = \frac{-a}{4} = 3 \Rightarrow a = -12, b = -18 - 3a = -18 + 36 = 18 \Rightarrow a + b = -12 + 18 = 6$$

گزینه ۳



۱۱۷- شکل روبرو نمودار تابع $y = f(x)$ است. نمودار $f'(x)$ به کدام صورت است؟



تابع در مبدأ مماس مایل دارد، پس $f'(0) \neq 0$ پس گزینه ۳ و ۴ حذف می‌شوند. همچنین تابع در مبدأ نقطه عطف دارد، یعنی در مبدأ، مماس پذیر است و مشتق دوم (یعنی مشتق اول مشتق) تغییر علامت می‌دهد، پس f' قبل از صفر صعودی و بعد از آن نزولی است. اگر مشتق دوم در $x = 0$ وجود داشته باشد برابر صفر است، مانند تابع $y = \tan^{-1} x$ که در این صورت، جواب گزینه ۲ است، و اگر ناموجود باشد مانند تابع $y = \sin\left(\frac{x}{1+|x|}\right)$ ، جواب گزینه ۱ خواهد بود. (لزومی ندارد که f'' در صفر موجود باشد)

۱۱۸- از نقطه $A(2, -1)$ دو خط مماس بر منحنی $y = \frac{1}{2}x^2 - x$ رسم شده است، زاویه بین دو خط مماس کدام است؟

گزینه ۳ $\frac{\pi}{4}$ (۱) $\frac{\pi}{3}$ (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۳) $\tan^{-1} 2$ (۴)

سهمی را به صورت استاندارد می‌نوسیم:

$$y = \frac{1}{2}x^2 - x \Rightarrow 2y = x^2 - 2x \Rightarrow 2y + 1 = (x-1)^2 \Rightarrow (x-1)^2 = 2\left(y + \frac{1}{2}\right) \xrightarrow{\text{سهمی قائم رو به بالا}} S = \left(1, -\frac{1}{2}\right), p = \frac{1}{2}$$

دو مماس بر هم عمودند... $A \Rightarrow$ روی خط هادی است $\Rightarrow -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -1$ خط هادی

از روی خط هادی سهمی همیشه دو مماس عمود برهم، بر سهمی رسم می‌شود.

گزینه ۳

۱۱۹- مشتق راست تابع با ضابطه $f(x) = ([x] - |x|)\sqrt{9x}$ ، در نقطه $x = -3$ کدام است؟

گزینه ۲ $-\frac{16}{3}$ (۱) -5 (۲) -4 (۳) $\frac{7}{3}$ (۴)

$$x \rightarrow (-3)^+ \Rightarrow f(x) = (-3 - (-x))\sqrt{9x} = (-3 + x)\sqrt{9x} \Rightarrow f'_+(x) = \sqrt{9x} + \frac{9}{3\sqrt{(9x)^3}}(-3 + x)$$

$$f'_+(-3) = \sqrt{-27} + \frac{9}{3\sqrt{(-27)^3}} = -3 + \frac{9}{3(9)}(-6) = -3 - 2 = -5$$

گزینه ۲

۱۲۰- خط مماس بر منحنی f در نقطه‌ای به طول ۳ واقع بر آن، به معادله $2y + x = 7$ می‌باشد. اگر $g(x) = \frac{1}{x}f^{-1}(x)$ ، آنگاه $g'(2)$ کدام است؟

گزینه ۱ $-\frac{7}{4}$ (۱) $-\frac{5}{4}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴)

$$\text{شیب خط مماس} = -\frac{1}{2} = f'(3), f(3) = \frac{7-3}{2} = 2 \Rightarrow (3, 2) \in f, (2, 3) \in f^{-1}$$

$$(a, b) \in f \Rightarrow f^{-1}(b) = \frac{1}{f'(a)}$$

$$g'(x) = -\frac{1}{x^2}f^{-1}(x) + \frac{1}{x}f^{-1}'(x) \Rightarrow g'(2) = -\frac{1}{2^2}f^{-1}(2) + \frac{1}{2}f^{-1}'(2) = -\frac{1}{4}(3) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{f'(3)} = -\frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{-\frac{1}{2}} = -\frac{3}{4} - 1 = -\frac{7}{4}$$

گزینه ۱

۱۲۱- در کدام بازه، تابع با ضابطه $f(x) = x^3 e^{-x}$ صعودی و تقعر نمودار آن رو به بالا است؟

گزینه ۲ $(3 - \sqrt{3}, 3)$ (۱) $(0, 3 - \sqrt{3})$ (۲) $(3, 3 + \sqrt{3})$ (۳) $(3 + \sqrt{3}, +\infty)$ (۴)

$$f'(x) = 3x^2 e^{-x} - x^3 e^{-x} = (3x^2 - x^3)e^{-x} = x^2(3 - x)e^{-x} \geq 0 \Rightarrow x < 3$$

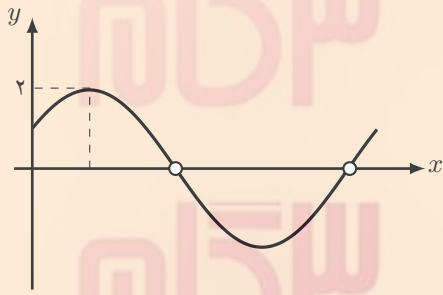
$$f''(x) = (6x - 3x^2)e^{-x} - (3x^2 - x^3)e^{-x} = (x^3 - 6x^2 + 6x)e^{-x} = x(x^2 - 6x + 6)e^{-x} > 0$$

$$x(x^2 - 6x + 6) = 0 \Rightarrow x = 0, \frac{6 \pm \sqrt{12}}{2} = 3 \pm \sqrt{3}$$

x	0	$3 - \sqrt{3}$	$3 + \sqrt{3}$	
x	-	+	+	+
$x^2 - 6x + 6$	+	+	-	+
P	-	+	-	+

با توجه به جدول تعیین علامت f'' و اشتراک آن با $x < 3$ جواب مسئله $(0, 3 - \sqrt{3})$ خواهد بود.

گزینه ۱



۱۲۲- شکل مقابل نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \frac{a \sin 2x + b}{\sin x + \cos x}$ در یک دوره تناوب است، a کدام است؟

- ۱ (۱) -۱ (۱) ۱ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴)

تابع در دو نقطه تعریف نشده که با توجه به ضابطه، این دو نقطه باید ریشه‌های مخرج باشند:

$$\sin x + \cos x = 0 \Rightarrow \sin x = -\cos x \Rightarrow x = \frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$$

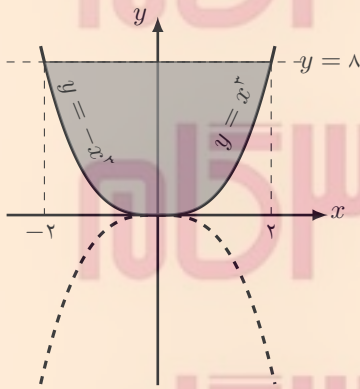
تابع در این دو نقطه حد دارد و چون حد مخرج کسر صفر شده حتما باید حد صورت هم صفر شود، زیرا در غیر این صورت حد کل کسر بینهایت خواهد شد. پس:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} (a \sin 2x + b) = 0 \Rightarrow a \sin 2x \times \frac{3\pi}{4} = -b \Rightarrow a \sin \frac{3\pi}{2} = -b \Rightarrow -a = -b \Rightarrow a = b \Rightarrow f(x) = \frac{a(\sin 2x + 1)}{\sin x + \cos x} =$$

$$\frac{a(2 \sin x \cos x + \sin^2 x + \cos^2 x)}{\sin x + \cos x} = \frac{a(\sin x + \cos x)^2}{\sin x + \cos x} \xrightarrow{\sin x \neq -\cos x} f(x) = a(\sin x + \cos x) = a\sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4})$$

$$\max(f) = 2 = a(\sqrt{2}) \times \max(\sin(x + \frac{\pi}{4})) = a(\sqrt{2}) \times 1 \Rightarrow a(\sqrt{2}) = 2 \Rightarrow a = \sqrt{2}$$

گزینه ۳



۱۲۳- مساحت ناحیه مربوط به نمودار تابع $y = x^2|x|$ و خط به معادله $y = 8$ کدام است؟

- ۱۶ (۱) ۱۸ (۲) ۲۲ (۳) ۲۴ (۴)

$$S = \text{مساحت مستطیل} - 2 \times \int_0^2 x^2 dx = 4 \times 8 - 2 \times \frac{x^3}{3} \Big|_0^2 = 32 - 8 = 24$$

گزینه ۴

۱۲۴- حاصل $\int_1^{16} [\sqrt{x}] dx$ کدام است؟ ([] به مفهوم جزء صحیح است)

- ۳۰ (۱) ۳۱ (۲) ۳۲ (۳) ۳۴ (۴)

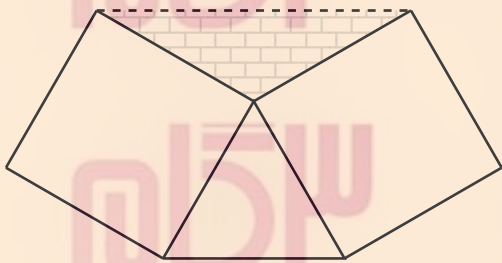
$$\begin{cases} [1, 4) \Rightarrow 1 \leq \sqrt{x} < 2 \Rightarrow [\sqrt{x}] = 1 \\ [4, 9) \Rightarrow 2 \leq \sqrt{x} < 3 \Rightarrow [\sqrt{x}] = 2 \\ [9, 16) \Rightarrow 3 \leq \sqrt{x} < 4 \Rightarrow [\sqrt{x}] = 3 \end{cases}$$

$$\int_1^{16} [\sqrt{x}] dx = \int_1^4 (1) dx + \int_4^9 (2) dx + \int_9^{16} (3) dx = 1(4-1) + 2(9-4) + 3(16-9) = 3 + 10 + 21 = 34$$

گزینه ۴

۱۲۵- در یک مثلث متساوی الاضلاع، بر روی دو ضلع آن دو مربع ساخته شده است. مساحت مثلث سایه زده چند برابر مساحت مثلث اصلی است؟

- $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۱) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (۲) ۱ (۳) $\sqrt{3}$ (۴)



مثلث سایه زده، یک مثلث متساوی الساقین است.

$$\text{زاویه رأس} = 360 - (90 + 90 + 60) = 120$$

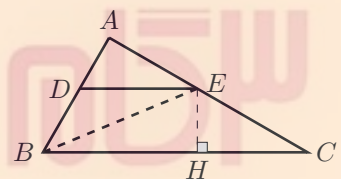
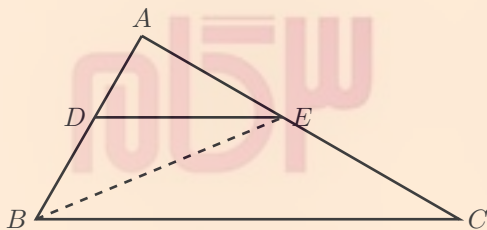
$$\text{مثلث متساوی الاضلاع} = \frac{1}{2} a^2 \sin 120^\circ = \left(\frac{1}{2}\right)(a^2) \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = S_{\text{مثلث متساوی الاضلاع}}$$

$$\frac{S_{\text{مثلث سایه زده}}}{S_{\text{مثلث متساوی الاضلاع}}} = 1$$

گزینه ۳

۱۲۶- در مثلث ABC پاره خط DE موازی ضلع BC و $AD = \frac{4}{5} DB$ است. مساحت مثلث EBC چند برابر مساحت مثلث EBD است؟

- ۲ (۱) ۲,۲۵ (۲) ۲,۵ (۳) ۲,۷۵ (۴)



گزینه ۲

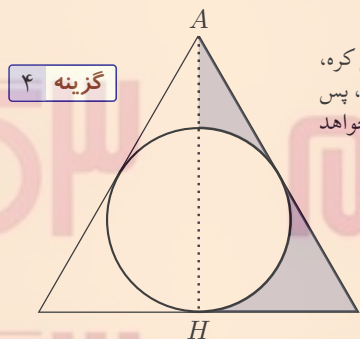
(چون DE و BC موازیند) ارتفاع هر دو مثلث EBC و EBD است، پس:

$$\frac{S_{EBC}}{S_{EBD}} = \frac{\frac{1}{2} BC \times EH}{\frac{1}{2} DE \times EH} = \frac{BC}{DE} \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AB}{AD} = \frac{AD + DB}{AD} = \frac{\frac{4}{5} DB + DB}{\frac{4}{5} DB} = \frac{\frac{4}{5} + 1}{\frac{4}{5}} = \frac{\frac{9}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{9}{4} = 2,25$$

۱۲۷- در مثلث متساوی الاضلاع به ضلع $2\sqrt{3}$ واحد، حجم حاصل از دوران هر دو سطح سایه زده شده، در حول ارتفاع AH کدام است؟

$\frac{4\pi}{3} (1)$ $\frac{3\pi}{2} (2)$ $2\pi (3)$ $\frac{5\pi}{3} (4)$
 حجم کره - حجم مخروط = حجم حاصل از دوران
 $\frac{4}{3}\pi R^3 - \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

شعاع قاعده مخروط نصف ضلع مثلث، و ارتفاع آن، همان ارتفاع مثلث می باشد، برای یافتن شعاع کره، چون محل برخورد میانه ها و نیمسازها و ارتفاع های مثلث متساوی الاضلاع، همه برهم منطبق اند، پس مرکز دایره ی محاطی نیز همین نقطه می باشد و شعاع آن یک سوم میانه (که همان ارتفاع است) خواهد بود:



گزینه ۴

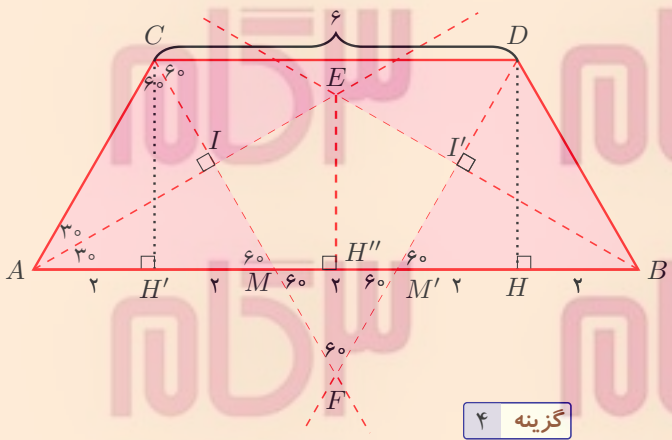
$r = \sqrt{3}, h = AH = \frac{\sqrt{3}}{2}(2\sqrt{3}) = 3, R = \frac{1}{3}AH = \frac{1}{3}(3) = 1$
 $\Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi(\sqrt{3})^2(3) - \frac{4}{3}\pi(1)^2(3) = 3\pi - 4\pi = -\pi$

۱۲۸- در یک دوزنقه متساوی الساقین، یکی از زاویه ها ۶۰ درجه و اندازه قاعده ها ۶ و ۱۰ واحد است. مساحت چهارضلعی حاصل از برخورد نیمسازهای داخلی این دوزنقه

چند برابر $\frac{\sqrt{3}}{3}$ است؟

- $16 (4)$ $14 (3)$ $10 (2)$ $8 (1)$

مثلث های $MM'F$ و $DM'B$ و ACM متساوی الاضلاع هستند. در مثلث AEB ارتفاع وارد بر ضلع AB برابر است با:



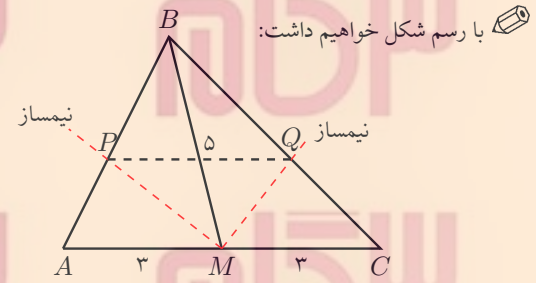
گزینه ۴

$\tan 30^\circ = \frac{EH''}{AH''} \Rightarrow EH'' = AH'' \times \tan 30^\circ = 5 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{5\sqrt{3}}{3} \Rightarrow EH'' = \frac{5\sqrt{3}}{3}$
 $S_{IEI'F} = S_{IEI'M'M} + S_{M'M'F} = S_{AEB} - 2 \times S_{AIM} + S_{M'M'F}$
 $= S_{AEB} - S_{ACM} + S_{M'M'F} = \frac{1}{2}(AB)(EH'') - \frac{\sqrt{3}}{4}(4)^2 + \frac{\sqrt{3}}{4}(2)^2$
 $= \frac{1}{2}(10)(\frac{5\sqrt{3}}{3}) - 4\sqrt{3} + \sqrt{3} = \frac{(25 - 12 + 3)(\sqrt{3})}{3} = \frac{16\sqrt{3}}{3}$

۱۲۹- در مثلث ABC ضلع $AC = 6$ و میانه $BM = 5$ ، نیمسازهای دو زاویه AMB و CMB دو ضلع دیگر این مثلث را در P و Q قطع می کند. اندازه PQ کدام است؟

- $4 (4)$ $3.75 (3)$ $3.5 (2)$ $3.25 (1)$

نکته
در هر مثلث، نیمساز هر زاویه داخلی، ضلع مقابل آن زاویه را به نسبت اضلاع مجاور آن، قطع می کند.

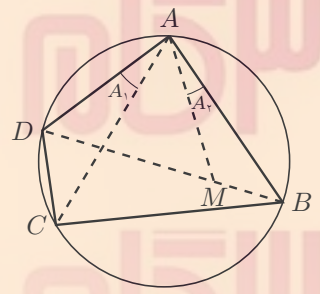


گزینه ۳

پس در مثلث های AMB و BMC خواهیم داشت:
 $\frac{BP}{AP} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{BP}{AP} = \frac{BQ}{QC} \xrightarrow{\text{عکس تالس}} PQ \parallel AC$
 $\frac{BQ}{QC} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{BP}{AP} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{BP}{5} = \frac{AP}{3} \Rightarrow \frac{BP}{AP} = \frac{5}{3}$
 $\Rightarrow \frac{PQ}{AC} = \frac{BP}{AB} = \frac{5}{5+3} = \frac{5}{8} \Rightarrow PQ = \frac{5}{8} \times 6 = 3.75$

۱۳۰- در شکل مقابل $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ حاصل $AD \times BC$ برابر کدام است؟

- $BD \times BM (4)$ $AB \times CD (3)$ $BM \times AC (2)$ $DM \times AC (1)$



در این گونه مسائل، باید دو مثلث متشابه پیدا کنیم که هریک از پاره خط های داده شده، ضلع یکی از مثلث ها باشد.

$\hat{ADM} = \hat{ACB} = \frac{\widehat{AB}}{2}$
 $\hat{DAM} = \hat{A}_1 + \hat{CAM} = \hat{A}_2 + \hat{CAM} = \hat{CAB}$
 $\Rightarrow \triangle ADM \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{DM}{BC} \Rightarrow AD \times BC = DM \times AC$

گزینه ۱

۱۳۱- تصویر خط به معادله $2x + 3y = 6$ ، تحت تبدیل $T(x, y) = (2y - 1, x + 3)$ ، از نقطه‌ای با کدام مختصات می‌گذرد؟
 (۱) $(-3, 2)$ (۲) $(1, -1)$ (۳) $(5, 0)$ (۴) $(7, 0)$

معادله خط داده شده به صورت $y = 2 - \frac{2}{3}x$ است، اگر تصویر هر نقطه به صورت (X, Y) باشد:

$$(X, Y) = T(x, y) = (2y - 1, x + 3) =$$

$$\left(4 - \frac{4}{3}x - 1, x + 3\right) = \left(3 - \frac{4}{3}x, x + 3\right) \Rightarrow \begin{cases} X = 3 - \frac{4}{3}x \\ Y = x + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3X = 9 - 4x \\ 4Y = 4x + 12 \end{cases} \Rightarrow 3X + 4Y = 21 \Rightarrow (7, 0)$$

گزینه ۴

۱۳۲- دو خط متنافر d و d' و نقطه A مفروض‌اند. می‌خواهیم از نقطه A خطی بگذرد و بر هر دو خط d و d' عمود باشد، تعداد جواب کدام است؟
 (۱) فاقد جواب (۲) همواره یک جواب (۳) بیشمار جواب (۴) یک جواب یا فاقد جواب

می‌دانیم که هر دو خط متنافر دقیقاً یک عمود مشترک دارند، پس جواب مسئله باید با این خط موازی باشد، و روشن است که همواره تنها یک خط وجود دارد که با عمود مشترک موازی باشد و از نقطه A بگذرد. نکته گمراه‌کننده این سوال این است که ممکن است این اشتباه ایجاد شود که خطی که از A می‌گذرد، باید دو خط داده شده را لزوماً قطع کند. در حالی که عمود بودن دو خط یعنی این دو خط، صرفاً بردارهای هادی عمود داشته باشند.

گزینه ۲

۱۳۳- سه نقطه $A(2, 1, 0)$ و $B(3, -1, 2)$ و $C(-1, 1, 3)$ ، رأس‌های مثلثی هستند، $\cos A$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \quad (۴) \quad \frac{\sqrt{3}}{6} \quad (۳) \quad \frac{\sqrt{2}}{4} \quad (۲) \quad \frac{\sqrt{2}}{6} \quad (۱)$$

می‌توانیم از فرمول هندسی ضرب داخلی بردارها استفاده کنیم:

$$\cos A = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AB}| |\vec{AC}|} \quad \begin{cases} \vec{AB} = B - A = (1, -2, 2) \\ \vec{AC} = C - A = (-3, 0, 3) \end{cases}$$

$$\Rightarrow |\vec{AB}| = \sqrt{9} = 3, |\vec{AC}| = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}, \vec{AB} \cdot \vec{AC} = -3 + 0 + 6 = 3$$

$$\cos A = \frac{3}{3 \cdot (3\sqrt{2})} = \frac{1}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{6}$$

گزینه ۱

۱۳۴- دو بردار با تصاویر $a = (1, -2, 3)$ و $b = (2, 1, -1)$ مفروض هستند. حجم متوازی‌سطوح که بر روی سه بردار a و b و $a \times b$ ساخته می‌شود کدام است؟

$$80 \quad (۴) \quad 75 \quad (۳) \quad 72 \quad (۲) \quad 54 \quad (۱)$$

$$|c \cdot (a \times b)| = |(a \times b) \cdot (a \times b)| = |a \times b|^2$$

$$\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = (-1, 7, 5) \Rightarrow |a \times b|^2 = (-1)^2 + 7^2 + 5^2 = 75$$

گزینه ۳

حجم متوازی‌سطوح ساخته شده روی سه بردار a و b و c برابر است با:
 $|c \cdot (a \times b)|$

۱۳۵- طول عمود مشترک دو خط به معادلات $\begin{cases} x = 2y - 1 \\ z = 3y - 2 \end{cases}$ و $\begin{cases} x - 2 = \frac{y + 2}{-1} \\ \frac{z}{3} = \frac{y + 2}{-1} \end{cases}$ کدام است؟

$$2\sqrt{6} \quad (۴) \quad 2\sqrt{3} \quad (۳) \quad \sqrt{6} \quad (۲) \quad \sqrt{3} \quad (۱)$$

ابتدا معادله خط دوم را به صورت متقارن می‌نویسیم:

$$d' : \begin{cases} x = 2y - 1 \\ z = 3y - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{x+1}{2} \\ y = \frac{z+2}{3} \end{cases} \Rightarrow \frac{x+1}{2} = y = \frac{z+2}{3}$$

$$d : \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{3} \Rightarrow P = (2, -2, 0), P' = (-1, 0, -2)$$

$$\vec{PP'} = P' - P = (-3, 2, -2), u = (1, -1, 3), u' = (2, 1, 3)$$

$$u \times u' = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = (-6, 3, 3) \Rightarrow (u \times u') \cdot (\vec{PP'}) = (-6, 3, 3) \cdot (-3, 2, -2) = -9 + 6 - 6 = -18$$

$$|u \times u'| = \sqrt{36 + 9 + 9} = \sqrt{54} = 3\sqrt{6} \Rightarrow \text{طول عمود مشترک} = \frac{|-18|}{3\sqrt{6}} = \frac{6}{\sqrt{6}} = \sqrt{6}$$

گزینه ۲

نکته

طول عمود مشترک دو خط متنافر d و d' از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\frac{|(u \times u') \cdot (\vec{PP'})|}{|u \times u'|}$$

P و P' دو نقطه دلخواه روی هر یک از خط‌ها هستند.

۱۳۶- در بیضی به معادله $3x^2 + 4y^2 + 18x - 16y = 5$ ، مجموع فواصل هر نقطه بیضی از دو کانون آن، کدام است؟

۸ (۴)

 $4\sqrt{3}$ (۳)

۶ (۲)

 $4\sqrt{2}$ (۱)

طبق تعریف، در هر بیضی مجموع فاصله‌های هر نقطه از بیضی از دو کانون آن مقداری ثابت و برابر $2a$ است که همان قطر بزرگ بیضی می باشد.

$$3x^2 + 4y^2 + 18x - 16y = 5 \Rightarrow 3(x^2 + 6x) + 4(y^2 - 4y) = 5 \Rightarrow 3(x+3)^2 + 4(y-2)^2 = 5 + 27 + 16 = 48 \Rightarrow$$

$$\frac{3(x+3)^2}{48} + \frac{4(y-2)^2}{48} = 1 \Rightarrow \frac{(x+3)^2}{16} + \frac{(y-2)^2}{12} = 1 \xrightarrow{\text{بیضی افقی}} a^2 = 16 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow 2a = 8$$

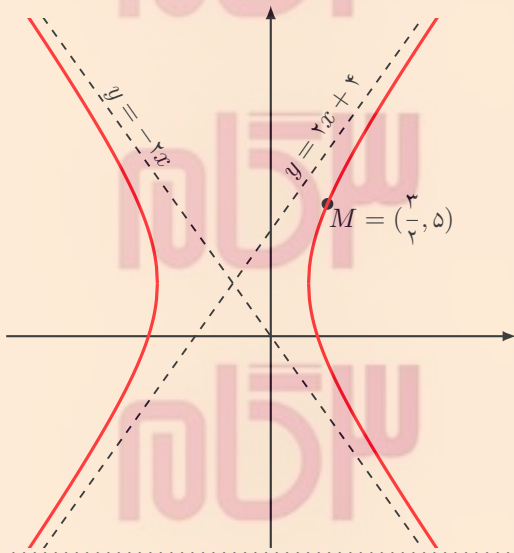
گزینه ۴

۱۳۷- دو خط به معادلات $y = 2x + 4$ و $y = -2x$ ، مجانب‌های یک هذلولی و $M(\frac{3}{2}, 5)$ یکی از نقاط آن است. فاصله دو کانون این هذلولی کدام است؟

 $4\sqrt{5}$ (۴) $4\sqrt{3}$ (۳) $2\sqrt{5}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۱)

محل برخورد دو مجانب، مرکز هذلولی است: $\begin{cases} y = -2x \\ y = 2x + 4 \end{cases} \Rightarrow -2x = 2x + 4 \Rightarrow -4x = 4 \Rightarrow x = -1, y = 2 \Rightarrow (\alpha, \beta) = (-1, 2)$

برای اینکه بدانیم هذلولی افقی است یا قائم، کافی است بدانیم که نقطه M نسبت به دو مجانب کجا قرار می گیرد.



$$x = \frac{3}{2} \Rightarrow y = \begin{cases} y = -2x = -2(\frac{3}{2}) = -3 \\ y = 2x + 4 = 2(\frac{3}{2}) + 4 = 7; -3 < 5 < 7 \end{cases} \Rightarrow \text{هذلولی افقی}$$

$$\Rightarrow \frac{(x-\alpha)^2}{a^2} - \frac{(y-\beta)^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \text{معادله دو مجانب: } \frac{x-\alpha}{a} = \pm \frac{y-\beta}{b}$$

$$\Rightarrow \text{شیب دو مجانب: } \pm \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{b}{a} = 2 \Rightarrow b = 2a \Rightarrow \frac{(x+1)^2}{a^2} - \frac{(y-2)^2}{4a^2} = 1$$

$$\Rightarrow \text{مختصات } M \text{ در معادله هذلولی صدق می کند} \Rightarrow 4(x+1)^2 - (y-2)^2 = 4a^2$$

$$4(\frac{3}{2}+1)^2 - (5-2)^2 = 4a^2 \Rightarrow 25 - 9 = 16 = 4a^2$$

$$\Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = 2, b = 4 \text{ فاصله دو کانون} = 2c = 2\sqrt{a^2 + b^2} = 2\sqrt{20} = 4\sqrt{5}$$

گزینه ۴

۱۳۸- اگر دترمینان $D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ bc & ac & ab \\ ac & ab & bc \end{vmatrix}$ باشد، حاصل دترمینان $\begin{vmatrix} a+b & b & ab \\ b+c & c & bc \\ a+c & a & ac \end{vmatrix}$ کدام است؟

abcD (۴)

(a+b+c)D (۳)

D (۲)

-D (۱)

در دترمینان اولیه از abc در سطر دوم و سطر سوم فاکتور می‌گیریم:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ bc & ac & ab \\ ac & ab & bc \end{vmatrix} = (abc)^2 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ \frac{1}{b} & \frac{1}{c} & \frac{1}{a} \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a+b & b & ab \\ b+c & c & bc \\ a+c & a & ac \end{vmatrix} \xrightarrow{C_1 - C_2 \rightarrow C_1} \begin{vmatrix} a & b & ab \\ b & c & bc \\ c & a & ac \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{از } ab \text{ در سطر اول, } bc \text{ در سطر دوم و } ac \text{ در سطر سوم فاکتور می‌گیریم}}$$

$$= (ab)(bc)(ac) \begin{vmatrix} \frac{1}{b} & \frac{1}{c} & \frac{1}{a} \\ 1 & 1 & 1 \\ \frac{1}{a} & \frac{1}{b} & \frac{1}{c} \end{vmatrix} = (abc)^2 \begin{vmatrix} \frac{1}{b} & \frac{1}{c} & \frac{1}{a} \\ 1 & 1 & 1 \\ \frac{1}{a} & \frac{1}{b} & \frac{1}{c} \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{تزیانهاده}} (abc)^2 \begin{vmatrix} \frac{1}{b} & \frac{1}{c} & \frac{1}{a} \\ 1 & 1 & 1 \\ \frac{1}{b} & \frac{1}{c} & \frac{1}{a} \end{vmatrix} = -(abc)^2 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \frac{1}{a} & \frac{1}{b} & \frac{1}{c} \\ \frac{1}{b} & \frac{1}{c} & \frac{1}{a} \end{vmatrix} = -D$$

گزینه ۱

۱۳۹- اگر A ماتریس تبدیل $T(x, y) = (2x - y, 3x - 4y)$ باشد، و I و α و β دو عدد حقیقی باشند به طوری که $\alpha A + \beta I = A^{-1}$ ، مقدار β کدام است؟

 $\frac{4}{5}$ (۴) $\frac{2}{5}$ (۳) $-\frac{1}{5}$ (۲) $-\frac{3}{5}$ (۱)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = -\frac{1}{5} \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \alpha \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = -\frac{1}{5} \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{سطر اول را در نظر می‌گیریم}} \begin{cases} 2\alpha + \beta = +\frac{4}{5} \\ 3\alpha + 0 = +\frac{3}{5} \end{cases} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{4}{5} - \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$$

گزینه ۳

۱۴۰ - سه صفحه با معادله ماتریسی زیر داده شده است. وضعیت فصل مشترک دو به دو صفحات نسبت به هم چگونه است؟

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & -11 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

(۲) منطبق بر هم
(۴) فاقد یکی از فصل مشترکها

(۱) موازی هم
(۳) عمود بر هم

ابتدا دترمینان ضرایب را پیدا می کنیم:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & -11 & 5 \end{vmatrix} = 2(15 - 11) - 1(-1 - 5) + 1(-11 - 3) = 8 + 6 - 14 = 0$$

وقتی دترمینان ضرایب صفر باشد، یعنی دستگاه جواب منحصر به فرد ندارد. همچنین، هیچ دو صفحه ای با هم موازی نیستند (بردارهای نرمال مضرب هم نیستند). پس دو حالت کلی وجود دارد:

(۱) سه صفحه به صورت مثلثی متقاطع اند و در این صورت فصل مشترکها، سه خط دو به دو به هم موازی هستند که هیچ جوابی ندارند. $\Delta = 0 \neq \Delta_x$ و Δ_y و Δ_z .
(۲) هر سه صفحه در یک خط با هم متقاطع اند که در این صورت بیشمار جواب خواهیم داشت. $\Delta = 0 = \Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 0$.
(در هر دو مورد، اگر تنها یکی از سه دترمینان Δ_x و Δ_y و Δ_z را بررسی کنیم کافی است.

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 6 & -1 & 1 \\ 4 & 3 & -1 \\ 2 & -11 & 5 \end{vmatrix} = 6(15 - 11) - 1(-2 - 20) + 1(-44 - 6) = 24 + 22 - 50 = -4 \neq 0 \Rightarrow \text{موازی}$$

گزینه ۱

۱۴۱ - با توجه به جدول آماری دسته بندی شده زیر، مقدار ضریب تغییرات داده های x کدام است؟

$x - 44$	-3	-1	1	3	5
فراوانی	4	7	5	3	1

۰/۲ (۴)

۰/۱ (۳)

۰/۰۸ (۲)

۰/۰۵ (۱)

$$y_i = x_i - 44 \Rightarrow x_i = y_i + 44 \Rightarrow \bar{x}_i = \bar{y}_i + 44 = \frac{-12 - 7 + 5 + 9 + 5}{4 + 7 + 5 + 3 + 1} + 44 = 0 + 44 = 44$$

اگر y_i را برابر $x_i - 44$ فرض کنیم:

نکته

کم یا زیاد کردن داده ها به همان میزان میانگین را کم یا زیاد می کند، اما در واریانس و انحراف معیاری تأثیر است.

$$\sigma_{x_i} = \sigma_{(x_i - 44)} = \sigma_{(y_i)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n f_i (\bar{y} - y_i)^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n f_i (0 - y_i)^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n f_i (y_i)^2}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{4(9) + 7(1) + 5(1) + 3(9) + 1(25)}{20}} = \sqrt{\frac{36 + 7 + 5 + 27 + 25}{20}} = \sqrt{\frac{100}{20}} = \sqrt{5} \Rightarrow (C \cdot V)_x = \frac{\sigma_x}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{5}}{44} \approx 0,05$$

گزینه ۱

۱۴۲ - نمرات آزمون مهارت فنی دو کارگر A و B به صورت زیر است. دقت عمل کدام بیشتر است؟

A :	۱۵	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۹
B :	۱۶	۱۴	۱۷	۱۴	۱۷	۱۸

$B(2)$

$A(1)$

(۴) غیر قابل پیش بینی

(۳) یکسان

$$\sigma_A^2 = \frac{2(15 - 16)^2 + (14 - 16)^2 + (16 - 16)^2 + (17 - 16)^2 + (19 - 16)^2}{6}$$

$$= \frac{2 + 4 + 0 + 1 + 9}{6} = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}$$

$$\sigma_B^2 = \frac{2(14 - 16)^2 + 2(17 - 16)^2 + (16 - 16)^2 + (18 - 16)^2}{6}$$

$$\frac{8 + 2 + 0 + 4}{6} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3} \Rightarrow B \text{ دقت بیشتری دارد.}$$

گزینه ۲

$$\bar{x}_A = \frac{15 + 14 + 15 + 16 + 17 + 19}{6} = \frac{60 + 36}{6} = \frac{96}{6} = 16$$

$$\bar{y}_A = \frac{16 + 14 + 17 + 14 + 17 + 18}{6} = \frac{60 + 36}{6} = \frac{96}{6} = 16 \Rightarrow y_A = \bar{x}_A$$

$$\bar{y}_A = \frac{16 + 14 + 17 + 14 + 17 + 18}{6} = \frac{60 + 36}{6} = \frac{96}{6} = 16 \Rightarrow y_A = \bar{x}_A$$

$$\bar{y}_A = \frac{16 + 14 + 17 + 14 + 17 + 18}{6} = \frac{60 + 36}{6} = \frac{96}{6} = 16 \Rightarrow y_A = \bar{x}_A$$

وقتی میانگینها مساوی باشند، دقت کسی که واریانس کمتری دارد بیشتر است، زیرا ضریب تغییرات کمتری خواهد داشت.

۱۴۳ - هریک از اعداد ۱ تا ۳۰ را بر روی ۳۰ گوی یکسان نوشته در کیسه ای قرار می دهیم. حداقل چند گوی بیرون آوریم تا به طور یقین دست کم دو عدد با مقسوم علیه مشترک بزرگتر از ۱ داشته باشیم؟

۱۳ (۴)

۱۲ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

بدترین حالت وقتی اتفاق می افتد که همه اعداد بیرون آمده نسبت به هم اول باشند، یعنی همه اعداد اول کوچکتر از ۳۰ و همچنین عدد ۱، به عبارت بهتر مجموعه $\{1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\}$. هر عدد دیگری به جز اعضای این مجموعه انتخاب کنیم، حتما با حداقل یکی از اعضای این مجموعه مقسوم علیه مشترک بزرگتر از یک دارد، پس باید حداقل ۱ + ۱۱ یعنی ۱۲ عدد انتخاب شود.

گزینه ۳

۱۴۴- اگر $A = \{x \in \mathbb{N}, 5 < x < 50\}$ و $B = \{3k - 2 \mid k \in \mathbb{Z}, 1 \leq k \leq 4\}$ باشند، تعداد زیرمجموعه‌های $(A \times B) \cap (B \times A)$ کدام است؟

۴ (۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) ۳۲ (۴)

$$(A \times B) \cap (B \times A) = (A \cap B)^2 \Rightarrow |(A \times B) \cap (B \times A)| = |A \cap B|^2, A = \{3, 4, 5, 6, 7\}, B = \{1, 4, 7, 10\} \Rightarrow$$

$$A \cap B = \{4, 7\} \Rightarrow |A \cap B|^2 = 2^2 = 4 \Rightarrow \text{تعداد زیرمجموعه‌ها} = 2^4 = 16$$

گزینه ۳

۱۴۵- تعداد افزای‌های مجموعه $\{a, b, c, d, e\}$ که شامل فقط یک مجموعه تک‌عضوی باشد، کدام است؟

۱۰ (۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴)

اگر افزای ما شامل فقط یک مجموعه تک‌عضوی باشد، دو حالت وجود دارد:

الف) مجموعه بعدی، ۴ عضو است. پس باید از این ۵ عضو، دو گروه ۱ و ۴ عضو بسازیم:

تذکر:

دلیل تقسیم بر ۲ شدن در حالت (ب) این است که وقتی دو گروه ۲ عضو داریم، از آنجا که ترتیب قرارگیری این دو گروه اهمیت ندارد، پس هر دو حالت را، یکبار حساب می‌کنیم.

$$\binom{5}{1} \times \binom{4}{4} = 5 \times 1 = 5$$

ب) چهار عضو دیگر به دو مجموعه ۲ عضو تقسیم شده است، پس باید از این ۵ عضو، سه گروه ۱، ۲ و ۲ عضو بسازیم:

$$\binom{5}{1} \times \frac{\binom{4}{2} \times \binom{2}{2}}{2} = 5 \times \frac{6 \times 1}{2} = 5 \times 3 = 15 \Rightarrow \text{تعداد کل} = 5 + 15 = 20$$

گزینه ۴

۱۴۶- آیا رابطه $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow ad = bc$ روی مجموعه \mathbb{R}^2 هم‌ارزی است. در صورت هم‌ارزی، نمودار $[(2, 6)]$ از کدام نقطه می‌گذرد؟

هم‌ارزی نیست (۱) (۲) (۱, ۲) (۳) (۱, ۳) (۴) (۲, ۳)

این رابطه هم‌ارزی نیست، زیرا خاصیت تعدی را ندارد:

$$\left\{ \begin{array}{l} (1, 2)R(0, 0) \\ (0, 0)R(5, -3) \end{array} \right. \not\Rightarrow (1, 2)R(5, -3)$$

گزینه ۱

۱۴۷- دو تاس را با هم می‌ریزیم، با کدام احتمال جمع دو عدد رو شده، یک عدد اول است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

باید جمع دو عدد رو شده یکی از اعداد ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۱۱ باشد.

$$P(x = \text{عدد اول}) = \frac{6 - |7-2| + 6 - |7-3| + 6 - |7-4| + 6 - |7-5| + 6 - |7-6| + 6 - |7-11|}{36} = \frac{30 - 5 - 4 - 3 - 2 - 0 - 4}{36} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

گزینه ۱

در پرتاب دو تاس، تعداد حالت‌هایی را که جمع دو عدد رو شده x شود، می‌توان از رابطه زیر بدست آورد:

$$n(x) = 6 - |7 - x|$$

نکته

۱۴۸- در معادله $ax^2 + bx = 5$ ، ضریب a به تصادف عددی در بازه $[1, 3]$ و ضریب b ، به طور تصادفی عددی در بازه $[-3, 0]$ انتخاب شده است. با کدام احتمال، مجموع جواب‌های این معادله بیشتر از $\frac{2}{3}$ است؟

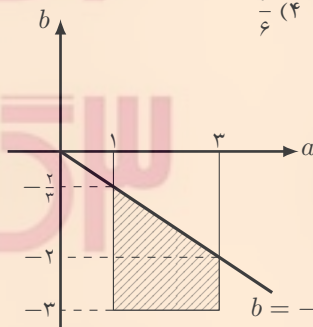
۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

مجموع جواب‌های معادله درجه دو، از رابطه $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ بدست می‌آید، بنابراین:

$$-\frac{b}{a} > \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{b}{a} < -\frac{2}{3} \xrightarrow{b < 0, a > 0} b < -\frac{2}{3}a$$

$$\Rightarrow P = \frac{S_{\text{دورزنه}}}{S_{\text{مستطیل}}} = \frac{\frac{1}{2}(1 + \frac{2}{3}) \times 2}{2 \times 3} = \frac{\frac{10}{3}}{6} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$$

گزینه ۲



۱۴۹- درجه رأس‌های گراف ساده و همبند اعداد a, b, c ، ۱، ۳، ۴ هستند. اگر p تعداد رأس‌های گراف و q تعداد یال‌های گراف و $q = \frac{3}{4}p$ باشد، تعداد جواب‌های مجموعه $\{a, b, c\}$ کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

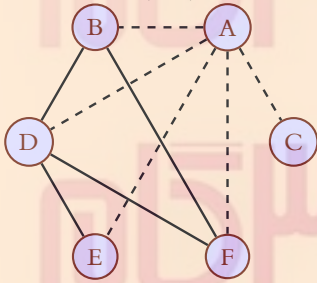
این گراف ۶ رأس دارد، یعنی $p = 6$ پس:

$$q = \frac{3}{4}p \Rightarrow 2q = 3p = 18 \Rightarrow q = 9$$

بنابراین ۹ یال داریم. از آنجا که $p = 6$ ، پس بیشترین درجه ممکن، $\Delta = 5$ خواهد بود. اگر $\Delta = 5$ ، از یکی از رأس‌ها (که حتماً یکی از سه رأس با درجه a یا b یا c است، فرض می‌کنیم c باشد) به همه رأس‌های دیگر یالی وجود دارد. پس شرط هم‌بند بودن وجود دارد، اکنون اگر این رأس را با یال‌های متصل به آن کنار بگذاریم، گراف جدیدی با ۵ رأس و ۴ یال داریم که درجه رأس‌های آن باید به صورت زیر باشد:

$$3, 2, 0, 0, a - 1, b - 1$$

بنابراین گراف جدید باید یک رأس متفرد (ایزوله)، یک رأس با درجه ۲ و یک رأس با درجه ۳ داشته باشد، می‌توانیم این گراف را به صورت زیر رسم کنیم



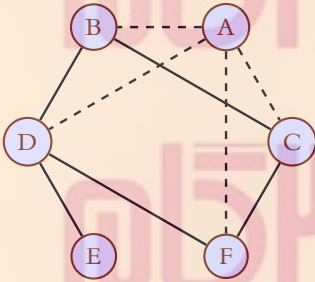
$$\Rightarrow \begin{cases} a-1=2 \Rightarrow a=3 \\ b-1=1 \Rightarrow b=2 \end{cases} \Rightarrow \{a, b, c\} = \{3, 2, 5\}$$

درجات رئوس گراف جدید

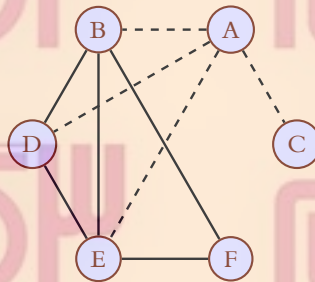
اگر بیشترین درجه $\Delta = 4$ باشد، در این صورت یک رأس وجود دارد که از آن رأس به ۴ رأس دیگر، یک یال وجود دارد. رأس باقیمانده هم حتماً باید به یکی از آن ۴ رأس متصل باشد، زیرا گراف همبند است. (و البته روشن است که به رأس اول نمی‌تواند متصل شود، زیرا درجه آن ۵ می‌شود، و بیشترین درجه ۵ خواهد شد). حال اگر این رأس ۴ یالی را با یال‌های متصل به آن کنار بگذاریم، ۵ رأس با پنج باقی می‌ماند، دو حالت داریم:

الف- رأس با درجه ۱، یکی از آن ۴ رأس است (مثلاً C) که در این صورت یا حذف آن رأس ۴ یالی، این رأس ایزوله می‌شود و باید ۵ یال جدید را بین ۴ رأس دیگر D و B و E و F تقسیم کنیم (البته با شرایط مسئله)

ب- رأس با درجه ۱، هیچ یک از آن ۴ رأس نیست (یعنی E است) که در این صورت چون بین این رأس و یکی از رأس‌های دیگر حتماً یک یال داریم، پس باید ۴ یال جدید را بین ۴ رأس B و D و C و F تقسیم کنیم (البته با شرایط مسئله)



$$\{a, b, c\} = \{4, 3, 3\} \Rightarrow 4, 4, 3, 3, 1$$



$$\{a, b, c\} = \{4, 4, 2\} \Rightarrow 4, 4, 4, 3, 2, 1$$

گزینه ۳

۱۵۰- هفت برابر عدد شش‌رقمی \overline{abcabc} ، مربع کامل است. بیشترین مقدار مجموع ارقام عدد \overline{abc} کدام است؟

$$17(4) \quad 16(3) \quad 15(2) \quad 14(1)$$

$$x = 7 \times \overline{abcabc} = 7 \times (\overline{abc} + 1000 \times \overline{abcabc}) = 7 \times 1001 \times \overline{abc} = 7 \times 7 \times 11 \times 13 \times \overline{abc} = 7^2 \times 11 \times 13 \times \overline{abc} = k^2$$

باید مضرب ۱۱ و ۱۳ مربع کامل باشد

$$\overline{abc} = 11 \times 13 \times q^2 = 143q^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} q^2 = 1 \Rightarrow \overline{abc} = 143 \Rightarrow a+b+c = 8 \\ q^2 = 4 \Rightarrow \overline{abc} = 143 \times 4 = 572 \Rightarrow a+b+c = 147 \end{cases}$$

گزینه ۱

۱۵۱- دو برابر عدد طبیعی $N = \overline{abc}$ با تغییر مبنا به صورت $(a \circ bc)$ نوشته شده است. بیشترین مقدار N ، از مربع کامل، حداقل چند واحد کمتر است؟

$$4(4) \quad 3(3) \quad 2(2) \quad 1(1)$$

a و b و c رقم عدد در مبنای ۶ هستند، پس باید از ۶ کوچکتر باشد. البته باید $a \neq 0$ زیرا رقم اول است.

$$2 \times \overline{abc} = (a \circ bc)_6 \Rightarrow 2 \times (c + 10b + 100a) = c + 6b + 6^2 \times 0 + 6^2 \times a \Rightarrow 2c + 20b + 200a = c + 6b + 216a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow c = 16a - 14b \Rightarrow c = 2(8a - 7b) \Rightarrow \begin{cases} c = 2 = 2 \times (8 \times 1 - 7 \times 1) \\ c = 4 = 2 \times (8 \times 2 - 7 \times 2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1, b = 1, c = 2 \\ a = 2, b = 2, c = 4 \end{cases}$$

نزدیک ترین مربع کامل، ۲۲۵ است که از N ، ۱ واحد بیشتر است. $\Rightarrow N = 224$

گزینه ۱

۱۵۲- به ازای چند عدد طبیعی دو رقمی n ، دو عدد به صورت‌های $5n - 2$ و $7n + 3$ ، نسبت به هم غیر اول‌اند؟

$$6(4) \quad 5(3) \quad 4(2) \quad 3(1)$$

اگر ب.م.م دو عدد را d فرض کنیم:

$$\begin{cases} d | (5n - 2) \\ d | (7n + 3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d | 7 \times (5n - 2) \\ d | 5 \times (7n + 3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d | (35n - 14) \\ d | (35n + 15) \end{cases} \Rightarrow d | (35n + 15) - (35n - 14) = 29 \Rightarrow \begin{cases} d = 1 \\ d = 29 \end{cases} \Rightarrow d = 29$$

$$\begin{cases} 29 | (5n - 2) \\ 29 | (7n + 3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 29 | 3 \times (5n - 2) = 15n - 6 \\ 29 | 2 \times (7n + 3) = 14n + 6 \end{cases} \Rightarrow 29 | (n - 12) \Rightarrow n - 12 = 29k \Rightarrow n = 29k + 12 = 12, 41, 70, 99$$

گزینه ۲

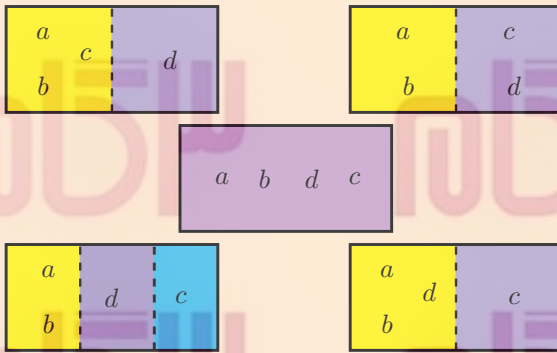
۱۵۳- تعداد رابطه‌های هم‌ارزی، روی مجموعه $\{a, b, c, d\}$ که شامل (a, b) باشد، کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)



یادآوری

وقتی در رابطه هم‌ارزی، دو عضو مجموعه با هم رابطه دارند، یعنی این دو عضو در یک کلاس هم‌ارزی هستند و این بدان معنا است که در افراز مجموعه، این دو عضو، در یک مجموعه می‌باشند.

پس در واقع باید تعداد افزایشی را پیدا کنیم که در آن a و b در یک مجموعه باشند.

گزینه ۳

۱۵۴- تعداد سه تایی‌های مرتب، با مختص‌های صحیح و غیر منفی، به طوری که مجموع هر سه مختص برابر ۱۰ و هر مختص کمتر از ۶ باشد کدام است؟

۲۱ (۴)

۲۰ (۳)

۱۸ (۲)

۱۷ (۱)

باید تعداد جواب‌های معادله $x_1 + x_2 + x_3 = 10$ را به طوری که $x_i < 6$ باشد بدست آوریم. اگر A_1 مجموعه جواب‌هایی باشد که $x_1 \geq 6$ در این صورت:

$$y_1 = x_1 - 6, y_1 \geq 0 \Rightarrow y_1 + 6 + x_2 + x_3 = 10 \Rightarrow y_1 + x_2 + x_3 = 4, \text{ جواب‌های صحیح نامنفی: } \binom{4+3-1}{3-1} = \binom{6}{2} = 15$$

متشابه‌ها برای x_2 و x_3 همین فرآیند را داریم، پس $|A_1| = |A_2| = |A_3| = 15$ زیرا امکان ندارد هم‌زمان دو تا از x_i ها بزرگتر یا مساوی ۶ باشد. هیچ یک از این سه مجموعه با دیگری اشتراک ندارد،

$$\begin{aligned} & \text{تعداد کل جواب‌ها} = (|A_1| + |A_2| + |A_3| - |A_1 \cap A_2| - |A_2 \cap A_3| - |A_1 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_3|) \\ & = \binom{10+3-1}{3-1} - (15 + 15 + 15) = \binom{12}{2} - (45) = 66 - 45 = 21 \end{aligned}$$

گزینه ۲

۱۵۵- در ظرفی ۵ مهره سفید و ۳ مهره سیاه، در ظرف دیگر ۴ مهره سفید و ۲ مهره سیاه موجود است. به تصادف از هر ظرف دو مهره بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال ۴ مهره خارج‌شده، هم‌رنگ هستند؟

۰/۲۴ (۴)

۰/۱۸ (۳)

۰/۱۵ (۲)

۰/۱۲ (۱)

یا دو مهره انتخابی از ظرف اول و دو مهره انتخابی از ظرف دوم سفید، و یا دو مهره انتخابی از ظرف اول و دو مهره انتخابی از ظرف دوم سیاه هستند.

$$P_{\text{هر دو ظرف هم‌رنگ}} = P_{\text{هر دو ظرف سفید}} + P_{\text{هر دو ظرف سیاه}} = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{8}{2}} \times \frac{\binom{4}{2}}{\binom{6}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{8}{2}} \times \frac{\binom{2}{2}}{\binom{2}{2}} = \frac{10 \times 6}{28 \times 15} + \frac{3 \times 1}{28 \times 15} = \frac{63}{28 \times 15} = \frac{3}{20} = 0.15$$

گزینه ۲

پایند و پیروز باشید!

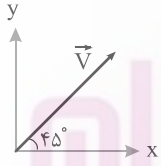


$$\vec{r} = (6t)\vec{i} + (-t^2 + 8t)\vec{j}$$

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 6\vec{i} + (-2t + 8)\vec{j} \xrightarrow{t=1s} \vec{V} = 6\vec{i} + 6\vec{j}$$

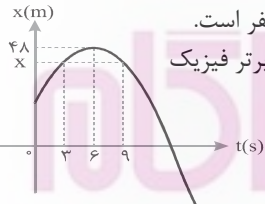
$$\tan \theta = \frac{6}{6} = 1 \Rightarrow \theta = 45^\circ \quad \text{زاویه با افق برابر است با:}$$

و چون بردار \vec{V} در $t=1s$ در ربع اول می باشد بنابراین زاویه اش با جهت مثبت محور x نیز ۴۵ درجه می باشد.



۱۵۸- گزینه ی «۱» پاسخ صحیح است.

با توجه به آن که نمودار به صورت سهمی می باشد، می توان گفت منحنی نسبت به $t=6s$ تقارن دارد. پس مکان متحرک در لحظات $t=3s$ و $t=9s$ یکسان می باشد و لذا جابه جایی متحرک در این بازه صفر است.



* تکنیک ۷۳ کتاب تکنیک های برتر فیزیک $\Delta x = 0$

۱۵۹- گزینه ی «۲» پاسخ صحیح است.

ابتدا لحظه ای که گلوله ی B به نقطه ی اوچش می رسد را

$$t_{\text{اوج}} = \left| \frac{V_0}{g} \right| \rightarrow t = \left| \frac{V_0 \cdot B}{g} \right| = \frac{22}{10} = 2/2s \quad \text{می یابیم:}$$

حال فاصله ی دو گلوله را در لحظه ی $2/2s$ می یابیم: (مبدأ را زمین فرض می کنیم و لذا مکان اولیه ی دو گلوله همان ارتفاع h است و هم چنین جهت مثبت را رو به بالا فرض می کنیم).

$$\left. \begin{aligned} y_A &= -\frac{1}{2}gt^2 + V_{0A}t + h = -5t^2 + 32t + h \\ y_B &= -\frac{1}{2}gt^2 + V_{0B}t + h = -5t^2 + 22t + h \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

$$|y_A - y_B| = (32 - 22)t \xrightarrow{t=2/2s} |y_A - y_B| = 22m$$

۱۶۰- گزینه ی «۳» پاسخ صحیح است.

ابتدا با استفاده از رابطه ی ارتفاع اوج در حرکت قائم V_0 را می یابیم.

$$h_{\text{اوج}} = \frac{V_0^2}{2g} \rightarrow 80 = \frac{V_0^2}{2 \times 10} \rightarrow V_0 = 40 \frac{m}{s}$$

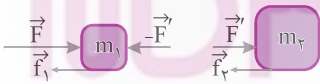
حال اگر حرکت به صورت پرتابی باشد، برد پرتابه از رابطه ی

$$R = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g} \quad \text{مقابل به دست می آید:}$$

برای بیشینه ی برد $\alpha = 45^\circ$ است و لذا:

$$R_{\text{max}} = \frac{(40)^2 \sin(2 \times 45)}{10} = 160m$$

۱۶۱- گزینه ی «۱» پاسخ صحیح است.



$$a_1 = a_2 = a = \frac{F - (f_1 + f_2)}{m_1 + m_2} = \frac{F - f_2}{m_2}$$

راه دوم:

$$0, 5, 5 \quad \frac{3!}{2!} = 3$$

$$1, 4, 5 \quad 3! = 6$$

$$2, 4, 4 \quad \frac{3!}{2!} = 3$$

$$2, 5, 3 \quad 3! = 6$$

$$3, 4, 3 \quad \frac{3!}{2!} = 3$$

۲۱ حالت.

۱۵۵- گزینه ی «۱» پاسخ صحیح است.

(از دوم ۲ سیاه و از اول ۲ سیاه) یا (۲ سفید از دوم و ۲ سفید از اول)

$$\binom{5}{2} \times \binom{4}{2} + \binom{2}{2} \times \binom{2}{2} + \binom{2}{2} \times \binom{6}{2}$$

$$\frac{10}{28} \times \frac{6}{15} + \frac{3}{28} \times \frac{1}{15} = \frac{63}{15 \times 28} = \frac{3}{20} = 0/15$$

فیزیک

تحلیل درس

در مجموع می توان گفت آزمون فیزیک امسال، آزمون متوسطی به حساب می آید اگرچه باید گفت اندکی از آزمون سال قبل دشوارتر بوده است. سوالات را به طور نسبی می توان به ۱۲ سؤال ساده، ۲۰ سؤال متوسط و ۱۳ سؤال دشوار تقسیم نمود. برخی تست ها (مانند ۱۶۷ و ۱۶۹) دارای دام آموزشی بودند که برای حل آن ها می بایست دقت کافی صورت می گرفت و تست های دیگری (مانند ۱۵۸ و ۱۶۱ و ۱۷۲ و ۱۷۴) با نکات آموزشی مربوط به خود حل می شوند. از نکات جالب کنکور امسال، قرار گرفتن ۲ تست از مبحث کار و انرژی (برعکس روند ۱ تست هرسال) و ۱ تست از القای مغناطیسی (برعکس روند ۲ تست هر سال) می باشد. سوالات مربوط به پیش دانشگاهی ۲ را می توان جزء قسمت های نسبتاً ساده و سوالات بخش مغناطیس و الکتریسته را می توان جزء بخش های دشوار کنکور سال ۹۳ در نظر گرفت.

۱۵۶- گزینه ی «۴» پاسخ صحیح است.

$$\vec{A} = 9\vec{i} + 12\vec{j}$$

$$\vec{B} = ?$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15$$

اعداد فیثاغورثی

$$9\vec{i} + 12\vec{j} + \vec{B} = 15\vec{j} \Rightarrow \vec{B} = -9\vec{i} + 3\vec{j}$$

$$\vec{A} - \vec{B} = (9\vec{i} + 12\vec{j}) - (-9\vec{i} + 3\vec{j})$$

$$\vec{A} - \vec{B} = 18\vec{i} - 9\vec{j}$$

$$|\vec{A} - \vec{B}| = \sqrt{(18)^2 + (-9)^2} = \sqrt{(2 \times 9)^2 + 9^2}$$

$$= 9\sqrt{2^2 + 1^2} = 9\sqrt{5}$$

۱۵۷- گزینه ی «۲» پاسخ صحیح است.

$$\Delta A = A_1 \alpha \Delta \theta \Rightarrow \frac{\Delta A}{A_1} = \alpha \Delta \theta$$

$$\frac{\frac{\Delta A}{A_1} = 0.1}{\Delta \theta = 25.0^\circ \text{C}} \rightarrow 0.1 = \alpha (25.0)$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{1}{100} \times \frac{1}{500} = \frac{1}{100} \times \frac{2}{1000} \Rightarrow \alpha = 2 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ \text{C}}$$

۱۶۷- گزینه‌ی «۲» پاسخ صحیح است.

آب 2°C $\xrightarrow{Q_3}$ [آب صفر] $\xleftarrow{Q_2}$ یخ صفر $\xrightarrow{Q_1}$ یخ 1°C
چون در محیط یخ باقی مانده است پس دمای تعادل صفر است.

$$Q_1 + Q_2 = |Q_3|$$

$$m_1 c \Delta \theta + m' L_f = |m_2 c \Delta \theta|$$

جرم یخ اولیه جرم یخ ذوب شده

$$(m' + 50) 2100 \times 20 + m' \times 336000 = 250 \times 4200 \times 20$$

$$m' = 50 \text{g}$$

جرم یخ ذوب شده + جرم یخ ذوب نشده = جرم یخ اولیه

$$m_1 = 50 + 50 = 100 \text{g}$$

۱۶۸- گزینه‌ی «۴» پاسخ صحیح است.

$$\text{کار فرآیند هم‌فشار } W_p = -P \Delta V \xrightarrow{P \Delta V = n R \Delta T} W_p = -n R \Delta T$$

$$W_p = -2 \times 8.314 \times (300 - 400) \Rightarrow W_p = -1330 \text{J}$$

۱۶۹- گزینه‌ی «۳» پاسخ صحیح است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: چون $P_1 V_1$ با $P_2 V_2$ برابر نیست پس فرآیند هم‌دما نمی‌باشد.

گزینه‌ی ۲: در انبساط بی‌دررو داریم:

$$\Delta U = W \xrightarrow{\Delta V > 0} W < 0 \Rightarrow \Delta V < 0, \Delta T < 0$$

$$\Rightarrow P_2 V_2 < P_1 V_1$$

ولی نمودار این گونه نیست و $P_2 V_2 = 1/2 P_1 V_1$ پس این گزینه هم غلط می‌باشد و فرآیند بی‌دررو می‌باشد.

گزینه‌ی ۳: چون فرآیند بی‌دررو نیست و هم‌دما نیز نمی‌باشند پس $T_2 > T_1$ یعنی دما افزایش یافته است و در نهایت گاز گرما می‌گیرد که درست است.

گزینه‌ی ۴: چون حجم افزایش یافته است کار انجام شده روی گاز منفی است پس این گزینه نیز نادرست است.

۱۷۰- گزینه‌ی «۴» پاسخ صحیح است.

$$\text{یخ } -8^\circ \text{C} \xrightarrow{Q_3} \text{یخ صفر} \xrightarrow{Q_2} \text{آب صفر} \xrightarrow{Q_1} \text{آب } 1^\circ \text{C}$$

$$Q_c = Q_1 + Q_2 + Q_3 \text{ (گرمایی که از آب } 1^\circ \text{C} \text{ گرفته می‌شود تا به یخ } -8^\circ \text{C} \text{ تبدیل شود)}$$

$$Q_c = m C_{\text{آب}} \Delta \theta + m L_f + m C_{\text{یخ}} \Delta \theta$$

$$Q_c = 2 \times c_{\text{آب}} \times 10 + 2 \times 80 \times c_{\text{آب}} + 2 \left(\frac{1}{2} c_{\text{آب}} \right) 8$$

$$Q_c = c_{\text{آب}} (20 + 160 + 8) \Rightarrow Q_c = c_{\text{آب}} (188)$$

$$K = \frac{Q_c}{W} \Rightarrow 4 = \frac{c_{\text{آب}} (188)}{W} \Rightarrow W = c_{\text{آب}} (47)$$

$$\frac{F}{m_1 + m_2} - \frac{\mu_k (m_1 + m_2) g}{(m_1 + m_2)} = \frac{F'}{m_2} - \frac{\mu_k m_2 g}{m_2}$$

$$\frac{F}{m_1 + m_2} - \mu_k = \frac{F'}{m_2} - \mu_k \Rightarrow \frac{F}{m_1 + m_2} = \frac{F'}{m_2}$$

بنابراین تغییر نیروی اصطکاک در اثر تغییر ضریب اصطکاک جنبشی تأثیری در اندازه‌ی نیروی بین دو جسم ندارد بنابراین نسبت F' در دو حالت برابر یک خواهد بود.

۱۶۲- گزینه‌ی «۳» پاسخ صحیح است.

$$K = \frac{1}{2} m V^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} \left(\frac{m}{m} \right) m V^2$$

$$\Rightarrow K = \frac{m^2 V^2}{2m} \xrightarrow{mV=P} K = \frac{P^2}{2m}$$

۱۶۳- گزینه‌ی «۲» پاسخ صحیح است.

جسم تحت اثر نیروهای نشان داده شده در شکل زیر دارای حرکت یکنواخت است (شتاب صفر است). بنابراین:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F + f_k = mg \sin 37^\circ$$

$$\Rightarrow F = mg \sin 37^\circ - \mu_k mg \cos 37^\circ$$

$$\Rightarrow F = 20 \times 10 \times 0.6 - 0.25 \times 20 \times 10 \times 0.8$$

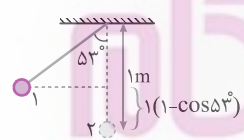
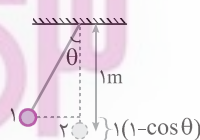
$$\Rightarrow F = 80 \text{N}$$

حال نیروی F را حساب می‌کنیم. (جهت حرکت مخالف با جهت نیروی F می‌باشد).

$$W = F d \cos \alpha \xrightarrow{\alpha = 180^\circ} W = -F d = -80 \times 2 = -160 \text{J}$$

۱۶۴- گزینه‌ی «۳» پاسخ صحیح است.

ابتدا سرعت در پایین‌ترین نقطه (V) را به دست می‌آوریم:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{1}{2} m V^2 = mgL(1 - \cos \theta)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} V^2 = 10(1 - 0.6) \Rightarrow V^2 = 8$$

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{1}{2} m \left(\frac{\sqrt{2}}{2} V \right)^2 + mgL(1 - \cos \theta) = \frac{1}{2} m V^2$$

$$\Rightarrow \frac{V^2}{4} + 10 - 10 \cos \theta = \frac{1}{2} V^2$$

$$\xrightarrow{V^2 = 8} \cos \theta = 0.8 \Rightarrow \theta = 37^\circ$$

۱۶۵- گزینه‌ی «۴» پاسخ صحیح است.

حرکت آسانسور تند شونده رو به پایین است:

$$\Sigma F = ma \Rightarrow mg - N = ma \Rightarrow N = m(g - a)$$

$$N = 80(10 - 2) \Rightarrow N = 640 \text{ (N)}$$

۱۶۶- گزینه‌ی «۱» پاسخ صحیح است.

$$\Delta_0 = f \left| \frac{1}{m_1} - \frac{1}{m_2} \right| \Rightarrow 30 = f \left| \frac{1}{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \right|$$

$$30 = f \left| 2 - \frac{1}{2} \right| \Rightarrow f = 20 \text{ cm} \Rightarrow D = \frac{1}{f} \Rightarrow D = \frac{1}{20} = \frac{1}{100} = 5 \text{ دیوپتر}$$

۱۷۵- گزینهی «۴» پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} P_A &= \frac{F_A}{A_A} \\ P_B &= \frac{F_B}{A_B} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = \frac{F_A}{F_B} \times \frac{A_B}{A_A} \xrightarrow{F=W} \frac{F}{A = \pi r^2}$$

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{W_A}{W_B} \times \left(\frac{r_B}{r_A} \right)^2$$

وزن هر دو استوانه برابر ($W_A = W_B$) و شعاع قاعدهی B دو برابر A ($r_B = 2r_A$) است. پس:

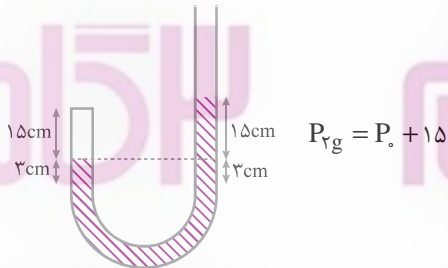
$$\frac{P_A}{P_B} = 1 \times \left(\frac{2}{1} \right)^2 = 4$$

۱۷۶- گزینهی «۳» پاسخ صحیح است.

حالت اول: فشار گاز محبوس با فشار هوای محیط برابر است.

$$P_g = P_0$$

حالت دوم: با توجه به شکل زیر، اختلاف ارتفاع جیوه در شاخه‌ی سمت راست برابر ۱۵ سانتی‌متر است. (زیرا سطح جیوه در شاخه‌ی سمت راست ۳cm پایین رفته و در شاخه‌ی سمت چپ ۳cm بالا آمده است.)



چون دما ثابت است از قانون گازها داریم:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow P_0 \times 18A = (P_0 + 15) \times 15A$$

$$\Rightarrow P_0 = 75 \text{ cmHg}$$

۱۷۷- گزینهی «۱» پاسخ صحیح است.

حجم الکل بیرون ریخته‌شده با حجم قطعه فلز برابر است.

$$\rho_{\text{کل}} = \frac{m_{\text{کل}}}{V_{\text{کل}}} \Rightarrow 0.8 = \frac{160}{V} \Rightarrow V = 200 \text{ cm}^3$$

$$\rho_{\text{فلز}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{فلز}}} \Rightarrow 2/7 = \frac{m}{200} \Rightarrow m = 540 \text{ g}$$

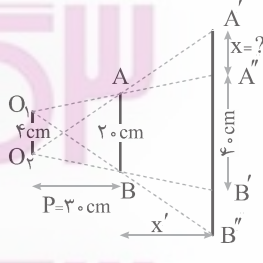
۱۷۸- گزینهی «۲» پاسخ صحیح است.

$$Q_H = Q_C + W \Rightarrow Q_H = c(188 + 47)$$

$$\Rightarrow Q_H = 4200 \times 235$$

$$Q_H = 987000 \text{ J} \Rightarrow Q_H = 987 \text{ kJ}$$

۱۷۱- گزینهی «۲» پاسخ صحیح است.



$$\Delta AA'A'' \sim \Delta O_1 O_2 A$$

$$\Rightarrow \frac{A'A''}{O_1 O_2} = \frac{x'}{p}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{x'} = \frac{x'}{4}$$

$$\Rightarrow x' = \sqrt{4x}$$

$$\Delta A'B'O_2 \sim \Delta ABO_1$$

$$\frac{40 + x}{20} = \frac{30 + x'}{30} \xrightarrow{x' = \sqrt{4x}}$$

$$\frac{40 + x}{2} = \frac{30 + \sqrt{4x}}{3} \Rightarrow x = 5 \text{ cm}$$

پهنای نیم‌سایه

۱۷۲- گزینهی «۳» پاسخ صحیح است.

نکته: اگر در آینه‌های مقعر مکان جسم به مکان تصویر انتقال یابد، تصویر حالت ۲ دقیقاً در جای جسم حالت ۱ قرار می‌گیرد که به این نقاط، نقاط مزدوج می‌گوییم. و بزرگ‌نمایی عکس حالت قبل می‌شود.

$$m_1 = \frac{1}{4} \Rightarrow m_2 = 4$$

۱۷۳- گزینهی «۲» پاسخ صحیح است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهی «۱»: با رابطه‌ی زیر، ضریب شکست منشور به دست می‌آید:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin \hat{r}}{\sin \hat{i}} \xrightarrow{\sin \hat{r} = \sin 90^\circ = 1} \frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{\sin 45} \Rightarrow n_1 = \sqrt{2}$$

گزینهی «۲»: زاویه‌ی انحراف منشور، مطابق شکل روبه‌رو برابر ۴۵ درجه است.

(زاویه‌ی انحراف همواره زاویه‌ی بین دو ابتدا یا دو انتهای دو پرتو ورودی و خروجی می‌باشد.)

گزینهی «۳»: زاویه‌ی حد منشور نسبت به هوا برابر ۴۵ است.

گزینهی «۴»: نسبت سرعت نور در منشور به سرعت نور در هوا

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

برابر است با:

پس تنها گزینه‌ی نادرست، گزینهی «۲» است.

۱۷۴- گزینهی «۲» پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} AB &= 4 \\ (A'B')_1 &= 2 \end{aligned} \right\} \rightarrow m_1 = \frac{(A'B')_1}{AB} = \frac{1}{2}$$

$$(A'B')_2 = 8 \Rightarrow m_2 = \frac{(A'B')_2}{AB} = 2$$

$$= P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 = 40 \cdot R x^2 = 22W$$

۱۸۲- گزینهی «۴» پاسخ صحیح است.

$$\Delta R = R_2 - R_1 = 46/8 - 40 = 6/8 \Omega$$

$$\Delta R = R_1 \alpha \Delta \theta$$

$$6/8 = 40 \times 68 \times 10^{-4} \times \Delta \theta$$

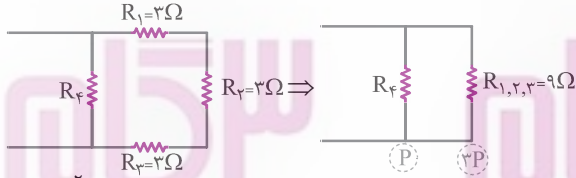
$$\Delta \theta = \frac{68 \times 10^{-1}}{4 \times 68 \times 10^{-3}} = \frac{10^2}{4} = 25^\circ C$$

$$\Delta \theta = \theta_2 - \theta_1 \Rightarrow 25 = \theta_2 - 20 \Rightarrow \theta_2 = 45^\circ C$$

۱۸۳- گزینهی «۱» پاسخ صحیح است.

چون توان مصرفی تمام مقاومت‌ها برابر است و با توجه به برابری جریان عبوری از مقاومت‌های R_1 و R_2 و R_3 می‌توان گفت:

$$R_1 = R_2 = R_3 = 3 \Omega$$



$$P = \frac{V^2}{R}$$

$$\frac{3P}{9} = \frac{R_f}{9} \Rightarrow R_f = 27 \Omega$$

$$R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{27 \times 9}{27 + 9} = \frac{27}{4} \Omega$$

۱۸۴- گزینهی «۲» پاسخ صحیح است.

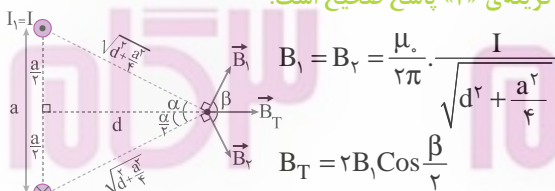
- با افزایش مقاومت R_1 ، طبق رابطه‌ی $I = \frac{\epsilon}{r + R_T}$ ، اندازه‌ی

جریان کاهش می‌یابد و با توجه به رابطه‌ی $V = rI$ افت پتانسیل در مولد کاهش خواهد یافت.

- با توجه به رابطه‌ی $V = \epsilon - rI$ ، اختلاف پتانسیل V ، افزایش می‌یابد. مقدار $V_2 = R_2 I$ کاهش و V_1 افزایش می‌یابد؛ بنابراین طبق رابطه‌ی $V = V_1 + V_2$ باید V_1 افزایش یابد.

$$\uparrow V = \uparrow V_1 + \downarrow V_2$$

۱۸۵- گزینهی «۴» پاسخ صحیح است.



$$B_1 = B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{\sqrt{d^2 + \frac{a^2}{4}}}$$

$$B_T = 2B_1 \cos \frac{\beta}{2}$$

می‌دانیم که هرگاه دو زاویه اضلاعشان دوبره‌دو عمود باشند می‌توان گفت آن دو زاویه یا با هم مساوی‌اند و یا با هم مکمل‌اند. با توجه به شکل مشخص می‌شود که β, α با هم مکمل‌اند و نصفشان با هم متمم است و لذا $\cos \frac{\beta}{2} = \sin \frac{\alpha}{2}$ است.

$$B_T = 2B_1 \cos \frac{\beta}{2} = 2B_1 \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_A &= \frac{q_A}{A_A} \\ \sigma_B &= \frac{q_B}{A_B} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{q_A}{q_B} \times \frac{A_B}{A_A} = \frac{q_A}{q_B} \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{q_A}{q_B} \times \left(\frac{2}{1}\right)^2 \Rightarrow q_B = 4q_A$$

حال حساب می‌کنیم چند درصد از بار کره‌ی B باید به کره‌ی A برود تا نسبت بارها با نسبت شعاع‌ها برابر شود.

$$\frac{q_B - xq_B}{q_A + xq_B} = \frac{r_B}{r_A} \xrightarrow{q_B=4q_A} \frac{4q_A(1-x)}{q_A(1+4x)} = 2$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{4} = 25\%$$

۱۷۹- گزینهی «۱» پاسخ صحیح است.

در خازن‌های سری ولتاژ به نسبت عکس ظرفیت خازن‌ها تقسیم می‌شود، پس ولتاژ C_2 را V فرض می‌کنیم و ولتاژ خازن C_1 برابر $4V$ خواهد بود. بنابراین ولتاژ شاخه‌ی بالا $5V$ خواهد شد و چون با خازن C_3 موازی است در نتیجه ولتاژ خازن C_3 نیز $5V$ می‌باشد.

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{4V}{5V} = \frac{4}{5} \quad C_1=5\mu F \quad C_2=20\mu F$$

۱۸۰- گزینهی «۳» پاسخ صحیح است.

$$Q_1 = Q_2 \rightarrow C_1 V_1 = C_2 V_2$$

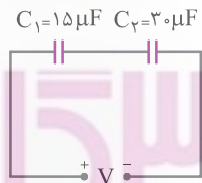
$$15V_1 = 30V_2 \rightarrow V_1 = 2V_2 \rightarrow V_{max} = V_1 = 60$$

$$\Rightarrow V = V_1 + V_2 = 90V$$

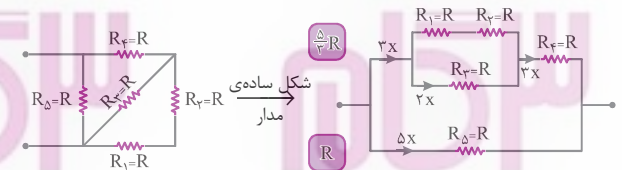
$$C_{1,2} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{20 \times 15}{20 + 15} = 10 \mu F$$

$$U = \frac{1}{2} C V^2$$

$$U = \frac{1}{2} \times 10 \times (90)^2 = 40500 J = 40.5 kJ$$



۱۸۱- گزینهی «۴» پاسخ صحیح است.



در شکل بالا اگر جریان در مقاومت‌های R_1 و R_2 را x فرض کنیم، با توجه به آنکه جریان در شاخه‌های موازی به نسبت عکس مقاومت‌ها تقسیم می‌شود، از مقاومت R_3 جریان $2x$ و از R_4 عبور می‌کند.

$$P_4 = R I_4^2 = R(\Delta x)^2 = 25 R x^2$$

$$P_1 = P_2 = R x^2$$

$$\left. \begin{aligned} P_3 &= R(2x)^2 = 4 R x^2 \\ P_4 &= R(3x)^2 = 9 R x^2 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \rightarrow \text{بیشترین توان مربوط به} \\ \text{مقاومت } R_4 \text{ است.} \end{array}$$

$$P_{max} = P_4 \Rightarrow 20 = 25 R x^2$$

$$R x^2 = 0.8 W$$

با توجه به اینکه $V_{\max} = A\omega$ داریم: $1.0\pi = A \times \frac{2\pi}{T}$

$$1.0\pi = A \times \frac{2\pi}{0.4} \Rightarrow A = 2\text{cm}$$

بنابراین برای یافتن سرعت متوسط در بازه t_1 تا t_2 داریم:

$$\bar{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - (-\frac{\sqrt{3}}{2}A) + \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2}{\frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}}} = \frac{+\sqrt{3}}{2} \times 2 = +\sqrt{3} \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

۱۸۹- گزینهی «۲» پاسخ صحیح است.

چون سطح بدون اصطکاک است پس نوسان میرا نیست و

$$\frac{A_2}{A_1} = 1 \quad \text{دامنه نوسان در کل حرکت ثابت می ماند:}$$

وقتی $\frac{3}{4}$ جرم وزنه کنده شود، $\frac{1}{4}$ آن باقی می ماند.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$$

$$\Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{4}m_1}} \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = 2$$

۱۹۰- گزینهی «۱» پاسخ صحیح است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهی «۱» $\Delta x = (2n-1)\frac{\lambda}{2}$ اختلاف فاصله دو نقطه‌ی دو

فاز مخالف مضرب فردی از نصف طول موج است.

گزینهی «۲»: $\Delta\phi = 2n\pi$: اختلاف فاز بین دو نقطه‌ی هم‌فاز

گزینهی «۳»: $\Delta\phi = (2n-1)\pi$: اختلاف فاز بین دو نقطه‌ی در

فاز مخالف

گزینهی «۴»: نقاط A, B دو نقطه‌ی هم فاز متوالی

۱۹۱- گزینهی «۱» پاسخ صحیح است.

$$f_n = \frac{nv}{\lambda} \quad v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \Rightarrow f_n = \frac{n}{\lambda} \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$$

$$f_1 = \frac{1}{2 \times \frac{4.0}{1.0}} \sqrt{\frac{3.0}{4 \times 1.0^2 \times \pi \times (\frac{1}{2})^2 \times 1.0^{-6}}} \Rightarrow f_1 = 125\text{Hz}$$

۱۹۲- گزینهی «۱» پاسخ صحیح است.

با توجه به نمودار داده شده، دو ذره‌ی A و B در فاز مخالف

هستند (y های آنها قرینه است و مختلف‌الجهت می باشند).

بنابراین در هر لحظه بزرگی شتاب و سرعت‌های آنها و

اندازه‌ی نیروی وارد بر هر یک برابر است.

$$F = -m\omega^2 y, \quad V = \pm\omega\sqrt{A^2 - y^2}, \quad a = -\omega^2 y$$

۱۹۳- گزینهی «۲» پاسخ صحیح است.

فاصله‌ی دو گره‌ی متوالی برابر با نصف طول موج است.

$$\frac{\lambda}{2} = 25 \Rightarrow \lambda = 50\text{cm}$$

$$L = \frac{n\lambda}{2} \Rightarrow L = \frac{2 \times 50}{2} = 50\text{cm} = 0.5\text{m}$$

برای صوت اصلی $n=1$ است.

$$B_T = 2 \times \frac{\mu_0}{2\pi} \times \frac{I}{\sqrt{d^2 + \frac{a^2}{4}}} \times \frac{a}{2} = \frac{2\mu_0 Ia}{\pi(\sqrt{d^2 + \frac{a^2}{4}})}$$

۱۸۶- گزینهی «۳» پاسخ صحیح است.

چون انرژی جنبشی ذره‌ی پرتون و ذره‌ی آلفا برابر است

بنابراین:

$$K_p = K_\alpha \Rightarrow \frac{1}{2} m_p V_p^2 = \frac{1}{2} m_\alpha V_\alpha^2 \xrightarrow{m_\alpha = 4m_p} V_p = 2V_\alpha$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینهی «۱» نادرست است، زیرا $V_p = 2V_\alpha$ می باشد.

گزینهی «۲» نادرست است، زیرا:

$$P = mV \Rightarrow \frac{P_p}{P_\alpha} = \frac{m_p}{m_\alpha} \cdot \frac{V_p}{V_\alpha} \xrightarrow{m_\alpha = 4m_p, V_p = 2V_\alpha} \frac{P_p}{P_\alpha} = \frac{1}{4} \times \frac{2}{1} = \frac{1}{2}$$

گزینهی «۳» صحیح است، زیرا:

$$F_{\text{مغناطیسی}} = F_{\text{مرکزگرا}} \Rightarrow qVB \sin \alpha = m \frac{V^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mV}{qB}$$

$$\frac{R_\alpha}{R_p} = \frac{m_\alpha}{m_p} \cdot \frac{V_\alpha}{V_p} \cdot \frac{q_p}{q_\alpha} \xrightarrow{m_\alpha = 4m_p, V_p = 2V_\alpha, q_\alpha = 2q_p}$$

$$\frac{R_\alpha}{R_p} = 4 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 1$$

گزینهی «۴» نادرست است، زیرا:

$$F = qVB \sin \alpha \Rightarrow \frac{F_p}{F_\alpha} = \frac{q_p}{q_\alpha} \cdot \frac{V_p}{V_\alpha}$$

$$\xrightarrow{q_\alpha = 2q_p, V_p = 2V_\alpha} \frac{F_p}{F_\alpha} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{1} = 1$$

۱۸۷- گزینهی «۱» پاسخ صحیح است.

با توجه به رابطه‌ی انرژی ذخیره شده در سیملوله داریم:

$$U_{\max} = \frac{1}{2} LI_{\max}^2 \Rightarrow 0.8 = \frac{1}{2} L (2\sqrt{2})^2 \Rightarrow L = 0.2\text{H}$$

و از رابطه‌ی نیروی محرکه‌ی خودالقایی سیملوله داریم:

$$\mathcal{E}_L = -L \frac{dI}{dt} = -(0.2) \times 3.0 \times 2 \times \sqrt{2} \cos(3.0t)$$

$$= 12\sqrt{2} \cos(3.0t - \pi)$$

۱۸۸- گزینهی «۴» پاسخ صحیح است.

با توجه به آنکه معادله سرعت - زمان در حرکت هماهنگ

ساده بصورت $V = V_m \cos \omega t$ است داریم:

$$\cos \theta = \frac{V}{V_{\max}} = \frac{-5\pi}{10\pi} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \theta_1 = \frac{2\pi}{3} \\ \theta_2 = \frac{4\pi}{3} \end{cases}$$

θ قابل قبول است. زیرا اندازه‌ی

سرعت در حال کاهش است.

$$\Delta\theta = \omega \times \Delta t$$

$$\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{T} \times \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{3}$$

$$\frac{T}{4} = 0.1 \Rightarrow T = 0.4\text{s}$$

از طرفی با توجه به نمودار:

$$\Delta t = \frac{T}{3} = \frac{0.4}{3} = \frac{1}{7.5}\text{s}$$

پس:

تعداد تست از پیش ۱ و پیش ۲، برای اولین بار پس از ۸ سال، دقیقاً یکسان شده است: ۶ به ۶.
تعداد مسائل برای اولین بار به ۱۷ رسیده است، سال قبل ۱۴ مسئله داده شده بود.
حفظیات بی‌مورد، تقریباً مورد سؤال قرار نگرفته است.
سطح دشواری سؤال‌ها، روی هم رفته هم سطح سال ۹۲ و شاید، کمی سخت‌تر (از نظر وقت‌گیرتر بودن) باشد.

۲۰۱- گزینه‌ی «۴» پاسخ صحیح است.

بررسی گزینه‌ها:

(۱) پتاسیم متعلق به تناوب چهارم جدول تناوبی است و دارای سه جهش بزرگ است: $1s^2 / 2s^2 / 3s^2 / 3p^6 / 4s^2$
(۲) بوزن و همکارانش با استفاده از طیف نشری خطی سنگ معدن لیتیم‌دار توانستند دو عنصر روبیدیم و سزیم را کشف کنند.
(۳) انرژی نخستین یونش عنصرها در یک تناوب به صورت زیر است:
 $13 > 2 > 14 > 15 > 17 > 18$: گروه

$C > Be > B$

(۴) در طیف نشری هیدروژن، نور قرمز، کم‌ترین انحراف را دارد.

۲۰۲- گزینه‌ی «۱» پاسخ صحیح است.

به آرایش $22 Ti$ دقت کنید:

$22 Ti: 1s^2 / 2s^2 / 2p^6 / 3s^2 / 3p^6 / 3d^2 / 4s^2$

همان‌طور که می‌بینید ۲ الکترون در $3d$ خود دارد که هر دو دارای $m_s = +\frac{1}{2}$ هستند.

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۲) نشان دهنده‌ی لایه است نه انرژی الکترون.

(۳) Zn و Cr هر دو دارای ۱۵ الکترون با $m_s = +\frac{1}{2}$ هستند.

(۴) چهار خط طیف نشری اتم هیدروژن، توسط آنگستروم کشف شد.

۲۰۳- گزینه‌ی «۱» پاسخ صحیح است.

تریتیم ($3T$) دارای یک الکترون، یک پروتون و دو نوترون است. جرم دو نوترون + جرم یک پروتون + جرم یک الکترون: جرم تریتیم
 $(\frac{1}{1836} \times 10^{-36} + 1.67 \times 10^{-27} + 1.67 \times 10^{-27}) = 3.34 \times 10^{-27}$
 $+ (2 \times 1.67 \times 10^{-27}) = 6.68 \times 10^{-27}$

۲۰۴- گزینه‌ی «۲» پاسخ صحیح است.

با توجه به فرمول‌های شیمیایی داده شده و یونی بودن پیوند، A متعلق به گروه ۱ و X متعلق به گروه ۲ جدول تناوبی است. پس:
(۱) هم A و هم X فاقد الکترونی در زیرلایه‌ی d یا همان $(l=2)$ هستند.

(۲) چون انرژی نخستین یونش X از A بیشتر است، انرژی دومین یونش A از X بیشتر است.

(۳) A متعلق به IA و X متعلق به IIA است.

(۴) A اکسیدی محلول در آب دارد.

۲۰۵- گزینه‌ی «۳» پاسخ صحیح است.

عنصر A با $34X$ هم گروه است. (رد گزینه‌های ۲ و ۴)
عنصر A متعلق به تناوب پنجم است و به $5p^4$ ختم می‌شود. (رد گزینه‌ی ۱)

۲۰۶- گزینه‌ی «۳» پاسخ صحیح است.

$$f_n = \frac{nV}{2L} \Rightarrow f_1 = \frac{1 \times 340}{2 \times 0.5} = 340 \text{ Hz}$$

۱۹۶- گزینه‌ی «۳» پاسخ صحیح است.

$$\frac{f_o}{f_s} = \frac{V - V_o}{V - V_s}$$

$$\frac{f_o}{660} = \frac{330 + 10}{330} \Rightarrow f_o = 660 \text{ Hz}$$



چون جهت حرکت شنونده و جهت انتشار صوت خلاف جهت یکدیگر هستند پس V_o منفی است.

۱۹۵- گزینه‌ی «۴» پاسخ صحیح است.

طبق جدول صفحه‌ی ۱۶۹ کتاب فیزیک پیش‌دانشگاهی

۱۹۶- گزینه‌ی «۴» پاسخ صحیح است.

$$\Delta t = (2n-1) \frac{T}{2} \Rightarrow 6 \times 10^{-15} = \frac{9T}{2} \Rightarrow T = \frac{4}{3} \times 10^{-15} \text{ s}$$

$$\lambda = VT \Rightarrow \lambda = 3 \times 10^8 \times \frac{4}{3} \times 10^{-15} = 4 \times 10^{-7} \text{ m} = 400 \text{ nm}$$

۱۹۷- گزینه‌ی «۳» پاسخ صحیح است.

$$h = \frac{6.6 \times 10^{-34}}{1/6 \times 10^{-16}} = \frac{33}{8} \times 10^{-18} \text{ eV}$$

۱۹۸- گزینه‌ی «۲» پاسخ صحیح است.

شعاع مدار ۹ برابر می‌شود.
 $r_n = r_1 n^2$
 $n=1 \rightarrow r_1 = r_1$
 $n=3 \rightarrow r_3 = 9r_1$

انرژی الکترون $\frac{1}{9}$ برابر می‌شود.
 $E_n = -\frac{E_R}{n^2}$
 $n=1 \rightarrow E_1 = -E_R$
 $n=3 \rightarrow E_3 = -\frac{E_R}{9}$

۱۹۹- گزینه‌ی «۳» پاسخ صحیح است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه‌ی «۱»: در اجسام نارسانا نوار بخشی پر وجود ندارد.

گزینه‌ی «۲»: در اجسام نارسانا نوار رسانش وجود ندارد.

گزینه‌ی «۳»: گاف انرژی بین آخرین نوار پر و اولین نوار خالی زیاد و در حدود ۵ الکترون‌ولت است.

گزینه‌ی «۴»: این توضیح مربوط به جسم نیم‌رسانا است.

۲۰۰- گزینه‌ی «۳» پاسخ صحیح است.

$$E = mc^2 \Rightarrow E = 2 \times 10^{-6} \times (3 \times 10^8)^2 = 18 \times 10^6 \text{ J}$$

$$E = \frac{18 \times 10^6}{3600 \times 10^3} = 5 \times 10^4 \text{ KWh}$$

شیمی

تحلیل درس

بودجه‌بندی سؤال‌ها: ۱۱ سؤال از شیمی ۲، ۱۲ سؤال از شیمی ۳ و ۱۲ سؤال از شیمی پیش ارائه شده و از این نظر، همانند سال قبل است.

اما بودجه‌بندی بخش‌ها تغییرات جالبی دارد: از بخش ۳ شیمی ۲ برای اولین بار، ۳ تست و از بخش ۱ شیمی پیش برای اولین بار، ۴ تست ارائه شده است.



$$\frac{14/2 \times 1/25}{71} \times \frac{1}{1} \times 87 \times \frac{100}{75} = 29 \text{ g MnO}_2 \text{ (خالص)}$$

$$\frac{\text{mol Cl}_2}{\text{mol MnO}_2} = \frac{\text{g MnO}_2 \text{ (خالص)}}{\text{g MnO}_2}$$

۲۱۵- گزینهی «۴» پاسخ صحیح است.

$$\frac{9/0.33 \times 10^{22}}{6/0.22 \times 10^{23}} = 0.15 \text{ mol Fe}$$

$$1 \text{ Fe} + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{FeSO}_4 + \text{H}_2$$

$$0.15 \times \frac{1}{1} \times 2 \times \frac{100}{8} = 3.75 \text{ L H}_2$$

$$\frac{\text{mol H}_2}{\text{g H}_2}$$

۲۱۶- گزینهی «۱» پاسخ صحیح است.

$$q = 125 \times 4 / 2 \times (100 - 10) = 47250 \text{ J} = 47.25 \text{ kJ}$$

$$2\text{CH}_3\text{OH} + 3\text{O}_2 \rightarrow 2\text{CO}_2 + 4\text{H}_2\text{O}$$

$$\Delta H = 2 \times (-700) = -1400 \text{ kJ}$$

$$47.25 \text{ kJ} \times \frac{2 \text{ mol}}{1400 \text{ kJ}} \times \frac{32 \text{ g}}{1 \text{ mol}} = 2.16 \text{ g CH}_3\text{OH}$$

۲۱۷- گزینهی «۲» پاسخ صحیح است.

$$\Delta H = [2(130/5) + 6(-286)] - [2(-46) + 2(-75)] = -1213 \text{ kJ}$$

$$8/5 \text{ g} \times \frac{1213 \text{ kJ}}{4 \times 17 \text{ g}} = 30.3/25 \text{ kJ}$$

۲۱۸- گزینهی «۴» پاسخ صحیح است.

ظرفیت گرمایی یک نمونه بخار آب از ظرفیت گرمایی همان مقدار آب (مایع) کم تر است.

۲۱۹- گزینهی «۱» پاسخ صحیح است.

واکنش $\text{ClF} + \text{F}_2 \rightarrow \text{ClF}_3$ از جمع کردن «واکنش a ضرب در $\frac{1}{2}$ » و «واکنش b ضرب در $\frac{1}{2}$ » و «عکس واکنش c ضرب در $\frac{1}{2}$ » به دست می آید. بنابراین ΔH آن برابر است با:

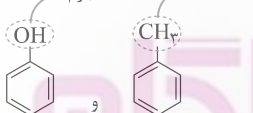
$$\Delta H = \frac{1}{2}(168) + \frac{1}{2}(-44) + \frac{1}{2}(-394) = -135 \text{ kJ}$$

۲۲۰- گزینهی «۱» پاسخ صحیح است.

$$\text{مولالیتة} = \frac{6 \text{ mol}}{[(1000 \times 1/5) - 6(98)] \times 10^{-3} \text{ kg}} \approx 6/58$$

۲۲۱- گزینهی «۳» پاسخ صحیح است.

$$17 - 15 = 2 = \text{جرم}$$



$$\text{CH}_3\text{OH}, \text{CH}_3\text{O} \Rightarrow \text{اختلاف جرم مولی} = 4 - 2 = 2$$

← تعداد H متانول
← تعداد H متانال

۲۲۲- گزینهی «۳» پاسخ صحیح است.

$$\text{گرمای جذب شده توسط KOH} = \text{گرمای جذب شده توسط آب}$$

$$\text{KOH} \text{ انحلال} = [(150 \times 4/2 \times 15) + (8/4 \times 1 \times 15)] \times 10^{-3}$$

برای مثال آنیون I^- در نظر بگیرید. هر چه کاتیون های مدنظر ما شعاع کوچک تری داشته باشند، انرژی شبکه بیشتر خواهد بود. پس A متعلق به کاتیونی است که کم ترین شعاع را داراست و C دارای بیشترین شعاع است.

شعاع: $\text{Li} < \text{Na} < \text{K}$

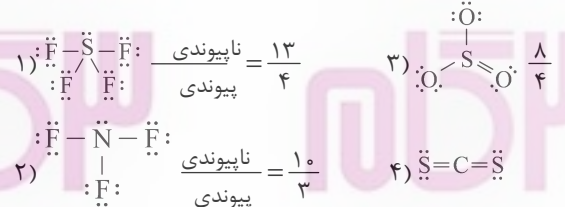
۲۰۷- گزینهی «۳» پاسخ صحیح است.

۲۰۸- گزینهی «۴» پاسخ صحیح است.

جفت الکترون ناپیوندی، مولکول را قطبی می کند (گزینهی ۱)، زاویه پیوندی را کوچک می کند (گزینهی ۲) شکل هندسی را تغییر می دهد (گزینهی ۳) ولی هیچ کاری با طول پیوند ندارد.

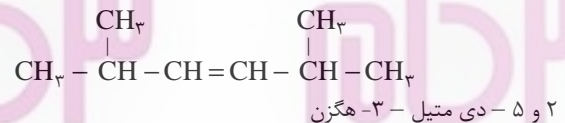
۲۰۹- گزینهی «۲» پاسخ صحیح است.

به ساختار لوویس گزینه ها دقت کنید:



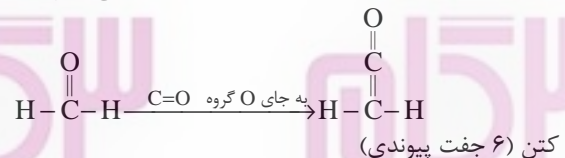
۲۱۰- گزینهی «۴» پاسخ صحیح است.

ترکیبی را می توان از هر دو سمت شماره گذاری کرد که متقارن باشد.

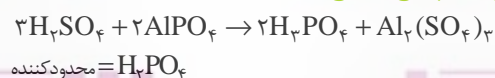


۲۱۱- گزینهی «۱» پاسخ صحیح است.

در مولکول متانال به جای اکسیژن گروه $\text{C}=\text{O}$ قرار می دهیم.



۲۱۲- گزینهی «۲» پاسخ صحیح است.



$$\text{H}_2\text{SO}_4 \Rightarrow \frac{24/5}{\text{مول}} = \frac{98}{3} = \frac{1}{12} < 0.1 \Rightarrow \text{ضریب مولی}$$

$$\text{AlPO}_4 \Rightarrow \frac{\text{مول}}{\text{ضریب مولی}} = \frac{0.2}{2} = 0.1$$

پس جرم H_3PO_4 تولید شده را باید از روی مقدار H_2SO_4

$$\frac{24/5}{98} \times \frac{2}{3} \times 98 \approx 16/3 \text{ g H}_3\text{PO}_4$$

محاسبه کنیم:

$$\frac{\text{mol H}_2\text{SO}_4}{\text{mol H}_3\text{PO}_4}$$

۲۱۳- گزینهی «۲» پاسخ صحیح است.

$$\frac{25 \times 0.98 \times 0.34}{17} = 0.49 \text{ mol NH}_3$$

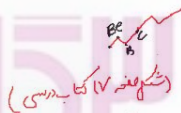
$$M = \frac{0.49 \text{ mol}}{25 \times 10^{-3} \text{ L}} = 19.6 \text{ mol.L}^{-1}$$

۲۱۴- گزینهی «۳» پاسخ صحیح است.

شیمی 120-C صفحه ۱۶

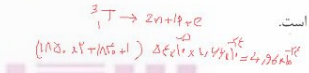
۲۰۱- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) در نمودار انرژی یونش‌های بی‌دری عنصر K، سه جهش بزرگ مشاهده می‌شود.
- (۲) طیف‌های نشری خطی عنصرها در کشف عنصرهای روبیدیم و سزیم توسط پونزن نقش داشتند.
- (۳) انرژی نخستین یونش عنصرهای B، Be، C و N به صورت $B < Be < C$ افزایش می‌یابد.
- (۴) در طیف نشری خطی هیدروژن، نور قرمز، بیش‌ترین انحراف را از مسیر اولیه‌ی برخورد به منشور، دارد.



۲۰۲- کدام گزینه درست است؟

- (۱) در اتم تیتانیم $^{48}_{22}Ti$ ، تنها دو الکترون دارای مجموعه عددهای کوانتومی $n=3, l=2, m_s=+\frac{1}{2}$ اند.
- (۲) عدد کوانتومی اصلی n، نخستین بار توسط شروڈینگر برای محاسبه انرژی الکترون در اتم ارایه شد.
- (۳) شمار الکترون‌های با اسپین $+\frac{1}{2}$ در اتم Zn با شمار آن‌ها در اتم Cr متفاوت است.
- (۴) چهار خط طیف نشری اتم هیدروژن، نخستین بار توسط هیری پوزلی کشف شد.



۲۰۳- اگر جرم پروتون برابر جرم الکترون، جرم نوترون ۱۸۵۰ برابر جرم الکترون و جرم الکترون برابر ۰/۰۰۰۵۴ amu در نظر گرفته شود، جرم تقریبی یک اتم تریتم برای چند گرم خواهد بود؟

- (۱) 4.96×10^{-24} (۲) 9.112×10^{-24} (۳) 4.34×10^{-22} (۴) 9.115×10^{-22}

۲۰۴- با توجه به این که اتم عنصر A از دوره سوم با اتم‌های O و Cl ترکیب‌هایی یونی با فرمول A_2O و ACl تشکیل می‌دهد و اتم عنصر X هم دوره آن، با اتم‌های N و F ترکیب‌های یونی با فرمول X_3N_2 و XF_3 تشکیل می‌دهد، کدام گزینه درست است؟

- (۱) اتم عنصر A دارای الکترون‌هایی با عدد کوانتومی $l=2$ و اتم عنصر X فاقد آن‌هاست.
- (۲) انرژی دومین یونش اتم عنصر A در مقایسه با انرژی دومین یونش اتم عنصر X بیشتر است.
- (۳) A عنصری از گروه IB و X عنصری از گروه IA گروه جدول تناوبی است.
- (۴) A اکسیدی نامحلول در آب و X هیدروکسید محلول در آب تشکیل می‌دهد.

۲۰۵- عنصر ${}_{54}A$ با عنصر در جدول تناوبی هم گروه است و آخرین زیرلایه‌ی اشغال شده اتم آن، است و یک به حساب می‌آید.

- (۱) X ، ${}_{34}P$ ، شبه فلز (۲) Y ، ${}_{36}Kr$ ، نافلز (۳) X ، ${}_{56}Ba$ ، شبه فلز (۴) Y ، ${}_{37}Rb$ ، نافلز

۲۰۶- با توجه به شکل روبه‌رو، B و A نشان‌دهنده انرژی شبکه بلور هالیدهای یون‌های کدام عنصرهاست و با بزرگ‌تر شدن کاتیون هم گروه، درباره کدام هالوژن، انرژی شبکه بیشتر تغییر می‌کند؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)



- (۱) F - Li و K ، Na
- (۲) I - K و Li ، Na
- (۳) F - K و Na ، Li
- (۴) I - Li و Na ، K

محل انجام محاسبات

صفحه ۱۶

120-C

شیمی

۲۰۱- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) در نمودار انرژی یونش‌های پی‌درپی عنصر K، سه جهش بزرگ مشاهده می‌شود.
- (۲) طیف‌های نشری خطی عناصر در کشف عناصرهای روبریدیم و سزیم توسط بونزن نقش داشتند.
- (۳) انرژی نخستین یونش عناصرهای B، $4Be$ ، C و $Be < C < B$ به صورت افزایش می‌یابد.
- (۴) در طیف نشری خطی هیدروژن، نور قرمز، بیش‌ترین انحراف را از مسیر اولیه‌ی برخورد به منشور، دارد.

۲۰۲- کدام گزینه درست است؟

- (۱) در اتم تیتانیم ^{48}Ti ، تنها دو الکترون دارای مجموعه عددهای کوانتومی $n=3$ ، $l=2$ ، $m_s=+\frac{1}{2}$ اند.
 Handwritten: $3d^2$ and a diagram of orbitals.
- (۲) عدد کوانتومی اصلی n ، نخستین بار توسط شرودینگر برای محاسبه انرژی الکترون در اتم ارایه شد.
- (۳) شمار الکترون‌های با اسپین $+\frac{1}{2}$ در اتم ^{65}Zn با شمار آن‌ها در اتم ^{64}Cr متفاوت است.
- (۴) چهار خط طیف نشری اتم هیدروژن، نخستین بار توسط هنری موزلی کشف شد.

۲۰۳- اگر جرم پروتون 1840 برابر جرم الکترون، جرم نوترون 1850 برابر جرم الکترون و جرم الکترون برابر $9.10938291 \times 10^{-31} \text{ kg}$ در نظر گرفته شود، جرم تقریبی یک اتم ترتیم برابر چند گرم خواهد بود؟
 Handwritten: $1 \text{ amu} = 1.66 \times 10^{-24} \text{ g}$

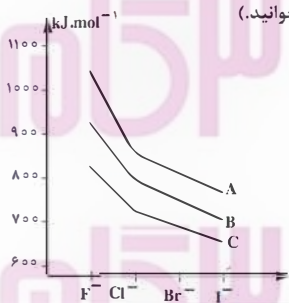
- (۱) 4.96×10^{-24} (۲) 9.112×10^{-24} (۳) 4.24×10^{-22} (۴) 9.115×10^{-22}

۲۰۴- با توجه به این که اتم عنصر A از دوره سوم با اتم‌های Cl و O ترکیب‌هایی یونی با فرمول ACl و A_2O تشکیل می‌دهد و اتم عنصر X هم دوره آن، با اتم‌های N و F ترکیب‌های یونی با فرمول X_3N_2 و XF_3 تشکیل می‌دهد، کدام گزینه درست است؟

- (۱) اتم عنصر A دارای الکترون‌هایی با عدد کوانتومی $l=2$ و اتم عنصر X فاقد آن‌هاست.
 - (۲) انرژی دومین یونش اتم عنصر A در مقایسه با انرژی دومین یونش اتم عنصر X بیشتر است.
 - (۳) عنصری از گروه IB و X عنصری از گروه IA گروه جدول تناوبی است.
 - (۴) A اکسیدی نامحلول در آب و X هیدروکسید محلول در آب تشکیل می‌دهد.
- ۲۰۵- عنصر A با عنصر در جدول تناوبی هم گروه است و آخرین زیرلایه‌ی اشغال شده اتم آن، است و یک به حساب می‌آید.

- (۱) ^{34}X ، ^{42}P ، نافلز (۲) ^{33}Y ، ^{42}P ، نافلز (۳) ^{34}X ، ^{52}P ، شبه فلز (۴) ^{33}Y ، ^{52}P ، نافلز

۲۰۶- با توجه به شکل روبه‌رو، A، B و C نشان‌دهنده‌ی انرژی شبکه بلور هالیدهای یون‌های کدام عنصرها هستند و با بزرگ‌تر شدن کاتیون هم گروه، درباره کدام هالوژن، انرژی شبکه بیشتر تغییر می‌کند؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید).



- (۱) F - Li و K، Na
 (۲) I - K و Li، Na
 (۳) F - K و Na، Li
 (۴) I - Li و Na، K

محل انجام محاسبات



$$2 \times 23 + 96 + 18 \times 8 = 284$$

$$\frac{0.1}{1} = \frac{9}{x \times 18} \Rightarrow x = 5$$

$$\frac{0.1}{1.1} = \frac{?}{8 \times 18} \rightarrow ? = 14.4 \text{ gr}$$

$$\frac{284 \times 0.1}{1.1} = 25.4 \text{ گرم}$$

صفحه ۱۷

120-C

شیمی

۲۰۷- اگر ۰/۱ مول نمک آبیوشیده $Na_2SO_4 \cdot 8H_2O$ گرما داده شود و وزن آن حدود ۱۸/۹ درصد کاهش یابد، X در فرمول شیمیایی جامد باقیمانده $(Na_2SO_4 \cdot xH_2O)$ ، به تقریب کدام است؟

(Na = ۲۳, S = ۳۲, O = ۱۶, H = ۱ : g.mol⁻¹)

۲۰۸- وجود جفت الکترون ناپیوندی روی اتم مرکزی در یک مولکول، در کدام ویژگی آن اثر کمتری دارد؟
 (۱) قطبیت مولکول (۲) زاویه پیوندی (۳) شکل هندسی (۴) طول پیوند

۲۰۹- در مولکول کدام ترکیب، نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی لایه‌ی ظرفیت اتم‌ها به شمار جفت الکترون‌های پیوندی، از سه ترکیب دیگر بیشتر است؟
 (۱) گوگرد (IV) فلئورید (۲) نیتروژن تری فلئورید (۳) گوگرد تری اکسید (۴) کربن دی سولفید

۲۱۰- در نام‌گذاری کدام آلکن، اتم‌های کربن زنجیر اصلی را می‌توان از هر دو سوی مولکول شماره‌گذاری کرد؟
 (۱) ۳، ۲ - دی متیل - ۲ - پنتن (۲) ۴، ۲ - دی متیل - ۲ - هگزن (۳) ۴، ۲ - دی متیل - ۲ - پنتن (۴) ۵، ۲ - دی متیل - ۳ - هگزن

۲۱۱- اگر در مولکول متانال، اتم اکسیژن با گروه C=O جایگزین شود، کدام ترکیب به دست می‌آید و در مولکول آن، چند جفت الکترون پیوندی شرکت دارد؟
 (۱) کتن - ۶ (۲) کتن - ۴ (۳) متانویک اسید - ۶ (۴) متانویک اسید - ۴

۲۱۲- گرم سولفوریک اسید را با ۰/۲ مول آلومینیم فسفات مخلوط و گرم می‌کنیم تا با هم واکنش دهند، واکنش دهنده محدود کننده کدام است و به تقریب چند گرم فسفریک اسید تشکیل می‌شود؟

(H = ۱, O = ۱۶, P = ۳۱, S = ۳۲ : g.mol⁻¹)

۲۱۳- در ۲۵ میلی‌لیتر محلول ۳۴ درصد جرمی آمونیاک با چگالی ۰/۹۸ g.mL⁻¹، چند مول آمونیاک وجود دارد و این محلول چند مولار است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید). (H = ۱, N = ۱۴ : g.mol⁻¹)
 (۱) ۱۵/۷، ۰/۴۹ (۲) ۱۹/۶، ۰/۴۹ (۳) ۱۵/۷، ۰/۵۲ (۴) ۱۹/۶، ۰/۵۲

۲۱۴- برای تهیه ۱۴/۲ لیتر گاز کلر از واکنش منگنز دی اکسید با هیدروکلریک اسید، چند گرم منگنز دی اکسید با خلوص ۷۵ درصد لازم است؟ (چگالی گاز کلر در شرایط آزمایش برابر ۱/۲۵ g.L⁻¹ است).
 (O = ۱۶, Cl = ۳۵/۵, Mn = ۵۵ : g.mol⁻¹)
 (۱) ۲۷ (۲) ۲۸/۵ (۳) ۲۹ (۴) ۳۰/۸

۲۱۵- سازه؟ (چگالی گاز هیدروژن در شرایط واکنش برابر ۰/۰۸ g.L⁻¹ است، گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید).
 (۱) ۴/۵ - ۰/۱۸ (۲) ۳/۹ - ۰/۱۸ (۳) ۳/۲۵ - ۰/۱۵ (۴) ۳/۷۵ - ۰/۱۵

۲۱۶- اگر ΔH° سوختن متانول برابر -700 kJ.mol^{-1} باشد، چند گرم از آن باید بسوزد تا گرمای آزاد شده بتواند ۱۲۵ گرم آب با دمای ۱۰°C را در فشار ۱ atm به جوش آورد؟ (H = ۱, C = ۱۲, O = ۱۶ : g.mol⁻¹)
 (۱) ۲/۱۶ (۲) ۱/۶۸ (۳) ۲/۵۲ (۴) ۳/۳۶

محل انجام محاسبات

$$Fe + H_2SO_4 \rightarrow FeSO_4 + H_2$$

$$\frac{0.15}{1.21} = \frac{2 \times 1.1}{1 \times 2} \Rightarrow ? = 2.75$$

$$Q = m \cdot C \cdot \Delta \theta$$

$$Q = 125 \times 4.2 \times 9 = 4725 \text{ kJ}$$

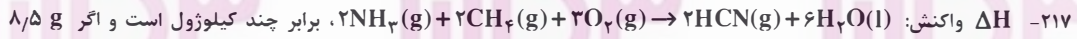
$$? \text{ gr} \quad 4725 \Rightarrow ? = 2.14$$

$$32 \times 100 \text{ L}$$

صفحه ۱۸

120-C

شیمی



آمونیاک در واکنش شرکت کند، چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود؟ ΔH تشکیل $\text{CH}_4(\text{g})$ ، $\text{NH}_3(\text{g})$ ، $\text{HCN}(\text{g})$ و $\text{H}_2\text{O}(\text{l})$ را به ترتیب برابر -46 ، -75 ، $+130/5$ و -286 کیلوژول بر مول در نظر بگیرید.

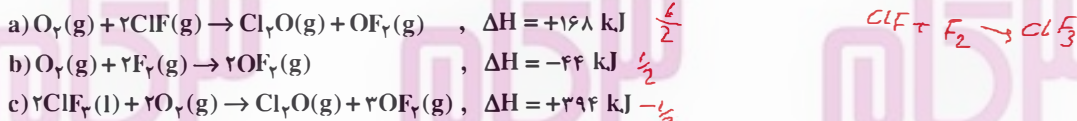
$(\text{H} = 1, \text{N} = 14 : \text{g.mol}^{-1})$ $4(-286) + 2(130/5) - [2(-46) + 2(-75)] = 1213$

۳۴۵/۳۵ (۴) ۲۴۵/۳۵ (۳) ۳۰۳/۲۵ (۲) ۲۰۲/۲۵ (۱)

۲۱۸- کدام گزینه نادرست است؟ (ظرفیت گرمایی ویژه آب و مس را به ترتیب $4/2$ و $4/2$ ژول بر گرم بر درجه سلسیوس در نظر بگیرید.)

- (۱) ظرفیت گرمایی ویژه هر ماده بر عکس ظرفیت گرمایی آن به مقدار آن بستگی ندارد.
 (۲) ظرفیت گرمایی ۹ گرم آب، ۱۰ برابر ظرفیت گرمایی ۹/۴۵ گرم مس در دمای یکسان است.
 (۳) ترمودینامیک، روش بررسی تبدیل شکل‌های گوناگون انرژی به یکدیگر و راه‌های انتقال آن‌هاست.
 (۴) ظرفیت گرمایی یک سانتی‌متر مکعب بخار آب از ظرفیت گرمایی یک میلی‌لیتر آب در دما و فشار اتاق بیشتر است.

۲۱۹- با توجه به واکنش‌های زیر:



ΔH واکنش تولید $\text{Cl}_2\text{O}(\text{g})$ از گازهای $\text{ClF}_3(\text{l})$ و $\text{O}_2(\text{g})$ برابر چند کیلوژول است؟

۱) -135 (۱) ۲) -270 (۲) ۳) $+518$ (۳) ۴) $+259$ (۴)

۲۲۰- اگر چگالی یک نمونه محلول ۶ مولار سولفوریک اسید برابر $1/5 \text{ g.mL}^{-1}$ در نظر گرفته شود، مولالیته تقریبی آن، کدام است؟

$(\text{H} = 1, \text{O} = 16, \text{S} = 32 : \text{g.mol}^{-1})$

۱) $6/58$ (۱) ۲) $6/8$ (۲) ۳) $5/25$ (۳) ۴) $5/46$ (۴)

۲۲۱- کدام گزینه درست است؟ $(\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1})$

- (۱) کربنات فلزهای قلیایی خاکی مانند کربنات فلزهای قلیایی در آب حل می‌شوند.
 (۲) مخلوطی با جرم برابر آب، باریم سولفات و استون دارای دو فصل مشترک است.
 (۳) تفاوت جرم مولی فنول و تولوئن برابر تفاوت جرم مولی متانول و متانال است.
 (۴) انحلال‌پذیری اتانول در حلال‌های ناقطبی از انحلال‌پذیری هگزانول در این حلال‌ها بیشتر است.

۲۲۲- $8/4$ گرم پتاسیم هیدروکسید $(M = 56 \text{ g.mol}^{-1})$ به 150 g آب درون یک گرماسنج اضافه شده است. اگر دمای اولیه همه

مواد برابر 25°C باشد و ظرفیت گرمایی ویژه آب و پتاسیم هیدروکسید به ترتیب $4/2$ و 1 ژول بر گرم بر درجه سلسیوس و دمای سامانه پس از رسیدن به تعادل، 40°C باشد، مقدار گرمای انحلال KOH ، به تقریب چند kJ.mol^{-1} است؟ (از گرمای جذب شده به وسیله بدنه‌ی گرماسنج صرف‌نظر شود.)

۱) $59/8$ (۱) ۲) 56 (۲) ۳) $63/8$ (۳) ۴) 75 (۴)

محل انجام محاسبات

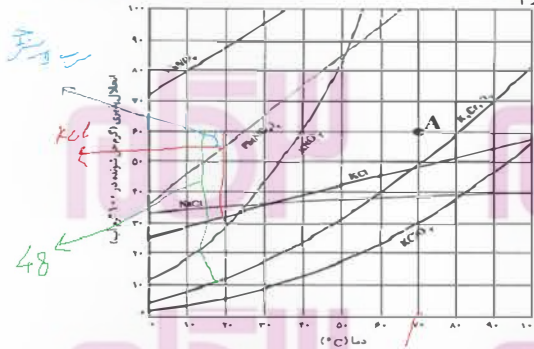
$Q = (1/4 \times 1) + (150 \times 2) \times 15 = 93/8 \text{ kJ}$

$1/4 \text{ g}$

2 kJ

$1 \text{ mol} \times 56 \Rightarrow 93/8$

۲۲۳- اگر با توجه به شکل زیر، محلولی با مشخصات A از چهار ترکیب داده شده در گزینه‌ها، در چهار ظرف جداگانه، هر یک دارای ۱۰۰ g آب، در دمای ۷۰°C تهیه شود و سپس دمای محلول تا ۲۰°C کاهش داده شود، در ظرف محتوی کدام ماده کمترین مقدار رسوب تشکیل می‌شود و وزن رسوب تشکیل شده، به تقریب چند گرم است؟



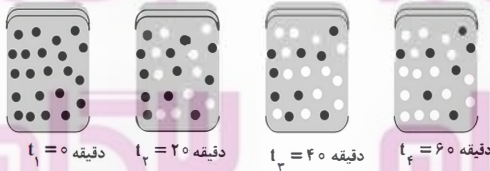
(۱) پتاسیم کلرید، ۲۸

(۲) سدیم نیترات، صفر

(۳) پتاسیم دی کرومات، ۴۸

(۴) سرب (II) نیترات، ۵

۲۲۴- با توجه به شکل زیر، که به واکنش فرضی A → B در یک ظرف ۴ لیتری مربوط است، سرعت متوسط واکنش در فاصله زمانی t_۳ تا t_۴ چند mol.L⁻¹.min⁻¹ و چند برابر سرعت متوسط آن در فاصله زمانی t_۳ تا t_۲ است؟ (هر گوی هم ارز ۰/۵ مول از هر ماده است.)



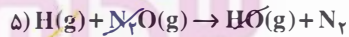
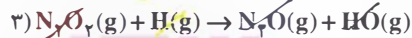
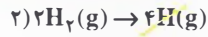
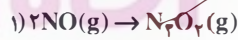
$1/5 \times 1/875 \times 10^{-3}$ (۲) ✓ $1/5 \times 7/5 \times 10^{-3}$ (۱)

$3 \times 7/5 \times 10^{-3}$ (۴) $3 \times 1/875 \times 10^{-3}$ (۳)

$R = \frac{(12-9) \times 5}{4 \times 20} = 1/875 \times 10^{-3}$

$R = \frac{(9-7) \times 5}{4 \times 20} = 1/25$

۲۲۵- با توجه به سازوکار داده شده، معادله کلی واکنش مربوط، کدام است؟



۲۲۶- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) بلورها توانایی زیادی برای جذب سطحی مواد گازی شکل موجود در هوا دارند.
- (۲) در واکنش تجزیه پتاسیم کلرات در اثر گرما، منگنز دی اکسید نقش کاتالیزگر ناهمگن را دارد.
- (۳) در واکنش هیدروژن دار شدن کاتالیزی آلکن‌ها، اندازه ذرات کاتالیزگر، نقشی در سرعت واکنش ندارد.
- (۴) در واکنش تجزیه N_2O در سطح کاتالیزگر طلا که از مرتبه صفر است، با دو برابر کردن غلظت N_2O ، سرعت واکنش ثابت می‌ماند.

۲۲۷- واکنش $AB_2(g) \rightarrow A(g) + 2B(g)$ ، به صورتی پیش می‌رود که در هر ساعت غلظت ماده‌ی اولیه نصف می‌شود. اگر غلظت ماده

اولیه برابر 1 mol.L^{-1} باشد، برای تجزیه ۹۳/۷۵٪ مولکول‌های AB_2 ، چند ساعت زمان لازم است؟

۱۰ (۴)

۸ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱) ✓

$t_{1/2} = 1 - \frac{93.75}{100} = 6.25$

t_{۱/۲}

- ۱ ۶.۲۵
- ۲ ۱۲.۵
- ۳ ۱۸.۷۵
- ۴ ۲۵

محل انجام محاسبات

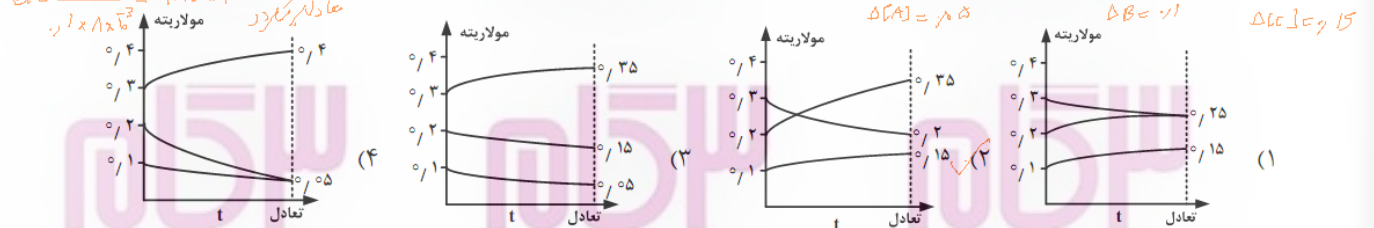
۲۲۸- در یک آزمایش، ۰/۵ مول $N_2(g)$ ، ۰/۵ مول $O_2(g)$ و ۰/۲۵ مول $NO(g)$ در یک ظرف به حجم ۲۵۰ mL وارد و تا

رسیدن به تعادل: $N_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2NO(g)$ ، $K = 4 \times 10^{-4}$ گرم شده‌اند. غلظت گاز NO هنگام تعادل، به تقریب چند

$mol.L^{-1}$ است؟
 $Q = \frac{[NO]^2}{[N_2][O_2]} = \frac{(0.25)^2}{(0.5)(0.5)} = 0.25$
 $K < Q$ تعادل برعکس می‌شود
 (۱) ۰/۱ (۲) ۰/۰۵ (۳) ۰/۰۵ (۴) ۰/۱

۲۲۹- اگر بر اساس واکنش: $A(g) + 3B(g) \rightleftharpoons 2C(g)$ ، $K = 6/22 L^2 \cdot mol^{-2}$ ، به ترتیب ۰/۱، ۰/۲، و ۰/۳ مول از مواد

$C(g)$ و $B(g)$ ، $A(g)$ در ظرف یک لیتری وارد شوند، کدام نمودار درباره تغییر غلظت آن‌ها درست است؟



۲۳۰- استرها، در آب بر اثر یک واکنش و به کربوکسیلیک اسیدها و تبدیل می‌شوند.

- (۱) برگشت پذیر - بسیار آهسته - الکل‌ها
- (۲) برگشت پذیر - سریع - گلیسرین
- (۳) برگشت ناپذیر - بسیار آهسته - الکل‌ها
- (۴) برگشت ناپذیر - سریع - گلیسرین

۲۳۱- pH دو لیتر محلول هیدروکلریک اسید ۰/۱ مولار، با افزودن چند گرم یتاسیم هیدروکسید ($M = 56 g \cdot mol^{-1}$) به تقریب

دو برابر می‌شود؟
 $[H^+] = 0.1$
 $[OH^-] = 10^{-13}$
 $n = 2$
 (۱) ۰/۵ (۲) ۰/۰۵ (۳) ۰/۱ (۴) ۰/۱۱

۲۳۲- به تقریب چند گرم از باز ضعیف $BOH(s)$ ($M = 80 g \cdot mol^{-1}$) با درصد تفکیک ۲٪ باید به ۲۵۰ mL آب اضافه شود تا

محلولی با pH = ۱۱ به دست آید؟
 $[OH^-] = 10^{-3}$
 $n = 2$
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۸



۲۳۳- کدام گزینه درباره‌ی تهیه‌ی فلز سدیم در سلول دانه‌ی مطابق شکل روبه‌رو، نادرست است؟

- (۱) C، آند این سلول، از جنس گرافیت و B کاتد از جنس آهن است.
- (۲) به ازای تولید هر مول فلز سدیم، نیم مول گاز کلر تشکیل می‌شود.
- (۳) سدیم مذاب به دست آمده، در ظرف A درون آب سرد جمع‌آوری می‌شود.
- (۴) برای پایین آوردن دمای ذوب سدیم کلرید، مقداری کلسیم کلرید به آن می‌افزایند.

۲۳۴- اگر E^0 واکنش: $A^{2+}(aq) + B(s) \rightarrow B^{2+}(aq) + A(s)$ ، منفی و E^0 واکنش:

$B(s) + D^{2+}(aq) \rightarrow B^{2+}(aq) + D(s)$ مثبت باشد، کدام گزینه همواره درست است؟

- (۱) ترتیب کاهندگی این فلزها، به صورت: $D > A > B$ است.
- (۲) ترتیب اکسندگی کاتیون‌های سه فلز، به صورت: $A^{2+} > D^{2+} > B^{2+}$ است.
- (۳) واکنش: $A(s) + D^{2+}(aq) \rightarrow A^{2+}(aq) + D(s)$ ، در شرایط استاندارد، خودبه‌خودی است.
- (۴) اگر پتانسیل کاهشی استاندارد الکتروود D، برابر $+0.33$ ولت باشد، فلز A با محلول هیدروکلریک اسید واکنش می‌دهد.

۲۳۵- اگر در سلول استاندارد روی - جیوه، به جای الکتروود استاندارد جیوه، الکتروود استاندارد آهن قرار داده شود، کدام تغییر روی خواهد

داد؟
 E^0 الکترودهای استاندارد روی، جیوه و آهن به ترتیب برابر -0.76 ، $+0.85$ و -0.44 ولت است.
 (۱) E^0 سلول به اندازه ۱/۲۹ ولت، کاهش می‌یابد.
 (۲) الکتروود روی از آند به کاتد مبدل می‌شود.
 (۳) مقدار کاتیون $Zn^{2+}(aq)$ در محلول کاهش می‌یابد.
 (۴) جهت جریان الکترون در مدار بیرونی عوض می‌شود.